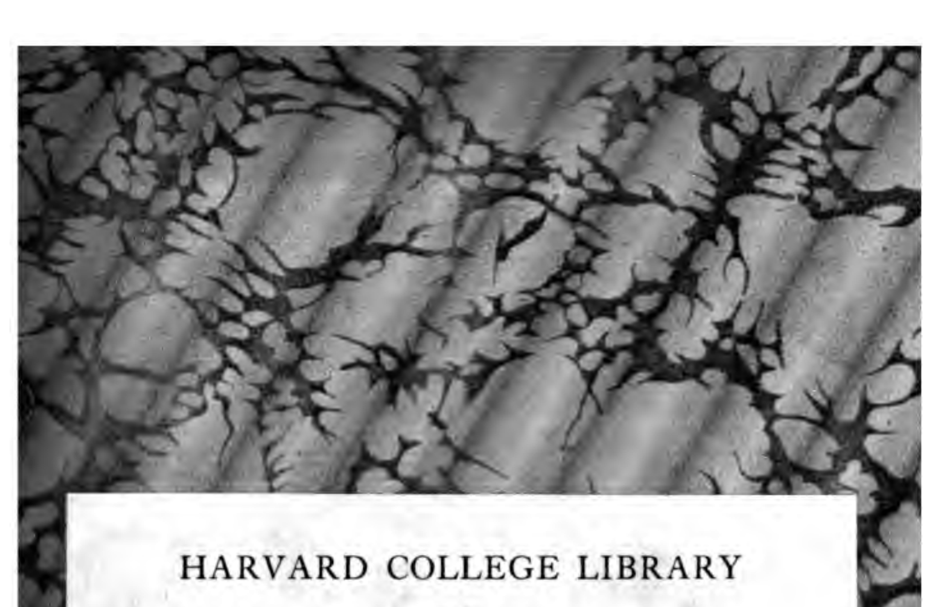
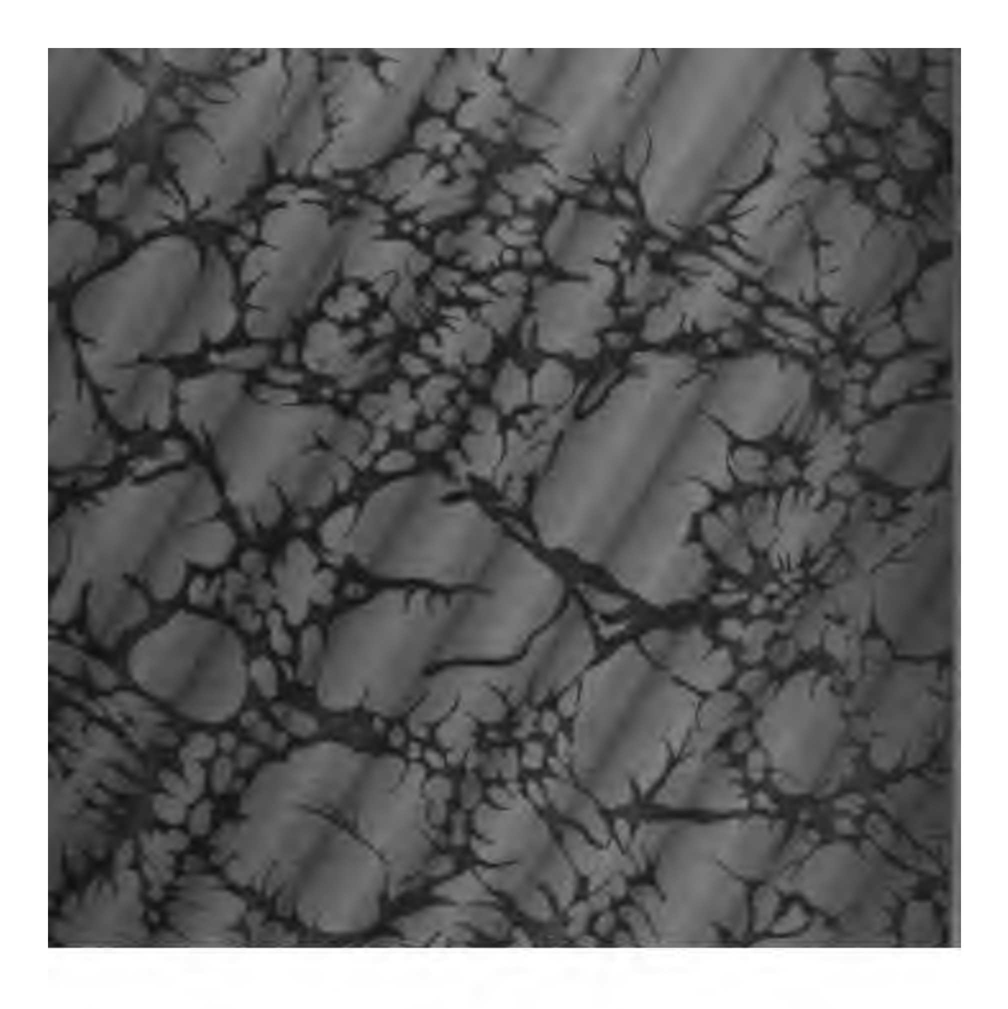






COURS

DE PHYSIQUE

DE

L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.


ΑΕΙ Ο ΘΕΟΣ ΓΕΩΜΕΤΡΕΙ

COURS
DE PHYSIQUE

DE

L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

PAR M. JAMIN.

QUATRIÈME ÉDITION,
AUGMENTÉE ET ENTIÈREMENT REFONDUE,

PAR

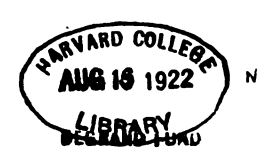
M. BOUTY,
Professeur à la Faculté des Sciences de Paris.

TOME TROISIÈME.

**ACOUSTIQUE. — OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE.
ÉTUDE DES RADIATIONS. — OPTIQUE PHYSIQUE.**

PARIS,
GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE
DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,
SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER,
Quai des Augustins, 55.

1887


HARVARD COLLEGE
AUG 16 1922
LIBRARY

COURS
DE PHYSIQUE
DE
L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

ACOUSTIQUE.

INTRODUCTION.

ORIGINE ET QUALITÉS DU SON.

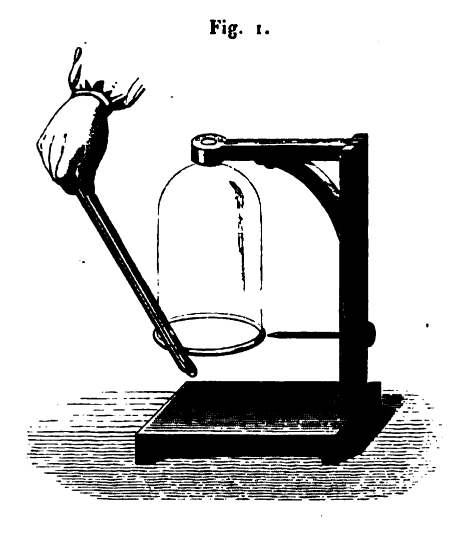
ORIGINE DU SON. — On appelle *son* l'impression que perçoit l'oreille. L'*Acoustique* est la science qui s'occupe de la comparaison, de la production, de la propagation et de la perception des sons.

L'origine première de tous les sons est une série de mouvements alternatifs, mais quelconques, reproduits à des intervalles égaux et très rapprochés par l'ensemble des molécules d'un corps solide, liquide ou gazeux (1). C'est ce que nous allons montrer par quelques exemples.

(1) Aristote rapportait déjà l'origine du son aux vibrations du corps sonore; mais la plupart des anciens attribuaient ces vibrations, non à l'ensemble du corps vibrant, mais à ses molécules prises individuellement, c'est-à-dire qu'ils expliquaient le son à peu près comme on explique aujourd'hui la chaleur. Parmi les modernes, Newton est le premier qui ait émis des idées saines au sujet de la production et de la propagation du son.

Une corde tendue fixée par ses deux bouts, une verge serrée dans un étau, une plaque élastique encastrée par quelques-uns de ses points, rendent des sons quand on les abandonne à elles-mêmes après les avoir écartées de leur position d'équilibre. A ce moment elles exécutent des mouvements périodiques déterminés par leur élasticité et que l'on constate, soit en observant que les contours sont devenus doubles, parce que l'œil voit à la fois les positions extrêmes qu'ils occupent, soit en remarquant que les cordes ou les verges impriment des mouvements très vifs à des chevalets de papier, les plaques à des grains de sable qu'on sème sur leur surface. Une cloche fixée, qu'on ébranle au moyen d'un archet (*fig.* 1), vient pé-

Fig. 1.



riodiquement frapper une pointe placée à une petite distance de son contour extérieur, et un timbre qui résonne (*fig.* 2) communique des soubresauts très vifs à une bille placée dans son intérieur.

Dans ces divers exemples, qu'il serait aisé, mais qu'il est inutile de multiplier, c'est l'élasticité qui détermine les mouvements périodiques des corps sonores; mais on peut aussi produire des sons par des actions mécaniques répétées à de très petits intervalles : par une carte flexible que l'on appuie

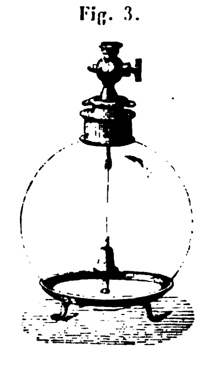
sur le contour d'une roue dentée en mouvement et qui s'abaisse ou se relève quand une dent la rencontre ou la quitte; par un courant de gaz ou de liquide dirigé normalement contre un disque tournant percé de trous et qui passe ou est intercepté alternativement; par la rotation dans l'air d'un corps dissymétrique, etc., etc.

Fig. 2.



A la vérité, on peut développer des sons par des mouvements qui paraissent continus : c'est ce qui arrive quand un jet de gaz vient se briser contre un biseau, comme dans le sifflet ordinaire; mais, dans ce cas, le jet se partage en deux autres : l'un qui pénètre dans le sifflet, l'autre qui s'échappe dans l'atmosphère; le premier comprime tout d'abord la tranche d'air intérieur qui est voisine du biseau et qui, réagissant ensuite par son élasticité, s'oppose à une nouvelle entrée de gaz jusqu'au moment où elle a transmis sa pression aux couches qui la suivent. Il y a donc des alternatives périodiques dans le mouvement gazeux, et c'est ce qui détermine le son.

Fig. 3.



Du moment que le son est produit par les déplacements successifs des surfaces d'un corps, il est clair qu'il ne peut se transmettre à l'oreille que par un intermédiaire élastique capable de communiquer le mouvement de proche en proche. Le plus souvent cet intermédiaire est l'air. On le démontre en suspendant par un fil de soie ou de lin, dans un ballon vide (*fig.* 3), une petite clochette que l'on fait sonner en agitant l'appareil. Le son est intercepté tant que le ballon est vide, mais il est trans-

mis, et l'oreille le perçoit, si l'on rétablit la continuité entre le corps sonore et cet organe, soit en laissant rentrer l'air, soit en remplissant le ballon avec un liquide, soit en soutenant la clochette par un fil élastique continu.

On voit donc que les solides, les liquides et les gaz ont la propriété de transmettre le son, et l'on s'en rend compte en remarquant que chaque mouvement du corps sonore détermine dans le milieu ambiant des condensations suivies de dilatations qui se propagent en se poursuivant. Nous nommerons *demi-vibration* tout mouvement propulsif ou appulsif qui comprime ou dilate l'air, et *vibration complète*, ou simplement *vibration*, l'ensemble de l'aller et du retour du corps sonore qui détermine une condensation et la dilatation qui la suit.

QUALITÉS DU SON. — Les impressions perçues par l'oreille varient à l'infini.

1° Il y en a qui sont brusques, pour ainsi dire instantanées, et que l'on nomme *bruits;* d'autres sont prolongées et mélodieuses : ce sont les *sons musicaux*. Mais on peut toujours considérer les bruits, soit comme des notes musicales de très courte durée, soit comme des mélanges de notes discordantes. Parmi diverses expériences qu'on peut faire à ce sujet, nous choisirons la suivante, qui est très saisissante. On prend sept lames de bois dur, de même épaisseur et de même largeur, mais dont les longueurs décroissent de l'une à l'autre suivant une loi que nous étudierons bientôt. Quand on laisse tomber l'une d'elles sur le sol, elle donne un bruit qui paraît n'avoir aucun caractère musical; mais, lorsqu'on les jette l'une après l'autre suivant l'ordre de leurs grandeurs décroissantes, on obtient les notes de la gamme naturelle. On raconte que Pythagore avait observé par hasard quatre enclumes de grandeurs déterminées et différentes qui donnaient l'accord parfait quand on les frappait avec un marteau.

2° A mesure que l'on s'approche ou que l'on s'éloigne d'un corps vibrant, le son que l'on perçoit devient plus ou moins fort; on dit qu'il a une *intensité* plus ou moins grande. Cette intensité est proportionnelle à la force vive des mouvements

communiqués à l'oreille, pour des notes qui sont à l'unisson; mais, à force vive égale, la sensibilité de l'oreille change avec la hauteur des sons.

3° On ne confond point les sons donnés par divers instruments de musique, lors même qu'ils sont à l'unisson. Ils se distinguent encore par une qualité originelle qui se nomme le *timbre*, qualité que l'oreille apprécie nettement. Le timbre dépend de la forme des vibrations, ou, ce qui revient au même, de la superposition de plusieurs mouvements vibratoires de périodicité différente, dont le résultat est un mouvement périodique complexe, ainsi que nous l'expliquerons dans la suite.

4° La qualité la plus importante des sons est leur *hauteur musicale*. Or, toutes les expériences ayant montré qu'une note est d'autant plus élevée qu'elle résulte de vibrations plus rapides, nous sommes conduits, pour apprécier la hauteur des sons, à mesurer le nombre de vibrations qu'un corps sonore donné effectue pendant l'unité de temps. Ce sera le premier objet de notre étude.

CHAPITRE PREMIER.

DE L'ÉVALUATION NUMÉRIQUE DES SONS.

Mesure du nombre des vibrations. — Sirène. — Sirène de Seebeck. — Roue dentée. — Méthode graphique. — Accords musicaux. — Accords simples. — Accords multiples. — Gamme harmonique ou naturelle. — Dièses et bémols. — Gamme mélodique. — Tempérament. — Logarithmes acoustiques. — Diapason. — Limite des sons perceptibles.

MESURE DU NOMBRE DES VIBRATIONS.

SIRÈNE. — La mesure du nombre de vibrations qui produisent un son peut être obtenue d'une manière directe, à l'aide de divers instruments sonores construits spécialement pour cet objet.

La sirène, imaginée par Cagniard de la Tour ([1]), est représentée dans les *fig.* 4, 5, 6. Un tambour cylindrique DBB', dans lequel on insuffle de l'air par un tuyau D, est terminé par un disque supérieur plan BB', percé sur sa circonférence d'un certain nombre de trous équidistants. Supposons qu'il y en ait 8. Un deuxième disque métallique CC', placé au-dessus et très près du premier, tourne autour d'un axe vertical; il est lui-même percé de 8 trous qui peuvent se placer en coïncidence ou en opposition avec ceux du disque fixe, et par conséquent laisser passer ou arrêter le courant d'air.

Le plateau supérieur tourne rapidement, il ouvre et ferme alternativement 8 fois les conduits pendant un tour, et il y a 8 impulsions imprimées à l'air extérieur, séparées par 8 intervalles de repos; par conséquent, il y a 8 vibrations complètes.

([1]) Cagniard de la Tour, *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. XII, p. 167; t. XVIII, p. 438, et t. XXXV, p. 42 (1819-1825).

Afin de pouvoir faire tourner le plateau mobile par les impulsions du courant d'air lui-même, les orifices fixes et mobiles sont percés obliquement (*fig.* 5), les premiers *b* de la gauche vers la droite, les seconds *c* de la droite vers la gauche. De cette façon, le courant, obligé de changer sa direction brusquement, imprime de V′ à X′ une impulsion tangentielle au plateau supérieur, qui prend une vitesse d'autant plus grande que la pression de l'air est plus forte dans le tambour.

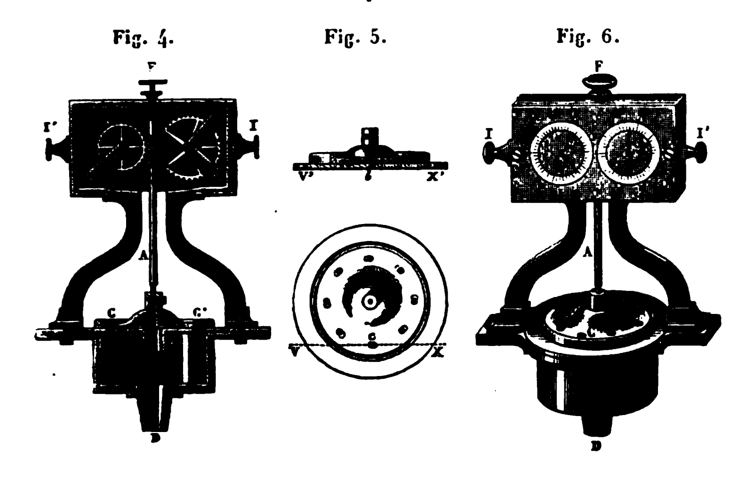


Fig. 4. Fig. 5. Fig. 6.

Si l'on fait communiquer le tube D avec une soufflerie par l'intermédiaire d'un robinet, l'appareil se met à tourner avec une vitesse croissante et produit un son qui, d'abòrd très grave, s'élève peu à peu jusqu'à cesser d'être perceptible quand les vibrations deviennent trop rapides. En réglant le robinet, on peut maintenir ce son à une hauteur constante, et, comme il y a 8 vibrations par tour, il suffit de mesurer le nombre de tours effectués pendant une seconde pour pouvoir calculer le nombre de vibrations exécutées pendant ce temps.

A cet effet, l'axe AF porte à sa partie supérieure une vis sans fin; elle engrène avec une roue dentée E (*fig.* 4) qu'elle fait marcher d'une dent par tour, et dont les mouvements sont accusés par une aiguille mobile sur un cadran extérieur (*fig.* 6). Soit 100 le nombre total des dents de la roue et des divisions du cadran; chaque division correspond à 8 et chaque tour du

cadran à 800 vibrations. Après que la roue E a fait un tour complet, un bras T vient rencontrer une deuxième roue dentée H et fait marcher d'une division l'aiguille qui lui correspond. Par conséquent, si pendant un temps T la deuxième aiguille a marché de n et la première de n' divisions, le nombre des vibrations est égal à $n \times 800 + n' \times 8$.

Enfin tout le système du compteur est porté sur une plaque qu'on peut déplacer d'une petite quantité, soit de I′ vers I, ce qui fait engrener la roue E avec l'axe, soit de I vers I′, ce qui la rend indépendante de la vis sans fin. Dès lors, pour faire une mesure, on commence par élever le son jusqu'à la hauteur voulue, en réglant le robinet et, aussitôt qu'on y est parvenu, on engrène la sirène et l'on met en marche les aiguilles d'un compteur à secondes; puis, après un temps suffisamment long, on désengrène et l'on arrête le compteur. Cela donne à la fois le nombre des vibrations et le temps.

SIRÈNE DE SEEBECK (¹). — Il est souvent plus avantageux (*fig.* 7) de faire mouvoir directement par une courroie le plateau percé de trous et de diriger vers ceux-ci l'air sorti d'un tube *p*. C'est là le principe de la sirène de Seebeck. Dans celle qui est représentée (*fig.* 8), un mouvement d'horlogerie fait tourner rapidement un axe horizontal O sur lequel on peut fixer différents disques en carton ou en cuivre, portant chacun plusieurs séries de trous disposés sur des cercles concentriques, et contre lesquels on dirige des courants d'air par des porte-vent A, B, C, ...; un compteur mécanique indique le nombre de tours accomplis pendant une seconde. Pour avoir un son plus intense, on peut aussi, comme dans la sirène de Cagniard de la Tour, faire parler à la fois tous les orifices d'un même cercle; il faut pour cela appliquer contre le disque mobile un plateau fixe, percé de trous qui

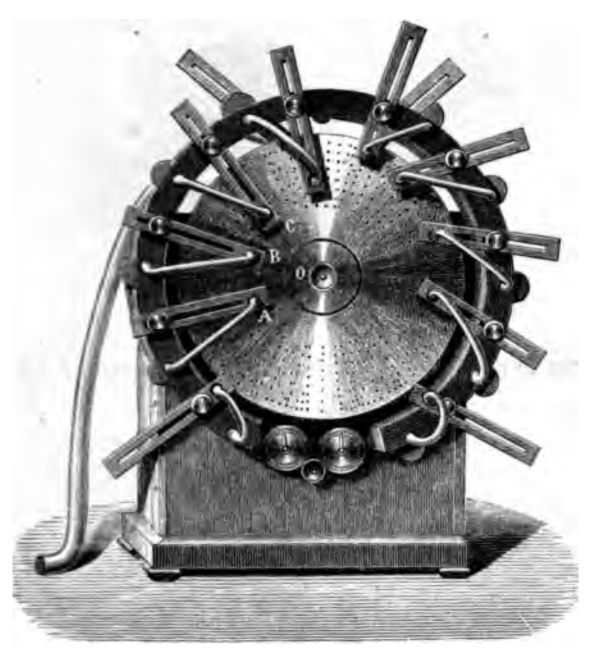
Fig. 7.



(¹) Seebeck (A.), *Annales de Poggendorff*, t. LX, p. 449; 1837.

sont disposés en séries annulaires et communiquent avec des tambours concentriques dans lesquels on dirige le vent par


Fig. 8.

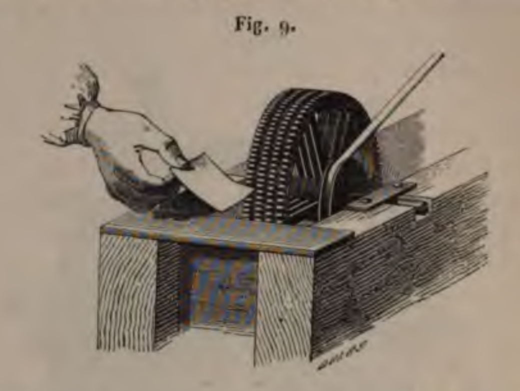


des robinets. Nous reviendrons plus loin sur cet appareil, qui donne lieu à des expériences très diverses.

ROUE DENTÉE. — Savart a essayé de remplacer la sirène par une roue dentée qu'il mettait en mouvement avec une courroie enroulée sur un grand volant à manivelle (*fig.* 9 et 12). Une carte appuyée sur le contour de la roue produisait autant de vibrations par tour qu'il y avait de dents, et le nombre des tours était mesuré par un compteur identique à celui de la sirène; mais la masse énorme des supports, la difficulté d'obtenir un mouvement régulier et la mauvaise qualité des sons que l'on obtient rendent cet appareil coûteux, incommode et peu propre à l'emploi qu'on en voulait faire.

MÉTHODE GRAPHIQUE. — On doit enfin à Duhamel [1] une méthode générale beaucoup plus simple, qui consiste à faire

Fig. 9.



tracer par le corps sonore lui-même les vibrations qu'il exé-

Fig. 10.



cute (*fig.* 10). A cet effet, il est muni d'une sorte de plume, c'est-à-dire d'un petit fil métallique D collé sur sa surface et

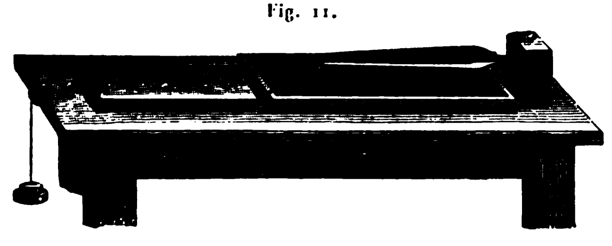
(1) DUHAMEL, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. III, p. 646, et t. IX, p. 567; 1836, 1839.

dont la pointe appuie sur un cylindre en verre couvert de noir de fumée et porté sur une vis sans fin AB. Quand le corps ne vibre pas et qu'on fait tourner le cylindre, la pointe enlève le noir et décrit une hélice régulière et très fine; quand il vibre, au contraire, l'hélice est tremblée, et, chaque sinuosité correspondant à une oscillation, leur nombre est égal à celui des vibrations qui ont été produites pendant le temps de l'expérience.

Il ne faut pas chercher à entretenir les vibrations avec un archet, parce que chaque coup successif de cet instrument détermine une perturbation vibratoire qui trouble la continuité de la courbe sinueuse; il faut laisser les vibrations se continuer d'elles-mêmes par l'effet de l'élasticité jusqu'au moment où elles cessent d'être perceptibles; et, comme elles s'éteignent rapidement, l'expérience ne peut pas toujours être prolongée pendant un temps suffisant. On remédie à cet inconvénient en cherchant, non pas le nombre de vibrations exécutées par le corps sonore pendant un temps mesuré, mais le rapport des nombres de vibrations données pendant le même temps par ce corps sonore et un diapason connu. On dispose ces deux appareils l'un au-dessus de l'autre en face du même cylindre; chacun trace sa courbe, et l'on compte ensuite les sinuosités comprises entre deux génératrices du cylindre. S'il y en a n et n' pour les deux courbes, le rapport cherché est égal à $\frac{n}{n'}$, et si, par exemple, le diapason fait 435 vibrations par seconde, le corps sonore considéré en fera $\frac{n}{n'} \times 435$.

On peut remplacer le cylindre par un appareil plus simple

Fig. 11.



(*fig.* 11), composé d'une planche qu'on peut faire glisser le long d'une coulisse au moyen d'un poids, et sur laquelle est

fixé un verre couvert de noir de fumée. Au-dessus se trouvent fixés le diapason et le corps sonore qu'on veut étudier. Tous deux portent une pointe fine appuyée sur le verre et qui trace les vibrations de l'un et de l'autre corps quand on fait glisser la planche.

ACCORDS MUSICAUX.

Maintenant que nous savons mesurer le nombre des vibrations effectuées par un corps sonore pendant un temps donné, nous allons chercher la relation qui existe entre la fréquence de ces vibrations et la hauteur des notes perçues par l'oreille.

ACCORDS SIMPLES. — L'oreille nous apprend tout d'abord que des sons donnés par des instruments différents peuvent avoir une hauteur égale, quel que soit leur timbre. On dit qu'ils sont *à l'unisson*. Prenons par exemple la note du diapason ordinaire; on pourra la produire avec la sirène et avec une roue dentée en leur donnant des vitesses déterminées, avec des cordes, des verges et des plaques élastiques, en les prenant de dimensions convenables, et il sera possible de mesurer, soit par des compteurs, soit par le procédé graphique, les nombres de vibrations effectuées pendant une seconde par tous ces appareils produisant des notes à l'unisson. Or, en faisant cette expérience, on trouve que ces nombres sont tous égaux et l'on en conclut cette loi fondamentale de l'Acoustique :

I. *Tous les sons de même hauteur, quel que soit le corps sonore qui les donne, correspondent à des nombres de vibrations égaux, et réciproquement.*

Il suit de là qu'une note donnée est définie par le nombre n de vibrations qui lui correspondent et peut être désignée par ce nombre n.

Lorsque l'on produit à la fois deux sons différents en hauteur, il arrive que cette superposition nous impressionne agréablement ou péniblement. Dans le premier cas, les deux sons forment un *accord consonant* ou une *consonance*; dans le second, une *dissonance*.

Il existe un nombre considérable d'accords différents les uns

des autres; l'oreille a la faculté de les distinguer, de les comparer et de les classer. La Musique n'a pu que les consacrer en les nommant, puisqu'ils répondent à une loi physiologique qu'elle ne pouvait enfreindre; mais l'Acoustique a dû rechercher quelles relations doivent exister entre les nombres de vibrations des deux notes pour qu'elles produisent tel ou tel accord. Nous allons exposer les résultats des expériences qui ont été faites sur ce sujet.

Prenons comme exemple deux notes formant un accord bien connu et bien facile à apprécier, celui du *sol* à l'*ut* de la gamme naturelle; l'oreille nous apprend, en premier lieu, que cet accord peut exister avec le même caractère relatif entre deux notes ou très graves ou très hautes, et qu'il est conséquemment indépendant du nombre absolu de vibrations. Secondement, les mesures montrent que les nombres de vibrations sont en rapport constant et égal à $\frac{3}{2}$ toutes les fois que cet accord est réalisé et, réciproquement, que le même accord est constaté par l'oreille toutes les fois que ce rapport est égal à $\frac{3}{2}$. En généralisant cet exemple, on peut énoncer cette deuxième loi, tout aussi importante que la précédente :

II. *Tout accord musical entre deux notes est défini et peut être exprimé par le rapport $\frac{n}{n'}$ de deux nombres entiers de vibrations.*

Il nous reste à chercher quelles sont les valeurs du rapport $\frac{n}{n'}$ qui correspondent aux accords consonnants. Pour cela, nous allons étudier les intervalles musicaux que l'expérience a fait reconnaître comme étant les plus agréables à l'oreille, c'est-à-dire l'octave, la quinte, la quarte et les tierces majeure ou mineure. Or on a trouvé :

	$\frac{n}{n'}$.
Octave..................	$\frac{2}{1}$
Quinte..................	$\frac{3}{2}$

	$\frac{n}{n'}$.
Quarte..................	$\frac{4}{3}$
Tierce majeure...........	$\frac{5}{4}$
Tierce mineure...........	$\frac{6}{5}$

A ces intervalles, il faut aussi ajouter la sixte majeure $\frac{5}{3}$ et la sixte mineure $\frac{8}{5}$, qui sont encore consonants, mais qui le sont déjà moins.

En généralisant ces résultats, on arrive à cette troisième loi :

III. *Si l'on superpose deux notes exprimées par deux termes de la série naturelle des nombres* 1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., *on formera un accord d'autant plus consonant que le rapport de ces nombres est plus simple, et une dissonance d'autant plus désagréable qu'il sera plus complexe.*

Les notes 1, 2, 3, 4, ..., considérées relativement, se nomment en Musique la *série des notes harmoniques*. Non seulement elles donnent en général des accords consonants, mais elles sont produites à la fois par la plupart des corps sonores et se distinguent nettement quand on fait résonner des cordes, des tuyaux d'orgue, etc.

ACCORDS MULTIPLES. — Il est maintenant facile de prévoir que trois, quatre, ... notes, dont les nombres de vibrations sont en rapport simple, et qui, prises deux à deux, produiraient une sensation harmonieuse, devront donner un accord multiple consonant si on les superpose. C'est en effet ce qui arrive. Parmi les exemples que l'on pourrait citer, les plus remarquables sont fournis par les sons 4, 5, 6 et par les sons 10, 12, 15 ou $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$. Les trois premiers donnent, quand on les compare deux à deux, les rapports $\frac{5}{4}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{3}{2}$ et constituent, par l'assemblage de ces trois intervalles consonants, ce que l'on nomme l'*accord parfait majeur*. Les trois autres notes 10, 12,

15, qui présentent les rapports $\frac{6}{5}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{2}$, lesquelles ne diffèrent des précédents que par l'ordre des deux premiers intervalles, forment l'*accord parfait mineur*. La dénomination de ces accords triples montre assez combien leur effet est agréable à l'oreille.

GAMME HARMONIQUE. — Nous connaissons maintenant la condition à laquelle deux ou plusieurs sons doivent satisfaire pour que leur superposition produise des accords. Il est clair que la Musique, obligée de soumettre ses combinaisons à ces lois harmoniques sous peine de manquer son but, a dû adopter une échelle de sons qui permette de réaliser tous les intervalles consonants. Cette échelle se nomme la *gamme;* elle est composée de sept notes, dont voici les noms et les nombres de vibrations comparés à ceux de la première :

ut,	*ré*,	*mi*,	*fa*,	*sol*,	*la*,	*si*,	ut_2,
1,	$\frac{9}{8}$,	$\frac{5}{4}$,	$\frac{4}{3}$,	$\frac{3}{2}$,	$\frac{5}{3}$,	$\frac{15}{8}$	2.
24	27	30	32	36	40	45	48.

Cette gamme se continue par une seconde, une troisième, ..., commençant toutes par l'*ut* qui finit la précédente. Chacune se compose des mêmes séries de notes échelonnées dans le même rapport, et que l'on distingue par un indice qui marque le rang de la gamme. Ainsi l'on écrit ut_2, $ré_2$, ... pour la seconde; ut_3, $ré_3$, ... pour la troisième, etc. De même on prolonge la série des notes en sens inverse par d'autres gammes descendantes affectées de l'indice o, puis d'indices négatifs qui expriment leur rang de précession.

Quelle que soit son origine, nous accepterons la gamme comme un fait accompli, et nous allons montrer qu'en combinant deux à deux les sons qui la composent on peut réaliser tous les rapports harmoniques qui sont agréables à l'oreille. Ce sera justifier la gamme *a posteriori*. Le Tableau suivant contient les rapports des nombres de vibrations de deux notes quelconques de cette gamme.

Valeur des intervalles musicaux

SECONDES.	TIERCES.	QUARTES.	QUINTES.	SIXTES.	SEPTIÈMES.
$\frac{\text{ré}}{\text{ut}}\ \frac{9}{8}$	$\frac{\text{mi}}{\text{ut}}\ \frac{5}{4}$	$\frac{\text{fa}}{\text{ut}}\ \frac{4}{3}$	$\frac{\text{sol}}{\text{ut}}\ \frac{3}{2}$	$\frac{\text{la}}{\text{ut}}\ \frac{5}{3}$	$\frac{\text{si}}{\text{ut}}\ \frac{15}{8}$
$\frac{\text{mi}}{\text{ré}}\ \frac{10}{9} = \frac{9}{8}\ \frac{80}{81}$	$\frac{\text{ré}}{\text{fa}}\ \frac{6}{5}\ \frac{80}{81} = \frac{5}{4}\ \frac{80}{81}\ \frac{24}{25}$	$\frac{\text{sol}}{\text{ré}}\ \frac{4}{3}$	$\frac{\text{la}}{\text{ré}}\ \frac{3}{2}\ \frac{80}{81}$	$\frac{\text{si}}{\text{ré}}\ \frac{5}{3}$	$\frac{\text{ut}_2}{\text{ré}}\ \frac{9}{5}\ \frac{80}{81} = \frac{15}{8}\ \frac{80}{81}\ \frac{24}{25}$
$\frac{\text{fa}}{\text{mi}}\ \frac{16}{15} = \frac{9}{8}\ \frac{80}{81}\ \frac{24}{25}$	$\frac{\text{sol}}{\text{mi}}\ \frac{6}{5} = \frac{5}{4}\ \frac{24}{25}$	$\frac{\text{la}}{\text{mi}}\ \frac{4}{3}$	$\frac{\text{si}}{\text{mi}}\ \frac{3}{2}$	$\frac{\text{ut}_2}{\text{mi}}\ \frac{8}{5} = \frac{5}{3}\ \frac{24}{25}$	$\frac{\text{ré}_2}{\text{mi}}\ \frac{9}{5} = \frac{15}{8}\ \frac{24}{25}$
$\frac{\text{sol}}{\text{fa}}\ \frac{9}{8}$	$\frac{\text{la}}{\text{fa}}\ \frac{5}{4}$	$\frac{\text{si}}{\text{fa}}\ \frac{4}{3}\ \frac{25}{24}\ \frac{81}{80}$	$\frac{\text{ut}_2}{\text{fa}}\ \frac{3}{2}$	$\frac{\text{ré}_2}{\text{fa}}\ \frac{5}{3}$	$\frac{\text{mi}_2}{\text{fa}}\ \frac{15}{8}$
$\frac{\text{la}}{\text{sol}}\ \frac{10}{9} = \frac{9}{8}\ \frac{80}{81}$	$\frac{\text{si}}{\text{sol}}\ \frac{5}{4}$	$\frac{\text{ut}_2}{\text{si}}\ \frac{4}{3}$	$\frac{\text{ré}_2}{\text{sol}}\ \frac{3}{2}$	$\frac{\text{mi}_2}{\text{sol}}\ \frac{5}{3}$	$\frac{\text{fa}_2}{\text{sol}}\ \frac{9}{5}\ \frac{80}{81} = \frac{15}{8}\ \frac{80}{81}\ \frac{24}{25}$
$\frac{\text{si}}{\text{la}}\ \frac{9}{8}$	$\frac{\text{ut}_2}{\text{la}}\ \frac{6}{5} = \frac{5}{4}\ \frac{24}{25}$	$\frac{\text{ré}_2}{\text{la}}\ \frac{4}{3}\ \frac{80}{81}$	$\frac{\text{mi}_2}{\text{la}}\ \frac{3}{2}$	$\frac{\text{fa}_2}{\text{la}}\ \frac{8}{5} = \frac{5}{3}\ \frac{24}{25}$	$\frac{\text{sol}_2}{\text{la}}\ \frac{9}{5} = \frac{15}{8}\ \frac{24}{25}$
$\frac{\text{ut}_2}{\text{si}}\ \frac{16}{15} = \frac{9}{8}\ \frac{80}{81}\ \frac{24}{25}$	$\frac{\text{ré}_2}{\text{si}}\ \frac{6}{4} = \frac{5}{4}\ \frac{24}{25}$	$\frac{\text{mi}_2}{\text{si}}\ \frac{4}{3}$	$\frac{\text{fa}_2}{\text{si}}\ \frac{3}{2}\ \frac{24}{25}\ \frac{80}{81}$	$\frac{\text{sol}_2}{\text{si}}\ \frac{8}{5} = \frac{5}{3}\ \frac{24}{25}$	$\frac{\text{la}_2}{\text{si}}\ \frac{9}{5}\ \frac{80}{81}$

Voici les remarques que l'on peut faire sur ces résultats.

Les intervalles de *seconde*, c'est-à-dire d'une note à la précédente, ont trois valeurs différentes : la première $\frac{9}{8}$ se nomme *ton majeur;* la seconde $\frac{10}{9} = \frac{9}{8}\,\frac{80}{81}$ est le *ton mineur*, qui diffère du précédent d'une quantité si petite, $\frac{80}{81}$, que l'oreille ne l'apprécie presque pas : on la considère comme négligeable et on l'appelle *comma*. La troisième $\frac{16}{15}$, qui est égale à $\frac{10}{9}$ multiplié par $\frac{24}{25}$ est ce qu'on nomme le *demi-ton majeur*, et, comme $\frac{16}{15} \times \frac{24}{25} = \frac{10}{9}$, cela veut dire qu'un ton $\frac{10}{9}$ peut se partager en deux intervalles, l'un $\frac{16}{15}$, qui est le *demi-ton majeur*, l'autre $\frac{25}{24}$, un peu plus petit et qui est le *demi-ton mineur :* c'est le plus petit des intervalles que l'on considère en Musique. Les tons et demi-tons sont des intervalles dissonants.

On voit par la colonne des secondes que la gamme est la succession de 2 tons, d'un demi-ton, de 3 tons et d'un demi-ton.

Les *tierces* sont de deux sortes : les unes, égales à $\frac{5}{4}$, sont majeures; les autres, $\frac{6}{5} = \frac{5}{4}\,\frac{24}{25}$, sont mineures; celles-ci sont égales à celles-là multipliées par $\frac{24}{25}$ ou affaiblies d'un demi-ton mineur. Une seule tierce mineure, $\frac{fa}{ré}$, est affaiblie d'un comma qu'on néglige.

Toutes les *quartes* sont (à un comma près) égales à $\frac{4}{3}$, excepté $\frac{si}{fa}$, qui est augmenté d'un demi-ton mineur $\frac{25}{24}$, et qui est une dissonance.

A une seule près, $\frac{fa_2}{si}$, qui est mineure, toutes les *quintes*

sont égales à $\frac{3}{2}$ (à un comma près). De même les *sixtes* et les *septièmes* sont majeures et égales à $\frac{5}{3}$ et à $\frac{15}{8}$, ou mineures, c'est-à-dire diminuées d'un demi-ton $\frac{25}{24}$.

Enfin les *octaves* sont toutes égales entre elles et à 2.

On voit en résumé que, prises deux à deux, les notes de la gamme offrent les rapports de vibration suivants :

$$\frac{2}{1},\ \frac{15}{8},\ \frac{9}{5},\ \frac{8}{5},\ \frac{5}{3},\ \frac{3}{2},\ \frac{4}{3},\ \frac{5}{4},\ \frac{6}{5},\ \frac{9}{8},\ \frac{10}{9},\ \frac{16}{15},\ \frac{25}{24};$$

elles permettent de réaliser toutes les combinaisons en rapport simple et que l'on peut former avec les harmoniques

1, 2, 3, 4, 5, 6, —, 8, 9, 10, —, 12, —, 15, 16, —, 18, —, 20, —, 24, 25;

la gamme est donc très heureusement combinée pour reproduire tous les intervalles consonnants.

Dièses et bémols. — On a imaginé d'augmenter encore les ressources de la Musique en surélevant ou en abaissant momentanément d'un demi-ton mineur toutes les notes de la gamme, c'est-à-dire en les multipliant par $\frac{25}{24}$ ou par $\frac{24}{25}$: c'est ce qu'on appelle les *diéser* ou les *bémoliser ;* nous allons voir les avantages qui résultent de cette opération.

Si l'on considère un accord formé par deux notes et si l'on dièse la plus grave ou qu'on bémolise la plus aiguë, leur intervalle est diminué d'un demi-ton mineur, et le rapport de leurs nombres de vibrations est multiplié par $\frac{24}{25}$. Alors :

1° Les tierces, quartes, sixtes et septièmes majeures deviennent mineures ;

2° Un ton majeur $\frac{9}{8}$ se réduit à $\frac{9}{8}\frac{24}{25} = \frac{27}{25} = \frac{16}{15} \times \frac{81}{80}$, et un ton mineur $\frac{10}{9}$ à $\frac{10}{9} \times \frac{24}{25} = \frac{16}{15}$; tous deux deviennent, à un comma près, égaux à un demi-ton majeur.

Quand, au contraire, on bémolise la note grave ou qu'on dièse la note aiguë d'un accord quelconque, on élève l'intervalle d'un demi-ton, et, s'il était mineur, il devient majeur.

La Musique acquiert par cette opération la faculté, dont elle fait un fréquent usage, de transposer un air, c'est-à-dire de le reproduire avec les mêmes intervalles, mais en élevant ou en abaissant toutes les notes de la même quantité. Supposons, par exemple, qu'on veuille les élever de deux tons; alors il faudra commencer par remplacer les notes

$$ut,\quad ré,\quad mi,\quad fa,\quad sol,\quad la,\quad si,\quad ut_2$$

par les suivantes, qui sont élevées de deux rangs :

$$mi,\quad fa,\quad sol,\quad la,\quad si,\quad ut_2,\quad ré_2,\quad mi_2;$$

mais cette nouvelle gamme se composerait d'un demi-ton, de trois tons, d'un demi-ton et de deux tons; elle n'aurait donc pas les mêmes intervalles successifs que la gamme d'*ut*, et l'air serait changé. Il faut par conséquent, non seulement reculer les notes de deux rangs, comme nous venons de le faire, mais encore altérer leurs valeurs et écrire

$$mi,\quad fa^{*},\quad sol^{*},\quad la,\quad si,\quad ut_2^{*},\quad ré_2^{*},\quad mi_2.$$

Après ces modifications, les intervalles des notes seront devenus à peu près les mêmes que dans la gamme naturelle. Il n'y aura que cette différence, que la gamme commencera par un ton mineur suivi d'un ton majeur, tandis que le contraire a lieu dans la gamme d'*ut*.

Enfin, c'est encore au moyen des dièses et des bémols que l'on peut passer du *mode majeur*, qui est celui de la gamme naturelle, au *mode mineur* constitué par une gamme différente qui se compose de : un ton, un demi-ton, deux tons, un demi-ton et deux tons, et qui peut se représenter par la série des rapports

$$\begin{array}{cccccccc} la, & si, & ut_2, & ré_2, & mi_2, & fa_2, & sol_2, & la_2. \\ 1. & \frac{9}{8}, & \frac{6}{5}, & \frac{27}{20}=\frac{4}{3}\,\frac{81}{80}, & \frac{3}{2}, & \frac{8}{5}, & \frac{9}{5}, & 2 \end{array}$$

$$\frac{9}{8}\qquad \frac{16}{15}\qquad \frac{9}{8}\qquad\qquad \frac{10}{9}\qquad \frac{16}{15}\qquad \frac{9}{8}\qquad \frac{10}{9}$$

Nous n'entrerons pas dans plus de détails sur ce sujet, qui appartient spécialement à la Musique (¹).

GAMME MÉLODIQUE. — Le système musical que nous venons d'exposer est d'origine moderne; il se trouve indiqué pour la première fois dans un livre publié au XVIᵉ siècle par un Italien, nommé Zarlino (²). Auparavant, on admettait, d'après les pythagoriciens, des valeurs des intervalles exprimables au moyen des deux facteurs premiers 2 et 3. L'octave et la quinte sont représentées rigoureusement par le même nombre dans le système de Pythagore et dans celui de Zarlin; mais la tierce majeure a, dans le système de Pythagore, la valeur $\frac{3^4}{2^6}$, ou très approximativement $\frac{5}{4}\frac{81}{80}$; elle est donc plus grande de un comma que la tierce majeure de Zarlin. Il en résulte pour les intervalles de tierce mineure, de sixte et de septième des différences correspondantes, comme on le voit par le Tableau suivant :

(¹) En Allemagne, la notation employée usuellement consiste dans l'emploi des premières lettres de l'alphabet :

ut	*ré*	*mi*	*fa*	*sol*	*la*	*si*
c	*d*	*e*	*f*	*g*	*a*	*h*

Les diverses gammes se distinguent par de grandes ou de petites lettres et des indices.

Le *la* normal (la_3) est habituellement représenté par a_1 ; de là la correspondance suivante :

Notation	allemande..	C_1	C	c	c_1	c_2	c_3,	....
	française ...	ut_0	ut_1	ut_2	ut_3	ut_4	ut_5,	....
Nombre de vibrations.		32,625	65,25	130,5	261	522	1044,	....

Quelquefois les indices sont remplacés par des accents. La notation allemande est employée en Angleterre, mais la lettre *h* est remplacée par *b*.

On indique les dièses en ajoutant *is*, les bémols en ajoutant *es*; par exemple, *cis* représente *ut*♯, *ges* représente *sol*♭ ; ces dernières conventions ne sont pas adoptées en Angleterre.

(²) ZARLINO, *Institutioni armoniche*, Venezia, 1558.

	OCTAVE.	QUINTE.	QUARTE.	TIERCE majeure.	TIERCE mineure.	SIXTE.	SEPTIÈME	UNISSON.
Pythagore...	2	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3^4}{2^6}$	$\frac{2^5}{3^3}$	$\frac{3^3}{2^4}$	$\frac{3^5}{2^7}$	1
Zarlin	2	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	1

MM. Mercadier et Cornu (¹) ont fait des expériences nombreuses et variées pour reconnaître si l'un des deux systèmes est absolument conforme à l'usage des musiciens exercés; par exemple, ils ont enregistré directement les vibrations de la caisse du violon ou du violoncelle à l'aide d'un fil métallique muni, à l'une de ses extrémités, d'un style inscripteur, et dont l'autre extrémité était soudée à une plaque de laiton de 7^{cm} à 8^{cm} de long sur 2^{cm} ou 3^{cm} de large, placée entre les pieds du chevalet de l'instrument. Ils ont reconnu ainsi que les artistes ne donnent pas exactement la même valeur aux intervalles, suivant qu'ils jouent une mélodie, c'est-à-dire qu'ils produisent successivement des notes isolées ou qu'ils jouent un morceau d'harmonie dans lequel ces notes se trouvent données simultanément (²). Dans ce dernier cas, ils se servent des intervalles de Zarlin; mais, dans le premier, ils emploient ceux de Pythagore. On en jugera par le Tableau suivant; les intervalles sont donnés sous la forme de fractions décimales.

(¹) MERCADIER et CORNU, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, LXVIII, p. 301 et 424; LXX, p. 1168; LXXIII, p. 178; LXXIV, p. 321; et LXXVI, p. 431; 1869-1873. *Voir* aussi GUÉROULT, *Comptes rendus*, LXX, p. 1037; 1870, et BIDAULT, *Comptes rendus*, LXXX, p. 1599; 1875.

(²) On verra plus tard que, dans ce dernier cas, les sons principaux sont accompagnés de sons résultants, qui doivent être d'accord avec les premiers pour que l'effet produit sur l'oreille soit agréable. C'est ce qui arrive avec les intervalles de la gamme harmonique, bien que ces derniers, quand ils sont produits successivement, soient moins agréables que ceux de la gamme mélodique. La tierce mélodique donnerait un son résultant accompagné de battements.

Gamme majeure.

	ut.	ré.	mi.	fa.	sol.	la.	si.	ut₂.
Moyenne des expériences (mélodie)	1	1,127	1,265	1,329	1,500	1,686	1,917	"
Intervalle pythagoricien.	1	1,125	1,266	1,333	1,500	1,687	1,898	2,000
Intervalle de Zarlin.. .	1	1,125	1,250	1,333	1,500	1,666	1,875	2,000
Valeur du comma......	"	0,014	0,016	0,017	0,019	0,021	0,024	0,025

Gamme mineure.

	la.	si.	ut. mélod.	ut. harm.	ré.	mi.	fa.	sol.	la.
Moyenne des expériences	1	1,124	1,186	1,200	1,334	1,501	1,582	1,901	2,002
Intervalle pythagoricien	1	1,125	1,185		1,333	1,500	1,580	1,898	2,000
Intervalle de Zarlin	1	1,125	1,200		1,350	1,500	1,600	1,875	2,000
Valeur du comma.	"	0,014	0,015		0,017	0,019	0,020	0,024	0,025

L'erreur moyenne que comportent les expériences n'a jamais dépassé $\frac{1}{4}$ de comma, et a été en général bien inférieure. La distinction des deux gammes mélodique et harmonique semble donc bien établie.

TEMPÉRAMENT. — Pour satisfaire à toutes les nécessités de la mélodie et de l'harmonie d'une manière parfaitement rigoureuse, il faudrait évidemment que les instruments à sons fixes, comme le piano, fussent pourvus de cordes et de touches donnant, non seulement chaque note naturelle ou pythagoricienne, mais aussi son dièse ou son bémol, ce qui ferait un très grand nombre de touches et de cordes par octave. Cela compliquerait évidemment beaucoup la construction et le jeu de l'instrument. Mais on peut remarquer que plusieurs de ces

notes ne différeraient que fort peu, par exemple dans un même système *ut*# et *ré*♭, *ré*# et *mi*♭, *mi* et *fa*♭, et dans deux systèmes les notes de même nom. On peut donc, pour simplifier la construction des instruments à sons fixes, remplacer chacun de ces groupes de notes voisines par un ton moyen qui tienne lieu de l'une quelconque d'entre elles. Alors la gamme chromatique se réduit à douze demi-tons, et, comme ils sont très peu différents, on a fini par leur attribuer une valeur commune, en partageant l'octave en douze intervalles rigoureusement égaux, que l'on a nommés *demi-tons moyens*.

La gamme ainsi modifiée se nomme *gamme tempérée;* elle n'est plus juste, et, à l'exception des octaves, tous les intervalles ont subi une altération ; mais cette altération est si faible, que l'oreille n'en est que très peu affectée, soit dans la mélodie, soit dans l'harmonie. Comme l'intervalle d'octave est égal à 2, chacun des douze demi-tons égaux est $\sqrt[12]{2} = 1,060$, les tierces majeures et mineures sont $(\sqrt[12]{2})^4$ et $(\sqrt[12]{2})^3$; la quarte est $(\sqrt[12]{2})^5$; enfin la quinte devient $(\sqrt[12]{2})^7$. Voici les valeurs comparées de ces intervalles exacts et tempérés :

	Valeur vraie.	Valeur approchée.
Demi-ton mineur.......	$\frac{25}{24} = 1,042$	$\sqrt[12]{2} = 1,060$
Demi-ton majeur........	$\frac{16}{15} = 1,067$	
Tierce mineure.........	$\frac{6}{5} = 1,200$	$(\sqrt[12]{2})^3 = 1,189$
Tierce majeure.........	$\frac{5}{4} = 1,250$	$(\sqrt[12]{2})^4 = 1,260$
Quarte.................	$\frac{4}{3} = 1,333$	$(\sqrt[12]{2})^5 = 1,335$
Quinte	$\frac{3}{2} = 1,500$	$(\sqrt[12]{2})^7 = 1,498$

LOGARITHMES ACOUSTIQUES. — On peut beaucoup simplifier la comparaison des intervalles musicaux en considérant, non plus les rapports qui les caractérisent, mais les logarithmes de ces rapports. L'intervalle de deux notes quelconques se trouve

alors en retranchant les logarithmes des nombres qui expriment ces notes, et des intervalles égaux correspondent à des différences logarithmiques constantes. Ainsi l'intervalle d'un ton sera

$$\log 9 - \log 8 = 0{,}0511{,}5,$$

et celui d'un demi-ton mineur

$$\log 25 - \log 24 = 0{,}01773.$$

On composera deux intervalles en ajoutant deux logarithmes, au lieu de multiplier deux rapports. Ainsi, pour obtenir l'intervalle de *ut* à *ré**, il suffira d'ajouter 0,01773 à 0,5115, ce qui donne 0,06888. L'octave s'exprime alors par $\log 2 = 0{,}3010300$, le demi-ton moyen par $\frac{1}{12}\log 2$, et les autres intervalles de la gamme tempérée par des multiples de ce nombre.

On peut encore faire un pas de plus et prendre pour unité de mesure soit le demi-ton moyen, comme l'a fait de Prony, soit, ce qui semble plus naturel, le centième ou le $\frac{1}{600}$ de l'octave. Dès lors, pour exprimer un intervalle quelconque en centièmes de ton, il faudra en chercher le logarithme et le diviser par le logarithme du centième de ton, soit par $\frac{1}{600}\log 2 = \frac{1{,}003433}{2000}$. Cela revient à multiplier par 2,000, et à diviser par 1,003433. Ce dernier facteur pourra, en général, être négligé, parce qu'il est sensiblement égal à l'unité, ou bien on en tiendra compte en diminuant de $\frac{1}{300}$ de sa valeur le produit obtenu. L'intervalle de quinte juste s'exprimera, par exemple, approximativement par

$$2000 \log \frac{3}{2} = 352{,}2,$$

et plus exactement par

$$552{,}2 - \frac{352{,}2}{300} = 351{,}0.$$

Le calcul rigoureux donnerait 350,9675. On trouve de la même

manière que le comma $\frac{81}{80}$ vaut à peu près 11 centièmes de ton (10,75); qu'un demi-ton mineur $\frac{25}{24} = 35$, le demi-ton majeur $\frac{16}{15} = 56$; que le ton mineur $\frac{10}{9} = 91$, et le ton majeur $\frac{9}{8} = 102$, etc. Enfin l'octave est représentée par 600.

Voici la valeur, en centièmes de ton, des vingt et une notes de la gamme complète ou *enharmonique*, et des douze de la gamme tempérée :

Gamme enharmonique.		Intervalles.	Valeurs.	Gamme tempérée.
ut	1	Unisson.	0	0
....		Comma.	11	11
ut✱	$\frac{25}{24}$	Demi-ton mineur.	35	50
ré♭	$\frac{27}{25}$	Demi-ton majeur.	67	
ré	$\frac{9}{8}$	Seconde majeure.	102	100
ré✱	$\frac{75}{64}$	Seconde superflue.	137	150
mi♭	$\frac{6}{5}$	Tierce mineure.	158	
mi	$\frac{5}{4}$	Tierce majeure.	193	200
fa♭	$\frac{32}{25}$	Quarte diminuée.	214	
mi✱	$\frac{125}{96}$	Tierce superflue.	228	250
fa	$\frac{4}{3}$	Quarte.	249	
fa✱	$\frac{25}{18}$	Quarte superflue.	284	300
sol♭	$\frac{36}{25}$	Quinte diminuée.	316	
sol	$\frac{3}{2}$	Quinte.	351	350

Gamme enharmonique.		Intervalles.	Valeurs.	Gamme tempérée.
sol♯	$\frac{25}{16}$	Quinte superflue.	386	400
la♭	$\frac{8}{5}$	Sixte mineure.	407	
la	$\frac{5}{3}$	Sixte majeure.	442	450
la♯	$\frac{125}{72}$	Sixte superflue.	478	500
si♭	$\frac{9}{5}$	Septième mineure.	509	
si	$\frac{15}{8}$	Septième majeure.	544	550
ut♭	$\frac{48}{25}$	Octave diminuée.	565	
si♯	$\frac{125}{64}$	Septième superflue.	579	600
ut^2	2	Octave.	600	

DIAPASON. — Il est indifférent de commencer une gamme par une note grave ou aiguë; mais, afin de pouvoir accorder les instruments entre eux, il a fallu convenir d'une hauteur déterminée, et, pour la fixer, on a imaginé le diapason. C'est une fourchette d'acier qui rend le son la_3 et qui, d'après une convention récente, exécute 435 vibrations par seconde (1). Ce la_3 est le son que rend la troisième corde du violon; il appartient à la troisième octave de l'échelle musicale qui a pour son fondamental l'*ut* du violoncelle, ou ut_1, qui fait par seconde 65,25 vibrations (2).

LIMITE DES SONS PERCEPTIBLES. — Si les vibrations des corps deviennent de plus en plus lentes ou de plus en plus rapides,

(1) *Moniteur universel*, 25 février 1859. Scheibler avait fixé, en 1833, la valeur du *la* normal à 440 vibrations (*Dove Repertorium*, III).

(2) M. J.-L. Soret (*Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 506), propose d'abaisser le diapason international à 432 vibrations par seconde. L'ut_1 correspondrait alors exactement à 64 vibrations, et les *ut* d'ordre inférieur correspondraient tous à un nombre exact de vibrations jusqu'à l'ut_{-1} de 1 vibration par seconde.

il arrive un moment où les sons très graves ou très aigus cessent d'être entendus. On a admis d'abord que les limites de perceptibilité étaient fixes et comprises entre 16 et 5000 vibrations par seconde; mais il a été démontré depuis qu'elles sont variables pour diverses personnes et qu'elles dépendent surtout de l'amplitude des vibrations.

Avec des roues dentées d'un grand diamètre et dont les dents étaient larges, Savart produisait un son extrêmement intense, qui ne disparaissait qu'au moment où il y avait 24 000 vibrations par seconde. Despretz (1) put reculer encore ces limites en étudiant des diapasons qui se succédaient par intervalles d'octaves. Il obtint des sons jusqu'à 36 000 vibrations.

D'un autre côté, Savart (2) annonça que la limite inférieure de perceptibilité se recule également quand l'intensité des sons augmente. Il faisait tourner une barre de fer B (*fig.* 12) autour d'un axe horizontal AA' et la disposait de manière qu'elle passât à chaque révolution à travers une fente CC' découpée dans une planche. Au moment où elle y entre, il se fait une sorte d'explosion, et quand elle tourne assez vite, on entend, outre des bruits successifs, un son d'une extrême gravité, qui correspond à 7 ou 8 vibrations. Mais Despretz a contesté les conséquences de cette expérience; car, si l'on dispose deux fentes au lieu d'une seule sur l'appareil de Savart, on ne produit pas de note à l'octave, comme cela devrait être. Il est donc probable que le son est développé par une cause différente. Dans tous les cas, les tuyaux d'orgue les plus longs ne peuvent pas dépasser 32 pieds, et le son qu'ils donnent alors, et qui est le plus grave qu'ils puissent rendre, correspond à 16 vibrations. M. Helmholtz (3) prétend même que les sons ne commencent à devenir perceptibles que vers 30 vibrations par seconde; suivant lui, le son fondamental des tuyaux de 32 pieds se perçoit comme une série de chocs séparés, et ce que l'on croit

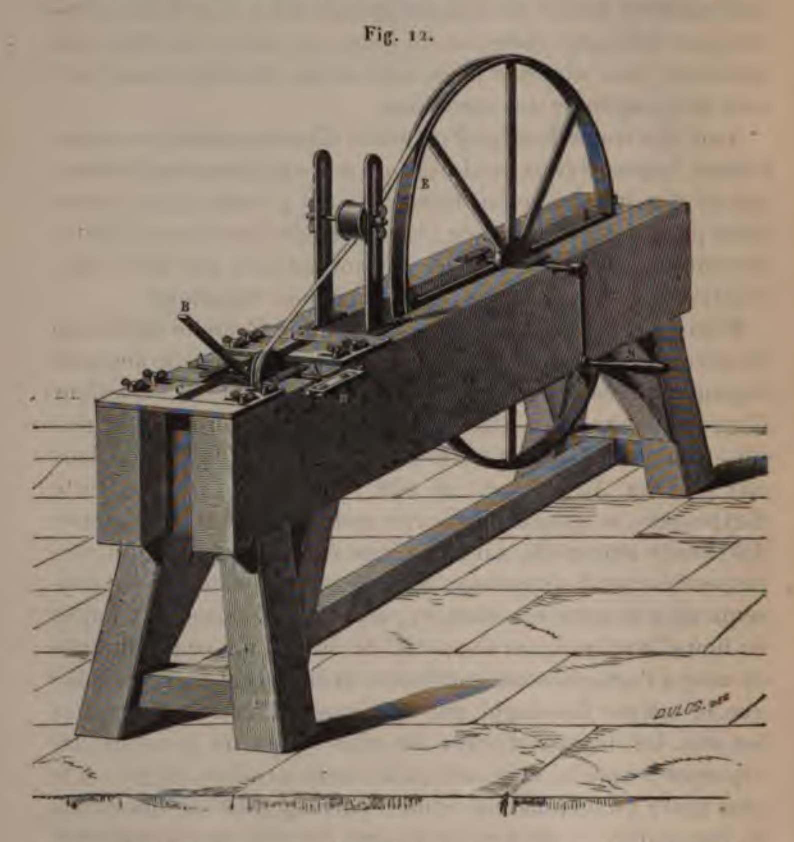
(1) DESPRETZ, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. XX, p. 1477; 1845.

(2) SAVART, *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. XLVII, p. 69; 1832.

(3) HELMHOLTZ, *Théorie physiologique de la Musique*, traduction de M. Guéroult, Chapitre IX; Paris, 1868.

entendre résulte des harmoniques supérieurs. M. Helmholtz a fait des observations sur ce sujet à l'aide d'une corde métal-

Fig. 12.



lique, tendue sur une caisse de résonance qui n'avait qu'une seule ouverture communiquant avec l'oreille par un tuyau de caoutchouc. Cette corde était lestée d'un petit poids qu'on plaçait de manière à éteindre les harmoniques élevés que la corde pouvait rendre. Le son le plus grave qu'il pût entendre avec cet appareil était le si_{-1} de 31 vibrations.

CHAPITRE II.

VIBRATIONS LONGITUDINALES.

Vibration harmonique d'un point matériel. — Propagation des vibrations longitudinales dans un cylindre indéfini; vitesse de propagation. — Réflexion du mouvement vibratoire. — Réflexion avec changement de signe. — Vérifications expérimentales. — Réflexion sans changement de signe.

Tuyaux sonores. — Cas des tuyaux fermés. — Cas des tuyaux ouverts. — Instruments à vent. — Imperfections de la théorie précédente. — Tuyaux à anche.

Vibrations longitudinales des liquides et des solides. — Liquides. — Solides.

Vibration harmonique d'un point matériel. — Nous savons maintenant quelles sont les qualités physiologiques des divers sons, et nous connaissons la loi simple qui lie leurs hauteurs au nombre des vibrations qui les produisent. Nous allons étudier ces vibrations en elles-mêmes, en commençant par le cas d'un point matériel unique.

Quand un point matériel appartenant à un milieu isotrope et illimité est écarté de sa position d'équilibre d'une quantité s, les forces élastiques qui tendent à l'y ramener agissent dans la direction opposée à celle du déplacement; elles sont d'autant plus grandes que l'écart est plus considérable et s'annulent avec cet écart. Pour de faibles déplacements on peut donc considérer la résultante de ces forces comme proportionnelle à s, et en désignant par m la masse du point, par t le temps, on a

$$(1) \qquad m\frac{d^2s}{dt^2} = -ps;$$

p est une constante positive.

La manière la plus générale de satisfaire à l'équation (1)

consiste à poser

$$(2) \qquad s = -a \cos \sqrt{\frac{p}{m}}\, t + b \sin \sqrt{\frac{p}{m}}\, t;$$

a et b sont deux nouvelles constantes déterminées par les conditions initiales.

La vitesse v du point vibrant est

$$(3) \qquad v = \frac{ds}{dt} = \sqrt{\frac{p}{m}} \left(a \sin \sqrt{\frac{p}{m}}\, t + b \cos \sqrt{\frac{p}{m}}\, t \right).$$

Prenons pour origine des temps le moment où le point vibrant est le plus éloigné de sa position d'équilibre; pour $t = 0$, on a $v = 0$, et par suite b est nul. L'équation (2) montre qu'à cet instant l'écart possède sa valeur maximum a : c'est l'*amplitude de la vibration*; nous supposerons qu'elle est donnée.

Le point vibrant prend la même élongation avec la même vitesse à des époques θ, données par la condition

$$\sqrt{\frac{p}{m}}\, \theta = \alpha + 2n\pi,$$

n étant un nombre entier quelconque. Il en résulte que la durée T d'une vibration est

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{p}}.$$

On introduit d'ordinaire la quantité T dans les équations (2) et (3); elles deviennent, en faisant $b = 0$,

$$(4) \qquad s = -a \cos \frac{2\pi t}{T}.$$

$$(5) \qquad v = \frac{2\pi}{T}\, a \sin \frac{2\pi t}{T}.$$

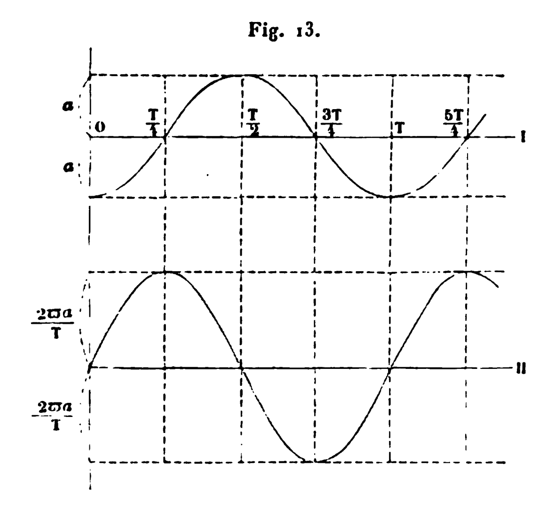
On appelle *intensité* de la vibration la force vive moyenne du point matériel

$$(6) \qquad I = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{m}{2} \frac{4\pi^2 a^2}{T^2} \sin^2 \frac{2\pi t}{T}\, dt = \frac{m\pi^2 a^2}{T^2}.$$

Pour des vibrations de même période, l'intensité est proportionnelle au carré de l'amplitude a.

Le mouvement vibratoire auquel se rapportent les équations (4) et (5) est désigné sous le nom de *vibration harmonique*. Il est susceptible d'une représentation géométrique très simple. Prenons les temps pour abscisses, les élongations s pour ordonnées; l'équation (4) représente une sinusoïde (*fig.* 13, I). Prenons maintenant les vitesses pour ordonnées (*fig.* 13, II); l'équation (5) représente une autre sinusoïde

Fig. 13.



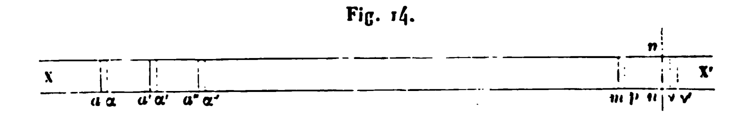
dont les ordonnées maxima correspondent aux ordonnées nulles de la courbe des élongations, et inversement.

PROPAGATION DES VIBRATIONS LONGITUDINALES DANS UN CYLINDRE INDÉFINI; VITESSE DE PROPAGATION. — Nous n'avons considéré jusqu'ici que les vibrations d'un point matériel unique; mais, quand un ébranlement quelconque est produit en un point d'un milieu élastique, l'équilibre est rompu dans toutes les parties de celui-ci, et les vibrations du point matériel se transmettent de proche en proche, d'après des lois qu'il convient d'étudier.

Considérons d'abord un cylindre indéfini XX' (*fig.* 14), formé par une substance solide, liquide ou gazeuse, élastique

et homogène, et supposons que, par un moyen quelconque, on communique à la tranche antérieure *a* des mouvements réguliers d'aller et de retour dans le sens XX'; nous allons montrer qu'ils se transmettent dans toute la longueur du cy-

Fig. 14.

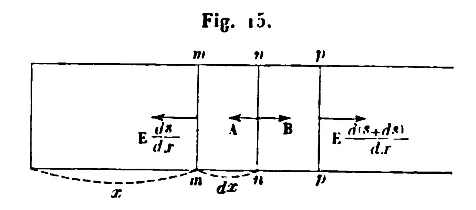


lindre, et que chaque section, telle que *m*, effectuera des vibrations régulières dans le sens de l'axe, et qu'on nomme *vibrations longitudinales.*

En effet, décomposons ce cylindre en tranches élémentaires aa', $a'\,a''$, $a''\,a'''$,.... Lorsque la section antérieure *a* aura reçu un déplacement $a\alpha$, elle comprimera la première tranche, qui réagira par son élasticité et qui rentrera en équilibre quand elle aura fait reculer la deuxième section a' d'une quantité $a'\alpha'$, égale à $a\alpha$. La deuxième tranche agira de la même manière, et ainsi de suite; par conséquent, tout se passera comme dans une série de billes élastiques au contact. La même suite d'actions se produirait si la section *a*, au lieu d'être chassée en avant, était tirée en arrière; seulement, les compressions seraient remplacées par des dilatations, et le mouvement de chaque section serait rétrograde.

Désignons par s l'élongation au temps t d'une section *m* (*fig.* 15) dont la distance à l'origine est x, à l'état de repos;

Fig. 15.



la section infiniment voisine *n*, située primitivement à la distance $x + dx$, possède au même instant une élongation $s + ds$; de telle sorte que la tranche A du cylindre, comprise entre les

deux sections, et dont la longueur au repos est dx, a pour longueur, au temps t, $dx + ds$ (ds est toujours supposé très petit par rapport à dx). Pour la maintenir dans cet état, il faudrait appliquer sur ses faces extrêmes des tensions proportionnelles à l'augmentation de volume, rapportée à l'unité de volume, c'est-à-dire à $\frac{\partial s}{\partial x}$. Nous désignerons leur valeur, rapportée à l'unité de surface, par $E\frac{\partial s}{\partial x}$.

La tranche A est contiguë à une tranche B limitée par les sections n et p, et dont les deux faces sont soumises à des tensions $E\frac{\partial(s+ds)}{\partial x}$ par unité de surface. La masse A est donc sollicitée à se mouvoir par la différence des tensions qu'elle supporte sur ces faces planes opposées, c'est-à-dire par une force dont la valeur par unité de surface est $E\frac{\partial^2 s}{\partial x^2}dx$; cette force est dirigée vers m, c'est-à-dire tend à ramener la masse A dans sa position d'équilibre.

La vitesse dont une section quelconque, comprise entre m et p, est animée, est $\frac{\partial s}{\partial t}$; son accélération, $\frac{\partial^2 s}{\partial t^2}$. En désignant par δ la masse de l'unité de volume de la matière dont est formé le cylindre, la masse du volume ayant pour section l'unité et pour longueur dx est δdx, et la force motrice qui lui est appliquée peut être exprimée par $\delta\frac{\partial^2 s}{\partial t^2}dx$. Comme elle a aussi pour expression $E\frac{\partial^2 s}{\partial x^2}$, on a

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = \frac{E}{\delta}\frac{\partial^2 s}{\partial x^2}, \tag{7}$$

ou, posant, pour abréger,

$$V^2 = \frac{E}{\delta}, \tag{8}$$

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = V^2\frac{d^2 s}{dx^2}. \tag{9}$$

Cette relation, très générale, est satisfaite en posant

$$(10) \qquad s = F\left(t - \frac{x}{V}\right) + F_1\left(t + \frac{x}{V}\right).$$

F, F_1 sont des fonctions entièrement arbitraires, déterminées dans chaque cas par les conditions particulières du problème. Supposons d'abord que la tranche du cylindre $x = 0$ exécute des vibrations harmoniques telles que

$$(11) \qquad s_0 = -a\cos\frac{2\pi t}{T};$$

on satisfera aux équations (9) en posant

$$(12) \qquad s = -a\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{VT}\right),$$

ou, faisant, pour abréger,

$$(13) \qquad VT = \lambda,$$

$$(12\ bis) \qquad s = -a\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right).$$

La quantité λ s'appelle la *longueur d'onde*, et $\frac{x}{V}$ la *phase* de la vibration. La phase est une durée.

On voit que, pour une même valeur de t, s prend des valeurs égales quand on fait $x = n\lambda$, n étant un entier arbitraire qui peut être égal à zéro.

On peut se représenter l'état vibratoire du cylindre à un moment quelconque t, en construisant une courbe avec les distances x pour abscisses et les valeurs de s pour ordonnées. La courbe est une sinusoïde (*fig.* 16) d'amplitude λ et dont l'ordonnée maximum est égale à a, c'est-à-dire à l'élongation maximum de la première tranche du cylindre.

Quand on fait varier t, la sinusoïde conserve toujours la même amplitude et la même ordonnée maximum; mais elle se transporte en quelque sorte tout d'une pièce en glissant le long de l'axe du cylindre de AA en A'A', par exemple, de telle sorte que chaque tranche du cylindre partage successivement les mêmes états vibratoires que la tranche placée à l'origine.

et qu'il n'y a de différence que dans l'époque où chacune d'elles passe par sa position d'équilibre. En d'autres termes, les diverses tranches possèdent au même instant des phases différentes.

Désignons par x_0 l'abscisse du point dont l'ordonnée s est nulle au temps t. On a, d'après l'équation (12),

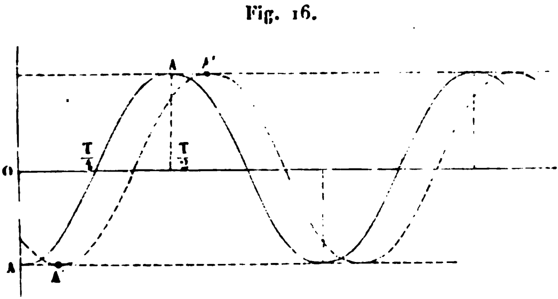
$$\frac{t}{T} - \frac{x_0}{VT} = n,$$

n étant un entier arbitraire, mais que nous supposons fixe ; on en tire

$$(14) \qquad x_0 = V(t - nT);$$

la vitesse de translation $\frac{\partial x_0}{\partial t}$ de la courbe est donc constante et égale à V. On l'appelle la *vitesse de propagation* de l'onde sonore longitudinale; elle est indépendante de la durée T de

Fig. 16.



la période. La longueur d'onde λ est au contraire proportionnelle à T.

Pour passer des élongations aux vitesses, il n'y a qu'à prendre la dérivée de l'équation (12) par rapport au temps

$$(15) \qquad v = \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{2\varpi a}{T} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right).$$

L'équation (15) représente une sinusoïde de même amplitude λ que celle des élongations et se déplaçant le long de l'axe avec la même vitesse V.

On a, entre la vitesse de propagation, la longueur d'onde et la période, la relation

$$\lambda = VT. \tag{13}$$

Soit $N = \frac{1}{T}$ le nombre de vibrations effectuées par seconde

$$\lambda = \frac{V}{N}. \tag{16}$$

La longueur d'onde est l'espace parcouru par l'onde sonore pendant la durée d'une vibration.

Nous avons supposé que la tranche $x = 0$ exécute une vibration harmonique. Si son mouvement était quelconque

$$S_0 = F(t),$$

on aurait toujours

$$S = F\left(t - \frac{x}{V}\right),$$

c'est-à-dire que le mouvement d'une tranche prise arbitrairement dans le cylindre à une distance $x = x_1$ exécute un mouvement identique à celui de $x = 0$, mais avec un retard constant $\frac{x_1}{V}$. En d'autres termes, le mouvement se propage sans altération avec une vitesse uniforme égale à V.

Nous ne considérerons désormais que des vibrations harmoniques. Nous établirons, en effet, par la suite, que tout mouvement périodique, c'est-à-dire susceptible d'éveiller la sensation de son, peut être considéré comme la superposition d'un nombre fini ou infini de vibrations harmoniques simples.

RÉFLEXION DU MOUVEMENT VIBRATOIRE. — Nous avons étudié la propagation des vibrations longitudinales dans un cylindre indéfini. Nous allons maintenant supposer que le cylindre soit terminé par un plan *nn* (*fig.* 14) et chercher les phénomènes qui se produiront à son extrémité. Il peut se présenter trois cas :

1° Il peut arriver que le cylindre soit continué par un milieu tel que la tranche finale *mn* lui transmette l'impulsion qu'elle a reçue et *demeure ensuite en repos*. Alors elle est dans le

même cas que toutes les sections qui la précèdent, et la propagation du son se fait jusqu'à l'extrémité du cylindre comme s'il était indéfini.

2° Il peut se faire que le second milieu oppose une résistance plus grande à la tranche finale *mn*; alors, après qu'elle aura été comprimée par un déplacement *mp* de sa partie antérieure, elle se détendra et ne reviendra au repos qu'en exécutant un mouvement de retour de *p* vers *m*, c'est-à-dire en prenant une *vitesse contraire* à celle qu'elle a reçue; et cette vitesse déterminera de proche en proche et de tranche en tranche des condensations successives qui se propageront en sens inverse de X' vers X: c'est ce que l'on nomme le *mouvement réfléchi*. Dans le cas qui nous occupe, il sera le même que celui qui se propagerait de X' en X, *si l'extrémité n exécutait des vibrations de signe contraire à celles que lui amène le mouvement direct de* X' *à* X. C'est ce que nous appellerons, pour abréger, la *réflexion avec changement de signe*.

3° Enfin le cylindre considéré peut être continué par un milieu qui oppose une résistance moindre, et dans ce cas la section finale *nn*, après avoir éprouvé un déplacement *nν*, égal à celui des sections précédentes, continuera son mouvement de ν en ν'; elle conservera donc une vitesse de *même signe* que celle qu'elle a reçue, et, la tranche *mn* se trouvant dilatée, il y aura encore un mouvement réfléchi qui se propagera de X' vers X, le même qui se produirait *si l'extrémité n exécutait des vibrations de même signe que celles qu'elle reçoit du mouvement direct de* X *en* X'. C'est la *réflexion sans changement de signe*. Nous allons chercher maintenant comment les mouvements direct et réfléchi se superposent.

RÉFLEXION AVEC CHANGEMENT DE SIGNE. — Ce cas sera évidemment réalisé si le cylindre considéré est rempli de gaz ou de liquide et fermé par une paroi résistante, ou bien s'il est constitué par une verge solide encastrée dans un étau qui empêche le déplacement des molécules à l'extrémité fixée.

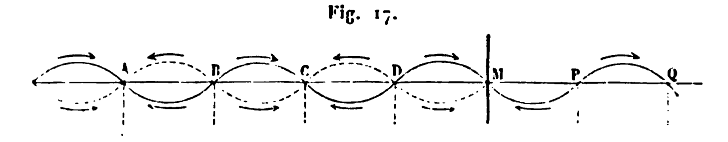
Alors la vitesse de vibration de chaque tranche intérieure est égale à la somme algébrique de celles que lui donnent l'onde directe et l'onde réfléchie. Désignons par L la longueur

totale du tuyau, par $L-x$ la distance de l'embouchure à une tranche quelconque, et supposons que la vitesse de la tranche $x=0$ soit $v_0=\frac{2\pi a}{T}\sin 2\pi\frac{t}{T}$; la vitesse directe sera, en posant $\frac{2\pi a}{T}=\alpha$,

$$v=\alpha\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{L-x}{\lambda}\right).$$

Nous la représentons au temps o par la courbe sinusoïdale pleine ABCDM (*fig.* 17.) La vitesse réfléchie correspondra à un chemin total $L+x$ parcouru par l'onde; si nous suppo-

Fig. 17.



sons : 1° que la réflexion s'effectue dans un temps négligeable par rapport à la durée T de la vibration; 2° que la vitesse ait changé de signe sur le plan final dont nous supposons l'élasticité parfaite, la vitesse réfléchie sera

$$v'=-\alpha\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{L+x}{\lambda}\right).$$

Elle est représentée au temps o par la courbe ponctuée MDCBA symétrique du prolongement MPQ de la première sinusoïde. Les flèches se rapportent, sur chaque courbe, à la direction de la vitesse.

Chaque tranche du cylindre sera animée d'une vitesse

$$v_1=v+v',$$

$$(17)\quad v_1=\alpha\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{L}{\lambda}+\frac{x}{\lambda}\right)-\alpha\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{L}{\lambda}-\frac{x}{\lambda}\right)$$

$$=2\alpha\sin 2\pi\frac{x}{\lambda}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{L}{\lambda}\right).$$

Les *fig.* 17, 18, 19 et 20 permettent de suivre la manière dont la vitesse incidente et la vitesse réfléchie se composent pour

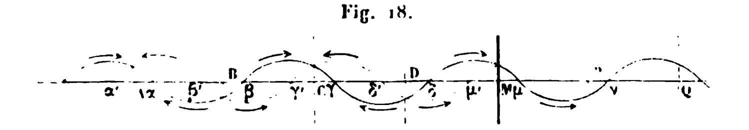
donner le résultat représenté par la formule (17). Ces figures se rapportent au temps o, $t_1 < \frac{T}{2}$, $\frac{T}{2}$, $t_2 > \frac{T}{2}$; dans chacune d'elles la courbe pleine représente la vitesse v, la courbe pointillée $-v'$. Aux points où les deux ordonnées sont égales et de même signe, on a donc $v_1 = 0$; au contraire, v_1 est maximum aux points où ces ordonnées sont égales et de signe contraire; les flèches indiquent la direction de la vitesse résultante. L'examen des courbes et la discussion de la formule (17) établissent que :

1° Pour $x = 0$, c'est-à-dire à l'extrémité du cylindre, la vitesse résultante est nulle, quel que soit t. Il en est de même pour $x = n\frac{\lambda}{2}$, n étant un entier quelconque. Les points ainsi définis se nomment des *nœuds* de vibration.

2° Pour une valeur quelconque de t, la vitesse est maximum aux points pour lesquels $x = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$. Ces points se nomment des *ventres* de vibration. En reculant à partir de l'extrémité du cylindre de quantités égales respectivement à $\frac{\lambda}{4}$, $2\frac{\lambda}{4}$, $3\frac{\lambda}{4}$, ..., on rencontre alternativement un ventre et un nœud.

3° Si l'on parcourt le cylindre dans un sens déterminé, on reconnaît que les nœuds sont les points où la vitesse résul-

Fig. 18.



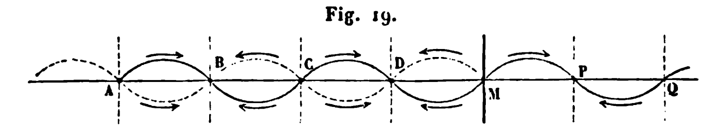
tante change de signe; les vitesses de vibration sont à un même instant de sens contraire dans les internœuds successifs.

4° Pour une valeur invariable de x, le coefficient de $\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{L}{\lambda}\right)$ est constant. La vibration de chaque point est donc une vibration harmonique; de plus, la phase $\frac{L}{v}$ de

cette vibration est la même pour tous les points du cylindre. Les vitesses sont donc en même temps nulles ou maximum pour tous les points.

La compression du milieu vibrant en chaque point s'évalue par les considérations suivantes. La tranche comprise entre les plans dont les abscisses au temps o sont x et $x + dx$ avait

Fig. 19.



au temps o l'épaisseur dx; mais au temps t le plan antérieur a avancé d'une quantité s, le plan postérieur d'une quantité $s + \frac{\partial s}{\partial x} dx$; le volume de la tranche a donc augmenté de $\frac{\partial s}{\partial x} dx$: la pression moyenne ([1]) a subi une variation pro-

---

([1]) Si l'on admettait que les pressions au sein d'une masse gazeuse vibrante obéissent à la loi de Mariotte, on aurait, en désignant par P la pression initiale,

$$\mathrm{P}\, dx = (\mathrm{P} + d\mathrm{P})\left(dx + \frac{\partial s}{\partial x} dx\right),$$

d'où

$$d\mathrm{P} = -\frac{\mathrm{P}\dfrac{\partial s}{\partial x}}{1 + \dfrac{\partial s}{\partial x}}$$

ou, à cause de la petitesse de ds,

$$d\mathrm{P} = -\mathrm{P}\frac{\partial s}{\partial x}.$$

Si l'on admet, au contraire, qu'un gaz vibrant se transforme à chaleur constante, on a (*voir* t. II, 3e fascicule)

$$\mathrm{P}\, dx^{\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{C}-c}} = (\mathrm{P} + d\mathrm{P})\left(dx + \frac{\partial s}{\partial x} dx\right)^{\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{C}-c}}$$

et, à la limite,

$$d\mathrm{P} = -\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{C}-c}\mathrm{P}\frac{\partial x}{\partial s}.$$

On verra plus loin que cette dernière hypothèse est de beaucoup la plus voisine de la réalité.

portionnelle à $-\frac{\partial s}{\partial x}$; mais nous avons

$$(17) \qquad v_1 = \frac{\partial s}{\partial t} = 2\alpha \sin 2\pi \frac{x}{\lambda} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{L}{\lambda}\right),$$

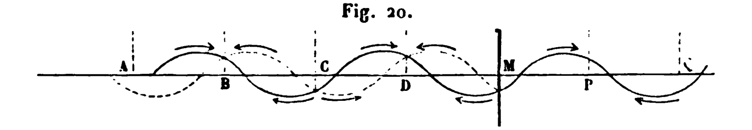
d'où

$$s = 2\alpha \frac{T}{2\pi} \sin 2\pi \frac{x}{\lambda} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{L}{\lambda}\right),$$

$$-\frac{\partial s}{\partial x} = -\frac{2\alpha T}{\lambda} \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right).$$

Le rythme de la variation de la pression est donc le même que celui des vitesses, c'est-à-dire que la pression en un point passe, dans un intervalle égal à T, par toutes les valeurs

Fig. 20.



dont elle est susceptible. Les plus grandes variations de pression ont lieu aux nœuds; aux ventres, la pression est invariable.

Vérifications expérimentales. — La position des nœuds et des ventres peut être vérifiée par une expérience remarquable que l'on doit au colonel N. Savart (1). Il plaça à 40^m ou 50^m d'une muraille verticale un timbre qu'il fit vibrer. Évidemment les rayons sonores qui tombaient normalement sur la paroi devaient, en se réfléchissant, produire les alternatives de nœuds et de ventres dont nous venons de parler. Pour les reconnaître, on tendit d'abord, à partir du timbre, une corde normale à la muraille et, en promenant ensuite l'oreille tout le long de sa longueur, on trouva des points où le son était très intense, c'étaient les ventres, et d'autres où il disparaissait presque en-

(1) N. Savart, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. VII, p. 1068; 1838.

tièrement, c'étaient les nœuds. On les marqua sur la corde et, en mesurant leurs distances, on trouva qu'elles étaient égales entre elles et à la longueur de l'onde, avec cette seule exception que le dernier nœud était un peu plus près de la muraille que les autres de leurs voisins.

Il se présenta même une circonstance qu'il faut noter et qu'on pouvait prévoir. Comme le timbre produit plusieurs harmoniques superposés, par exemple 1 et 2, les internœuds qui correspondent au dernier de ces sons devaient être la moitié de ceux qui résultent du premier. Aussi y avait-il des nœuds communs où l'oreille ne saisissait aucun son et des points où se confondaient un nœud du son aigu et un ventre du son grave, qui seul était entendu. D'autres harmoniques ayant ensuite été produits à la fois et à dessein, on parvint à les entendre séparément, parce que leurs nœuds et leurs ventres se formaient en des points différents. Nous aurons bientôt l'occasion de montrer que les mêmes phénomènes se développent avec les liquides et avec les solides.

RÉFLEXION SANS CHANGEMENT DE SIGNE. — Le deuxième cas de la réflexion du son à l'extrémité d'un cylindre est celui où la dernière tranche conserve une portion de la vitesse qu'elle a reçue par les impulsions directes. Il sera réalisé si le cylindre est une verge métallique libre à son extrémité et même s'il est constitué par un tuyau plein d'air ouvert dans l'atmosphère; car ce qui détruit la vitesse d'une section moyenne, c'est la compression qu'elle communique à la tranche suivante, et, comme l'air ambiant peut se dilater dans tous les sens, il oppose une résistance moindre aux molécules extrêmes qui ne sont point ramenées au repos. Nous supposerons d'abord cette résistance tout à fait négligeable.

Conservant les notations de l'article précédent, on a

$$v = \alpha \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{L - x}{\lambda}\right), \qquad v' = \alpha \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{L + x}{\lambda}\right),$$

$$(15) \qquad v_1 = v + v' = 2\alpha \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{L}{\lambda}\right).$$

La variation de pression est proportionnelle à

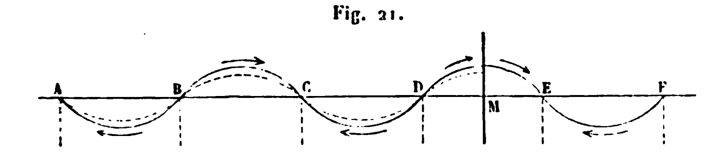
$$-\frac{2\alpha T}{\lambda}\sin 2\pi\frac{x}{\lambda}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{L}{\lambda}\right).$$

Ces formules sont les mêmes que celles de l'article précédent, à un facteur constant et au signe près; mais il faut remarquer que la formule qui donnait les vitesses vibratoires donne maintenant les variations de pression prises en signe contraire et inversement. Là où se trouvait un nœud se trouve un ventre, et là où était un ventre se forme un nœud. Le point où s'effectue la réflexion sans changement de signe est un ventre.

Les *fig.* 21 et 22, dans lesquelles la courbe pleine représente v, la courbe ponctuée v', montrent comment s'effectue la composition des vitesses pour $t = \frac{T}{4}$ et pour une autre valeur de t.

Considérons d'abord l'onde incidente ABCD au moment où l'un de ses ventres mobiles atteint l'extrémité M (*fig.* 21).

Fig. 21.

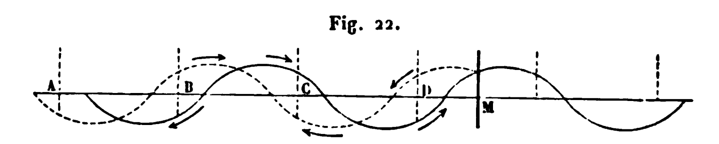


L'onde réfléchie serait, comme précédemment, symétrique à la courbe prolongée EF et se superposerait à ABCD; pour l'en distinguer, on a attribué des ordonnées un peu plus petites à la courbe ponctuée. Les vitesses n'ayant point changé de signe par la réflexion, on voit par la figure qu'elles s'ajoutent aux vitesses directes dans les espaces MD, DC, CB, BA, et que le mouvement est nul en D, C, B, A.

Si le temps croît, l'onde directe marche vers la paroi et l'onde réfléchie s'en éloigne d'une même quantité (*fig.* 22). Par suite, les deux vitesses sont toujours égales et contraires aux points D, C, B, A, où se trouvent des nœuds fixes; elles sont, au contraire, toujours égales et de même signe en M et aux milieux des espaces DC, CB, BA, qui sont des ventres.

Nous avons supposé jusqu'ici que les vitesses réfléchies avaient, au signe près, la même grandeur que les vitesses incidentes. Cela n'est point exactement vrai; elles sont toujours plus faibles à cause de la perte de force vive qui se fait au bout

Fig. 22.



du cylindre. Mais cet affaiblissement se réduit à diminuer les ordonnées de la courbe réfléchie dans un rapport constant. Par suite, les nœuds ne sont plus que des points où les vitesses sont minima sans être toujours nulles, et les ventres les lieux où la densité change le moins sans rester absolument constante; mais cela ne modifie en rien les conséquences que nous allons déduire de cette théorie élémentaire.

TUYAUX SONORES.

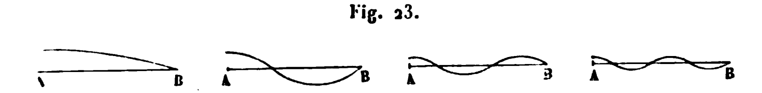
Les tuyaux sonores sont des tubes formés par des parois suffisamment rigides, de nature quelconque, et contenant une masse d'air qu'on met en vibration au moyen d'*embouchures* à travers lesquelles on souffle et sur le rôle desquelles nous reviendrons bientôt. La plus simple est l'embouchure de flûte ordinaire.

La théorie générale que nous venons d'indiquer doit s'appliquer aux tuyaux sonores, pourvu que les parois ne prennent pas une part trop active à la vibration et que le tuyau soit assez étroit pour qu'on puisse considérer une tranche perpendiculaire à l'axe comme vibrant tout d'une pièce. Cela posé, la hauteur du son rendu par les tuyaux doit être indépendante de la matière dont ils sont formés, de leur section, pourvu qu'elle soit suffisamment petite, enfin de leur forme; ils peuvent être droits ou courbes sans que cela produise une influence sensible. Enfin, quelle que soit l'embouchure qu'on leur adapte, comme elle n'est qu'un moyen de mettre l'air en vibration, elle ne change pas la hauteur du son; seulement elle modifie le

timbre. Cela étant, nous allons considérer des tuyaux cylindriques longs, étroits, rectilignes, embouchés d'une manière quelconque, et les lois que nous trouverons seront applicables aux instruments à vent. Elles sont dues à Daniel Bernoulli [1].

Cas des tuyaux fermés. — Nous admettrons d'abord avec Bernoulli que la densité de l'air à l'embouchure du tuyau ne diffère pas sensiblement de sa densité à l'extérieur. Il en résulte que cette embouchure ne peut être qu'un ventre de vibration; d'autre part, le fond du tuyau, sur lequel les vibrations se réfléchissent en changeant de signe, est un nœud. Ces conditions déterminent les divers modes de vibration dont la masse d'air du tuyau est susceptible. Ils sont représentés par la *fig.* 23, suivant qu'il y a entre l'embouchure et le fond

Fig. 23.



o, 1, 2, 3 nœuds intermédiaires. On voit que la longueur L du tuyau est égale à un nombre impair de fois la demi-distance de deux internœuds, c'est-à-dire $\frac{\lambda}{4}$,

$$(16)\qquad L = (2n-1)\frac{\lambda}{4} \quad \text{ou} \quad \frac{\lambda}{4} = \frac{L}{2n-1};$$

mais on a $\lambda = VT = \frac{V}{N}$, V désignant la vitesse de propagation, N le nombre de vibrations rendues par seconde; on a donc

$$(17)\qquad N = \frac{V}{\lambda} = \frac{(2n-1)V}{4L}.$$

Faisant d'abord $n = 0$, on a

$$N_0 = \frac{V}{4L}.$$

[1] D. Bernoulli, *Mém. de l'Académie des Sciences*, 1762.

Le son correspondant est le son fondamental du tuyau; on a ensuite

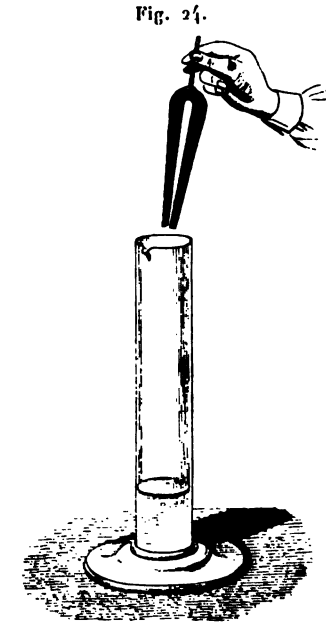
$$N_1 = 3N_0, \qquad N_2 = 5N_0, \qquad \ldots.$$

Si le premier de ces sons est ut_1, le tuyau pourra donner les notes

$$ut_1, \quad sol_2, \quad mi_3, \quad \ldots.$$

On peut vérifier ces résultats par diverses expériences. On montre d'abord que les tuyaux ne peuvent rendre que certains sons déterminés en soutenant au-dessus d'une éprouvette à pied (*fig.* 24) un diapason qui fait N vibrations par seconde. Généralement on peut le faire vibrer sans que le tuyau parle; mais, en versant de l'eau dans l'éprouvette, la longueur du tuyau diminue peu à peu, et, quand elle satisfait à l'équation

Fig. 24.



$$N = \frac{(2n-1)V}{4L},$$

ce tuyau résonne fortement. On fait la même expérience en disposant tout près d'un timbre en vibration (*fig.* 25) un tuyau à fond mobile qui détermine un renforcement remarquable du son lorsque sa longueur est convenable.

La formule $N = \frac{(2n-1)V}{4L}$ fait voir que, pour un même mode de division, le nombre des vibrations N est en raison inverse de L : pour le vérifier, on dispose sur une soufflerie une série de tuyaux dont les longueurs sont

$$1, \quad \frac{8}{9}, \quad \frac{4}{5}, \quad \frac{3}{4}, \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{3}{5}, \quad \frac{8}{15}, \quad \frac{1}{2};$$

on trouve qu'il donne les notes de la gamme naturelle, et par conséquent des nombres de vibrations

$$1,\quad \frac{9}{8},\quad \frac{5}{4},\quad \frac{4}{3},\quad \frac{3}{2},\quad \frac{5}{3},\quad \frac{15}{8},\quad 2,$$

qui sont en raison inverse de la longueur L. Toutefois, l'expérience montre que cette loi n'est qu'approximative, ce qui tient à des causes perturbatrices que nous ferons connaître.

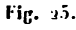


Fig. 25.

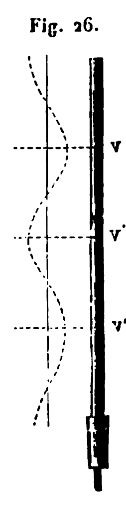


Enfin, si l'on veut produire les harmoniques divers que peut rendre un tuyau fermé, on le place sur la soufflerie et l'on y fait arriver l'air avec une rapidité croissante par un robinet qu'on ouvre peu à peu. Si le tuyau est long et étroit, il rend successivement tous les harmoniques, et l'on trouve qu'ils suivent la loi des nombres 1, 3, 5, 7, ...

CAS DES TUYAUX OUVERTS. — Lorsqu'un tuyau est ouvert dans l'air par son extrémité opposée à l'embouchure, Bernoulli admet que cette extrémité est un ventre pour les mêmes motifs que l'embouchure elle-même. Cela revient à supposer qu'à

l'extrémité ouverte du tuyau les vibrations éprouvent une réflexion sans changement de signe, c'est-à-dire que la résistance opposée à la propagation des vibrations par l'atmosphère illimitée est négligeable par rapport à la résistance qui s'exerce à l'intérieur même du tuyau. En admettant l'hypothèse de Bernoulli, on voit qu'il peut y avoir dans l'intérieur du tuyau un nombre quelconque de nœuds : le premier à une distance de l'extrémité égale à $\frac{\lambda}{4}$, et tous les autres séparés par un internœud égal à $\frac{\lambda}{2}$ (*fig.* 26).

Fig. 26.



Pour que le tuyau parle, il faut encore que les vibrations réfléchies, au moment où elles reviennent à l'embouchure, soient concordantes avec les vibrations de cette embouchure; et, comme elles n'ont point changé de signe au moment de la réflexion, il faut que le chemin parcouru pour aller et revenir, c'est-à-dire la double longueur $2L$ du tuyau, soit égal à un nombre pair de demi-longueurs d'onde ou à $2n\frac{\lambda}{2}$:

$$L = n\frac{\lambda}{2}.$$

Si donc on suppose

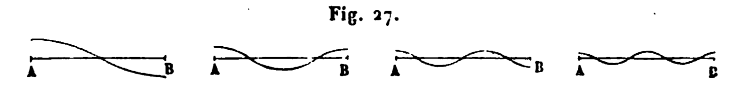
$$n = 1,\quad 2,\quad 3,\quad 4,$$

il en résulte

$$\lambda = \frac{2L}{1},\quad \frac{2L}{2},\quad \frac{2L}{3},\quad \frac{2L}{4},\quad \ldots,$$

et les nœuds sont disposés comme l'indique la *fig.* 27.

Fig. 27.



Le nombre des vibrations N s'obtient en remplaçant λ par $\frac{N}{V}$,

ce qui donne en général

$$N = \frac{nV}{2L},$$

et dans chacun des modes de division précédents

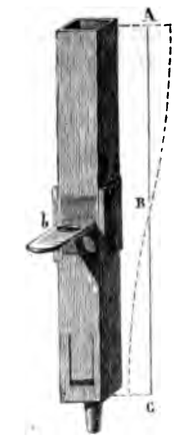
$$N = \frac{V}{2L}, \quad 2\frac{V}{2L}, \quad 3\frac{V}{2L}, \quad 4\frac{V}{2L};$$

par conséquent les notes que le tuyau peut rendre sont les harmoniques 1, 2, 3, 4, ..., ou bien

ut_1, ut_2, sol_2, ut_3, mi_3, sol_3, ...

Il résulte de là que le son fondamental dont le nombre des vibrations est $\frac{V}{2L}$ est à l'octave grave du son $\frac{V}{4L}$ qui serait produit par un tuyau fermé de même longueur, ou, en d'autres termes, qu'un tuyau fermé donne la même note fondamentale qu'un tuyau ouvert de longueur double. C'est ce que l'on vérifie avec l'appareil de la *fig.* 28, en faisant glisser dans son milieu une coulisse mi-partie pleine et évidée, qui en fait à volonté ou un tuyau fermé de longueur 1, ou un tuyau ouvert de longueur 2, sans que le son soit changé.

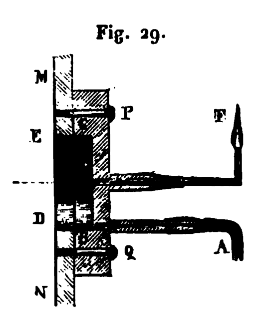
Fig. 28.



Cette expérience est une première vérification des lois de Bernoulli; mais on peut démontrer directement que dans le tuyau ouvert AC il y a un nœud à la tranche moyenne B quand il rend le son fondamental. Il suffit pour cela de laisser descendre dans ce tuyau une membrane de baudruche suspendue à trois fils comme un plateau de balance, et couverte de sable. Elle vibre et le sable s'agite quand elle est placée partout ailleurs qu'en B; mais en ce point elle reste immobile, ainsi que le sable, ce qui prouve que l'air est en repos et qu'il y a un nœud.

On doit à M. Kœnig (¹) un autre moyen de vérifier la posi-tion des ventres et des nœuds dans les tuyaux sonores. L: paroi MN du tuyau (*fig.* 29) est percée, à l'endroit où doit s(former un nœud, d'un trou ED, qui est fermé par une mem brane flexible CB; celle-ci est recouverte par une capsule e bois CBPQ dans laquelle circule u courant de gaz de l'éclairage qui arriv par A et qu'on allume à sa sortie F Quand le tuyau parle et qu'il y a un compression au nœud, la membran est chassée vers l'intérieur de la cap sule et la flamme F s'élève; quand i y a dilatation, CB est attirée vers l'in térieur du tuyau, la flamme décroît et, si on l'a convenablement réglée elle s'éteint Si la capsule est placé vis-à-vis d'un ventre, elle n'éprouve ni dilatation ni compres sion, et la flamme demeure immobile.

Fig. 29.



La *fig.* 30 représente un tuyau ouvert, muni de trois cap sules manométriques *a*, *b*, *c*, appliquées aux endroits où s forment le nœud du son fondamental et les deux nœuds d son octave. Lorsqu'on produit cette octave, les deux flamme extrêmes *a* et *c* entrent en vibration, pendant que celle du mi lieu *b*, située sur un ventre de vibration, reste tranquille. S l'on donne le son fondamental, les flammes sont agitées toute les trois, mais celle du milieu plus vivement que les deu autres, parce qu'elle se trouve sur le nœud, les deux autre étant à mi-chemin entre le nœud et les deux ventres, et ell s'éteint.

Supposons maintenant que les flammes soient alimentée par un courant de gaz rapide; elles ne s'éteindront pas, mai elles éprouveront aux moments des dilatations et des conden sations du nœud des diminutions et des augmentations d longueur. On ne s'en apercevra pas, à cause de la persistanc des impressions; mais si, vis-à-vis des tuyaux A, A (*fig.* 31)

(¹) R. Koenig, *Annales de Poggendorff*, t. CXXII, p. 242 et 660; t. CXLV p. 161; 1864-1872.

munis de capsules manométriques, on dispose un miroir tournant C, l'image M des flammes *a*, *a'* formera deux lignes si-

Fig. 30.



nueuses où ces flammes paraîtront alternativement élevées et raccourcies (¹).

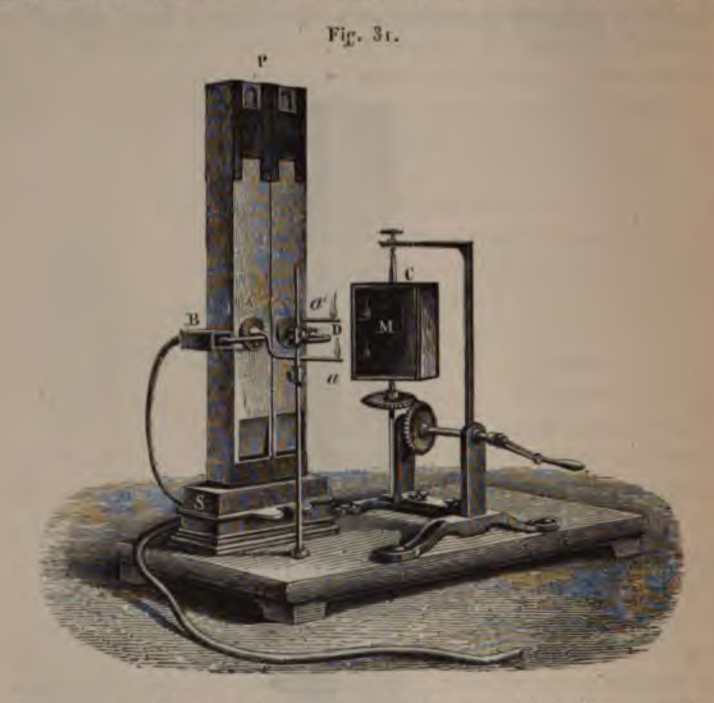
Les ventres jouissent toujours de la propriété que, si on les

---

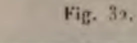
(¹) La *fig.* 31 montre deux tuyaux adaptés sur un même sommier. Quand une compression se produit dans l'un d'eux, par réaction une dilatation se produit dans l'autre, et, bien que les deux tubes soient d'accord, ils prennent l'un sur l'autre une différence de phase égale à $\frac{T}{2}$. Il en résulte que, dans la *fig.* 32, les images des flammes sont alternées.

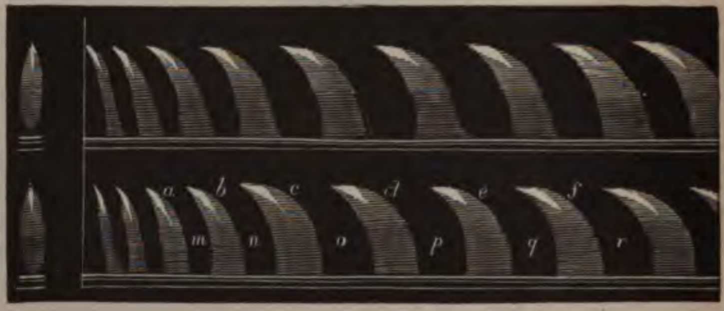
met en relation avec l'air extérieur, l'état vibratoire du tuyau

Fig. 31.



n'est pas troublé, tandis que le son change dès qu'une ouverture est pratiquée en tout autre point. Par exemple, si le tuyau

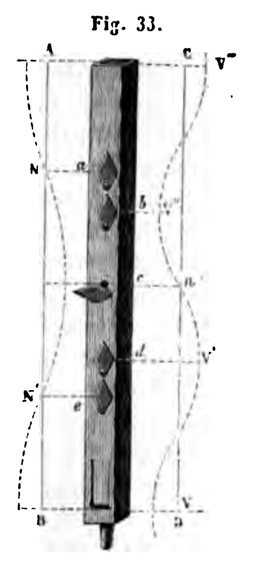

Fig. 32.



rend le deuxième harmonique ANN'B (*fig*. 33), on ne change

rien au son produit si l'on débouche le trou *c*, puisqu'il y avait déjà un ventre en ce point, mais on le modifie en ouvrant les clefs *c* et *a*, qui correspondent à des nœuds. De même, lorsque le tuyau rend le troisième harmonique V V′ V″ V‴, on change le son en ouvrant l'un ou l'autre des orifices *a*, *c*, *e*, parce qu'on y développe des ventres qui n'y étaient point; mais on ne fait pas varier la note en débouchant les trous *b* et *d*, qui correspondent à des ventres existants.

Fig. 33.



Les nœuds, à leur tour, jouissent de cette propriété, qu'on peut oblitérer complètement un tuyau en un point qui correspond à un nœud sans changer le son. Par exemple, si l'on enfonce un piston dans un tuyau de façon qu'il parle, le tuyau parlera de nouveau, et en rendant le même son, quand on aura amené le piston au nœud suivant, en le poussant d'une quantité égale à la demi-longueur d'onde du son produit.

IMPERFECTIONS DE LA THÉORIE PRÉCÉDENTE. — Quand on calcule le nombre de vibrations du son rendu par un tuyau cylindrique, d'après la théorie de Bernoulli, on obtient un résultat un peu trop élevé, soit pour le son fondamental ou pour les harmoniques. Toutefois le rapport du nombre des vibrations des divers sons que le tuyau peut rendre est bien celui qui est assigné par la théorie.

Quand on fait rendre au tuyau un harmonique élevé, et que, par l'un des moyens que nous indiquerons ultérieurement, on mesure la distance de deux nœuds consécutifs, on la trouve rigoureusement égale à la demi-longueur d'onde du son rendu; tandis que la distance du premier nœud à l'embouchure dans les tuyaux fermés, la distance des nœuds extrêmes à l'embouchure et à l'orifice dans les tuyaux ouverts, est inférieure au quart de la longueur d'onde du son rendu; il en résulte que la théorie est exactement applicable au corps d'un tuyau sonore,

qu'elle ne l'est pas à ses extrémités. L'embouchure et l'orifice ne peuvent donc être considérés comme étant rigoureusement des ventres de vibration.

Examinons d'abord ce qui se passe au voisinage de l'orifice d'un tuyau ouvert. A l'intérieur du tuyau se propagent deux ondes planes, l'une directe, l'autre réfléchie sans changement de signe, dont l'interférence produit un état de vibration stationnaire caractérisé par l'existence de nœuds et de ventres de vibration. Au delà du tuyau et à une distance suffisante de son embouchure, le son produit se propage par ondes sphériques ayant leur centre au centre de l'orifice; mais il est inexact d'admettre que le passage d'un système d'ondes à l'autre s'opère brusquement dans une tranche infiniment mince, coïncidant avec le plan de l'orifice. En réalité, ce passage s'effectue progressivement, de telle sorte qu'un peu au delà de l'orifice il y a encore superposition d'une onde directe et d'une onde réfléchie, et que, à une faible distance en arrière, on ne peut déjà plus considérer les ondes comme stationnaires.

L'étude analytique des vibrations au voisinage de l'orifice d'un tuyau ouvert a été faite par M. Helmholtz [1]. Il a démontré : 1° que le plan de l'orifice ne peut être rigoureusement considéré comme un ventre; 2° que, dans le cas des tubes étroits, on peut toujours remplacer l'effet de l'orifice en supposant le tuyau réel, de longueur L, prolongé d'une quantité y, et calculant ensuite d'après la théorie élémentaire la hauteur des sons produits. En particulier, si s est la section du tube, r le rayon de l'orifice supposé très petit, on a

$$y = \frac{s}{2r}.$$

Pour un tube dont l'orifice est égal à la section ($s = \pi r^2$), la valeur de la correction diminue proportionnellement à r; elle

---

(1) HELMHOLTZ, *Theorie der Luftschwingungen in Röhren mit offenen Enden* (*Journal de Crelle*, LVII, 1860). *Voir* aussi la *Mécanique de Kirchhoff* (*Vorlesungen über Mathematische Physik*), 41e Leçon, p. 323, où la théorie complète des tuyaux sonores est exposée d'une manière particulièrement élégante.

est négligeable pour des tubes excessivement étroits. Pour des tubes de section invariable, mais dont on rétrécit artificiellement l'orifice, y augmente (et par suite le son rendu baisse) à mesure qu'on rend l'orifice plus étroit. C'est ce que la pratique a appris depuis longtemps aux facteurs d'orgues. Ils disposent au-dessus des tuyaux ouverts, soit une lame métallique inclinée (*fig.* 34), soit deux lèvres mobiles, et s'en servent pour rétrécir à volonté l'orifice et faire varier le ton de petites quantités, quand ils accordent ensemble les tuyaux.

EMBOUCHURE DE FLUTE. — En ce qui concerne l'embouchure, nous avons admis, dans notre théorie, que les vibrations des tuyaux étaient produites par un mouvement de va-et-vient régulier de la tranche extrême en communication avec l'atmosphère; tandis qu'en général les tranches voisines de l'extrémité sont affectées d'une manière dissymétrique par les vibrations propres de l'embouchure, et que la libre communication avec l'atmosphère est plus ou moins interceptée.

Fig. 34.

Occupons-nous d'abord de l'*embouchure de flûte*. Elle se compose (*fig.* 34) d'une fente ou *lumière* par laquelle on souffle, et d'un biseau contre lequel la lame d'air issue de la lumière vient se briser. On admet le plus souvent que, par suite de vibrations du biseau, le courant d'air est tantôt rejeté à l'extérieur, tantôt pénètre complètement dans l'intérieur, de manière à produire une série d'impulsions régulières. Mais les recherches expérimentales de Lootens ([1]) semblent établir que les choses se passent d'une manière plus compliquée. En injectant de la fumée dans la région d'un tuyau voisin de l'embouchure, il a constaté qu'elle tourbillonnait et se divisait généralement en

([1]) *Journal de Physique*, 1re série, t. VI, p. 53; 1877.

deux branches, dont l'une sortait par l'embouchure directement, tandis que l'autre sortait aussi par l'embouchure, mais après avoir décrit dans l'intérieur du tuyau une trajectoire en forme de boucle. En définitive, la vibration de l'air dans le tuyau pourrait, dans certains cas, n'être accompagnée que d'un courant d'air insignifiant, traversant le tuyau d'orgue d'une extrémité à l'autre, tandis que la presque totalité de l'air s'échapperait par la lumière.

Quoi qu'il en soit, le régime normal de vibration ne peut s'établir qu'à une certaine distance au delà de l'embouchure, et la théorie de Bernoulli est encore en défaut; l'expérience apprend qu'il suffit d'introduire une correction analogue à celle que nous avons employée pour l'orifice, c'est-à-dire qu'on peut appliquer la théorie élémentaire, à la condition de supposer le tuyau prolongé d'une quantité x que l'expérience déterminera.

En résumé, un tuyau ouvert réel de longueur L, muni d'une embouchure de flûte, équivaut à un tuyau ouvert théorique de longueur $L + x + y$. Pour un tuyau fermé, les deux corrections se superposent, puisque l'orifice se confond avec l'embouchure, un tuyau réel de longueur L équivaut à un tuyau théorique de longueur $L + x'$. De nombreuses expériences réalisées par Wertheim (¹), et sur lesquelles nous reviendons à propos de la mesure de la vitesse du son (²), ont permis à ce

---

(¹) WERTHEIM, *Annales de Chimie et de Physique*, 3ᵉ série, t. XXXI, p. 404; 1851. En désignant par S la section du tube, égale à celle de l'orifice, par s celle de la lumière, Wertheim trouve

$$x + y = c'\sqrt{S}\left(2 - \sqrt{\frac{s}{S}} + \sqrt{\frac{S}{s}}\right),$$

avec $c' = 0,187$ (verre, métal, bois),

$$x' = c'\sqrt{S}\left(1 - \sqrt{\frac{s}{S}} + \sqrt{\frac{S}{s}}\right),$$

avec $c' = 0,210$ (verre, métal), $c' = 0,240$ (bois).

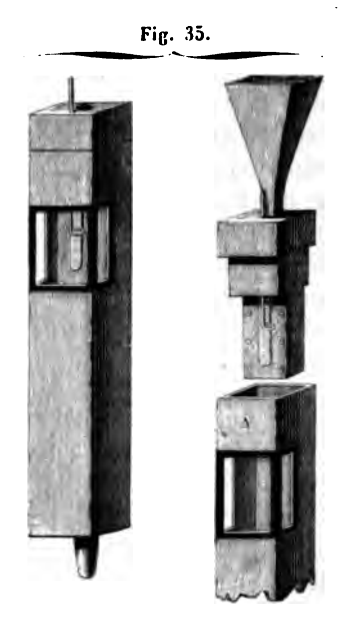
La valeur de ces corrections peut être assez considérable; ainsi, pour un tuyau de plomb de 42^{mm} de diamètre et de 120^{mm} de long, Wertheim a trouvé expérimentalement $x' = 68^{mm},1$.

(²) *Voir* au Chapitre correspondant.

physicien d'établir des formules empiriques pour les corrections $x+y$ et x'.

EMBOUCHURE A ANCHE. — L'*anche* est une lame solide vibrante, fixe par l'une de ses extrémités, libre à l'autre. On adapte aux tuyaux d'orgue deux sorte d'anches. L'*anche battante* ferme complètement une gouttière demi-cylindrique, contre le bord de laquelle elle est maintenue par une tige d'acier nommée *rasette*, permettant d'allonger ou de diminuer à volonté la portion vibrante de l'anche. L'*anche libre* diffère de l'anche battante en ce qu'elle ne ferme pas complètement la cavité rectangulaire ménagée pour la recevoir; elle produit un son moins désagréable. Battante ou libre, elle s'adapte sur un tuyau nommé *porte-vent*, qu'elle ferme de telle sorte, que l'air fourni par une soufflerie ne peut s'échapper du porte-vent qu'en soulevant l'anche; celle-ci retombe en vertu de son élasticité et continue à vibrer aussi longtemps qu'on maintient le courant d'air. Au-dessus de l'anche on dispose un tuyau, le plus souvent de forme conique, qui est le tuyau sonore proprement dit (*fig.* 35).

Fig. 35.



Si l'on isole l'anche et qu'on l'excite au moyen de l'archet, elle rend, en vertu de son élasticité, un son très faible, à peine perceptible. Il n'en est pas de même si on la fait vibrer par un courant d'air énergique; le son est alors produit, ainsi que dans la sirène, par les intermittences du courant d'air; le rôle de l'anche n'est que d'en régler la période d'après les lois de son élasticité. La hauteur du son reste donc la même, mais son intensité est beaucoup augmentée.

Le tuyau supérieur, pourvu qu'il puisse vibrer à l'unisson de

l'anche, renforce encore le son obtenu. Grâce à ses dimensions et à la vitesse considérable de la colonne d'air vibrante, le tuyau peut aussi forcer les vibrations de l'anche, c'est-à-dire que, s'il n'a pas la longueur convenable, l'anche cesse de vibrer en vertu de sa seule élasticité et prend une nouvelle période qui correspond au son forcé produit. Ce dernier cas se présente toujours dans les instruments à anche, tels qu'un seul tuyau doit rendre à volonté une série de sons différents, en général beaucoup plus graves que le son fondamental de l'anche (clarinette, hautbois, etc.).

La théorie des tuyaux à anche a été établie par M. Helmholtz ([1]). Il a montré que la tranche du tuyau correspondant à la lame vibrante doit être considérée comme un nœud, ce que l'on concevra facilement, puisque les variations de la pression sont maximum au point par où s'introduisent les bouffées d'air successives, c'est-à-dire immédiatement au delà de l'anche. Ainsi, un tuyau muni d'une anche à l'une de ses extrémités équivaut, soit pour la production du son fondamental ou des harmoniques, à un tuyau fermé de même longueur. Un tuyau cylindrique à anche, la clarinette par exemple, ne peut donc produire que les harmoniques impairs du son fondamental. Pour calculer celui-ci, il faut, comme pour les tuyaux fermés ordinaires, altérer la longueur réelle par une correction additive correspondant à l'effet perturbateur de l'orifice et que l'on peut déterminer par l'expérience.

TUYAUX CONIQUES. — La théorie des tuyaux sonores développée ci-dessus n'est applicable qu'aux tuyaux cylindriques étroits; mais l'analyse permet de déterminer les sons rendus par des tubes de forme plus compliquée. Les seuls usités en Musique sont des tubes droits ou courbes qui vont en s'évasant de leur embouchure très étroite à leur orifice largement ouvert. Leur théorie doit se rapprocher énormément de celle de tubes coniques ayant pour base l'orifice et pour sommet l'embouchure.

Le cas le plus intéressant est celui où ces tuyaux sont munis

---

([1]) HELMHOLTZ, *Journal de Crelle*, t. LVII.

d'une embouchure à anche, formée, soit comme celle du hautbois, de deux petites lames élastiques très rapprochées, ou comme celle des instruments en cuivre d'un entonnoir (*fig.* 36) où l'on applique les lèvres; dans ce dernier cas, la pression de l'air venu des poumons écarte les lèvres; dès qu'une petite quantité d'air est sortie, elles se rejoignent et produisent ainsi une série d'impulsions analogues à celle que l'on obtient au moyen des anches ordinaires.

Ainsi que nous l'avons établi à propos des tuyaux cylindriques, le point où se trouve l'anche doit être considéré comme un nœud. La théorie établit que le nombre de vibrations du son fondamental et de ses harmoniques est à peu près le même que pour un tuyau cylindrique de même longueur ouvert à ses deux extrémités; de sorte que le son fondamental est accompagné de tous ses harmoniques pairs ou impairs. Prenons pour exemple le cor de chasse. Les tuyaux très longs ne rendent guère que des harmoniques élevés du son fondamental, surtout quand ils sont enroulés sur eux-mêmes; le cor rend les harmoniques

Fig. 36.

$$8,\quad 9,\quad 10,\quad 11,\quad 12,\quad 13,\quad 14,\quad 15,\quad 16,$$

dont les rapports sont

$$1,\quad \frac{9}{8},\quad \frac{5}{4},\quad \frac{11}{8},\quad \frac{3}{2},\quad \frac{13}{8},\quad \frac{7}{4},\quad \frac{15}{8},\quad 16.$$

Ces rapports expriment les notes

ut, *ré*, *mi*, — *sol*, —, — *si*, ut_2.

Ce sont les notes de la gamme, à l'exception de trois sons; mais on peut modifier ceux-ci, comme on le fait dans le cor d'harmonie, en introduisant le poing dans le pavillon, ce qui a pour effet d'abaisser un peu le son.

INSTRUMENTS A VENTS. — La production des divers harmoniques obtenus en modifiant la pression des lèvres ou la force du vent n'est pas la seule ressource que possède le musicien pour faire varier le son produit par un tuyau.

Le trombone et le cornet à piston ont une longueur que l'on fait varier soit par une coulisse, soit par des tubes supplémentaires que le jeu des pistons introduit à volonté dans le circuit total. Enfin, tous les autres instruments sont percés de trous latéraux que l'on peut ouvrir ou fermer avec les doigts ou avec des clefs, et dont le rôle est facile à comprendre; car, quand on ouvre le tuyau en un point déterminé, on met ce point en communication avec l'air extérieur, et l'on y détermine des phénomènes analogues à ceux qui se produisent à l'extrémité ouverte et que nous avons étudiés ci-dessus.

De là résulte que, si un instrument comme la flûte, qui a pour son fondamental un *ré*, porte six trous échelonnés convenablement de l'extrémité à l'embouchure, on produira, en les ouvrant successivement, un effet voisin de celui que l'on obtiendrait si l'on coupait successivement le tuyau en ces divers trous, et alors il rendra les sons ascendants *ré*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, *si*, ut_2. Après quoi, si l'on rebouche tous ces orifices et qu'on modifie le courant d'air, on fera sortir le premier harmonique $ré_2$, et, en recommençant à déboucher successivement les trous, on obtiendra la deuxième gamme commençant à $ré_2$. Pour compléter la série des notes, il n'y a plus qu'à ajouter des clefs intermédiaires qui produiront les dièses et les bémols. Tous les autres instruments à vent sont disposés d'une manière analogue.

VIBRATIONS LONGITUDINALES DES LIQUIDES ET DES SOLIDES.

Les lois de la propagation et de la réflexion dans un cylindre limité s'appliquent indifféremment au cas où le cylindre est gazeux, liquide ou solide. Nous allons retrouver dans les vibrations longitudinales des liquides et des solides toutes les circonstances que les tuyaux sonores nous ont offertes.

LIQUIDES. — Quand on plonge un tuyau à embouchure de flûte dans un liquide quelconque et qu'on y injecte un courant de ce même liquide, il obéit aux mêmes lois que dans l'air et se divise de la même manière en ventres séparés par des

nœuds. Il n'y a rien de changé que la vitesse du son V, qui prend des valeurs différentes quand le fluide change, et les harmoniques successifs sont toujours donnés, si le tuyau est bouché, par

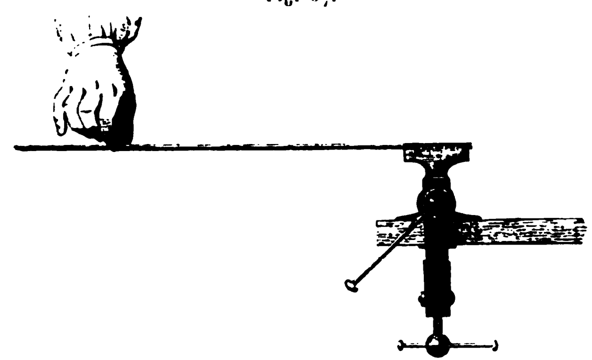
$$N = \frac{(2n-1)V}{4L},$$

et, s'il est ouvert, par

$$N' = \frac{nV}{2L}.$$

SOLIDES. — La théorie reste encore la même quand on fait vibrer longitudinalement des verges rigides prismatiques de métal, de bois et de verre, ou des cordes flexibles tendues. Pour les mettre en mouvement, il suffit de les frotter légèrement dans le sens de la longueur avec les doigts imprégnés de colophane, et, si l'on emploie du verre, avec une étoffe mouillée (*fig.* 37). Les sons que l'on produit ainsi sont très purs,

Fig. 37.



ordinairement fort doux et toujours plus élevés que si les mêmes appareils vibraient transversalement. On détermine les divers harmoniques en touchant légèrement l'un des points où doit se former un nœud. Il peut se présenter trois cas :

1° La tige est encastrée par un bout.

Ce cas est identique à celui des tuyaux fermés (*fig.* 37). Les harmoniques sont

$$N = \frac{(2n-1)V}{4L}.$$

2° Les deux bouts sont libres.

La division de la tige se fait comme dans les tuyaux ouverts. On a

$$N' = \frac{nV}{2L}.$$

3° Les deux bouts sont fixés.

Dans ce cas, qui est celui des cordes tendues, la réflexion se fait avec changement de signe à chaque extrémité qui devient un nœud, et la corde peut se diviser en 1, 2, 3, 4, ... longueurs d'ondes, comme le représente la *fig*. 38.

Fig. 38.



Les harmoniques correspondants sont

$$\frac{V}{2L}, \quad \frac{2V}{2L}, \quad \frac{3V}{2L}, \quad \frac{4V}{2L}, \quad \ldots, \quad \frac{nV}{2L}.$$

On voit qu'ils sont les mêmes que dans le second cas.

Nous devons dire, en terminant, que l'expérience fait reconnaître certaines perturbations dans les lois précédentes; les nœuds extrêmes sont toujours plus rapprochés des bouts que la théorie ne l'indique; mais, quand on fait naître des harmoniques élevés, les internœuds qui se trouvent vers le milieu ont exactement la longueur indiquée par les formules précédentes. Les perturbations n'affectent donc que les extrémités.

Les vibrations longitudinales des solides peuvent avoir une amplitude assez grande. Savart [1], ayant fixé dans un étau une tige de laiton de $1^m,4$ de longueur et de $0^m,035$ de diamètre, plaçait vis-à-vis de son extrémité la pointe d'un sphéromètre qu'elle ne touchait pas pendant le repos, mais qu'elle venait frapper périodiquement à chaque oscillation. Ces chocs s'entendaient encore quand la distance du sphéromètre était égale à $0^m,0006$, et, par conséquent, l'amplitude des oscilla-

---

[1] F. SAVART, *Mémoire sur les vibrations des corps solides* (*Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. XXV, p. 12, 138 et 225; 1824).

ılte qu'on doit éviter avec le plus grand soin de faire
ıller régulièrement les chaînes des ponts suspendus.

CHAPITRE III.

VIBRATIONS TRANSVERSALES.

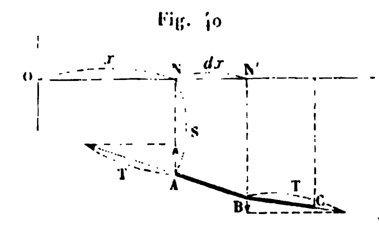
Corde illimitée. — Corde limitée. — Sonomètre. — Lois des vibratior transversales des cordes. — Rapport des vibrations longitudinales (transversales. — Influence de la rigidité. — Vibrations transversale des verges. — Diapason. — Vibrations engendrées par la torsion.

CORDE ILLIMITÉE. — Nous avons supposé jusqu'à présent qu les vibrations étaient dirigées dans le sens du cylindre qui le propage; mais, dans le cas des solides, elles peuvent êtr normales à l'axe de ce cylindre, c'est-à-dire *transversales*.

Fig. 39.

Imaginons une corde tendue AB, et supposons que l'on sou lève successivement le poi A en $\alpha, \alpha', \ldots,$ A' (*fig.* 3 A cause de la solidarité q existe entre deux molécule voisines A et D, le point s'élèvera lui-même en $\delta, \delta', \ldots,$ D', et il en sera de même de points suivants. Mais toute transmission de mouvement ex geant du temps pour s'effec tuer, la molécule D sera en quand A sera en α', et en quand A sera redescendu d A' en α'; en un mot, la vi bration transversale de A s transmet le long de AB ave une vitesse de propagation V qui n'est pas la même que celle des vibrations longitudinales. Cherchons, en effet, la loi de ces nouvelles vibrations. Soit $\mathfrak{T}$ l tension de la corde au point A (*fig.* 40), laquelle est sensible

Fig. 40



ivant BC, et sa composante normale, dirigée en sens inverse BN', est

$$\mathfrak{T} \frac{\partial(s + ds)}{\partial x},$$

isque nous faisons abstraction de la variation de $\mathfrak{T}$. La ré-ultante de ces deux forces normales est une force

$$\mathfrak{T} \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} dx,$$

ppliquée à l'élément AB et tendant à le ramener vers sa po-ition d'équilibre.

D'autre part, et si l'on désigne par δ la masse de l'unité de ongueur de la corde, la force motrice a pour expression

$$\delta \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} dx.$$

'équation du mouvement est donc

$$\delta \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = \mathfrak{T} \frac{\partial^2 s}{\partial x^2}$$

u, par abréviation,

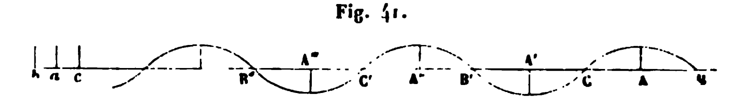
$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = V'^2 \frac{\partial^2 s}{\partial x^2},$$

uelle ne diffère de l'équation qui se rapporte aux vibrations

vibration harmonique, tous les autres points exécutent auss des vibrations harmoniques.

Comme précédemment, si l'on suppose la corde AB indéfinie, on pourra représenter le lieu occupé par les divers point au même moment par la courbe sinusoïdale suivante (*fig.* 41)

Fig. 41.



Les distances BB', B'B'',..., entre deux nœuds semblables seront égales à la longueur d'onde λ, et, en désignant par T la durée d'une vibration complète, on aura

$$\lambda = V'T.$$

Si l'on représente par N le nombre de vibrations effectuées en une seconde, on pourra remplacer T par $\frac{1}{N}$, ce qui donne

$$V' = N'\lambda.$$

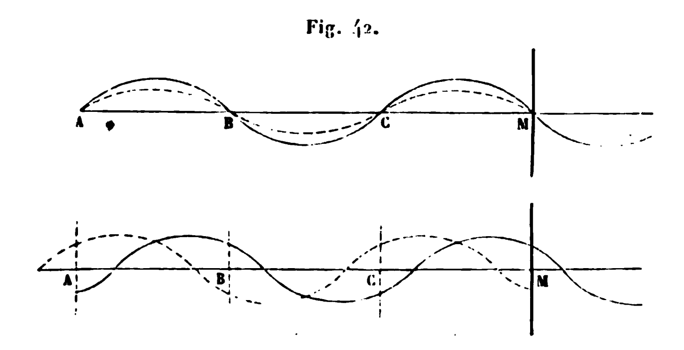
On peut réaliser le genre de mouvement que nous venons d'étudier en tendant horizontalement un tube de caoutchouc très long et en agitant à la main un de ses bouts. Si on le soulève et qu'on l'abaisse alternativement, on voit des ondes se former et se succéder; elles reproduisent la *fig.* 41 et se propagent avec une vitesse peu considérable. On peut opérer de la même manière avec une longue corde déposée sur le sol.

On obtiendra une seconde représentation figurative de ce genre de mouvement en remplissant d'eau une auge en zinc très longue et très étroite, et en agitant le liquide à l'une des extrémités par un solide qu'on plonge et qu'on soulève alternativement. On fait naître ainsi des dépressions et des surélévations du niveau qui se propagent avec la même vitesse et réalisent à la surface liquide la courbe de la *fig.* 41.

CORDE LIMITÉE. — Si la file des molécules considérées est limitée en M (*fig.* 42), elle devient le siège de phénomènes analogues à ceux qui ont été étudiés déjà pour les vibrations longitudinales dans les cylindres de longueur finie. Les mou-

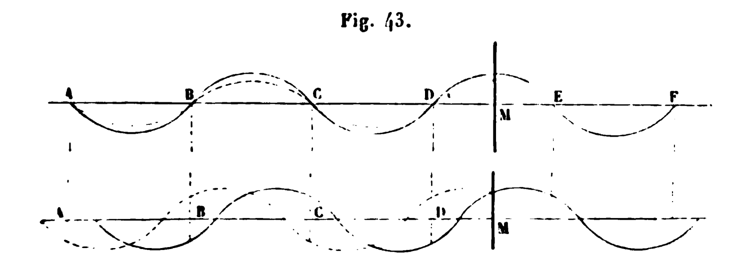
vements incidents se réfléchissent de l'extrémité M vers la partie antérieure de deux manières : 1° avec changement de signe des vitesses vibratoires, si M est invariablement fixé.

Fig. 42.



Dans ce cas, les vitesses des ondes incidente et réfléchie sont représentées par les ordonnées des courbes pleines et ponctuées (*fig.* 42) : il y a des nœuds fixes à partir de M à toutes les distances multiples de $\frac{1}{2}\lambda$. 2° Les ondes se réfléchiront sans changement de signe si M est libre dans l'air : alors les ondes incidentes et réfléchies auront des vitesses représentées *fig.* 43. Elles s'ajouteront ou se retrancheront; M sera un

Fig. 43.



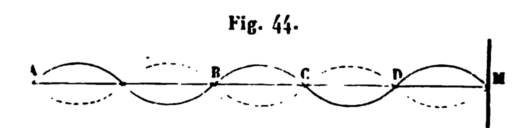
ventre, et les nœuds seront à des distances de M égales à des multiples impairs de $\frac{\lambda}{4}$.

Dans les deux cas, les vitesses seront contraires, au même moment, dans deux ventres consécutifs, tantôt positives, tantôt

négatives, et les nœuds formeront des séparations immobiles entre ces concamérations de vitesses égales et contraires.

Pour donner l'idée de ce mouvement, prenons d'une main l'extrémité A d'un long tube de caoutchouc fixé en M (*fig.* 44);

Fig. 44.



en soulevant et en abaissant rapidement A, nous ferons naître une série d'ondes incidentes qui se propageront jusqu'en M, s'y réfléchiront, reviendront en A, où elles se réfléchiront de nouveau, et ainsi de suite. Nous déterminerons ainsi des nœuds fixes également espacés en M, D, C, B,..., et enfin un dernier dans le voisinage de A, et qui se confondra avec ce point A si la longueur AM se partage en un nombre entier d'internœuds ou de demi-longueurs d'onde. Quand cette condition est réalisée, les mouvements réfléchis sont, en chaque nœud, égaux et contraires aux mouvements directs; ils sont toujours de même signe et toujours concordants dans les ventres; le tube vibre régulièrement, prenant alternativement la forme de la courbe pleine ou de la courbe ponctuée, et le mouvement persiste, pourvu qu'on l'entretienne par de petites impulsions synchrones imprimées en A.

La longueur L du tube de caoutchouc sera partagée en n intervalles égaux à $\frac{\lambda}{2}$.

$$L = n\frac{\lambda}{2} = \frac{n}{2}\frac{V'}{N},$$

d'où

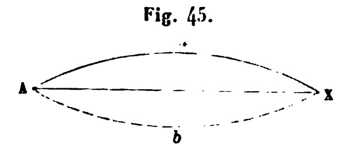
$$N = \frac{n}{2}\frac{V'}{L}.$$

En donnant au tube de caoutchouc des impulsions suffisamment lentes et telles que $n = 1$, il n'y a pas de nœuds entre A et X; la corde vibre dans sa totalité et prend alternativement les formes AaX et AbX (*fig.* 45).

Si l'on précipite ou qu'on ralentisse la mesure du mouve-

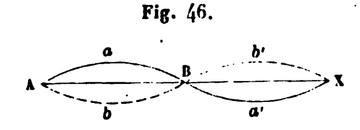
ment d'impulsion, l'oscillation du caoutchouc devient irrégulière et discontinue. Quand elle est deux fois plus rapide, la

Fig. 45.



régularité se rétablit; on voit se produire un nœud au milieu B (*fig.* 46), qui demeure immobile pendant que la forme

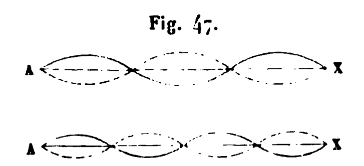
Fig. 46.



générale de la courbe passe alternativement de A*a*B*a'*X à A*b*B*b'*X.

Si l'on agite le tube trois, quatre, cinq, ... fois plus vite, les nœuds se fixent de même, et il y en a deux, trois, quatre, ..., comme le représente la *fig.* 47.

Fig. 47.

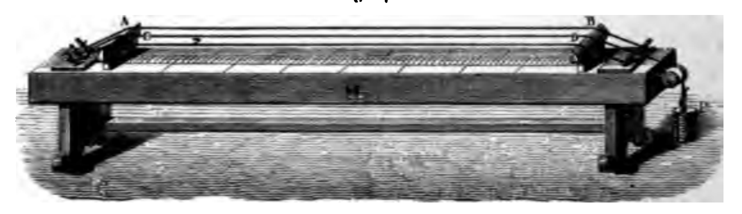


A mesure qu'on diminue la longueur du tube de caoutchouc ou qu'on augmente sa tension, le rythme s'accélère. Enfin, quand on emploie des cordes métalliques, le mode de mouvement reste absolument le même; mais le nombre des vibrations devient beaucoup plus considérable, et il peut être suffisant pour produire un son perceptible.

SONOMÈTRE. — Quand on veut faire vibrer les cordes de musique, on les tend sur un sonomètre. C'est un instrument composé d'une caisse vide en sapin M (*fig.* 48), qui est destinée à la fois à les supporter et à renforcer leur son. On accroche une

de leurs extrémités à une broche en fer, et, pour leur donner une tension convenable, on les enroule par l'autre bout sur le contour d'une vis implantée dans la table et qu'on tourne plus ou moins, ou bien on les fait passer sur la gorge d'une poulie et on les charge par un poids P. Elles s'appuient sur deux chevalets A et B, à arêtes vives, qui ne changent point leur tension longitudinale, mais qui les fixent transversalement;

Fig. 48.

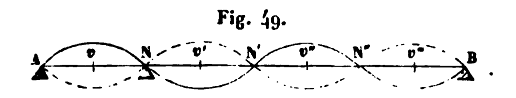


dès lors elles vibrent comme si leur longueur totale était égale à la distance des points d'appui, distance qui est ordinairement égale à 1^m et qui est donnée par une division tracée sur la table. On met ces cordes en vibration, soit en les frappant avec un petit marteau de bois garni de peau, soit en les pinçant avec les doigts pour les écarter de leur équilibre, soit enfin en les frottant avec un archet.

Le son fondamental, celui qui résulte d'une vibration de totalité, s'obtient spontanément. Pour faire sortir les autres, il suffit de fixer, par une pression légère, un des points qui doit être un nœud, et d'ébranler avec l'archet une partie qui doit devenir un ventre : la décomposition en parties aliquotes se produit à l'instant, et, une fois qu'elle est commencée, on peut cesser de presser le nœud qui a été fixé et continuer le mouvement de l'archet sans que le son change. Par exemple fixons le point N (*fig.* 49), qui est au quart de la longueur totale; et, pour rendre sensible aux yeux la division de la corde mettons des chevalets de papier aux points N' et N'' qui doivent être des nœuds, et d'autres chevalets semblables au milieu des ventres v', v'', v'''. Aussitôt que nous donnerons un coup d'archet en v, tous les derniers seront chassés au loin par le mouvement de v', v'', v''', mais les premiers resteront à

leur place, puisque les nœuds N′, N″ sont immobiles. On peut encore, comme le faisait Savart, disposer sur une planche noircie une longue corde peu tendue, recouverte de fils ar-

Fig. 49.



gentés. Pendant qu'elle vibre, elle se détache en blanc sur le fond, et l'œil, saisissant l'enveloppe de ses positions extrêmes, voit les ventres renflés et les nœuds réduits à l'épaisseur de la corde.

La formule $N = \frac{nV'}{2L}$ montre que, si la corde se divise en 1, 2, 3, ... internœuds, N est toujours proportionnel à leur nombre et que les harmoniques de la corde suivent la série des nombres naturels. Pour vérifier ce résultat, il faut mettre le chevalet additionnel N au milieu, au tiers ou au quart de la corde, et l'on trouve alors que, si ut_1 est la note fondamentale, la série des harmoniques est

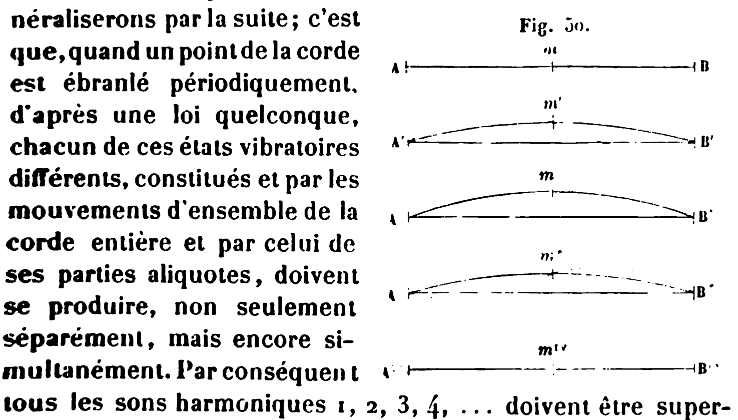
$$ut_1,\quad ut_2,\quad sol_2,\quad ut_3,\quad mi_3,\quad sol_3,\quad \ldots,$$

notes qui sont représentées par la série naturelle des nombres

$$1,\quad 2,\quad 3,\quad 4,\quad 5,\quad 6,\quad \ldots.$$

Le calcul indique encore un résultat curieux que nous généraliserons par la suite; c'est que, quand un point de la corde est ébranlé périodiquement, d'après une loi quelconque, chacun de ces états vibratoires différents, constitués et par les mouvements d'ensemble de la corde entière et par celui de ses parties aliquotes, doivent se produire, non seulement séparément, mais encore simultanément. Par conséquent tous les sons harmoniques 1, 2, 3, 4, ... doivent être super-

Fig. 50.



posés quand la corde résonne. C'est, en effet, ce que l'ore
saisit avec un peu d'exercice.

On peut se représenter par une construction graphique mouvement complexe que la corde effectue (*fig.* 50). Supp sons, par exemple, qu'elle vibre en totalité : elle prendr partir de sa position d'équilibre, après des temps égaux à quart de vibration, les formes AmB, $A'm'B'$, ..., $A^{iv}m^{iv}$] Mais, pour donner l'harmonique 2, chacune des moitiés brera par rapport à la totalité; elle effectuera une demi-vib tion pendant chaque quart de l'oscillation totale, et la co prendra successivement les contours ponctués représentés d la figure. Le sonomètre noirci de Savart fait voir très net ment l'enveloppe de ces courbes. On se rendrait compte la même manière de la production des autres harmoniq 3, 4, 5, ...

LOIS DES VIBRATIONS TRANSVERSALES DES CORDES. — La f mule $N = \frac{V'}{2L}$ fera connaître le nombre de vibrations qu on aura déterminé la vitesse V' de propagation des vibrati transversales. A la vérité, on n'a pas pu mesurer V' direc ment; mais observons que, dans la formule (1), on a $V'^2 =$ la masse δ de l'unité de longueur de la corde est, en désign par d sa densité,

$$\delta = sd;$$

d'ailleurs, la corde est, en général, tendue par un poids co P, $\mathfrak{C} = Pg$ dynes; on a donc

$$V' = \sqrt{\frac{gP}{sd}},$$

d'où

$$(1) \qquad N = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{gP}{sd}}.$$

De cette formule dérivent les quatre lois suivantes, nous allons vérifier expérimentalement :

1° *Le nombre des vibrations est en raison inverse d longueur de la corde.*

Plaçons sous l'une des cordes du sonomètre un chevalet supplémentaire, et faisons-le glisser de manière que la longueur de la partie vibrante devienne

$$1,\ \frac{8}{9},\ \frac{4}{5},\ \frac{3}{4},\ \frac{2}{3},\ \frac{3}{5},\ \frac{8}{15},\ \frac{1}{2},$$

cette partie rendra les notes de la gamme

ut, ré, mi, fa, sol, la, si, ut_2;

et, par conséquent, les nombres de vibrations sont égaux à

$$1,\ \frac{9}{8},\ \frac{5}{4},\ \frac{4}{3},\ \frac{3}{2},\ \frac{5}{3},\ \frac{15}{8},\ 2,$$

c'est-à-dire en raison inverse de la longueur.

2° *Le nombre de vibrations est en raison inverse du rayon.*

On place successivement en CD (*fig.* 48) quatre cordes de même substance tendues par le même poids P, et dont les rayons varient comme les nombres 4, 3, 2, 1. En les comparant à une autre corde AB dont la tension demeure constante, on trouve qu'elles produisent les notes

ut_1, fa_1, ut_2, ut_3;

par conséquent, leurs nombres de vibrations sont

$$1,\ \frac{4}{3},\ 2,\ 4,$$

ou

$$\frac{1}{4},\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{2},\ 1,$$

c'est-à-dire en raison inverse des rayons.

3° *Le nombre des vibrations est proportionnel à la racine carrée du poids tenseur.*

Après avoir mis la corde d'essai CD tendue par un poids que nous prendrons comme égal à l'unité, à l'unisson d'une corde étalon AB, nous la chargerons par d'autres poids, 4, 9, 16, ..., et, en comparant le son qu'elle donne avec celui de la corde

fixe, nous verrons que, pour les quatre valeurs de P

$$1, \quad 4, \quad 9, \quad 16,$$

elle rend les sons

$$ut_1, \quad ut_2, \quad sol_2, \quad ut_3,$$

qui correspondent aux nombres de vibrations

$$1, \quad 2, \quad 3, \quad 4,$$

proportionnels à la racine de P.

4° *Le nombre des vibrations est en raison inverse de la racine carrée de la densité.*

On tendra deux cordes de même section et de nature différente avec les mêmes poids P, et l'on cherchera les longueurs l et l' qu'il faut leur donner pour qu'elles soient à l'unisson; on trouvera que $\frac{l}{l'} = \sqrt{\frac{d}{d'}}$; et, comme les nombres de vibrations sont en raison inverse des longueurs, on aura

$$\frac{N'}{N} = \sqrt{\frac{d}{d'}},$$

ce qui justifie la loi énoncée.

Une fois que l'on connaît la loi des cordes, on peut se servir du sonomètre pour déterminer le nombre de vibrations effectuées pendant une seconde par un son quelconque. Supposons, par exemple, que la longueur initiale de la corde du sonomètre soit égale à 1^m et qu'on l'ait tendue jusqu'à la mettre à l'unisson avec le diapason; alors elle fait 435 vibrations par seconde; mais, en l'allongeant ou en la raccourcissant jusqu'à une longueur l, on pourra lui faire rendre le son que l'on veut apprécier, et ce son correspondra à $\frac{435}{l}$ vibrations par seconde. Ce procédé, imaginé par Mersenne ([1]), est souvent employé pour évaluer la hauteur des sons.

RAPPORT DES VIBRATIONS LONGITUDINALES ET TRANSVERSALES. — Lorsqu'une corde vibre longitudinalement ou transversale-

([1]) MERSENNE, *Harmonie universelle*, Paris, 1636.

ment, on a

$$N = \frac{V}{2L} \quad \text{ou} \quad N' = \frac{V'}{2L};$$

par conséquent, les nombres N et N' sont dans les rapports des vitesses V et V'. Or nous avons vu (p. 72) que $V' = \sqrt{\frac{gP}{sd}}$, et nous montrerons bientôt que la formule de la vitesse V se réduit très sensiblement, dans le cas des solides, à $V = \sqrt{\frac{g}{\varepsilon}}$; ε est l'allongement qu'éprouve une corde de longueur égale à l'unité quand elle est tendue par le poids d'une masse égale à la sienne, c'est-à-dire à sd; P produit un allongement η, et l'on a proportionnellement

$$\frac{\eta}{\varepsilon} = \frac{P}{sd};$$

par conséquent

$$\frac{N'}{N} = \sqrt{\eta};$$

le rapport du nombre des vibrations transversales et longitudinales est donc égal à la racine carrée de l'allongement que l'unité de longueur de la corde éprouve par la tension due au poids P qu'elle supporte. N, N', η, V et V' sont donc liés par trois relations simples qui permettent de calculer trois de ces quantités quand on connaît les deux autres.

INFLUENCE DE LA RIGIDITÉ. — Quand les expériences sont faites avec beaucoup de soin, on trouve toujours, entre le calcul et l'observation, une divergence notable : elle est d'autant plus grande que le diamètre augmente davantage ; et, lorsque le diamètre décroît, la hauteur du son s'élève moins rapidement que la raison inverse de cette longueur. Cela tient à ce qu'il y a dans ces épreuves de vérification deux causes d'erreurs inévitables. D'abord il est évident que les points d'appui ne sont pas absolument fixes; en second lieu, la théorie suppose que les cordes sont parfaitement flexibles, tandis qu'en réalité celles que l'on étudie ont un certain degré de rigidité.

N. Savart [1] a détruit la première cause d'erreur en encastrant les cordes dans des étaux très lourds garnis de plomb; alors il ne restait plus que les divergences occasionnées par la rigidité, et il les a étudiées par les expériences suivantes. Il tendait verticalement la corde par un poids P qu'il augmentait progressivement, puis il en fixait une partie entre deux étaux solidaires l'un de l'autre et séparés par un intervalle invariable de $0^m,080$. La corde avait donc une tension variable P, et la formule des vibrations donnait $n = \sqrt{AP}$, en désignant par A une constante.

On faisait vibrer cette corde et, en comparant sa note à celle d'un violon accordé sur un diapason connu, on déterminait le nombre N de vibrations qu'elle faisait réellement. N fut toujours plus grand que n, et la différence entre N^2 et n^2 fut trouvée constante,

$$N^2 - n^2 = C.$$

Posons $C = AP_1$: nous pourrons écrire

$$N^2 = AP + AP_1, \qquad N = \sqrt{A(P + P_1)},$$

ce qui veut dire que la rigidité d'une corde produit le même effet que si sa tension était augmentée d'une quantité constante P_1.

VIBRATIONS TRANSVERSALES DES VERGES. — A mesure que la rigidité des cordes augmente, les lois de leurs vibrations changent progressivement jusqu'à une limite qui est atteinte quand on emploie des verges métalliques qui n'ont plus de flexibilité. La théorie de ces vibrations a été établie par Poisson [2] et par Cauchy [3] et perfectionnée par Seebeck [4].

La formule obtenue n'a plus aucun rapport avec celle que nous avons trouvée pour les cordes. Lorsqu'il s'agit de verges

(1) N. SAVART, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. VI, p. 5; 1846.

(2) POISSON, *Mémoires de l'Académie des Sciences*, t. VIII, p. 484.

(3) CAUCHY, *Exercices de Mathématiques*, t. III, p. 270.

(4) SEEBECK, *Dove's Repertorium*, t. VIII, p. 46.

ismatiques de longueur l et d'épaisseur e, le nombre N des brations est

$$N = A \frac{e}{l^2}.$$

A est un coefficient constant. On voit que N est :

1° Indépendant de la largeur des verges;

2° Proportionnel à leur épaisseur;

3° En raison inverse du carré de leur longueur.

Toutes ces lois sont vérifiées par l'expérience.

La même formule s'applique d'ailleurs aux verges cylinriques, en remplaçant e par $r\sqrt{3}$, c'est-à-dire par le côté du riangle inscrit dans la section circulaire.

Nous allons maintenant examiner en détail comment ces verges se subdivisent en concamérations séparées par des nœuds, et quels harmoniques ils produisent. Cette question est fort complexe. Il faut commencer par distinguer plusieurs cas, suivant que la verge encastrée ou simplement appuyée aura :

1° Les deux extrémités appuyées;

2° Les deux extrémités fixées dans un étau;

3° Les deux extrémités libres;

4° Un bout appuyé, l'autre fixé;

5° Un bout appuyé, l'autre libre;

6° Un bout fixé, l'autre libre.

1° *Les deux extrémités appuyées.* — La verge peut vibrer en totalité ou se diviser en concamérations. Dans ce cas, il y a n nœuds équidistants dont les extrêmes occupent les deux bouts (*fig.* 51). Les internœuds sont tous égaux entre eux et à $\frac{l}{n-1}$, et, chacun d'eux vibrant comme une verge séparée, les sons harmoniques sont en raison inverse du carré de $\frac{l}{n-1}$, et, par suite, proportionnels au carré des nombres

$$1, \quad 2, \quad 3, \quad 4, \quad \ldots, \quad n-1,$$

quand le nombre total des nœuds est

$$2, \quad 3, \quad 4, \quad 5, \quad \ldots, \quad n.$$

Le son fondamental est, dans ce cas,

$$N_1 = \frac{\pi V}{4\sqrt{3}} \frac{e}{l^2},$$

en désignant par V la vitesse de propagation des vibrat *longitudinales*. Les harmoniques suivants sont $4N_1, 9N_1$,

2° *Les deux extrémités fixées*. — Si, au lieu d'appuyer lement les extrémités sur des supports fixes, on les serre des étaux ou qu'on les encastre en les soudant dans des m métalliques, les phénomènes ne restent pas les mêmes. nœuds A′ et B′, voisins des extrémités, s'en rapproc (*fig.* 51). Dans le cas où ces nœuds sont au moins au no

Fig. 51.



de 5, les distances AA′ et BB′ sont $\frac{5l}{2(2n-1)}$, et tou autres internœuds sont égaux entre eux et à $\frac{2l}{2n-1} = D$ plus, les harmoniques produits sont réciproques aux c de D ou proportionnels aux carrés de

$$3, \quad 5, \quad 7, \quad 9, \quad \ldots, \quad 2n-1,$$

quand le nombre total des nœuds est

$$2, \quad 3, \quad 4, \quad 5, \quad \ldots, \quad n.$$

Le son fondamental est $N_2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 N_1$; les harmonique trouvent en remplaçant 3 par 5, 7, 9, ...

3° *Les deux extrémités libres*. — On réalise ce cas en puyant la règle sur des supports de liège en des point doivent se produire des nœuds. Il y a deux ventres aux extrémités; mais les concamérations du milieu resten mêmes que dans le cas précédent. Le seul changement q fasse est que les nœuds A et B, qui étaient aux extrém

s'en éloignent pour venir se placer en α et β. On a

$$A\alpha = B\beta = \frac{2l}{2n-1}(0,330), \qquad AA' = BB' = \frac{5l}{2(2n-1)},$$

$$A'A'' = A''A''' = \ldots = D = \frac{2l}{2n-1}.$$

Les sons restent les mêmes que précédemment.

4° *Un bout appuyé* B, *l'autre fixé* A. — Puisque, les deux bouts étant appuyés, la verge se divise en internœuds égaux entre eux, il est évident que, dans le cas qui nous occupe maintenant, le nœud B', qui avoisine l'extrémité appuyée B, sera dans les mêmes conditions que ceux du milieu et que les vibrations se feront comme si la verge était doublée et que les deux bouts fussent fixés. Alors le nombre des nœuds serait $2n-1$, la longueur $2l$, et, en remplaçant dans les équations qui conviennent au deuxième cas n par $2n-1$, l par $2l$, on aura

$$AA' = \frac{5l}{4n-3}, \qquad A'A'' = A''A''' = \ldots = D = \frac{4l}{4n-3}.$$

L'expérience et le calcul prouvent, en outre, que le nombre n des nœuds, y compris ceux des extrémités, étant

$$2, \quad 3, \quad 4, \quad 5, \quad 6, \ldots$$

les sons se représentent par la série des carrés de $\frac{1}{D}$, ou par les carrés de

$$5, \quad 9, \quad 13, \quad \ldots, \quad 4n-3.$$

Le son fondamental devient $N_4 = \left(\frac{5}{4}\right)^2 N_1$; on obtient les harmoniques en remplaçant 5 par 9, 13, ...

5° *Un bout appuyé* B, *l'autre libre* A. — La verge peut se remplacer de même par une autre de longueur double $2l$, libre à ses deux bouts et ayant $2n-1$ nœuds. Ce cas ne différera du précédent que parce que le nœud A quittera l'extré-

mité pour se placer en α. On aura

$$A\alpha = \frac{4l}{4n-3}(0,330), \qquad AA' = \frac{5l}{4n-3},$$
$$A'A''' = A''A''' = \ldots = D = \frac{4l}{4n-3};$$

et, le nombre des nœuds pouvant être

$$2, \quad 3, \quad 4, \quad \ldots, \quad n,$$

les harmoniques seront exprimés par le carré de

$$5, \quad 9, \quad \ldots, \quad 4n-3.$$

Les notes sont les mêmes que dans le cas précédent.

6° *Un bout fixé* B, *l'autre libre* A. — Il y aura un ventre en A, un nœud en α et un autre en B. La verge présentera à ses deux bouts les caractères qui répondent aux cas où ils sont fixés et libres,

$$A\alpha = \frac{2l}{2n-1}(0,330), \qquad AA' = BB' = \frac{5l}{2(2n-1)},$$
$$A'A'' = \ldots = D = \frac{2l}{2n-1}.$$

Le nombre des nœuds étant

$$1, \quad 2, \quad 3, \quad 4, \quad \ldots \quad n,$$

les sons produits seront le premier $N_6 = (0,6)^2 N_1$, et les suivants $\left(\frac{3}{2}\right)^2 N_1$, $\left(\frac{5}{2}\right)^2 N_1$, ... On pourra donc les représenter, à partir du second, par les carrés de

$$3, \quad 5, \quad \ldots, \quad 2n-1.$$

Le son fondamental et l'harmonique qui le suit sont dans le rapport de $\left(\frac{3}{5}\right)^2$ et $\left(\frac{3}{2}\right)^2$, ou de 4 et 25.

DIAPASON. — Il n'entre point dans notre but de décrire les divers instruments à cordes et à verges; nous ne parlerons que

du diapason. Une verge rectiligne soutenue en n et n' donne le son fondamental. Quand on la courbe peu à peu, n et n' se rapprochent sans cependant se confondre tout à fait, et la note rendue s'abaisse. On peut alors soutenir l'appareil par une tige unique (*fig.* 52) qui est placée au milieu du ventre moyen. Ces verges en forme de fourchette s'appellent *diapason;* on peut les ébranler soit avec un archet qui frotte sur une seule branche, soit en les frappant contre un corps solide, et elles rendent un son très fixe qui se continue pendant très longtemps, mais qui est très faible. Pour le renforcer, on les appuie par la tige sur une surface de bois, ou bien on les fixe sur des caisses de résonance (*fig.* 53). Ces caisses sont de véritables tuyaux ouverts à un

Fig. 52.

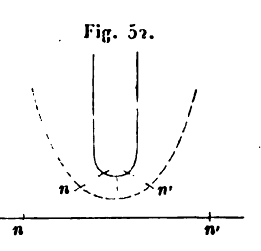
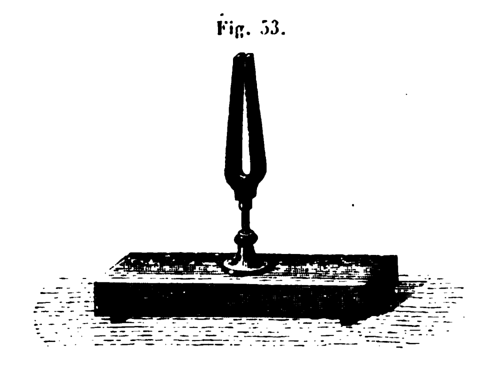


Fig. 53.



bout, fermés à l'autre, et de dimension telle, qu'ils reproduisent et renforcent le son du diapason; mais alors ce son dure moins longtemps.

Vibrations engendrées par la torsion. — Quand une barre cylindrique est fixée par une de ses extrémités, qu'on la tord par l'extrémité opposée et qu'on l'abandonne à elle-même, elle exécute de part et d'autre de sa position d'équilibre des oscillations pendulaires qui peuvent être assez rapides pour engendrer un son. Le mécanisme de leur propagation à l'intérieur de

la barre est le même que pour les vibrations longitudinales; mais la force accélératrice et, par suite, la vitesse de propagation et la hauteur du son rendu sont plus faibles.

On peut comparer expérimentalement le son rendu par une verge cylindrique fixée ou libre aux deux bouts, quand on la fait vibrer, soit longitudinalement, soit par la torsion. Cette étude a été faite par Chladni (¹), par Savart (²) et surtout par Wertheim (³). Son intérêt, très médiocre au point de vue de la musique, où les vibrations torsionnelles sont sans emploi, est tout entier dans la détermination du coefficient μ, qui désigne le rapport de la contraction transversale à l'allongement dans une barre que l'on étire (⁴) : on a, d'après Poisson (⁵), entre les nombres de vibrations longitudinales N′ et torsionnelles N que peut exécuter une même barre, la relation

$$\frac{N'}{N} = \sqrt{2(1+\mu)}.$$

Voici le résultat des expériences de Wertheim :

SUBSTANCES.	LONGUEUR.	RAYON.	N′.	N.	$\frac{N'}{N}$.	μ.
	m	mm				
Fer	2,001	8,[illegible]	1255,6	766,5	1,637	0,339
»	2,005	5,501	1267,3	771,1	1,643	0,349
Acier fondu........	2,000	5,057	1286,4	787,7	1,633	0,333
Laiton.............	2,000	5,031	864,5	531,1	1,628	0,325

La valeur probable de μ est donc $\frac{1}{3}$, comme Wertheim l'a admis dans ses recherches sur l'élasticité.

(¹) CHLADNI, *Acoustique*.
(²) SAVART, cité par POISSON, *Mémoires de l'Académie*, t. VIII, p. 456.
(³) WERTHEIM, *Annales de Chimie et de Physique*, 3ᵉ série, t. L, p. 262; 1857.
(⁴) *Voir* tome Iᵉʳ, 2ᵉ fascicule, au Chapitre de l'*Élasticité*.
(⁵) POISSON, *Mémoires de l'Académie des Sciences*, t. VIII.

CHAPITRE IV.

DU MODE ET DE LA VITESSE DE PROPAGATION DES VIBRATIONS DANS UN MILIEU INDÉFINI.

Vibrations longitudinales et transversales dans un milieu indéfini. — Vibrations des surfaces liquides. — Réflexion du son. — Échos. — Porte-voix. — Cornet acoustique. — Réfraction du son.

Vitesse du son. — Formules de Newton et de Laplace. — Formules générales relatives aux solides. — Mesure de la vitesse du son. — Vitesse du son dans l'air. — Expériences de Regnault : 1° expériences faites dans l'air libre; 2° expériences faites au moyen des tuyaux. — Effet de la variation de la pression. — Expériences sur divers gaz. — Détermination de $\frac{C}{c}$ et de l'équivalent mécanique de la chaleur. — Expériences de M. Kœnig. — Mesure directe de la vitesse du son dans l'eau et dans la fonte.

Mesure indirecte de la vitesse du son. — Cas des gaz. — Cas des liquides. — Cas des solides. — Méthode de M. Kundt. — Influence d'un mouvement de translation.

Vibrations longitudinales et transversales dans un milieu indéfini. — Considérons dans un milieu indéfini une sphère très petite A (*fig.* 54) se dilatant et se contractant alternativement, de façon que chaque élément *m* de sa surface exécute les mêmes vibrations longitudinales que la lame vibrante qui était à l'entrée d'un tuyau indéfini AD dans les expériences précédentes. Ces vibrations se transmettront suivant AD, avec une certaine vitesse V_1. La courbe figurative des vitesses sera

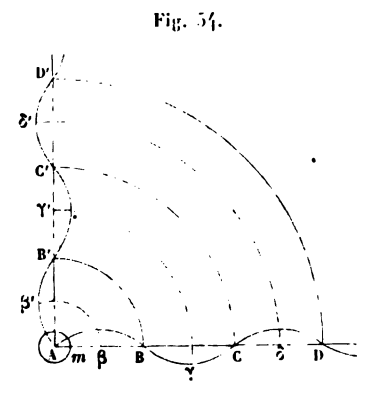


Fig. 54.

ABCD...; la distance BD de deux nœuds identiques sera égale à λ, et l'on aura toujours la relation

$$\lambda = \frac{V_1}{N}.$$

Les mêmes effets se produiront dans toutes les directions; le mouvement se représentera, à un moment donné, par des ondes sphériques $\beta\beta'$, $\gamma\gamma'$, $\delta\delta'$,..., alternativement condensées et dilatées, séparées par des sphères de repos BB', CC', DD'. Le temps croissant de θ, les sphères grandiront et leur rayon croîtra de $V_1\theta$.

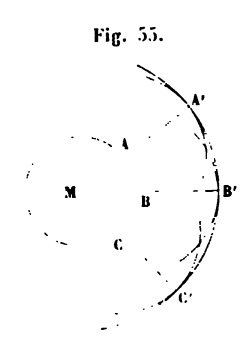
Le son émis par A vient successivement se répartir sur des sphères concentriques de rayons r, r', r'',..., c'est-à-dire sur des surfaces $4\pi r^2$, $4\pi r'^2$, $4\pi r''^2$,...; et, en désignant par i, i', i'',... les quantités de force vive vibratoire reçues sur l'unité de surface, ou les *intensités* du son, il faudra que l'on ait

$$r^2 i = r'^2 i' = r''^2 i'' = \ldots;$$

donc les intensités sont en raison inverse du carré des distances.

Il est facile de comprendre comment se fait la propagation de ces ondes. En effet, avant d'arriver, au temps t', sur la sphère A' B' C', le son a occupé, au temps t, l'onde intermédiaire ABC (*fig.* 55), et ce sont les différents points de celle-ci qui ont, comme autant de centres sonores, envoyé des ondes particulières dont l'enveloppe est la sphère résultante A' B' C', sur laquelle le son arrive après un temps donné. On remarquera que le premier mouvement qui atteint B' vient de B, ce qui montre que le son arrive en ligne droite de M en B', en passant par B.

Fig. 55.



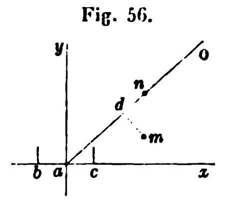
On démontrera, en Optique, avec tout le soin nécessaire, que le mouvement vibratoire au temps t appartient exclusivement à la sphère A' B' C'. Ce principe a été démontré par Huygens (1).

Ce que nous venons de dire des vibrations longitudinales

(1) Huygens, *Traité de la lumière*, Leyde, 1690.

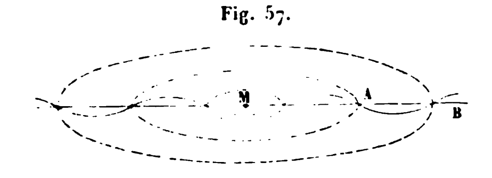
s'appliquerait aux vibrations transversales, si l'on supposait que la sphère A (*fig.* 55) fût douée d'un mouvement de vibration tangentiel. On aurait les mêmes courbes des vitesses suivant chaque direction, les mêmes sphères concentriques; seulement la vitesse de propagation aurait une autre valeur V'. Cette sorte de mouvement ne pourrait point se transmettre dans les liquides et dans les gaz, parce que le mouvement tangentiel des sphères concentriques ne communiquerait aucun déplacement sensible aux molécules voisines, à cause de la facilité qu'elles ont de glisser les unes contre les autres, ce qui est la propriété qui caractérise les fluides. Mais les solides transmettront à la fois les deux mouvements. Enfin, si nous supposons que dans un solide les vibrations initiales soient produites d'une manière arbitraire, par exemple par une lame élastique oscillant de *c* en *b* (*fig.* 56), on démontre qu'un point tel que *d* est animé de deux vitesses, l'une longitudinale *dn* suivant la direction de propagation *a*O, l'autre transversale *dm* dirigée perpendiculairement. Toutes deux se propagent en ondes sphériques, mais avec les vitesses inégales V_1 et V', et elles peuvent donner naissance à des sons distincts.

Fig. 56.



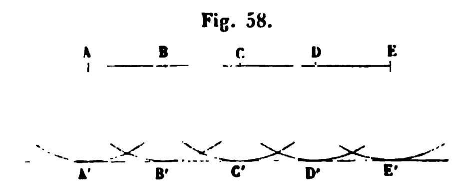
VIBRATIONS DES SURFACES LIQUIDES. — Pour nous familiariser avec ces questions, considérons ce qui se passe sur l'eau quand on agite un point de sa surface. On voit naître des cercles concentriques, les uns surélevés, les autres affaissés, qui se poursuivent, et un point quelconque de la surface, étant alternativement atteint par les uns et les autres, éprouve des oscillations sensiblement verticales pendant que la propagation se fait suivant le rayon MA (*fig.* 57).

Fig. 57.



Supposons qu'on ébranle à la fois une série de points ABCD (*fig.* 58) par des gouttes liquides tombant à intervalles réguliers. Chacun est un centre d'ébranlement qui émet des ondes circulaires, lesquelles ont une enveloppe A′E′ parallèle à AE;

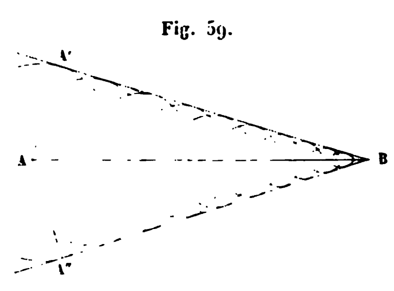
Fig. 58.



leurs mouvements sur cette enveloppe sont tous de même sens et s'ajoutent; il en résulte une onde rectiligne qui progresse avec une vitesse constante V et se compose alternativement de creux et de surélévations (¹).

Quand la proue d'un navire s'avance sur l'eau de A en B (*fig.* 59), elle ébranle successivement les points de AB qui émettent des ondes dont les rayons sont proportionnels aux temps depuis lesquels elles ont été produites, c'est-à-dire à la distance de B à leur origine. Elles sont arrivées sur deux lignes droites BA′ et BA″ : c'est le sillage du navire. Soient V′ sa vitesse, V celle de la propagation des ondes, on aura

Fig. 59.



$$\sin ABA' = \frac{A'A}{AB} = \frac{Vt}{V't} = \frac{V}{V'};$$

(¹) Cette vitesse de propagation est incomparablement plus faible que celle des ondes sonores, car elle n'est que de quelques décimètres. Elle varie peu avec la nature du liquide employé, mais elle augmente avec l'intensité de l'ébranlement central et surtout avec la profondeur du liquide. On en jugera par le Tableau suivant, extrait de l'Ouvrage des frères Weber (*Wellenlehre auf Experimente begründet*, Leipzig, 1825).

Les ondes étaient produites en aspirant le liquide dans un tube jusqu'à une

$$V' = \frac{V}{\sin ABA'}.$$

rrait se servir de cette équation pour mesurer la d'un vaisseau.

ION DU SON. — Revenons maintenant à l'étude du son inal. Il est facile de comprendre comment il se réflé-

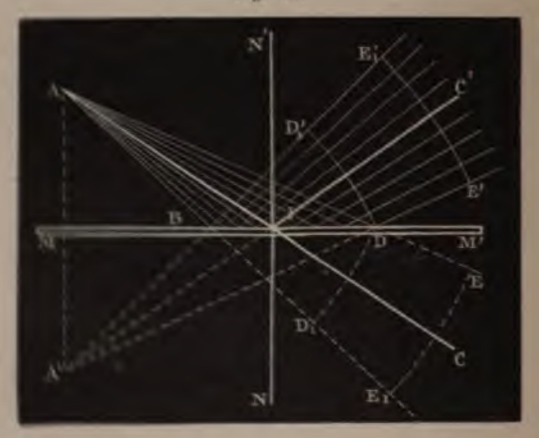
auteur, à l'une des extrémités d'une longue cuve rectangulaire, puis retomber.

FONDEUR du liquide.	HAUTEUR de la surélévation du liquide.	VITESSE DES ONDES sur l'eau.	VITESSE DES ONDES sur le mercure.
	cm	cm	cm
	5,4	53,3	51,3
	8,1	54,4	54,0
....	10,8	55,5	55,76
	16,2	56,9	60,3
	21,6	56,9	62,1
	5,4	75,3	60,9
	8,1	75,9	64,3
....	10,8	77,4	66,3
	16,2	77,0	65,5
	21,6	75,9	69,2
			sur l'alcool.
	8,1	79,2	//
....	16,2	100,1	//
	32,4	100,1	81,8
....	32,4	135,1	135,0

es Weber ont montré que les molécules liquides qui transmettent exécutent des vibrations curvilignes et que les diverses circonstances nène sont extrêmement compliquées; l'élasticité ne paraît y jouer e; les effets de la pesanteur et de l'adhésion du liquide sont pré-s. La théorie mathématique est encore à faire.

chit (*fig.* 60). Soit A l'origine de ce son; au bout d'un temps t, il sera arrivé sur une sphère EE_1. Mais supposons qu'il ait rencontré une surface élastique MM', il en ébranlera les différents points, qui deviendront des centres sonores. Au bout du temps t, le point B aura envoyé le mouvement jusqu'à une distance égale à BE_1, c'est-à-dire sur une sphère de rayon égal à BE_1, le point D sur une sphère de rayon DE, et ainsi de suite. Toutes seront tangentes à EE_1; elles le seront aussi à une autre sphère $E'E'_1$ symétrique, et qui pourra être considérée

Fig. 60.



comme décrite du point A' symétrique de A. Cette onde est le mouvement réfléchi; et, si l'on considère un faisceau très petit AI, on voit qu'il se réfléchit suivant IC' et que l'angle d'incidence AIN' est égal à l'angle A'IN, ou à l'angle de réflexion N'IC'. Tout se passe comme si le son réfléchi venait du point A' situé derrière l'obstacle MM' et symétrique de A. Il coïncide avec l'image que A ferait dans un miroir MM' : c'est *l'image sonore* du point A qui donne le son direct.

La réflexion du son suivant les mêmes loi que celles de la chaleur ou de la lumière, les surfaces qui concentrent la lumière concentreront aussi le son. Une montre placée au foyer d'un miroir concave s'entend très distinctement quand on place l'oreille au foyer d'un miroir conjugué avec le pre-

mier. De même, le moindre bruit que l'on produit à l'un des foyers d'une voûte ellipsoïdale s'entend très distinctement à l'autre foyer. C'est par des actions de ce genre que s'expliquent les cabinets parlants, etc.

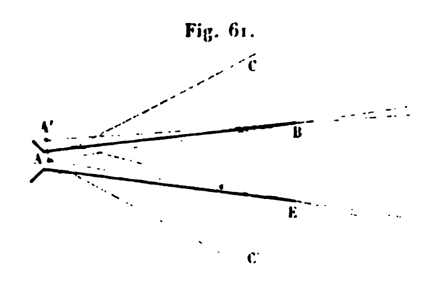
ÉCHOS. — La route que parcourt le son réfléchi pour arriver à un point quelconque est toujours plus longue que celle du son direct qui se propage en ligne droite; il s'ensuit que le premier est toujours en retard sur le second. Quand l'obstacle qui réfléchit le son est peu éloigné, ce retard est à peine sensible, et le son réfléchi se confond avec le son direct; mais, si la distance est assez grande, les deux sons se séparent, il y a répétition : c'est le phénomène des échos. Lorsqu'il y a un grand nombre de parois réfléchissantes, on observe plusieurs répétitions ou des échos multiples.

Supposons que les obstacles soient disposés de telle sorte que les sons réfléchis reviennent au point de départ. Dans ce cas, l'écho sera distinct si les sons mettent, pour aller et revenir, des temps au moins égaux à leur durée propre. Pour prononcer une syllabe, il faut environ $\frac{1}{5}$ de seconde; pendant ce temps, le son parcourt $\frac{340}{5}$ ou 68ᵐ; il peut revenir d'un obstacle éloigné de 34ᵐ : c'est là la distance nécessaire pour obtenir un écho monosyllabique. Une distance double donne un écho de deux syllabes et ainsi de suite. Un écho double s'obtient par un second obstacle situé à une distance au moins double de celle du premier, etc. Il est d'ailleurs évident qu'on peut aussi obtenir des échos multiples par des réflexions successives entre deux obstacles seulement.

PORTE-VOIX. — Le porte-voix a pour but de remédier à l'affaiblissement que le son éprouve quand la distance augmente. Il peut consister simplement en un tube conique de carton ou de métal dont la *fig.* 61 représente une section. On applique les lèvres dans une embouchure disposée au sommet du cône et l'on parle dans l'instrument en le dirigeant vers le point où l'on veut se faire entendre. Supposons, pour fixer les idées, que le son soit produit en un point unique A : la portion d'onde BAE se propagera comme si l'instrument n'existait pas; mais une deuxième partie comprise dans l'angle CAB sera réfléchie

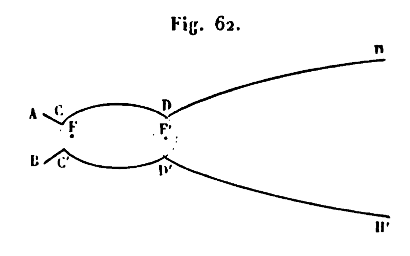
par la paroi, et, après cette réflexion, elle sera renvoyée dans l'angle BA'E comme si elle partait du point A', symétrique de A, et elle se superposera sensiblement au cône BAE. Le même effet se produisant dans tous les plans diamétraux, on voit en définitive que l'onde CAC' se trouvera condensée dans un cône de moindre ouverture, et qu'au lieu de s'éparpiller dans l'espace, le son sera dirigé vers l'axe de l'appareil. Il est facile de voir que, par deux, trois, etc., réflexions, d'autres rayons sonores viendront encore s'ajouter à ceux que nous venons d'examiner.

Fig. 61.



Hase [1] imagina de remplacer le porte-voix conique par une combinaison de surfaces plus rationnellement disposées. Il faisait suivre l'embouchure AB d'un ellipsoïde CDC'D' (*fig.* 62), et celui-ci d'un paraboloïde DHD'H' ayant le même foyer F' que lui. Les sons produits en F se concentraient en F' et, partant de ce point comme d'un centre d'ébranlement, ils arrivaient sur le paraboloïde qui les renvoyait parallèlement à l'axe. Par cette disposition, l'onde sonore devenue cylindrique devait conserver une intensité constante à toute distance. On ajoute habituellement au porte-voix un pavillon semblable à celui du cor, et cette addition, dont l'effet ne s'explique point par la réflexion du son, améliore notablement l'appareil.

Fig. 62.



CORNET ACOUSTIQUE. — Le cornet acoustique a pour objet de

---

(1) Hase, *Dissertatio de tubis stentoriis*, Lipsiæ, 1761.

concentrer dans l'oreille le mouvement sonore éparpillé sur une grande surface. On lui donne des formes très diverses qui ne sont justifiées par aucune théorie. La plus simple est celle du porte-voix renversé. L'extrémité étroite du tube conique est appliquée dans l'oreille et le pavillon dirigé vers le point d'où vient le son. Le mouvement vibratoire de la masse d'air contenue dans le pavillon se trouve ainsi concentré dans des sections de plus en plus petites, et, par suite, gagne en énergie ce qu'il perd en étendue.

RÉFRACTION DU SON. — On verra que la lumière se réfracte et que le rayon incident se rapproche de la normale quand elle passe d'un milieu dans un autre où elle se meut moins vite. Or le son va quatre fois plus vite dans l'hydrogène que dans l'air; il doit donc se réfracter et s'éloigner de la normale quand il passe de l'air dans ce gaz; inversement il doit se rapprocher de la normale quand il passe de l'air dans l'acide carbonique. M. Sondhaus (1) l'a démontré en construisant une lentille biconvexe en baudruche qu'il remplit d'acide carbonique, et qui a la propriété de concentrer le son en un foyer. Signalons aussi quelques mesures faites par M. Hajech (2) sur des prismes gazeux ou liquides, par une méthode analogue à celle de Descartes (3) pour la mesure des indices de réfraction. L'indice observé s'est montré très sensiblement égal au rapport des vitesses de propagation du son dans la matière du prisme et dans l'air.

VITESSE DU SON.

FORMULES DE NEWTON ET DE LAPLACE. — Après avoir montré par quelle série de mouvements le son se propage dans les milieux, il nous reste à déterminer quelle est la vitesse de sa transmission. Nous nous occuperons d'abord de la propagation des vibrations longitudinales dans un cylindre indéfini.

---

(1) SONDHAUS, *Ann. de Pogg.*, t. LXXXV, p. 378.
(2) HAJECH, *Nuovo Cimento*, 1857.
(3) Voir *Optique géométrique*.

Nous avons établi (p. 33) que cette vitesse est donnée par la formule (¹)

$$(1) \qquad V = \sqrt{\frac{E}{\delta}},$$

dans laquelle δ désigne la masse de l'unité de volume du cylindre, E un coefficient qui dépend de ses propriétés élastiques, et qu'il s'agit actuellement de déterminer. Rappelons que, en désignant par ds l'allongement d'une portion du cylindre, dont la longueur à l'état d'équilibre est dx, la tension rapportée à l'unité de surface qu'il faudrait appliquer aux bases du cylindre pour le maintenir dans cet état a pour valeur $E\dfrac{ds}{dx}$.

Plusieurs cas peuvent se présenter :

1° La constitution du milieu dont est formé le cylindre est telle, que la variation de température accompagnant une faible variation de volume, opérée à chaleur constante (²), est tout à fait négligeable. Nous savons que c'est ce qui a lieu pour les liquides et les solides. Désignons alors par e le coefficient d'élasticité, c'est-à-dire la tension qu'il faudrait appliquer sur les bases du cylindre de section 1 pour l'allonger d'une quantité ds égale à sa longueur primitive dx, la température étant maintenue constante ; on aura évidemment $e = E$.

$$(2) \qquad V = \sqrt{\frac{e}{\delta}};$$

c'est la formule de Newton (³). Elle s'applique à la propagation du son dans un cylindre solide ou liquide; mais nous ne tarderons pas à reconnaître qu'elle ne s'applique pas à la propagation des vibrations longitudinales dans une masse solide ou liquide indéfinie.

[illegible] la formule de Newton sous une forme différente. [illegible] sur une barre tendue par

[illegible] série.

[illegible] III [illegible]

son poids; d la densité par rapport à l'eau de la substance dont elle est formée; on a

$$\frac{\varepsilon}{1} = \frac{gd}{e} = \frac{g\delta}{e},$$

par suite,

$$V = \sqrt{\frac{e}{\delta}} = \sqrt{\frac{g}{\varepsilon}}.$$

2° Dans le cas d'un cylindre gazeux, la chaleur dégagée par la compression ou absorbée par la dilatation est loin d'être négligeable, et les vibrations sonores étant trop rapides pour que l'équilibre de température puisse se produire à chaque instant entre la colonne de gaz vibrante et la paroi du tube qui la renferme, la valeur de E ne peut plus être confondue avec le coefficient d'élasticité.

Nous nous bornerons à étudier le cas d'un gaz parfait défini par la relation

$$\frac{pv}{T} = \text{const.}$$

en supposant qu'il ne se produise aucun échange de chaleur entre la masse gazeuse et les parois du vase qui la renferme. Dans ces conditions, nous avons établi (t. II) que, pour produire une augmentation de volume dv, il faut diminuer la pression (ou augmenter la tension) d'une quantité dp, donnée par la formule

$$\frac{dp}{p} = \frac{C}{c}\frac{dv}{v};$$

mais, dans le cas actuel,

$$\frac{dv}{v} = \frac{ds}{dx},$$

et, par suite,

$$dp = \frac{C}{c}p\frac{ds}{dx} = E\frac{ds}{dx},$$

$$(3) \qquad E = \frac{C}{c}p.$$

Le coefficient d'élasticité c n'est, dans le cas d'un gaz parfait, autre chose que la pression initiale p; on voit donc que l'effet des variations de température qui accompagnent les changements de volume, est d'augmenter l'élasticité apparente dans le rapport $\frac{C}{c}$ de la chaleur spécifique du gaz à pression constante à sa chaleur spécifique sous volume constant.

En substituant à E sa valeur dans l'équation (1), on obtient

$$(4) \qquad V = \sqrt{\frac{C}{c}\frac{p}{\delta}}.$$

Cette formule n'est applicable qu'aux gaz parfaits, c'est-à-dire obéissant rigoureusement à la loi de Mariotte. Elle est susceptible d'être transformée de manière à se prêter plus aisément aux applications numériques. Désignons par ρ la densité du gaz par rapport à l'air, par Δ la densité, par rapport à l'eau, de l'air à zéro et sous la pression normale P; on trouve aisément

$$V = \sqrt{\frac{C}{c}\frac{P}{\Delta\rho}\frac{T}{273}}.$$

Prenons pour unités fondamentales le centimètre, le gramme et la seconde. La pression P doit être évaluée en dynes par centimètre carré; elle a pour valeur 1033.980,896. On a d'ailleurs $\Delta = 0,001293$. La formule devient donc

$$(5) \qquad V = \sqrt{\frac{C}{c}\frac{1033.980,896}{0,001293}\frac{1}{\rho}\frac{T}{273}} = 27994\sqrt{\frac{C}{c}\frac{1}{\rho}\frac{T}{273}},$$

et donne la vitesse du son en centimètres par seconde.

Pour un même gaz, cette vitesse est indépendante de la pression p, et varie proportionnellement à la température absolue, c'est-à-dire au binôme de dilatation.

Il est à remarquer maintenant que les particules d'un gaz parfait ne présentent aucune adhérence les unes par rapport aux autres, et que les pressions se transmettent également dans tous les sens autour d'un point; par suite, la vitesse de propagation du son dans une masse de gaz indéfinie ne peut

différer de sa vitesse dans un tuyau cylindrique. Les formules (4) et (5) sont donc immédiatement applicables à la propagation du son dans l'atmosphère.

3° Si l'on a affaire à un gaz qui s'écarte notablement de la loi de Mariotte, les formules (4) et (5) ne s'appliquent plus, et le coefficient E n'est plus proportionnel à la pression. Toutefois, comme la pression dans une onde condensée ou dilatée ne diffère jamais beaucoup de la pression du milieu ambiant, il est légitime de développer E en série suivant les puissances de $\frac{dv}{v}$ ou $\frac{ds}{dx}$, on aura alors pour V une expression telle que

$$(6)\qquad V = 27994\sqrt{\frac{1}{\rho}\,\frac{T}{273}\left(A + B\frac{ds}{dx} + \ldots\right)}.$$

A est le rapport des chaleurs spécifiques sous pression constante et à volume constant pour une variation de volume ou de pression infiniment petite; B un coefficient qu'on pourra déterminer par l'expérience, si l'on suppose le développement réductible à ses deux premiers termes. Regnault a fait usage d'une formule empirique de cette espèce.

FORMULES GÉNÉRALES RELATIVES AUX CORPS SOLIDES. — Nous avons vu que tout mouvement vibratoire produit à l'intérieur d'une masse solide indéfinie se décompose en deux ondes, l'une longitudinale, l'autre transversale, qui se propagent avec des vitesses V_1 et V' différentes. La théorie générale de l'élasticité fournit pour valeurs de ces vitesses

$$(7)\qquad \begin{cases} V_1 = \sqrt{\dfrac{1-\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)}\,\dfrac{e}{\delta}}, \\[2ex] V' = \sqrt{\dfrac{1}{2(1+\mu)}\,\dfrac{e}{\delta}}; \end{cases}$$

δ désigne toujours la masse de l'unité de volume, e le coefficient d'élasticité, enfin μ représente le rapport de la contraction transversale à la dilatation longitudinale dans une barre formée du même solide, quand on la soumet à une traction dans le sens de sa longueur.

On ne doit pas être surpris que la vitesse V_1 des ondes longitudinales diffère de la vitesse $V=\sqrt{\frac{e}{\delta}}$ que nous avons trouvée pour le cas des barres cylindriques. En effet, une barre que l'on fait vibrer se comporte, aux points où passe l'onde dilatante, comme une barre que l'on étire; elle diminue de section en même temps qu'elle s'allonge, et elle s'élargit en se raccourcissant sur le trajet de l'onde condensante. Il n'en est pas de même pour un solide indéfini qui vibre dans son ensemble : car alors les dilatations et compressions transversales ne peuvent s'exécuter, et, par suite, la valeur des tensions sur les deux bases d'un cylindre, pris arbitrairement dans le milieu, doit être autre que si ce cylindre vibrait isolément.

Si l'on admet avec Wertheim (¹) la valeur $\mu=\frac{1}{3}$ pour tous les corps solides, les formules (7) se réduisent à

$$(7\ bis)\qquad \begin{cases} V_1=\sqrt{\frac{3}{2}\frac{e}{\delta}}=\sqrt{\frac{3}{2}}V, \\ V'=\sqrt{\frac{3}{8}\frac{e}{\delta}}. \end{cases}$$

Le rapport $\frac{V}{V'}$ est alors égal à 2.

Ces propositions n'ont pu être soumises jusqu'ici à aucune vérification expérimentale.

MESURE EXPÉRIMENTALE DE LA VITESSE DU SON.

VITESSE DU SON DANS L'AIR. — ANCIENNES EXPÉRIENCES. — Nous allons étudier les méthodes employées pour la mesure de la vitesse du son : elles sont directes ou indirectes. Nous nous occuperons d'abord des méthodes directes, et nous les appliquerons à l'étude de la vitesse du son dans l'air.

Les expériences exécutées à ce sujet sont extrêmement nom-

(¹) WERTHEIM, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3ᵉ série, t. XII; 1844.

es ([1]); les plus célèbres furent faites en 1738 par les
ıres de l'Académie des Sciences. Ils avaient choisi pour
ıs l'Observatoire, Montmartre, Fontenay-aux-Roses et
héry. Les observations, qui se faisaient la nuit, commen-
. après un signal donné par une fusée qu'on lançait de
:rvatoire. Ensuite on tirait de dix minutes en dix minutes
up de canon à l'une des stations; on mesurait à toutes
tres le temps qui s'écoulait entre l'arrivée de la lumière
rivée du bruit, et la distance des stations ayant été rigou-
ment mesurée d'avance, on calculait la vitesse du son en
nt cette distance par le temps observé. Ces observations
. continuées pendant plusieurs jours avec des conditions
phériques très différentes, et l'on reconnut : 1° que la
e du son est indépendante de la pression et de l'état hy-
ètrique de l'air; 2° qu'elle est constante à toute distance,
ı-dire que le son se transmet uniformément; 3° qu'elle
ente avec la température; 4° qu'elle s'ajoute à la vitesse

)ans un Opuscule récemment publié à Berlin, le Dr Benno Mecklemburg
ı l'énumération suivante des recherches anciennes :
ıenne, 1657, *Balistica*, prop. XXXV.
lémie de Florence, 1660 (*Tentam. Experim. Academ. del Cimento*, 1738,
). 116).
cker, 1698 (*Philosophical Transactions*, 1698).
ini et Huygens (Duhamel, *Histoire de l'Académie royale*, t. II).
ıam (1704-5); Flamstead et Halley (1707-8) (*Philosophical Transactions*,
1709).
mission de l'Académie des Sciences, 1738 (*Mémoires de l'Académie des*
s).
ondamine, à Quito en 1740 et à Cayenne en 1744 (*Journal du voyage*
r ordre du roi à l'Équateur, t. I, p. 98). — Bianconi, 1740 (*Comment.*
, t. II, p. 365).
er, 1778 (*Gött. gel. Anz.*, 1778, p. 1145).
Mayer, 1778 (Mayer, *Praktische Geometrie*, 1792, t. I, p. 166).
Muller, 1791 (*Gött. gel. Anz.*, 1791, p. 159).
osa et Bauza, 1794, à Saint-Yago (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série,
p. 93).
nberg, 1809 (*Ann. de Gilbert*, nouvelle série, t. V, p. 383); 1811 (*Ann.*
ert, t. XXXV, XXXIX et XLII).
lin, dans la mer de Behring (*Narration of the second expedition*, etc.).
, 1821 et 1824 (*Journal of the third voyage*, etc.).
ıry, 1824 (*Philosophical Magazine*, t. LXIII).

du vent ou s'en retranche suivant que le bruit et le vent marchent dans le même sens ou dans un sens opposé; 5° qu'elle est égale à 333^m à la température de zéro.

Depuis cette époque, une nouvelle mesure, faite en 1822 par les membres du Bureau des Longitudes entre Montlhéry et Villejuif ([1]), a donné 340^m,8 à 16°. Les coups de canon tirés de la première station furent tous entendus à la seconde, mais les coups inverses étaient tellement affaiblis, qu'un petit nombre d'entre eux seulement purent être observés. Cette circonstance inexpliquée ne permit point de corriger l'erreur provenant de l'agitation de l'air aussi exactement qu'on l'aurait désiré. Nous devons mentionner encore une observation intéressante de Biot ([2]). Il fit jouer à l'une des extrémités de l'aqueduc d'Arcueil un air de flûte bien connu qu'il écoutait en se plaçant à l'autre bout, et, remarquant que la mesure de l'air n'était point altérée, il en conclut que les sons de hauteur différente se propagent également vite. Enfin Bravais et Martins, en 1844, ont constaté, entre le sommet et la base du Faulhorn ([3]), que la vitesse du son est la même, soit qu'il aille en montant, soit qu'il aille en descendant, et qu'elle est de 332^m,37 à la température de zéro.

EXPÉRIENCES DE REGNAULT ([4]). — On doit à Regnault un groupe d'expériences très complètes sur la propagation du son dans l'air libre ou dans les tuyaux.

Pour se mettre à l'abri des erreurs individuelles dans la mesure du temps, Regnault remplaçait l'observation directe par un enregistrement électrique opéré sans l'intervention de l'observateur. Supposons, pour fixer les idées, que l'onde dont on étudie la propagation soit produite par la décharge d'une arme à feu. Un fil tendu devant la bouche de l'arme fait partie d'un circuit contenant une pile et un électro-aimant, dont le

([1]) *Connaissance des Temps*, 1825, p. 361; *Ann. de Chim. et de Phys.*, 2° série, t. XX, p. 210 et 266. Il convient encore de signaler les recherches de Moll et Van Beck (*Ann. de Poggendorff*, t. V, p. 351 et 469).

([2]) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3° série, t. XIII, p. 5; 1845.

([3]) *Mém. de la Société d'Arcueil*, t. II, p. 403 et suiv.

([4]) *Relation des expériences*, etc., t. III, p. 3.

contact porte un style inscripteur; celui-ci s'appuie constamment sur une bande de papier noirci, déroulée uniformément et sur laquelle sont aussi enregistrés les battements d'un pendule. Au moment de la détonation, le fil est rompu et le style se déplace verticalement d'une petite quantité. En observant la position de la trace discontinue, on détermine l'instant de l'explosion à une très petite fraction de seconde près (1).

L'organe sensible, destiné à enregistrer l'arrivée de l'onde en un point déterminé, est une membrane de caoutchouc tendue, disposée de façon à interrompre ou rétablir un circuit électrique dès qu'elle s'écarte de sa position d'équilibre. Ce circuit comprend un électro-aimant porteur d'un style qui laisse sa trace sur un papier enfumé. L'expérience a établi que l'intensité de l'onde nécessaire pour exciter la membrane est bien plus faible que celle qu'exige l'organe de l'ouïe.

1° *Expériences faites dans l'air libre.* — Elles ont été réalisées pendant l'hiver de 1864 au polygone de Satory. Regnault s'est préoccupé : 1° de mesurer avec exactitude la distance parcourue par le son; 2° de déterminer la température et l'état hygrométrique moyen de l'air; 3° d'éliminer l'action perturbatrice résultant de l'agitation de l'atmosphère.

L'onde produite par la décharge d'une pièce de canon était recueillie par une membrane soigneusement protégée contre les courants d'air, et tendue sur la base d'un cylindre terminé du côté opposé, c'est-à-dire du côté de l'atmosphère, par un cône évasé. La distance de la bouche du canon à la membrane était évaluée à l'aide d'un chaînage direct, et connue à moins de $0^m,75$ près, sur une longueur totale de 2850^m.

En ce qui concerne la température, mesurée par des thermomètres sensibles, et l'état hygrométrique, déterminé à l'aide du psychromètre, Regnault s'est convaincu qu'il est impossible de fixer avec quelque exactitude leur valeur moyenne sur une aussi grande étendue, et il s'est borné à prendre la moyenne des indications d'appareils placés aux deux extrémités de la ligne parcourue. L'effet de la vitesse du vent était

(1) On pourrait remplacer le pendule par un diapason, comme dans la plupart des chronographes modernes.

corrigé, faute de mieux (¹), par un système d'observations alternées : à cet effet, deux pièces de canon placées aux deux extrémités de la ligne faisaient feu alternativement à une minute d'intervalle, et les ondes correspondantes étaient recueillies par deux appareils récepteurs distincts; mais il est évident que cette correction est insuffisante. En effet, les nombres trouvés pour la vitesse du son, réduite à l'air sec et à la température de zéro, ont varié de $330^m,08$ à $331^m,74$.

La réduction relative à l'humidité de l'air se fait en déterminant la densité ρ de l'air humide par rapport à celle de l'air sec, et multipliant la vitesse mesurée par $\sqrt{\rho}$; on ramène l'observation à zéro, en multipliant encore par $\sqrt{\frac{273}{T}}$.

La moyenne de 167 couples de déterminations a donné

$$V = 330^m,71.$$

2° *Expériences faites au moyen de tuyaux.* — Il semble, au premier abord, que, si l'on produit une onde à l'orifice d'un tuyau, la mesure de sa vitesse sera sujette à beaucoup moins de causes d'erreur que dans l'air libre, car dans un système de tuyaux souterrains, comme ceux du gaz ou des conduites d'eau, la température est très uniforme, l'air constamment saturé et à l'abri de l'agitation. Toutefois, l'expérience a montré qu'il faut se tenir en garde contre l'influence perturbatrice des parois : celles-ci introduisent un frottement dont on ne tient pas compte dans la théorie, et dont l'effet est à la fois de faire décroître très rapidement l'intensité et d'altérer la valeur de la vitesse. Ainsi, on devait penser qu'une onde conserve dans un tuyau une intensité sensible à une très grande distance de son point de départ, ce qui n'est pas vérifié par l'expérience. Le son produit par un pistolet chargé de 1^{gr} de poudre cesse

(¹) On corrigerait aisément la vitesse du son de l'effet d'un vent de direction et de vitesse connues (*voir* le Mémoire de Regnault, p. 479) : mais, à moins que le vent ne soit très fort, sa direction, à un même instant, est extrêmement variable sur une étendue de 2^{km}, et il est impossible d'en tenir compte.

d'être perçu, soit par l'oreille, soit par une membrane de caoutchouc, aux distances indiquées ci-dessus :

Diamètre du tuyau	Distances auxquelles le son est sans action	
	sur l'oreille.	sur la membrane.
m	m	m
0,108	1150	4056
0,300	3810	11430
1,100	9540	19851

Une autre cause agit pour modifier la vitesse du son dans les tuyaux étroits : la paroi cède à l'onde dilatée de la chaleur qu'elle a empruntée à l'onde condensée, et il en résulte que la correction introduite par Laplace dans la formule de Newton est trop grande, et cela d'autant plus que la section du tuyau est plus faible; par suite, la vitesse du son doit diminuer avec la section (¹).

Regnault a réalisé des expériences très nombreuses sur plusieurs séries de tuyaux de différents diamètres; il enregistrait l'impulsion communiquée à une membrane adaptée à l'une des extrémités du tuyau par le son direct ou réfléchi une

(¹) M. Kirchhoff (*Ann. de Pogg.*, t. CXXXIV, p. 177) a étudié l'effet théorique du frottement et des échanges de chaleur. Il est arrivé, pour la vitesse v dans un tube de rayon r, et pour un son dont le nombre de vibrations est N, à la formule

$$v = \frac{V}{1 + \frac{\gamma}{2r\sqrt{\pi N}}};$$

γ est une constante dépendant du frottement interne du gaz et de la quantité de chaleur qui est échangée par seconde à travers l'unité de surface de la paroi.

MM. Schneebeli (*Ann. de Pogg.*, t. CXXXVI, p. 296; 1869) et Adolphe Seebeck (*Ann. de Pogg.*, t. CXXXIX, p. 104; 1870) ont essayé de soumettre cette formule au contrôle de l'expérience en mesurant la vitesse du son dans des tuyaux très étroits par des méthodes fondées sur le principe des interférences. La loi des diamètres a été assez bien vérifiée; mais la différence $V - v$ n'est pas en raison inverse de la racine carrée du nombre de vibrations.

Cette discordance entre la théorie et l'expérience tient peut-être à l'imperfection de la théorie du frottement intérieur des gaz (*voir* t. II, 3ᵉ fascicule).

ou plusieurs fois sur les parois extrêmes. Il a ainsi constaté que la vitesse du son diminue avec le diamètre des tuyaux et avec l'intensité de la vibration. Ce dernier effet est surtout sensible avec les tuyaux de faible diamètre; on en jugera par les Tableaux suivants :

Conduite de $0^m,108$.

Charge de poudre : $0^{gr},3$.		Charge de poudre : $0^{gr},4$.	
Chemin parcouru.	Vitesse moyenne.	Chemin parcouru.	Vitesse moyenne.
m	m	m	m
566,74	330,99	1351,95	329,95
1133,48	328,77	2703,90	328,20
1700,22	328,21	4055,85	326,77
2266,96	327,04		
2833,70	327,52		

Conduite de $0^m,300$.

Charge de poudre : $0^{gr},4$.		Charge de poudre : $1^{gr},4$.	
Chemin parcouru.	Vitesse moyenne.	Chemin parcouru.	Vitesse moyenne.
m	m	m	m
1905,0	332,14	3810,3	332,18
3810,0	329,53	7620,6	330,43
		11430,0	329,64
		15240,0	328,96

Conduite de $1^m,10$.

Charge de poudre : 1^{gr}.

Chemin parcouru.	Vitesse moyenne.
m	m
749,1	334,16
920,1	333,20
1417,9	332,50
2835,8	331,72
5671,8	331,24
8507,7	330,87
11343,6	330,68
14179,5	330,56
17015,4	330,50
19851,3	330,52

Regnault a pris, comme mesure exacte de la vitesse du son, la valeur constante observée pour la propagation de l'onde affaiblie dans les tuyaux de $1^m,10$ de diamètre. Appliquant ensuite la formule empirique

$$V = \sqrt{C\left(A + B\frac{ds}{dx}\right)}, \qquad C = 27994^2 \frac{1}{5}\frac{T}{273},$$

dans laquelle la valeur de A est déterminée par la valeur minimum de V, il a calculé les valeurs de $\frac{ds}{dx}$ et de l'excès maximum correspondant de la pression de l'onde condensante sur la pression extérieure. Les résultats de ce calcul sont consignés dans le Tableau suivant :

CHEMIN PARCOURU.	VITESSE MOYENNE de propagation en mètres.	$\frac{ds}{dx}$	EXCÈS DE PRESSION en millimètres.
m 749,1	334,16	0,04496	34,20
920,1	333,20	0,03283	24,90
1417,9	332,50	0,02399	18,24
2835,8	331,72	0,01414	10,75
5671,8	331,24	0,00808	6,14
8507,7	330,87	0,00341	2,57
11343,6	330,68	0,00101	0,77
14179,5	330,56	"	"
17015,4	330,50	"	"
19851,3	330,52	"	"

EFFET DE LA VARIATION DE LA PRESSION. — En raréfiant ou comprimant l'air dans les conduits, Regnault a constaté que la vitesse du son demeure invariable. Dans ces expériences, on a fait varier la pression de l'air de $0^m,557$ à $0^m,838$, sur une conduite de $0^m,108$ de diamètre et 567^m de long; dans une autre expérience faite au Collège de France sur un tube de $70^m,5$ de long, la pression a varié de $0^m,247$ à $1^m,267$.

EXPÉRIENCES SUR DIVERS GAZ. — Les mêmes tubes furent remplis de divers gaz, et l'on détermina le rapport de la vitesse du

son dans le gaz et dans l'air à la même température et à la même pression. Voici les résultats obtenus :

	CONDUITE. de 567,[illegible]	CONDUITE de 70^m,[illegible] [illegible]	THÉORIE.
Hydrogène	3,801	"	3,682
Acide carbonique	0,7848	0,8009	0,8087
Protoxyde d'azote....	"	0,8007	0,8100
Ammoniaque	"	1,2279	1,3025

La comparaison du calcul et de l'observation est parfaitement satisfaisante. Il n'y a de différence notable que pour l'ammoniaque, gaz facile à liquéfier, auquel la formule (2) ne doit pas s'appliquer rigoureusement.

DÉTERMINATION DE $\frac{C}{c}$ ET DE L'ÉQUIVALENT MÉCANIQUE DE LA CHALEUR. — La formule de la vitesse du son, comparée à l'expérience, fournit un moyen de mesurer le rapport des deux chaleurs spécifiques des gaz, et par suite l'équivalent mécanique de la chaleur. L'avantage particulier de cette méthode est de ne faire intervenir aucun appareil ou machine particulière, dont l'emploi trouble toujours les résultats.

Si l'on admet pour V la valeur $330^m,6$ adoptée par Regnault comme moyenne générale de toutes ses expériences dans l'air libre et dans les tuyaux, on en déduit

$$\frac{C}{c} = 1,3945, \qquad E = 436^{kgm},08 = 4,2775 \cdot 10^7 \text{ C.G.S.}$$

Cette valeur est notablement plus grande que celle qui se déduit des expériences de M. Joule sur le frottement. Mais il convient de remarquer qu'une erreur de $0^m,1$ sur la valeur de V entraîne une erreur de $0^{kgm},69$ environ sur celle de E, et, comme la vitesse du son n'est certainement pas exacte à plus de $0^m,5$ près, la valeur de E qui s'en déduit peut être inexacte de trois à quatre unités, soit environ de $\frac{1}{100}$ de sa valeur.

EXPÉRIENCES DE M. KŒNIG. — Divers expérimentateurs, MM. Neumann [1], Le Roux [2], R. Kœnig [3], ont cherché à mesurer directement la vitesse du son dans l'air, en lui faisant parcourir une longueur relativement très petite. Malheureusement, les expériences comparatives faites par Regnault sur des tubes de différentes longueurs ont montré que de nombreuses causes d'erreur interviennent quand on cherche à mesurer la vitesse du son au voisinage immédiat du point où il est produit. Nous nous bornerons à rapporter les expériences de M. Kœnig.

Le procédé qu'il emploie repose sur le principe des coïncidences. Deux compteurs électriques, formés chacun d'un petit marteau qui frappe sur un bouton incrusté dans une boîte à résonance, battent simultanément les dixièmes de seconde sous l'influence d'un ressort vibrant qui produit dans le courant électrique exactement dix interruptions par seconde. Quand les deux compteurs sont placés l'un à côté de l'autre, les coups secs qu'ils frappent s'entendent comme des coups simples; l'oreille ne peut pas les séparer; mais, dès qu'on déplace l'un des deux appareils, l'observateur restant près de l'autre, les coups cessent de coïncider, et l'on entend vingt au lieu de dix coups par seconde. C'est que les sons qui arrivent du compteur éloigné sont en retard sur les sons émis par le compteur qui est resté en place. La coïncidence a lieu de nouveau toutes les fois que la distance du compteur qu'on éloigne devient un multiple de 33^m, intervalle que le son franchit en un dixième de seconde. Plus généralement, le bruit des deux compteurs se confond toutes les fois que leurs distances à l'observateur diffèrent d'un multiple de 33^m. On peut ainsi mesurer la vitesse du son dans une salle un peu spacieuse, et le même procédé s'appliquerait facilement à la mesure de la vitesse du son dans les différents gaz ou liquides.

Le ressort interrupteur est réglé, en le comparant à un diapason de 40 vibrations doubles, par la méthode optique dont

---

(1) E.-C.-O. Neumann, *Ann. de Pogg.*, t. CXXVII, p. 317; 1866.
(2) Le Roux, *Comptes rendus*, t. LV, p. 662; 1862.
(3) R. Koenig, *Comptes rendus*, t. LV, p. 609; 1862.

il sera question plus loin. Un mécanisme spécial permet de maintenir rigoureusement constant le nombre de ses oscillations.

MESURE DIRECTE DE LA VITESSE DU SON DANS L'EAU ET DANS LA FONTE. — Colladon et Sturm ([1]) ont cherché en 1827 quelle est la vitesse du son dans l'eau, entre deux bateaux qu'ils avaient amarrés à une distance connue sur le lac de Genève. Le premier supportait une cloche plongée dans l'eau, et un levier coudé, armé à sa base d'un marteau et à son sommet d'une mèche allumée, enflammait un tas de poudre en même temps qu'il frappait la cloche. Au second bateau était fixé un cornet acoustique dont le pavillon plongeait dans l'eau, et le sommet dans l'oreille de l'observateur, qui pouvait ainsi mesurer le temps écoulé entre l'apparition du signal lumineux et l'arrivée du son par l'eau. La vitesse cherchée se trouva égale à 1435^m à la température de $8°,1$.

La chaleur dégagée par la compression des liquides étant insignifiante, on peut appliquer la formule de Newton à la recherche de la vitesse du son dans l'eau; pour déterminer le coefficient d'élasticité e, nous remarquerons que le coefficient de compressibilité μ est la diminution de volume correspondant à une variation de pression égale à 1033.980,896 dynes par centimètre carré et que l'on doit avoir la proportion

$$\frac{e}{1033.980,896} = \frac{1}{\mu},$$

qui exprime que la variation du volume est proportionnelle à la pression

Pour l'eau à $4°$, on a $\delta = 1$, $\mu = 0,0000499$ d'après Grassi; V est donné par la formule

$$V = \sqrt{\frac{e}{\delta}} = \sqrt{\frac{1033.980,896}{0,0000499}} = 142540^{cm} = 1425^m,4,$$

nombre presque identique à celui de Colladon et Sturm.

([1]) COLLADON et STURM, *Mémoire sur la compression des liquides* (*Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. XXXVI, p. 242).

On voit que le son marche quatre fois et demie plus vite dans l'eau que dans l'air. Sa transmission est encore plus rapide dans les solides, ainsi que Biot ([1]) l'a constaté pour la fonte de fer. Il opéra sur un assemblage de 376 tuyaux qui formaient une longueur totale de $951^m,25$. Ils étaient réunis par des rondelles de plomb revêtues de futaine goudronnée et serrées par de fortes vis. La longueur totale des rondelles, qui était de $5^m,61$, pouvait être négligée. On fixa dans le dernier tuyau, tout près de son orifice, un anneau de fer de même diamètre que lui. Cet anneau portait à son centre un timbre et un marteau qu'on pouvait laisser tomber à volonté, et qui frappait à la fois le timbre et le tuyau. En se plaçant à l'autre extrémité, on entendit distinctement deux sons pour chaque coup de marteau, le premier transmis par le corps du tuyau avec une vitesse x, le second par l'air avec la vitesse connue V, et ils étaient séparés par un intervalle de temps égal à $2^s,5$. On avait donc

$$\frac{951,2}{V} - \frac{951,2}{x} = 2^s,5,$$

ce qui permit de calculer x, qui fut trouvé égal à (10,5) V.

L'eau et la fonte de fer sont les seules substances solides ou liquides dans lesquelles on ait fait des observations directes, et l'on n'aurait jamais pu trouver la vitesse du son dans les autres corps si l'on n'avait eu recours à des procédés indirects, fondés sur l'emploi des formules relatives aux tuyaux, aux cordes, etc.

MESURE INDIRECTE DE LA VITESSE DU SON. — Nous avons montré précédemment que, si l'on imprime des vibrations longitudinales à une colonne cylindrique de longueur L formée par une substance quelconque, gazeuse, liquide ou solide, elle se divise en concamérations séparées par des nœuds fixes dont les distances sont égales à la demi-longueur d'onde, et qu'elle

([1]) *Mémoires de la Société d'Arcueil*, t. II, p. 403 et suiv.

donne des sons exprimés généralement par la formule

$$N = \frac{n}{4L} V,$$

V étant la vitesse du son et n un nombre entier dépendant de l'harmonique produit et des conditions dans lesquelles se trouvent les extrémités du cylindre; n est connu pour chaque harmonique, et, conséquemment, si l'on détermine le nombre de vibrations N, on pourra calculer la valeur de V.

Cette méthode est applicable à tous les corps. Elle n'offrirait aucune difficulté si les nœuds et les ventres se formaient exactement aux endroits précis que la théorie leur assigne. Malheureusement, il y a toujours des perturbations qui les déplacent; mais l'expérience a montré que ces perturbations ne se manifestent qu'aux extrémités et ne changent point sensiblement la distance des nœuds qui se forment vers le milieu du cylindre quand il rend un harmonique élevé. Cela étant, voici comment on a déduit la vitesse du son des vibrations longitudinales.

CAS DES GAZ. — D. Bernoulli [1] eut le premier l'idée de mesurer la vitesse du son dans l'air au moyen des tuyaux d'orgue; mais il n'a pu s'affranchir des causes d'erreur dont nous venons de parler. Après lui, Dulong [2] a réussi à les éliminer par un artifice ingénieux. Il employait un tuyau cylindrique très étroit, et il engageait dans l'extrémité opposée à l'embouchure un piston à tige divisée que l'on pouvait enfoncer à volonté et dont on mesurait la course par la division qu'il portait. On commençait par le fixer à l'extrémité du tuyau dans lequel on insufflait un courant d'air assez rapide pour produire un harmonique élevé. Alors il se formait $n+1$ nœuds : le premier à une distance de l'embouchure qui, théoriquement, devrait être $\frac{\lambda}{4}$, mais qui en réalité était $\frac{\lambda}{4}+x$; le dernier, qui

---

(1) D. Bernoulli, *Mémoires de l'Académie des Sciences*, 1762.

(2) Dulong, *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. XLI, p. 113; 1829.

devrait se confondre avec la surface du piston si ce dernier formait une cloison parfaitement élastique, mais qui, pratiquement, peut se trouver à une distance y très faible; tous les autres sont séparés par une longueur d'onde exacte. En résumé, la longueur réduite L du tuyau était égale à

$$\frac{\lambda}{4} + n\frac{\lambda}{2} + x + y = \frac{\lambda}{4} + n\frac{\lambda}{2} + x'.$$

On enfonçait ensuite le piston jusqu'à reproduire le son primitif. Alors les internœuds intérieurs et les perturbations restaient les mêmes; seulement il y avait une concamération de moins, et, la nouvelle longueur L' du tuyau étant égale à $\frac{\lambda}{4} + (n-1)\frac{\lambda}{2} + x'$, la différence $L - L'$, qui représente la course du piston, mesurait la demi-longueur de l'onde $\frac{\lambda}{2}$, et l'on avait

$$L - L' = \frac{V}{2N}.$$

On déterminait N en faisant vibrer une sirène à l'unisson du tuyau et en comptant ses vibrations.

Pour opérer dans des gaz autres que l'air, Dulong plaçait le tuyau horizontalement dans une caisse en bois doublée de plomb. La tige du piston passait dans une boîte à étoupes et l'on mesurait sa course comme précédemment; l'embouchure était en communication avec un réservoir contenant le gaz qu'on voulait étudier; ce gaz faisait parler le tuyau, remplissait la caisse, et les expériences étaient conduites absolument comme dans l'air.

La valeur de V une fois connue, Dulong calcula $\frac{C}{c}$ par la formule indiquée précédemment.

Les résultats sont résumés dans le Tableau suivant :

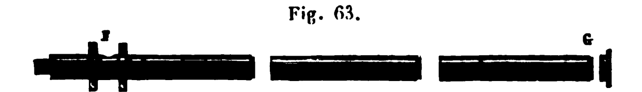
Vitesse du son dans les gaz à la température de zéro.

	a.	$\frac{C}{c}$.
	m	
Air........................	333,00	1,421
Oxygène....................	317,17	1,415
Hydrogène..................	1269,50	1,407
Acide carbonique...........	261,60	1,338
Oxyde de carbone...........	337,40	1,427
Protoxyde d'azote..........	261,90	1,343
Gaz oléfiant...............	314,00	1,240

Ce sont les valeurs précédentes de $\frac{C}{c}$ qui ont servi à calculer les valeurs de l'équivalent mécanique de la chaleur que nous avons rapportées dans une autre partie de cet Ouvrage.

Au lieu d'éliminer par un procédé expérimental l'erreur occasionnée par les extrémités, Wertheim [1] a réussi à la calculer de la manière suivante. Il prit un tuyau cylindrique étroit composé de parties qui pouvaient s'ajouter l'une à l'autre par des raccords à vis (*fig.* 63), de façon que la longueur de-

Fig. 63.



venait successivement L_1, L_2, L_3, ..., mais, l'embouchure et la section restant toujours les mêmes, les perturbations x et y étaient constantes, et les sons obtenus, N_1, N_2, N_3, ... ceux qu'auraient donnés des tuyaux de longueur théorique égale à

$$L_1 + x + y, \quad L_2 + x + y, \quad L_3 + x + y, \quad \ldots.$$

Supposons que l'on prenne les sons fondamentaux; on aura, si le tuyau est ouvert,

$$(1) \quad V = N_1(L_1 + x + y), \quad V = N_2(L_2 + x + y), \quad \ldots;$$

---

(1) WERTHEIM, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XII, p. 385; 1844.

en éliminant V entre ces équations et la première, on obtient

$$x+y=\frac{N_1L_1-N_2L_2}{N_2-N_1}=\frac{N_1L_1-N_3L_3}{N_3-N_1}=\ldots.$$

Wertheim a trouvé que les valeurs de $x+y$ ainsi calculées sont réellement constantes pour un même tuyau, tout au moins à partir d'une certaine longueur minimum, ce qui justifie l'hypothèse sur laquelle on s'appuie (1); et, cette vérification une fois faite, on peut calculer V en combinant deux à deux les équations (1). Wertheim n'a opéré que sur l'air, mais à des températures très différentes; et, comme les vitesses V_t et V_0, à t degrés et à zéro, sont liées entre elles par la relation $V_0=\frac{V_t}{\sqrt{1+\alpha t}}$, il a fait servir toutes ses mesures à la détermination de V_0. On voit, par le Tableau suivant, que tous les résultats concordent entre eux et avec la mesure directe de V_0.

Vitesse du son dans l'air.

t.	V_t.	V_0.
	m	m
0,5	331,98	331,70
2,0	332,74	331,53
4,5	332,75	330,04
8,0	335,43	330,62
8,5	338,05	332,91
12,0	339,46	332,23
12,3	343,01	335,53
16,6	338,68	329,17
26,6	347,82	332,01

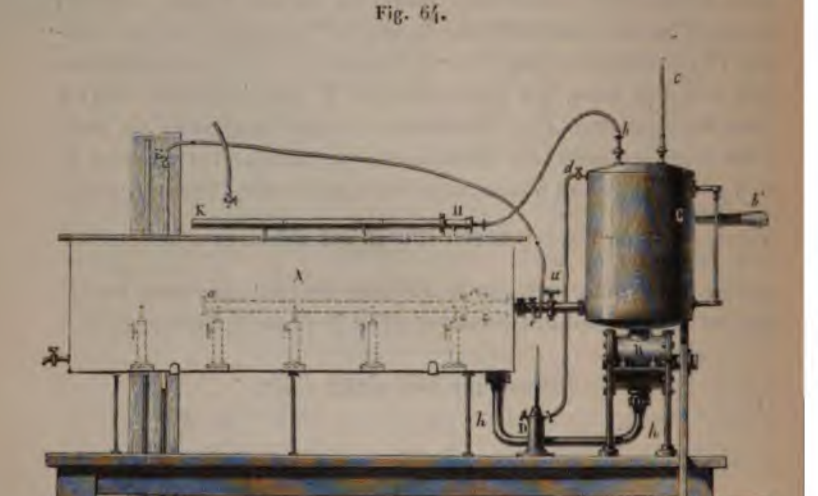
Cas des liquides. — Quand on veut appliquer la même méthode aux liquides, on rencontre une difficulté très grande: c'est celle de faire parler les tuyaux. Cagniard de Latour (2) avait tenté quelques essais dans cette voie; mais c'est Wer-

(1) *Voir* pour les formules empiriques donnant la valeur de $x+y$ la note de la page 56.

(2) Cagniard de Latour, *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. LVI, p. 252; 1834.

theim (¹) qui a le premier réussi à faire vibrer des tuyaux à embouchure de flûte en les plongeant dans un liquide et en y injectant un courant de ce même liquide. Les sons qu'il a obtenus avaient le même caractère musical et donnaient les mêmes harmoniques que dans l'air : seulement ils étaient

Fig. 64.



accompagnés souvent de bruits étrangers produits par le choc du liquide sur l'embouchure, mais qui n'avaient aucune influence sur les mesures. Dès lors Wertheim put déterminer la vitesse du son dans les liquides, absolument comme il l'avait fait dans l'air. Son appareil est représenté *fig.* 64.

Le tuyau *aa* est couché horizontalement dans une cuve A, qui est pleine du liquide qu'on veut étudier. Une pompe à clapets B, qui se manœuvre par le levier *bbb'*, aspire ce liquide par le conduit *hh* et l'accumule dans un réservoir C. Celui-ci

(¹) Wertheim, *Annales de Chimie et de Physique*, 3ᵉ série, t. XXIII, p. 434; 1847.

est en communication par un tube *c* avec de grands cylindres pleins d'air comprimé, dont l'effet maintient la pression constante; il est de plus en rapport avec deux manomètres, l'un à air libre E, l'autre à air comprimé D, qui servent dans les cas des pressions basses ou élevées; enfin il envoie dans le tuyau *aa* un courant de liquide que l'on règle par le robinet *u*, de manière à obtenir le son fondamental ou un harmonique quelconque. L'appareil porte un second tuyau KH qui peut servir à faire des expériences dans l'air. Quand on voulait opérer sur des liquides rares, cet appareil était remplacé par un autre beaucoup moins long.

Wertheim trouva de cette façon que la vitesse du son dans l'eau est égale à 1173^m, nombre beaucoup plus faible que ceux qui résultent des autres méthodes. Il a interprété ce résultat en supposant que l'eau, pendant ses vibrations longitudinales, se comprime suivant les mêmes lois qu'un solide, en d'autres termes, qu'un cylindre liquide isolé augmente de section sur le trajet de l'onde condensante et se contracte transversalement sur celui de l'onde dilatante. Cette hypothèse, si elle est exacte, équivaut à admettre que la transmission latérale des pressions au sein d'une masse liquide n'est pas un phénomène instantané, ce qui n'a rien d'absurde en soi (1).

D'après cela, la vitesse 1173^m est celle qui convient à un filet liquide, et, pour un milieu indéfini, on doit avoir

$$V = 1173\sqrt{\frac{3}{2}} = 1437^m,$$

ce qui est conforme aux résultats de l'expérience de Colladon et Sturm.

On voit, en résumé, que la vitesse du son dans l'eau a été obtenue par trois moyens : 1° par des mesures directes, qui ont donné 1435^m; 2° par la formule théorique $V = \sqrt{\frac{e}{\delta}}$, qui a conduit à 1424^m; 3° par l'étude des sons d'un tuyau, ce qui a

(1) L'effet de la communication aux parois de la pression latérale agirait aussi pour augmenter la section du liquide sur le trajet de l'onde condensante, etc.

fourni 1437^m. L'identité presque complète de ces résultats peut être considérée comme une démonstration de la formule et une justification de l'hypothèse de Wertheim. On pourra donc, avec toute confiance, appliquer à tous les autres liquides les deux derniers moyens, qui devront se contrôler mutuellement. Wertheim a déterminé, comme il l'avait fait pour l'eau, la vitesse du son pour divers liquides; puis, au moyen de la formule théorique, il a calculé leur coefficient de compressibilité μ. D'un autre côté, M. Grassi (1) mesura directement ce coefficient μ, et l'on verra par le Tableau suivant que les deux méthodes concordent :

	TEMPÉRATURE.	VITESSE du son en mètres.	COMPRESSIBILITÉ CUBIQUE	
			PAR LA VITESSE du son.	PAR LA MESURE directe. (M. Grassi.)
Eau de Seine	15°,0	1437,0	0,0000491	"
Eau de mer	20,0	1453,0	0,0000467	0,0000436
Chlorure de sodium	18,0	1561,0	0,0000349	0,0000321
Sulfate de soude	20,0	1525,0	0,0000393	"
Carbonate de soude	22,2	1594,0	0,0000337	0,0000297
Azotate de soude	20,9	1669,0	0,0000301	0,0000295
Alcool à 36°	20,0	1285,9	0,0000733	"
Alcool absolu	23,0	1159,8	0,0000947	0,0000991
Éther	0,0	1159,0	0,0001002	0,0001110

Cas des solides. — Il n'y a aucune difficulté à faire vibrer les solides longitudinalement; il suffit de les façonner en tiges assez longues, de les saisir par le milieu et de les frotter avec un drap enduit de colophane. Si l'on mesure, d'une part, la longueur L des tiges, de l'autre le nombre N des vibrations qu'elles donnent, on trouvera la vitesse du son par la formule

$$V = NL.$$

(1) Grassi, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XXXI, p. 437; 1850.

Cette méthode a été indiquée et appliquée par Chladni [1].

D'un autre côté, cette vitesse est exprimée par la formule de Laplace

$$V = \sqrt{\frac{e}{\delta}},$$

et, comme on a déterminé directement les coefficients d'élasticité e, on pourra voir si les deux procédés de mesure sont concordants. C'est en effet ce que démontrent les résultats suivants, dans lesquels la vitesse du son dans l'air est prise comme unité :

	Vitesse du son d'après les vibrations.	Vitesse du son d'après la formule.
Argent recuit	8,057	7,940
Zinc distillé	9,683	9,188
Palladium recuit	»	8,803
Cuivre recuit	11,167	10,847
Platine recuit	8,111	8,045
Fer recuit	15,108	15,472
Acier recuit	15,108	14,716

MÉTHODE DE KUNDT. — Pour mesurer la vitesse du son dans les corps, on peut encore avoir recours à une méthode de comparaison imaginée par M. Kundt [2], et dont voici le principe. Soit à comparer la vitesse du son dans l'air et dans le verre. On prend un tube de verre fermé aux deux bouts par des bouchons mobiles et renfermant de l'air, avec un peu de poudre de lycopode. On fait vibrer le tube longitudinalement, de façon qu'il rende le son fondamental. Pour que la colonne d'air entre aussi en vibration, il faut que la distance des deux bouchons soit un multiple exact de la demi-longueur d'onde du même son dans l'air. Quand cette condition est réalisée, la poudre de lycopode se dispose régulièrement sur les nœuds de vibration, et l'on mesure la demi-longueur d'onde par la distance des deux nœuds consécutifs. Celle-ci est à la longueur du tube comme la vitesse du son dans l'air est à sa

---

(1) CHLADNI, *Acoustique*.

(2) KUNDT, *Ann. de Pogg.*, t. CXXVII, p. 497; 1866.

vitesse dans le verre. Si, par exemple, le son se propage seize fois plus vite dans le verre, l'intervalle des deux bouchons placés aux extrémités du tube se divise en seize concamérations.

Connaissant la vitesse du son dans le verre, on pourra mesurer sa vitesse dans d'autres gaz que l'air, ou même dans des liquides. MM. Kundt et Lehmann (¹) sont parvenus à faire vibrer les liquides en implantant une tige de verre dans l'un des bouchons et en faisant vibrer celle-ci longitudinalement. Pour que l'expérience réussisse, il faut que le liquide soit bien purgé d'air; on doit aussi employer une poudre plus lourde que dans le cas précédent, par exemple de la limaille de fer.

INFLUENCE D'UN MOUVEMENT DE TRANSLATION. — Il est facile de voir que la hauteur apparente d'un son doit varier si la distance de l'oreille au corps sonore augmente ou diminue pendant l'observation. Supposons d'abord que l'observateur reste en place et que le corps sonore s'éloigne ou se rapproche de lui avec une vitesse uniforme kV, en faisant N vibrations par seconde. La première vibration parcourra la distance primitive x dans un temps $\frac{x}{V}$; celle qui sera émise au bout d'une seconde franchira la nouvelle distance $x \pm kV$ dans un temps $\frac{x}{V} \pm k$; elle sera en retard sur la première de $\pm k$ secondes. Le mouvement aura donc pour effet de faire parvenir à l'observateur N vibrations en $1 \pm k$ secondes, ou bien $\frac{N}{1 \pm k}$ en 1 seconde, par conséquent d'élever ou d'abaisser le son dans le rapport de 1 à $\frac{1}{1 \pm k}$, quand le corps sonore se rapproche ou s'éloigne avec la vitesse kV.

Supposons, en second lieu, que ce soit l'observateur qui se déplace. S'il était resté immobile, il aurait reçu N vibrations dans 1 seconde; mais, s'il s'est rapproché du corps sonore, il est allé au-devant des ondes et en a rencontré un nombre plus

(¹) Kundt et Lehmann, *Ann. de Pogg.*, t. CLIII, p. 1; 1874.

grand; s'il s'est éloigné, il a retardé les rencontres et a reçu un nombre d'ondes plus petit que N. Il est facile de montrer qu'il recevra en 1 seconde les N $(1 \pm k)$ vibrations émises en $1 \pm k$ secondes. En effet, si au bout de 1 seconde l'observateur s'est rapproché de la source d'une quantité kV, il rencontrera une onde qui aura parcouru un chemin plus court de kV que celui de la première, ce qui équivaut à une avance de k secondes. Pour qu'elle atteigne l'observateur juste 1 seconde après la première onde, il faut donc qu'elle soit partie de la source, non pas 1 seconde, mais $1 + k$ secondes après l'autre; le retard de k secondes est compensé par l'avance de kV mètres. Il s'ensuit que, en parcourant le chemin ka, l'observateur a rencontré successivement toutes les ondes émises pendant $1 + k$ secondes. S'il s'éloigne de la source, on trouve de la même manière qu'il rencontre en 1 seconde les ondes émises pendant $1 - k$ secondes. Par conséquent, s'il s'éloigne, la note qu'il perçoit est N $(1 - k)$, et, s'il se rapproche, elle devient N$(1 + k)$: le son s'abaisse ou s'élève dans le rapport de 1 à $1 \mp k$.

L'expérience confirme ces prévisions théoriques, formulées d'abord par Ch. Doppler (1). Pour une locomotive qui marche avec une vitesse de 50^{km} à l'heure, ce qui équivaut à 14^{m} par seconde, on a

$$k = \frac{1}{25}, \qquad 1 - k = \frac{24}{25}, \qquad 1 + k = \frac{26}{25}.$$

Par conséquent, si la note du sifflet est un *la*, un observateur placé sur la voie croira entendre un *la*$^\flat$, quand la locomotive s'éloigne et un *la*$^\sharp$ quand elle s'approche; c'est, en effet, ce que l'on observe.

(1) Doppler, *Ueber farbiges Licht der Doppelsterne*. Prag, 1842.

CHAPITRE V.

DE LA COMPOSITION DES MOUVEMENTS VIBRATOIRES.

INTERFÉRENCES. — Quand plusieurs ébranlements se propagent simultanément dans un milieu, un point P se trouve sollicité à chaque instant par une réaction élastique qu'on peut considérer comme résultant de la superposition des réactions éveillées par chacun des ébranlements. Si ceux-ci sont assez petits, chaque réaction est opposée en direction à l'ébranlement qui la produit et lui est proportionnelle, et par conséquent le mouvement résultant est la somme géométrique des mouvements individuels, et la vitesse, la somme géométrique des vitesses correspondantes. On dit que les mouvements considérés interfèrent.

VIBRATIONS PARALLÈLES. — COMPOSITION DES VIBRATIONS DE MÊME PÉRIODE. — En étudiant la réflexion du son dans un cylindre ou dans une corde limitée, nous avons déjà eu l'occasion d'étudier les phénomènes résultant de l'interférence de deux vibrations parallèles et de même période.

nt, en général,

$$v = \alpha \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right),$$

$$v' = \alpha' \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x'}{\lambda}\right)$$

sses des deux vibrations.

btiendra aisément

$$v + v' = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \varphi\right),$$

$$A^2 = \alpha^2 + \alpha'^2 + 2\alpha\alpha' \cos 2\pi \frac{x - x'}{\lambda},$$

$$\text{tang } 2\pi\varphi = \frac{\alpha \sin 2\pi \frac{x}{\lambda} + \alpha' \sin 2\pi \frac{x'}{\lambda}}{\alpha \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} + \alpha' \cos 2\pi \frac{x'}{\lambda}}.$$

n suppose que $\alpha = \alpha'$ ou que les amplitudes des mouts soient égales

$$^2 = 2\alpha^2 \left(1 + \cos 2\pi \frac{x - x'}{\lambda}\right) = 4\alpha^2 \cos^2 \pi \frac{x - x'}{\lambda}.$$

nséquent : 1° les vitesses s'ajouteront arithmétiquement fférence de route $x - x'$ est nulle ou égale à un mulir de la demi-longueur d'onde $\frac{\lambda}{2}$, et le son sera renforcé; se retrancheront, et leur différence sera nulle, si $x - x'$ multiple impair de $\frac{\lambda}{2}$; l'addition des deux sons produira nce.

ontraire, lorsque α sera égal à $-\alpha'$, c'est-à-dire lorss origines du mouvement auront à chaque instant des s égales et opposées,

$$^2 = 2\alpha^2 \left(1 - \cos 2\pi \frac{x - x'}{\lambda}\right) = 4\alpha^2 \sin^2 \pi \frac{x - x'}{\lambda}.$$

s le mouvement s'annulera si la différence des chemins rus $x - x'$ est, ou bien nulle, ou bien égale à un mul

tiple pair de $\frac{\lambda}{2}$. Ces phénomènes caractérisent les interférences.

On peut vérifier leur existence par plusieurs expériences concluantes. 1° On place au-dessus d'une plaque vibrante AA′BB′ (*fig.* 65) un tuyau bifurqué DEC capable de rendre le même son qu'elle. Ce tuyau résonne lorsque ses deux branches sont placées au-dessus de deux concamérations A, A′, qui, au même moment, ont la même phase de vibration et par

Fig. 65.



conséquent envoient en un point quelconque, intérieur au tuyau, des vitesses concordantes. Au contraire, il ne rend aucun son lorsque les extrémités D et E sont toutes deux placées au-dessus de deux plages contiguës A′ et B′ dont les vibrations sont égales et contraires. Cette expérience a été imaginée par Hopkins [1].

2° La deuxième expérience est due à Lissajous [2] (*fig.* 66). Quand on fait vibrer une plaque de manière qu'elle se divise en $2n$ concamérations A, B, A′, B′, ..., il est évident que l'oreille, étant placée au-dessus, reçoit des mouvements inverses qui proviennent de chaque groupe de concamérations contiguës A et B, A′ et B′, etc., et qui, par conséquent, se dé-

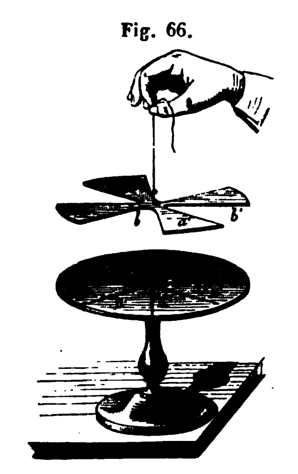
---

(1) Hopkins, *Ann. de Poggendorff*, t. XLIV, p. 246 et 603; 1838.

(2) Lissajous, *Comptes rendus*, t. XL, p. 133; 1845.

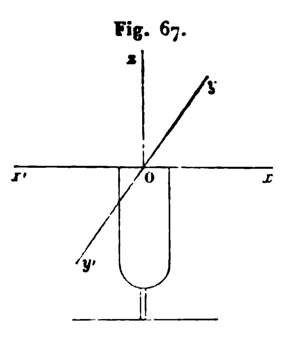
truisent en partie. Mais on renforce très notablement le son lorsqu'on superpose à la plaque un carton formé par n secteurs égaux $a, a', \ldots$, qui laisse passer les vibrations concordantes émises par les plages B, B', ..., et qui intercepte les mouvements contraires envoyés par les concamérations A, A', ... En faisant tourner ce carton, on entendra successivement des renforcements et des affaiblissements lorsque les secteurs couvriront ou croiseront les concamérations.

Fig. 66.



3° Le son qui part de l'extrémité des branches d'un diapason offre des maxima et des minima d'intensité suivant la direction dans laquelle on se place. On le constate, soit en faisant tourner un diapason devant l'oreille, soit en promenant une caisse de résonance autour du diapason fixé dans un étau ([1]) (*fig.* 67). L'intensité est maxima dans le plan de symétrie yzy' des branches, lequel est parallèle à leur côté large, et dans la normale xx' à ce plan, c'est-à-dire parallèlement à leur épaisseur. Les minima sont sur une surface courbe qui coupe les plans xy et xz diagonalement par rapport aux axes x, y et x, z. Pour expliquer ce phénomène d'interférence, il faut supposer que les branches, en se rapprochant, envoient dans l'air : 1° deux ondes dilatantes dont l'intensité est maxima suivant xx'; 2° une onde condensante dont l'intensité est maxima dans le plan yzy', parce que c'est dans ce plan que tend à s'échapper l'air comprimé entre les

Fig. 67.

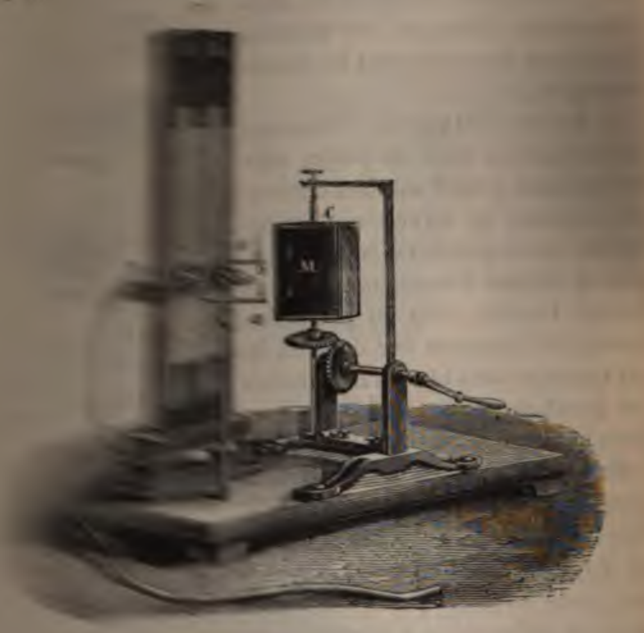


([1]) Ce phénomène, reconnu d'abord par W. Weber, a été étudié par Kiessling (*Ann. de Pogg.*, t. CXXX, p. 177; 1867).

tiple pair de [illegible] de retour, les ondes dilatantes [illegible] condensantes, et *vice versa*.
rences. [illegible] doit y avoir une surface intermé-

On peut [illegible] sphériques qui partent de chaque concluante [illegible] égales et contraires, de sorte AA'BB' (*fig.* [illegible] détruisent les condensations de même son [illegible] sont placé[illegible] au même [illegible]

Fig. 68.

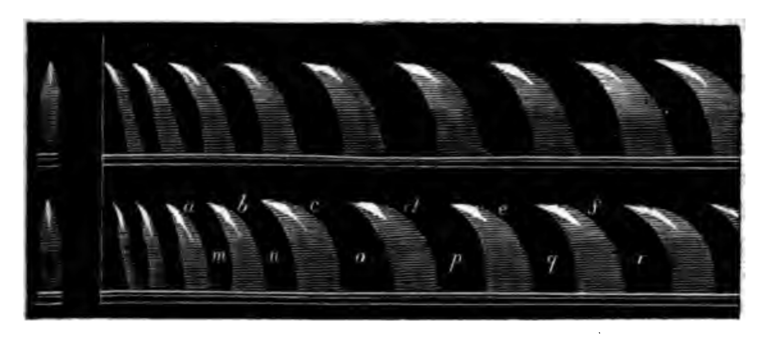


[illegible] d'ailleurs les mêmes altérations d'intensité [illegible] les deux branches dans un tuyau ou der- [illegible] à yzy', afin d'en neutraliser l'action.

[illegible] même sommier, à côté l'un de l'autre, [illegible] identiques (*fig.* 68). Quand on les fait [illegible] ils donnent un son très fort ; quand ils [illegible] temps, on n'entend presque plus rien, et le [illegible] produit le silence. Cela se conçoit : quand [illegible] de la soufflerie, en rencontrant le biseau de

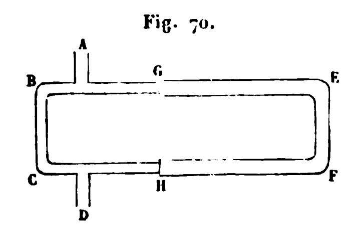
l'une des embouchures, ne pénètre pas dans le tuyau à cause de la résistance que lui offre l'air comprimé à l'intérieur, il entre dans le tuyau voisin, et, quand il trouve de la résistance dans celui-ci, il pénètre dans le premier. On peut s'en assurer comme il suit. Les deux tuyaux sont munis en leur nœud moyen de capsules manométriques A et A'. Les becs de gaz

Fig. 69.



qui leur correspondent, *a* et *a'*, sont placés l'un au-dessus de l'autre, et les flammes se reflètent en M sur un miroir tournant C. Si on les regarde dans ce miroir pendant qu'il tourne, on voit deux traînées lumineuses continues; mais, aussitôt que les tuyaux parlent, ces traînées se morcellent en deux séries discontinues d'images qui alternent de l'une à l'autre (*fig.* 69), ce qui prouve qu'il y a dilatation dans l'un des tuyaux pendant qu'il y a compression dans l'autre. Si les deux capsules communiquent avec une flamme unique, elle reste à peu près tranquille, et la bande lumineuse redevient sensiblement continue.

Fig. 70.



5° On prend un tube ramifié (¹) ABCDEF (*fig.* 70), dont les deux branches ABCD, AEFD ont des longueurs inégales. Quand on produit devant

(¹) Cette expérience, imaginée par Nörremberg, a été modifiée par M. Quincke

l'embouchure A un son que la branche ABCD peut renforcer, le tube parle ou reste muet, suivant que la différence de longueur des deux branches est égale à un nombre pair ou impair de demi-longueurs d'onde du son considéré. On peut allonger ou raccourcir la branche AEFD au moyen de la coulisse GH, de manière à produire plusieurs extinctions successives du son. M. Schneebeli [1] a employé ce procédé pour la mesure des longueurs d'onde du son dans l'air, et par conséquent de la vitesse du son.

6° L'instrument le plus commode pour l'observation des interférences est la sirène double de M. Helmholtz [2] (*fig.* 71), qui se compose, comme l'indique son nom, de deux sirènes accouplées. L'une, inférieure, a un porte-vent B, un compteur CD et un plateau tournant autour d'un axe vertical, comme l'appareil de Cagniard de Latour; elle en diffère en ce que le plateau est percé de plusieurs séries de trous disposés sur des circonférences concentriques. Chacune d'elles correspond à une circonférence pareille percée dans le plancher du porte-vent et dont on peut ouvrir ou fermer les trous au moyen d'anneaux concentriques commandés par les clefs qu'on aperçoit en β. La deuxième sirène est au-dessus de la première et lui fait face; elle a son porte-vent en A, ses clefs en *c*, et son plateau tourne avec celui de la sirène inférieure autour du même axe vertical. Le plateau inférieur a quatre séries de 8, 10, 12 et 18 trous, le plateau supérieur quatre séries de 9, 12, 15 et 16 trous. Les deux tambours sont munis de boîtes de résonance, dont l'une est représentée en coupe. Mais le tambour *a* est mobile par le moyen d'une roue dentée E, ce qui permet d'établir une différence de situation entre les deux sirènes.

Supposons qu'on fasse résonner à fois les deux séries de 12 trous chacune; quand la sirène supérieure sera dans une

---

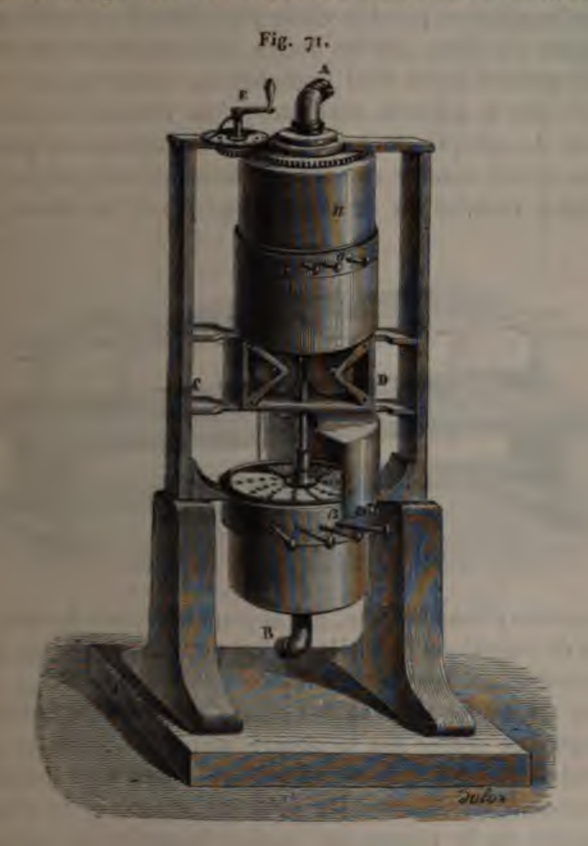
(*Ann. de Pogg.*, t. CXXVIII, p. 177; 1866) et par M. Kœnig, qui a substitué à l'emploi de l'oreille celui des capsules manométriques.

(1) SCHNEEBELI, *Ann. de Pogg.*, t. CXXXVI, p. 296; 1869.

(2) HELMHOLTZ, *Théorie physiologique de la musique*, p. 203 de la traduction de M. Guéroult.

certaine position, les émissions de vent se feront simultanément pour les deux plateaux; alors les deux sons auront la même phase et s'ajouteront; mais, lorsqu'on aura fait tourner le réservoir supérieur de 15°, ou de la moitié de l'intervalle de

Fig. 71.

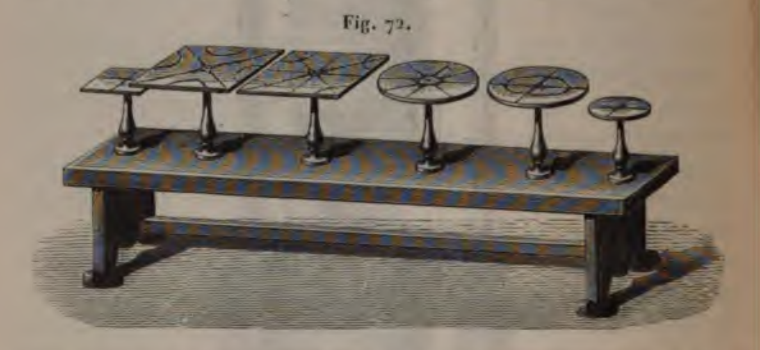


2 trous, les émissions de vent seront croisées, les phases différeront d'une demi-longueur d'onde, et les deux sons s'éteindront. Pour les octaves, le changement de phase est d'une longueur d'onde entière : elles s'ajouteront. L'expérience prouve, en effet, qu'on n'entend plus que très faiblement le premier harmonique. Si l'on fait tourner lentement le réservoir supérieur, on passera successivement des extinctions aux

renforcements; pendant un tour complet, le son fondamental disparaît 12 fois, l'octave 24 fois, etc.

VIBRATIONS DES PLAQUES. — Pour déterminer ces vibrations, on fixe les plaques par des vis de pression ou entre les doigts on appuie en outre, soit les doigts, soit des bouchons pointus, sur les parties qu'on veut immobiliser, tandis qu'on attaque avec l'archet le point du contour qu'on veut mettre en mouvement. La plaque donne un son et se partage en plages vibrantes qu'on nomme *concamérations*, qui sont séparées par des lignes nodales ou de repos (*fig.* 72). C'est donc par un

Fig. 72.



phénomène d'interférence, par la superposition de deux systèmes de vibrations parallèles qu'on peut expliquer les phénomènes offets par les plaques minces.

Pour rendre les nodales des plaques apparentes, Chladni [1], a imaginé de semer sur la plaque un peu de sable fin qui se rassemble sur les parties immobiles. Elles sont linéaires et parfaitement régulières. On peut en conserver le dessin en appliquant sur la plaque une feuille de papier mouillée avec de l'eau légèrement gommée, et la retirant ensuite avec précaution. On enlève ainsi le sable, qui reste adhérent au papier quand on le fait sécher.

1° Les nodales séparant toujours des plages animées de vi-

---

[1] CHLADNI, *Entdeckungen zur Theorie der Klanges*. Leipzig, 1787. *Voir* aussi son *Acoustique*, p. 98 et suiv.

tesses contraires, le nombre des concamérations est nécessairement pair.

2° Les modes de division dont une plaque est susceptible et les sons qui leur correspondent peuvent varier à l'infini. La (*fig.* 73) représente les plus simples de celles que peut donner une plaque carrée.

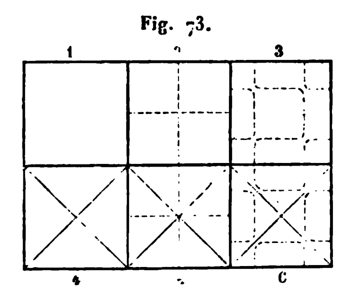
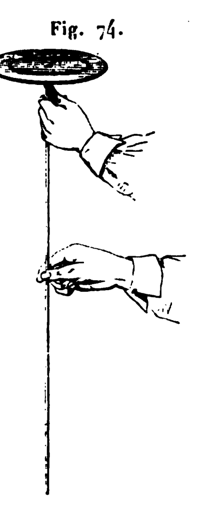


Fig. 73.

3° La même figure donne toujours la même note; mais plusieurs figures différentes peuvent correspondre à cette note.

4° Les plaques carrées offrent deux systèmes de nodales rectilignes, les unes parallèles aux côtés, les autres suivant les diagonales; en outre, on obtient des nodales courbes de formes très variées.

5° Sur les plaques circulaires, on trouve deux sortes de lignes immobiles : les premières constituées par des diamètres qui divisent la surface en un nombre pair de secteurs égaux; on les obtient en fixant sur la circonférence deux sommets consécutifs d'un polygone régulier inscrit de $2n$ côtés, et en frottant avec l'archet le milieu de l'arc que ces sommets comprennent. Le deuxième système consiste en circonférences concentriques. On les produit en fixant avec les doigts trois points de l'une de ces circonférences et en attaquant la lame soit sur son contour avec un archet, soit à son centre, en y fixant une tige que l'on fait vibrer longitudinalement (*fig.* 74), ou bien en y perçant un trou dans lequel on fait passer une mèche de crins enduits de colophane. Ces deux systèmes de figures peuvent se superposer.


Fig. 74.

6° Les timbres, cloches, tamtams et cymbales n'étant que des plaques courbes, leurs vibrations se font à peu près

comme si elles étaient planes. Leur son le plus grave est produit quand elles se divisent en quatre parties égales séparées par deux lignes nodales rectangulaires. On le démontre en plaçant dans leur intérieur un liquide, qui est projeté vis-à-vis des ventres et reste immobile au contact des nœuds. Ces instruments sont remarquables par le nombre des sons supérieurs qu'ils font entendre.

7° Pour deux plaques de figure semblable qui éprouvent un même mode de division, les nombres de vibrations sont proportionnels aux épaisseurs et en raison inverse des surfaces :

$$\frac{N}{N'} = \frac{s'}{s}\,\frac{e}{e'}.$$

Cette loi est la même que pour les verges. Elle conduit comme conséquence à cet autre énoncé : « Des plaques semblables entre elles dans toutes leurs dimensions donnent des nombres de vibrations inversement proportionnels à leurs dimensions homologues quand elles éprouvent le même mode de division. »

Voici maintenant l'explication élémentaire de ces phénomènes telle que l'a donnée Wheatstone ([1]) en 1833, et telle qu'elle a été étendue par M. Kœnig ([2]) à des plaques rectangulaires. Supposons (*fig.* 75) que l'on ait deux verges de même substance et de même épaisseur, l'une de longueur *abcd*, l'autre de longueur *efghk*, et qui soient à l'unisson quand la première donne deux nœuds *b* et *c* et la deuxième trois nœuds *f*, *g*, *h*. Formons maintenant une plaque rectangulaire avec la largeur *acdb* et la longueur *efghk*. Elle admettra l'un et l'autre des systèmes de nœuds que donnaient les deux verges, puisqu'ils sont indépendants des largeurs de celles-ci, et rendra le même son en produisant l'un ou l'autre. L'expérience montre qu'elle ne peut les produire isolément, et Wheatstone admet qu'ils se superposent et qu'ils dé-

([1]) WHEATSTONE, *Ann. de Pogg.*, t. XXVI, p. 251; *Ann. de Chimie et de Phys.*, 2e série, t. XXIII, p. 313; 1823.
([2]) KOENIG, *Ann. de Pogg.*, t. CXXII, p. 238; 1864.

terminent ainsi une figure dont il nous sera facile de prévoir la forme générale. On sait en effet que, pendant la vibration d'une plaque, le mouvement est de sens opposé des deux côtés d'une nodale, positif à droite, négatif à gauche ou inversement. Nous marquons par des hachures les parties positives, et par des espaces noirs les plages négatives des deux systèmes, et nous figurons au-dessous leur superposition. Il est

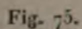
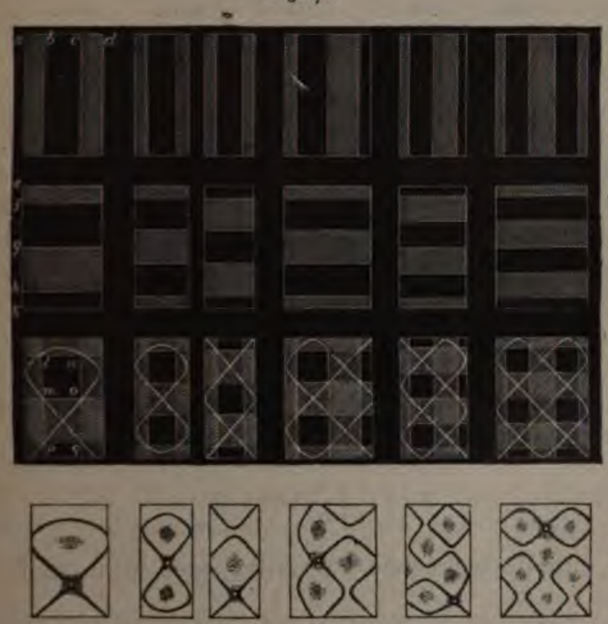


Fig. 75.



clair que la courbe nodale résultante passera par les points de rencontre des lignes de repos rectilignes, en *l*, *m*, *o*, *p*, *q*, et par les cases où les vibrations positives de l'un des systèmes se superposent à des vibrations négatives de l'autre, car le repos ne peut résulter que du concours de mouvements contraires. Elle devra, en conséquence, affecter la forme que lui assigne le trait blanc dans la première figure du troisième rang horizontal du Tableau. Or on voit au-dessous celle que le sable trace sur la plaque. On trouvera dans les autres séries

verticales des figures du même Tableau de nouveaux exemples aussi concluants que le premier.

Lagrange ([1]) a donné l'équation générale des plaques vibrantes. M. Radau a trouvé que cette équation admet la solution particulière suivante, qui représente l'équation de la figure acoustique pour le cas des plaques carrées; les axes sont parallèles aux côtés, et l'origine des coordonnées est au centre :

$$\sin h\frac{\pi x}{a}\sin k\frac{\pi y}{a}\pm\sin k\frac{\pi x}{a}\sin h\frac{\pi y}{a}=0.$$

On peut écrire des cosinus à la place des sinus, ce qui revient à un déplacement de l'origine des coordonnées : a signifie le côté du carré; les paramètres h et k sont, en général, des nombres entiers. En désignant encore par e l'épaisseur de la plaque et par V la vitesse du son dans une verge de même substance, le nombre des vibrations doubles correspondant à la figure (h, k) sera

$$N=\frac{\pi}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}\,\frac{Ve}{a^2}(h^2+k^2).$$

Pour le laiton, on a $V=3600^m$, ce qui donne, pour une plaque de a décimètres de côté et de e millimètres d'épaisseur,

$$N=173\,\frac{e}{a^2}(h^2+k^2).$$

Cette formule approchée se vérifie assez bien par l'expérience.

Voici, comme exemples de l'application de ces formules, les deux figures acoustiques (*fig.* 76 et 77), dont les équations sont respectivement

$$\sin 3\pi\frac{x}{a}\cos 4\pi\frac{y}{a}-\cos 4\pi\frac{x}{a}\sin 3\pi\frac{y}{a}=0,$$

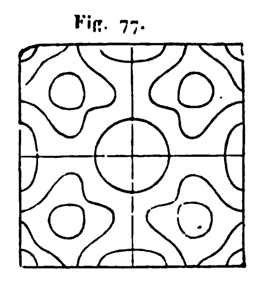
$$\sin 5\pi\frac{x}{a}\sin 9\pi\frac{y}{a}-\sin 9\pi\frac{x}{a}\sin 5\pi\frac{y}{a}=0.$$

([1]) LAGRANGE, *Œuvres*, t. Ier.

Les notes théoriques seraient $9 + 16 = 25$ et $25 + 81 = 106$. M. Kœnig (1) a trouvé, avec une plaque de $0^m,30$ de côté et d'un peu moins de $0^m,002$ d'épaisseur, un sol_4 et une note comprise entre $sol\sharp_6$ et la_6 (25 : 107).

Fig. 76.

Fig. 77.



La loi générale qui lie les modes de division d'une plaque à la note qui leur correspond n'a guère été trouvée que pour les plaques circulaires, dont M. Kirchhoff (2) a donné la théorie complète. Elle fournit des résultats parfaitement d'accord avec les expériences antérieures de Chladni et de Strehlcke (3) sur le même sujet.

INTERFÉRENCE DES VIBRATIONS DE PÉRIODES INÉGALES.

Considérons deux corps vibrant à la fois, de façon que leurs mouvements se superposent ; soit $b : a$ le rapport, réduit à sa plus simple expression, de leurs nombres de vibrations, bn et an. Après un temps égal à $\frac{1}{n}$, ils auront fait l'un b, l'autre a vibrations ; ils se retrouveront dans la même situation qu'à l'origine ; par conséquent, leurs mouvements se retrouveront en accord ou en discordance après chaque période égale à $\frac{1}{n}$, et pendant une seconde il y aura n concordances et n discordances.

(1) Kœnig, *Ann. de Pogg.*, t. CXXII, p. 138 ; 1863.

(2) Kirchhoff, *Journal de Crelle*, t. XL. M. Émile Mathieu a fait la théorie des membranes elliptiques (*Journal de Liouville*, 2e série, t. XIII et XIV).

(3) Strehlcke, *Ann. de Pogg.*, t. IV, p. 205 ; t. XVIII, p. 198 ; 1825-1833.

Pour réaliser ces conditions, on place une lame de verre noircie sur l'une des branches d'un diapason fixe faisant *an* vibrations. Un autre diapason faisant *bn* vibrations porte à son extrémité une pointe qui appuie sur la lame de verre ; il glisse

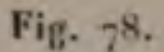


Fig. 78.

le long d'une coulisse par l'effet d'un poids. Quand les deux appareils vibrent à la fois, la lame partage les mouvements du premier, la pointe ceux du second, et le tracé graphique est la somme de ceux qu'on obtiendrait séparément si la lame ou la pointe était immobile.

On voit dans la *fig.* 78 la combinaison de divers accords :

1° Pour l'octave $b = 2a$, l'accord ou le désaccord se produit à chaque vibration successive de la note grave, et pour les vibrations prises de deux en deux de la note aiguë. La deuxième figure fait voir comment cet accord s'altère périodiquement si le rapport des deux notes n'est point absolument celui de l'octave. Dans la troisième ligne, le rapport $b : a$ est égal à $1 : 3$; il y a trois vibrations de la note aiguë dans une du son grave, et le tracé paraît tremblé. Les autres tracés du Tableau s'expliquent avec la même facilité.

Considérons en particulier le cas où les deux notes sont très voisines, celui où leur rapport $\frac{b}{a}$ peut s'exprimer par deux nombres très grands qui diffèrent d'une unité, comme $\frac{25}{24}$, $\frac{81}{80}$. Dans ce cas particulier $b = a + 1$, les concordances se répètent toutes les fois que l'un des corps vibrants a fait a et l'autre $a + 1$ vibrations, et il y en a pendant une seconde un nombre $n = (b - a)n = bn - an$, c'est-à-dire qu'il y en a un nombre égal à la différence des nombres de vibrations des deux notes.

Puisque les deux notes diffèrent très peu, l'accord des deux vibrations superposées s'altérera peu pendant un certain temps, comme celui de deux pendules, de période presque égale; au voisinage d'une coïncidence s'établira une discordance progressive. Le tracé graphique se réduira à un nombre de vibrations apparentes égal à celui de la note la plus haute, mais alternativement grandes et courtes après chaque période égale à $b = a + 1$. On voit deux exemples de ces résultats dans les deux derniers tracés de la figure précédente, qui correspondent à la superposition de deux notes différant d'un demi-ton ou d'un comma.

On peut faire servir à la même étude les deux tuyaux placés sur le même sommier de la *fig.* 78. Supposons que l'un soit à l'octave de l'autre; la flamme qui lui correspond éprouvera deux fois plus de variations de longueur que la flamme de la note grave; elles seront alternativement concordantes et discordantes entre elles (*fig.* 79). Faisons maintenant traverser les capsules des deux tuyaux par un même courant de gaz ter-

miné par une seule flamme : elle montrera dans le miroir tournant des images discontinues en nombre égal à celles de la note aiguë, grandes ou petites, au moment des concordances et des discordances (*fig.* 80).

Fig. 79.



Si le rapport des deux notes est égal à 4 : 5, on aura par la même raison cinq languettes (*fig.* 81), décroissant de la première à la moyenne, qui est la troisième, et augmentant à partir de la quatrième pour reprendre leur grandeur première

Fig. 80.



à la sixième et recommencer les mêmes variations. Dans ce nouveau mode d'expériences, dû à M. Kœnig ([1]), la longueur des flammes exprime la grandeur des vibrations superposées.

([1]) Kœnig, *Ann. de Pogg.*, t. CXLVI, p. 161; 1872.

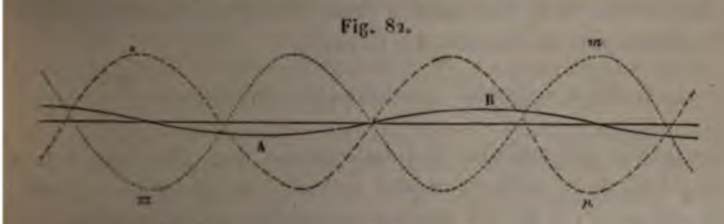
Les deux sons se propagent dans l'air comme s'ils étaient seuls, et la vitesse imprimée à chaque couche d'air est repré-

Fig. 81.



sentée par une courbe dont les ordonnées sont égales à la somme algébrique de celles qui expriment les deux sons com-

Fig. 82.



posants, et qui sont représentées par des courbes ponctuées. Comme les deux longueurs d'onde sont presque égales, les vi-

Fig. 83.

tesses figurées par les courbes ponctuées *nn* et *mm* sont discordantes, se détruisent presque complètement pendant

plusieurs vibrations consécutives et se réduisent à la courbe pleine AB (*fig.* 82); puis elles deviennent concordantes et s'ajoutent pendant une durée égale (*fig.* 83).

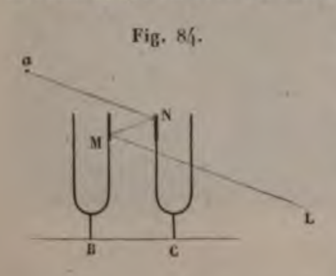
Battements. — Il en résulte une courbe composée où l'on remarque des vitesses maxima et minima. Ces alternatives se reproduisent M — N fois en une seconde, si M et N sont les nombres des vibrations complètes des deux notes; elles produisent des renforcements et des affaiblissements du son. C'est le phénomène des battements, que Sauveur [1] a étudié le premier. Ces battements sont très rapprochés ou très lents, suivant que les deux notes composantes diffèrent beaucoup ou peu. On les obtient facilement avec deux tuyaux identiques que l'on désaccorde en diminuant légèrement la longueur de l'un, ou avec deux diapasons, ou avec la sirène double, en superposant les notes produites par les deux séries de douze trous, et en tournant la roue dentée de manière à varier les phases des deux sons. La formule

$$\sin 2\pi M t + \sin 2\pi N t = 2\cos\pi(M-N)\,t\sin 2\pi\frac{M+N}{2}t$$

exprime le phénomène des battements dans le cas le plus simple de deux sons de même intensité et de même phase; on voit qu'il y a M — N minima et maxima par seconde.

On peut rendre sensibles à l'œil ces renforcements et ces affaiblissements des vibrations superposées. Soient deux diapasons MB et NC (*fig.* 84) sur les branches intérieures desquels on a fixé deux miroirs M et N. L'œil placé en a voit par double réflexion l'image du point L suivant la direction aN. Quand le diapason MB entre en vibration, l'image de L est déplacée dans le sens vertical, et, à cause de la persistance des impressions, elle paraît être une ligne allongée. Il en est de même quand c'est le diapason NC qui est en

Fig. 84.



(1) Sauveur, *Histoire de l'Académie des Sciences*, p. 134; 1700.

mouvement. Mais, si on les ébranle tous les deux à la fois, il pourra arriver : 1° que le miroir N reste à chaque instant parallèle à M, c'est-à-dire que les deux vibrations aient la même phase et la même amplitude : dans ce cas, l'image ne s'allongera pas; 2° que le miroir N vibre à chaque instant en sens contraire de M : alors la différence de phase sera égale à une demi-longueur d'onde, et le déplacement de l'image sera la somme de ceux qu'elle éprouverait par le mouvement de chaque miroir; 3° enfin il peut arriver que les deux diapasons oscillent avec des amplitudes égales et avec une différence de phase quelconque, et l'image subira une élongation, mais plus petite que dans le deuxième cas. Ainsi, lorsqu'à l'origine du mouvement les deux diapasons à l'unisson auront été mis fortuitement dans un état déterminé de phase, cet état se maintiendra indéfiniment, et l'image sera ou un point ou une ligne dont la longueur dépendra uniquement de cette phase, pour une amplitude vibratoire égale.

Mais, si l'on ajoute au diapason NC un contrepoids même très petit, ses vibrations deviendront un peu moins rapides que celles de l'autre diapason MB; alors, à partir d'un moment où les deux miroirs seront parallèles, M prendra l'avance; la différence de phase, d'abord nulle, ira en augmentant, elle deviendra $\frac{\lambda}{2}$, puis λ, etc., et par conséquent l'image, d'abord réduite à un point, s'allongera, puis se raccourcira, etc.; et, comme il y aura aussi des battements quand les vibrations seront concordantes, les alternatives de raccourcissement et l'allongement coïncideront avec celles des affaiblissements et des renforcements du son. On conçoit que les diapasons ne seront parfaitement d'accord que lorsque ces alternatives auront disparu.

On peut aussi rendre les battements visibles au moyen de l'appareil à flammes déjà cité (*fig.* 68), en désaccordant légèrement l'un des deux tuyaux qui parlent à la fois et en faisant communiquer les deux capsules avec un même courant de gaz terminé à un seul bec où on l'allume. On observe alors la flamme *directement*, sans le secours du miroir tournant, on la voit s'élancer et s'abaisser tour à tour d'une manière

périodique, et le rythme de ses mouvements concorder avec celui des battements.

Sauveur a proposé de faire servir la théorie des battements à la mesure des nombres absolus de vibrations de deux sons, lorsqu'ils donnent des battements assez lents pour qu'on puisse les compter et lorsqu'on connaît leur rapport $\frac{b}{a}$, qui peut se déterminer de plusieurs manières. S'il y a n battements par seconde, cela veut dire que la différence entre les deux nombres de vibrations N et M est égal à n. On a donc les deux équations

$$\frac{M}{N} = \frac{b}{a}, \qquad M - N = n;$$

donc

$$N = \frac{na}{b-a}, \qquad M = \frac{nb}{b-a}.$$

Supposons, par exemple, qu'on ait fait écrire les vibrations de deux diapasons ou de deux corps vibrants quelconques, placés l'un à côté de l'autre, sur le cylindre noirci, et qu'on ait trouvé que l'un fait a vibrations pendant que l'autre en fait $a+1$: on aura leurs nombres de vibrations absolues en multipliant a et $a+1$ par le nombre n de battements qu'ils donnent par seconde; on trouvera ainsi pour l'un an et pour l'autre $an+n$ vibrations doubles.

Scheibler (¹), de Crefeld, a étendu notablement l'emploi des battements à l'art d'accorder les orgues. Il a construit une série de 65 diapasons appelée par lui *tonomètre*. Le premier fait 256 vibrations; les autres se succèdent de façon que chacun d'eux donne 4 battements par seconde avec celui qui le précède et avec celui qui le suit, ce qui veut dire que le nombre des vibrations augmente de 4 à chacun d'eux et de $4.64 = 256$ du premier au dernier, ce qui fait une octave entière. Tout son qui sera compris dans la même octave se placera entre deux de ces diapasons; il fera, par exemple, 3 battements avec le plus bas et 1 avec le plus haut : il fera 3 vibrations de plus

(¹) Scheibler, *Ann. de Pogg.*, t. XXIX, p. 390, et t. XXXII, p. 333 et 492; 1833-1834.

que le premier et 1 de moins que le second. On a supposé ici que la note en question est comprise dans les limites du tonomètre; si elle n'y était pas, on l'élèverait ou on l'abaisserait d'une ou de plusieurs octaves jusqu'à la ramener entre ces limites.

Les battements de deux diapasons permettent encore de constater l'influence du mouvement de translation sur la hauteur d'un son. Supposons que l'un fasse 512, l'autre 516 vibrations par seconde; immobiles, ils donneront 4 battements. Laissons le premier en place, rapprochons l'autre de l'oreille. Il paraîtra plus aigu qu'il ne l'est en réalité, et le nombre des battements devra croître; il diminuera, au contraire, si l'on éloigne le deuxième diapason. Si le premier est à 65cm de l'oreille (c'est la longueur d'onde qui correspond à 512 vibrations) et qu'on promène l'autre entre l'oreille et le premier diapason dans le rythme régulier d'un pendule à secondes, on perd toujours 1 battement pendant l'allée et l'on en gagne 1 pendant le retour, de sorte qu'on entend alternativement 3 et 5 battements par seconde au lieu d'en entendre toujours 4. Cette expérience est due à M. Kœnig.

SONS DE BATTEMENTS, SONS RÉSULTANTS. — Le nombre de battements par seconde M — N augmente à mesure que les notes qu'on produit à la fois s'éloignent davantage. Il y a un moment où ces battements cessent d'être distincts; mais on entend alors un son continu dont le nombre des vibrations est M — N. Il se produit lorsqu'on fait parler à la fois deux tuyaux ou deux diapasons; on le nomme *son résultant*. Il a été signalé en 1745 par Sorge ([1]), et un peu plus tard par Romieu ([2]), de Montpellier, et par Tartini ([3]). Les sons résultants ont été surtout étudiés par M. Helmholtz et par M. Kœnig.

D'après M. Kœnig ([4]), il y a deux sortes de *sons de batte-*

([1]) SORGE, *Anweisung zur Stimmung der Orgelwerke und des Claviers*. Hambourg, 1744.

([2]) ROMIEU, membre de l'Académie des Sciences de Montpellier, 1753.

([3]) TARTINI, *Traité de l'Harmonie*; Padoue, 1754.

([4]) R. KOENIG, *Quelques expériences d'acoustique*, t. IX, p. 87 et suiv. Paris, 1882.

ments a dont on constate l'existience de la manière suivante:

Un diapason de grandes dimensions donnant la note ut_1 est mis en vibration simultanément avec un autre gros diapason donnant successivement $ré_1$, mi_1, etc., ou des notes intermédiaires. On entend d'abord des battements distincts dont le nombre est M — N; quand ces battements sont au nombre de 13 ou 14 par seconde, ils se confondent en une sorte de roulement qui s'accélère de plus en plus à mesure qu'on s'approche de l'intervalle de quarte, mais sans perdre son caractère simple. Au-dessus on n'entend plus qu'un ronflement confus; mais quand on s'approche de l'octave 2N, les battements reparaissent bien distincts et leur nombre est cette fois 2N — M jusqu'à l'octave où ils disparaissent complètement.

En continuant encore d'élever le son du second diapason au-dessus de 2N, on entend des battements en nombre de M — 2N; puis, au voisinage de la quinte de l'octave, apparaissent les battements 3N — M, suivis, après la quinte, des battements M — 3N et ainsi de suite.

Deux sons de battements peuvent battre à leur tour, l'un par rapport à l'autre, en donnant des battements secondaires plus difficilement perceptibles, et l'on peut comprendre que, par la répétition indéfinie des mêmes procédés de composition, deux sons simples pourraient donner une série illimitée de sons de battement d'intensité décroissante.

M. Helmholtz (¹), étudiant théoriquement la composition de mouvements vibratoires d'*amplitude finie*, est arrivé à prévoir des sons résultants d'une autre espèce, correspondant au nombre de vibrations M + N, et qu'on peut nommer *sons résultants additionnels*. M. Helmholtz a constaté par l'expérience l'existence de ces sons, d'après lui beaucoup plus faibles que les sons M — N.

Quand les deux notes primaires sont assez fortes, on entendrait encore d'autres sons accessoires ou sons résultants de second ordre, qui seraient produits par la combinaison des sons résultants de premier ordre avec les deux notes primaires.

(¹) HELMHOLTZ, *Théorie physiologique de la Musique*, p. 300 de l'édition française.

Ainsi les notes M, N donneraient les sons résultants de premier ordre M — N, M + N, et les sons résultants de second ordre M — 2N, 2M — N, 2M + N, M + 2N. On observerait même quelquefois des sons résultants de troisième ordre, etc. Prenons pour exemple les deux notes ut_3 et mi_3, qui forment une tierce majeure, et que nous représenterons par 4 et 5. Le son différentiel sera 1, le son d'addition 9. Le premier est donc l'ut_1, l'autre le $ré_4$. Le son 1 donnera avec 4 et 5 les sons différenciels de second ordre 3 et 4, c'est-à-dire sol_2 et ut_3; le son 3 donnera avec 4 et 5 les sons différenciels de troisième ordre 1 et 2 (ut_1 et ut_2), et ainsi de suite.

En résumé, on devra entendre à la fois

1, 2, 3, 4, 5, 9

ou

ut_1, ut_2, sol_2, ut_3, mi_3, $ré_4$.

D'après M. Kœnig, toutes les expériences réalisées par M. Helmholtz sont sujettes à critique, les sons employés n'étant pas des sons rigoureusement simples comme ceux des diapasons. Les sons d'addition n'auraient jamais été constatés expérimentalement d'une manière bien certaine.

Sons de variation. — Comme deux sons M, N donnent M — N battements par seconde, c'est-à-dire un son $\frac{M+N}{2}$ dont l'intensité offre M — N minima par seconde, un son d'intensité périodiquement variable se décompose à son tour en deux sons d'intensité constante. En effet, soient h la hauteur de ce son et $2p$ le nombre des minima d'intensité qu'il offre en une seconde; on pourra le représenter par

$$\alpha \cos 2\pi pt \sin 2\pi ht = \frac{\alpha}{2} \sin 2\pi(h+p)t + \frac{\alpha}{2} \sin 2\pi(h-p)t.$$

On voit donc qu'il se décompose en deux sons $h+p$ et $h-p$, qui donnent entre eux $2p$ battements, et qu'on pourrait appeler *sons de variation*. M. Radau a fait voir que ce phénomène doit s'observer lorsqu'on fait tourner rapidement le carton évidé sur la plaque circulaire dans l'expérience de Lissa-

jous. Si la plaque vibre avec $2n$ concamérations en donnant la note h et si l'on fait tourner le carton avec une vitesse de n' tours par seconde, on a $2p = 2nn'$, et les sons de variation seront $h + nn'$ et $h - nn'$. On obtient le même résultat avec une plaque que l'on fait simplement tourner dans son plan, parce que les secteurs négatifs et positifs passent alors alternativement au même point. M. Beetz (1) a vérifié ces conclusions avec une plaque qui donnait le *fa* de 340 vibrations lorsqu'elle se divisait en quatre secteurs. Il lui imprimait $19\frac{1}{2}$ tours par seconde; on avait donc

$$h = 340, \qquad 2n = 4, \qquad n' = 19,5,$$
$$h + nn' = 379, \qquad h - nn' = 301.$$

Les sons observés étaient le *sol* de 380 et le *mi*♭ de 300 vibrations.

Théorème de Fourier (2). — Jusqu'ici nous n'avons considéré que des vibrations harmoniques, ou bien des vibrations résultant de la superposition de plusieurs vibrations parallèles de cette espèce. Il convient d'écarter désormais ce que cette condition imposée aux vibrations sonores a de restrictif en apparence, et de montrer que toute vibration rectiligne peut être considérée comme le résultat d'une pareille superposition.

Concevons, en effet, qu'un point matériel vibre d'après une loi quelconque, c'est-à-dire que l'élongation s soit une fonction du temps t, arbitrairement donnée et astreinte seulement à repasser par les mêmes valeurs au bout d'une période complète, de telle sorte que, en appelant T la durée de la période, s ne change pas de valeur quand on y remplace t par $t + T$.

On peut figurer un mouvement de cette espèce d'après les mêmes conventions qui nous ont servi précédemment. La courbe des élongations sera composée (*fig.* 85) d'une série de portions telles que ABCD toutes identiques entre elles; on l'obtiendra en transportant la tranche ABCDE bout pour bout un nombre indéfini de fois. La longueur AE interceptée sur l'axe par cette portion de courbe est égale à T.

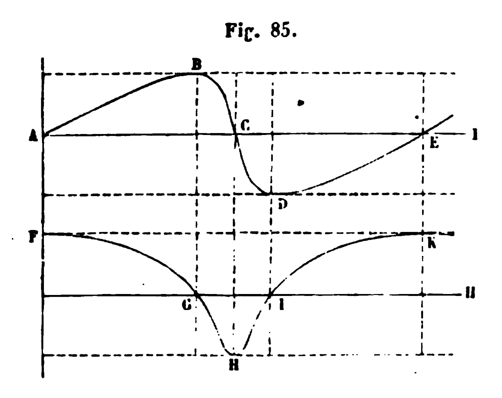
---

(1) Beetz, [illegible], t. CXXX, p. [illegible] et [illegible]; [illegible].

(2) Fourier, *Théorie analytique de la chaleur*; Paris, 1822.

La courbe des vitesses FGHIJ présente une autre forme que celle des élongations, mais avec la même période.

Fig. 85.



Il est évident que la fonction

$$(1)\quad s = -\left[a_1 \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \delta_1\right) + a_2 \cos 4\pi\left(\frac{t}{T} - \delta_2\right) + \ldots\right],$$

dans laquelle les coefficients $a_1, a_2, \ldots, \delta_1, \delta_2$, en nombre fini ou infini, sont des constantes, jouit de la propriété d'avoir une période égale à T.

Fourier a démontré que toute fonction périodique peut précisément être mise sous cette forme et que le développement de s est possible d'une manière, et d'une seule. Le nombre des termes nécessaires pour représenter rigoureusement la vibration est en général infini; mais presque toujours les constantes $a_1, a_2, \ldots$ sont assez rapidement décroissantes pour qu'on puisse réduire le développement de s à un petit nombre de termes.

En différentiant (1) par rapport à t, on obtient

$$\frac{ds}{dt} = v = \frac{2\pi a_1}{T} \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \delta_1\right) + \frac{4\pi a_2}{T} \sin 4\pi\left(\frac{t}{T} - \delta_2\right) + \ldots,$$

que nous écrirons, pour abréger,

$$(2)\quad v = \alpha_1 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \delta_1\right) + \alpha_2 \sin 4\pi\left(\frac{t}{T} - \delta_2\right) + \ldots.$$

On remarquera que chacun des termes des équations (1) et (2) définit séparément une vibration harmonique de période T, $\frac{T}{2}$, $\frac{T}{3}$, ...; les sons correspondants contiennent N, 2N, 3N, ... vibrations par seconde : ce sont ceux que peuvent émettre, suivant le nombre de concamérations dans lesquelles ils se divisent, un tuyau ouvert aux deux bouts, une corde fixée à ses deux extrémités, etc.

Pour nous familiariser avec le mode d'analyse ou de synthèse des sons renfermé dans la formule de Fourier, nous reproduirons ici les figures correspondant à la superposition de deux vibrations harmoniques de périodes respectivement égales

Fig. 86.

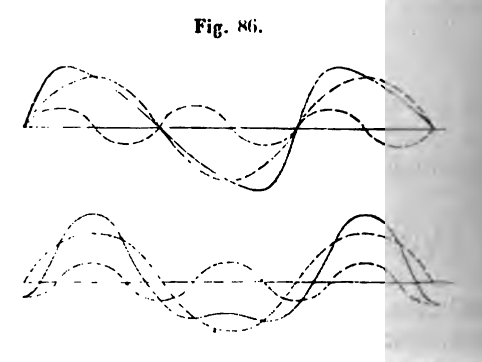
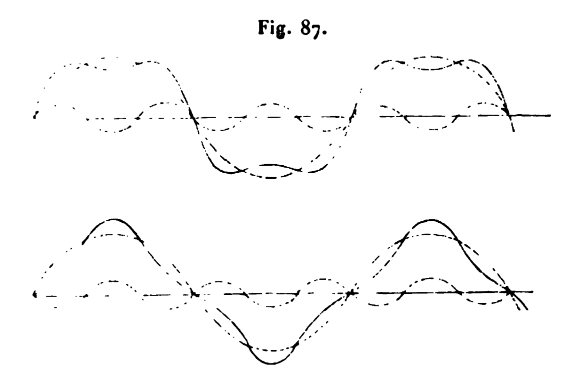
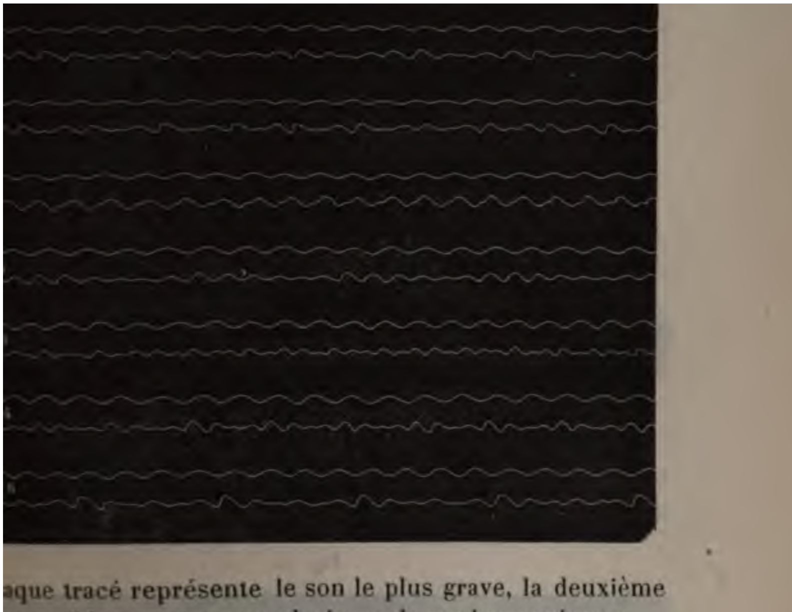


Fig. 87.



à T et $\frac{T}{2}$ (*fig.* 86), T et $\frac{T}{3}$ (*fig.* 87). Ces figures supposent que



aque tracé représente le son le plus grave, la deuxième
perposition avec un ou plusieurs de ses harmoniques.

NAUTOGRAPHE. — Non seulement on peut prévoir ces
graphiques, mais on peut aussi les dessiner automati-
ment. On emploie à cet effet le phonautographe de Scott.
u'il a été construit par M. Kœnig ([1]), cet instrument se
ose d'un paraboloïde en tôle de zinc A (*fig*. 89), terminé

venablement la tension. Le style *d*, formé d'une soie de sanglier et terminé par une barbule de plume, est fixé sur la membrane avec une goutte de cire d'Espagne. Il appuie sur un

Fig. 89.



cylindre B, recouvert d'une feuille de papier noircie à la flamme d'une lampe à huile, et porté sur un support solide par une

Fig. 90.



vis sans fin. Le style entre en vibration aussitôt qu'un son quelconque est produit dans le voisinage du paraboloïde, qui le concentre en son foyer, comme l'indiquent les lignes brisées

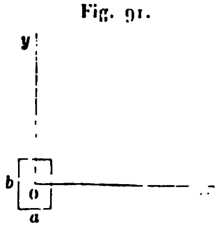
LI, L′I′, L″I″, ..., et communique l'impulsion à la membrane; il suffit alors de faire tourner le cylindre au moyen de la manivelle M pour obtenir, sur le papier enduit de noir de fumée, une hélice tremblée qui représente les vibrations de l'air. On coupe ensuite la feuille de papier suivant une ligne parallèle à l'axe du cylindre, on l'enlève et on la trempe dans un bain d'alcool, afin de fixer le dessin qu'elle porte. La *fig.* 90 est un exemple des dessins qu'on obtient lorsque plusieurs sons se superposent.

Quand on produit devant le paraboloïde deux notes simples d'une même série harmonique, on constate l'accord du tracé obtenu avec celui que la théorie fait prévoir.

COMPOSITION DES VIBRATIONS RECTANGULAIRES.

Supposons qu'un même point O (*fig.* 91) soit sollicité à la fois par deux systèmes de mouvements vibratoires rectangulaires dirigés suivant Ox et Oy, ayant des amplitudes, des phases et des durées de vibration quelconques, que nous pouvons représenter par les formules

Fig. 91.



$$v = \frac{dy}{dt} = \alpha \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

$$v' = \frac{dx}{dt} = \alpha' \sin 2\pi \left(\frac{T'}{t} + \delta\right).$$

En intégrant et posant $a = -\frac{\alpha T}{2\pi}$, $a' = -\frac{\alpha' T'}{2\pi}$, on a

$$(1) \qquad y = a \cos 2\pi \frac{t}{T}, \qquad x = a' \cos 2\pi \left(\frac{t}{T'} + \delta\right);$$

y et x représentent les coordonnées du point vibrant après un temps t, et, si nous éliminons t entre les deux équations (1), nous aurons celle de la trajectoire décrite par le point O. Cette élimination est très compliquée dans le cas général; elle se fait facilement dans divers cas particuliers.

1° Supposons que T′ soit égal à T; nous aurons

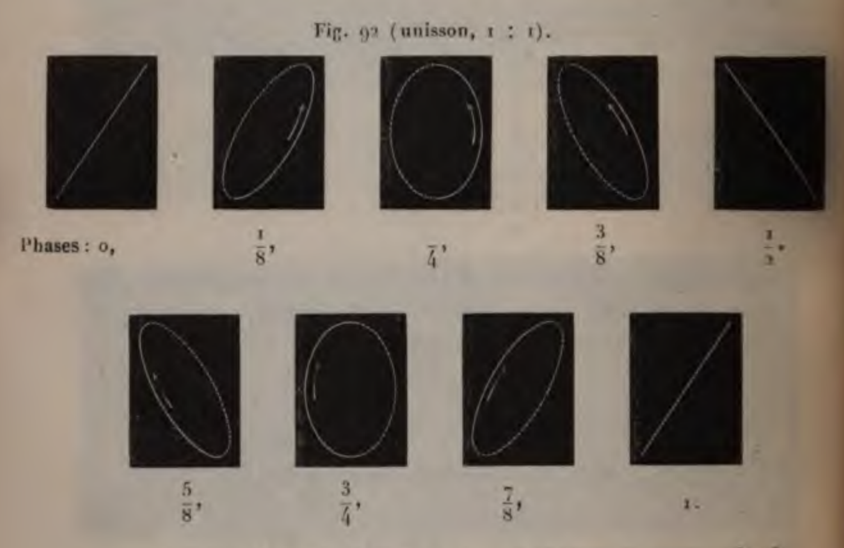
$$x = a' \cos 2\pi\delta \cos 2\pi \frac{t}{T} - a' \sin 2\pi\delta \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

$$x = a' \cos 2\pi\delta \frac{y}{a} - a' \sin 2\pi\delta \sqrt{1 - \frac{y^2}{a^2}},$$

$$\frac{x^2}{a'^2} + \frac{y^2}{a^2} - \frac{2xy}{aa'} \cos 2\pi\delta = \sin^2 2\pi\delta,$$

ce qui est l'équation d'une ellipse qui prend successivement les formes et les positions indiquées (*fig.* 92) quand la diffé-

Fig. 92 (unisson, 1 : 1).



rence de marche prend successivement les valeurs 0, $\frac{\lambda}{8}$, $\frac{\lambda}{4}$, $\frac{3\lambda}{8}$, $\frac{\lambda}{2}$, $\frac{5\lambda}{8}$, $\frac{3\lambda}{4}$, $\frac{7\lambda}{8}$, λ.

2° Soit maintenant $T = 2T'$; nous aurons

$$x = a' \cos 2\pi\delta \cos 2\pi \frac{2t}{T} - a' \sin 2\pi\delta \sin 2\pi \frac{2t}{T},$$

$$x = a' \cos 2\pi\delta \left(\cos^2 2\pi \frac{t}{T} - \sin^2 2\pi \frac{t}{T}\right)$$
$$- 2a' \sin 2\pi\delta \sin 2\pi \frac{t}{T} \cos 2\pi \frac{t}{T},$$

$$x = a' \cos 2\pi\delta \left(2\frac{y^2}{a^2} - 1\right) - 2a' \sin 2\pi\delta \frac{y}{a}\sqrt{1 - \frac{y^2}{a^2}}.$$

En faisant disparaître le radical et réduisant,

$$(2) \quad \frac{x^2}{a'^2} + \frac{4y^4}{a^4} - \frac{4y^2}{a^2}\left(1 + \frac{x \cos 2\pi\delta}{a'}\right) + \frac{2x}{a'} \cos 2\pi\delta + \cos^2 2\pi\delta = 0,$$

équation facile à discuter et qui exprime les courbes de la *fig.* 93.

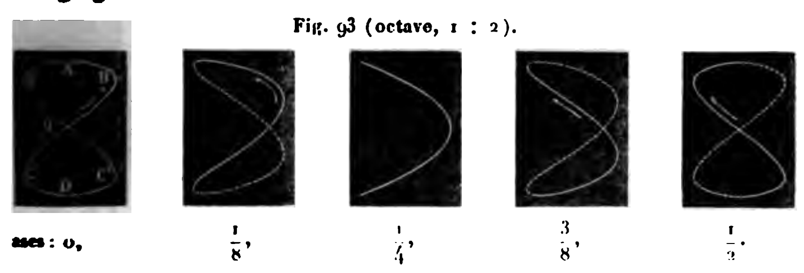


Fig. 93 (octave, 1 : 2).

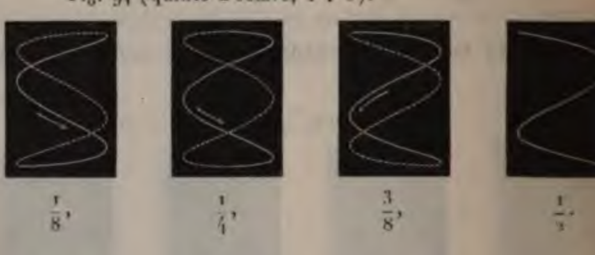
La courbe est comprise dans un rectangle dont les côtés sont $2a$ et $2a'$. En général, si le rapport de T à T' est égal à $\frac{p}{q}$, le nombre de ses points de contact avec les côtés est égal à p pour le premier et à q pour le second, pourvu qu'on suppose p et q premiers entre eux.

En effet, les équations (1) montrent : 1° que les valeurs maxima de y et de x sont comprises entre $+a$ et $-a$ d'une part, et $+a'$ et $-a'$ de l'autre. La courbe est donc tangente aux côtés du rectangle formé par les lignes $y = +a$, $y = -a$, et $x = +a'$, $x = -a'$. De plus, y rencontre les deux premières

n nombre de fois égal à $\frac{1}{T}$ pendant une seconde, et x es deux autres $\frac{1}{T'}$ fois dans le même temps. Le rapport $\frac{1}{T'}$ est celui des nombres de vibrations ; il est égal à $\frac{p}{q}$. nc, pendant le même temps, p contacts avec les côtés aux et q avec les côtés verticaux. Si, par exemple, lle des deux notes est une quarte, $\frac{p}{q} = \frac{3}{4}$, la courbe 3 fois les côtés horizontaux et 4 fois les côtés verticaux angles dans lesquels la figure est contenue.

g. 94 représente les courbes qui caractérisent le rap-

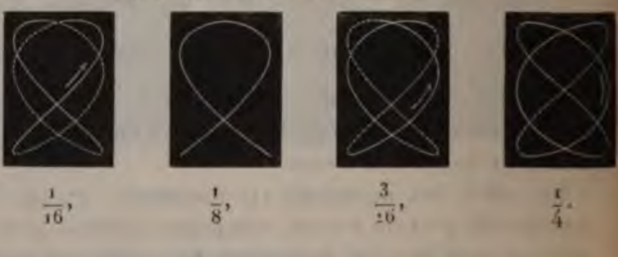
Fig. 94 (quinte d'octave, 1 : 3).



$\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{2}$.

la douzième ou quinte de l'octave $\left(\frac{p}{q} = \frac{1}{3}\right)$, la *fig.* 95

Fig. 95 (quinte, 2 : 3).

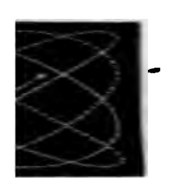


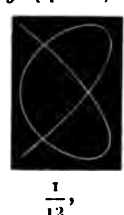
$\frac{1}{16}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{1}{4}$.

ui correspondent à la quinte $\left(\frac{p}{q} = \frac{2}{3}\right)$, et la *fig.* 96

elles de la quarte $\left(\frac{p}{q}=\frac{3}{4}\right)$. Les différences de phase sont arquées au-dessous de chaque courbe.

Fig. 96 (quarte, 3 : 4).







P. $\frac{1}{24}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{6}$.

DISCUSSION GÉOMÉTRIQUE. — On doit à Lissajous (1) la discussion géométrique suivante. Traçons (*fig.* 97) un cylindre dont l'axe est Ox et le rayon a, et supposons qu'un point M se meuve sur la section droite yz avec une vitesse constante égale à $\frac{2\pi a}{T}$. Après un temps t il aura parcouru un espace AM égal à $\frac{2\pi at}{T}$; la projection OP de OM sera égale à $a\cos$ MOA, et l'on aura

$$y = a\cos 2\pi\frac{t}{T}.$$

La projection du point M sur l'axe Oy décrira donc l'une des deux vibrations composantes.

Imaginons maintenant une génératrice MN se mouvant avec M, et prenons sur elle une longueur MN égale à la valeur de x pour le temps t. Le point N décrira sur la surface du cylindre une courbe sinusoïdale. D'autre part, la projection K du point N sur le plan des xy donnera

Fig. 97.

$$PK = x = a'\cos 2\pi\frac{t}{T'}.$$

(1) Lissajous, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LI, p. 147 et suivantes; 1840.

Par conséquent, K décrira dans le plan des xy la courbe que nous cherchons, et celle-ci sera la projection de celle que N trace sur la surface cylindrique. La première sera la perspective de la seconde vue d'un point infiniment éloigné sur l'axe Oz. Il suffit donc de trouver la courbe du point N [1].

Je suppose que la phase δ change, par exemple qu'elle croisse de zéro à δ; la valeur de y passera de

$$y = a\cos 2\pi\frac{t}{T} \quad \text{à} \quad y = a\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}+\delta\right).$$

---

(1) Il est facile de tracer celle-ci sur la surface cylindrique développée. Elle ne comprend que des arcs de sinusoïde. En effet, éliminons t entre les équations

$$y = \frac{2\pi a t}{T},$$

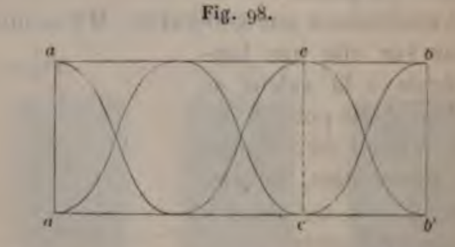
$$x = a'\cos 2\pi\frac{t}{T'};$$

nous obtenons

$$x = a'\cos\frac{T}{T'a}y.$$

La période ac de cette sinusoïde (*fig.* 98) est $\frac{2\pi a T'}{T}$; la portion contenue dans la largeur $2\pi a$ du développement ne contient pas en général un nombre entier de périodes; pour obtenir sur le cylindre une courbe fermée, il faut continuer la courbe en revenant de b' en a' autant de fois qu'il est nécessaire

Fig. 98.



pour obtenir un nombre entier de périodes embrassant un nombre entier de fois le développement $2\pi a$. Alors les points extrêmes a et b se rejoignent sur le cylindre, et la courbe cylindrique est fermée.

La figure ci-jointe se rapporte à $\frac{T'}{T} = \frac{2}{3}$.

M. Terquem (*Séances de la Société de Physique*, 1876, p. 102) a eu l'idée

La dernière équation peut s'écrire

$$y = a \cos 2\pi \left(\frac{t + T\delta}{T} \right).$$

En augmentant la phase de δ, c'est comme si le temps avait augmenté de $T\delta$, ou que le point M et toute la courbe tracée sur le cylindre eussent marché d'une quantité

$$MM' = \frac{2\pi a}{T} T\delta = 2\pi a \delta,$$

c'est-à-dire d'une fraction de circonférence égale à la phase. C'est comme si le cylindre avait tourné d'un angle égal à MOM'; on aura donc toutes les perspectives de la courbe cylindrique pour des phases égales à o, $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$, ..., $\frac{8}{8}$, en faisant tourner le cylindre d'une fraction égale de circonférence. Cela étant, la question se simplifie; il suffira de construire la courbe cylindrique pour une valeur particulière de δ, par exemple pour le cas où $\delta = 0$. Examinons ce qui arrive quand les deux vibrations composantes sont dans un rapport simple.

1° $T = T'$: on a

$$y = a \cos 2\pi \frac{t}{T}, \qquad x = a' \cos 2\pi \frac{t}{T};$$

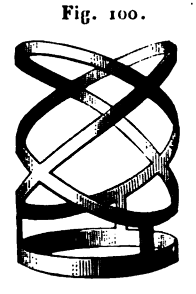
---

de découper ces courbes dans une feuille de tôle qu'il enroule ensuite sur une surface cylindrique, de manière à en rejoindre les deux extrémités aa', bb'. Les modèles opaques ainsi obtenus (*fig.* 99 et 100) peuvent être éclairés par

Fig. 99.



Fig. 100.



de la lumière parallèle; l'ombre portée sur un tableau plan fournit en projection les diverses courbes caractéristiques de l'intervalle considéré.

par conséquent

$$\frac{y}{x} = \frac{a}{a'}.$$

Cela prouve que la courbe est une section plane du c
c'est-à-dire une ellipse. Pour $\delta = 0$, sa perspective
droite $y = \frac{a}{a'}x$; quand la phase augmente, la courbe p
aspects de la *fig.* 92.

2° $T = 2T'$:

$$y = a\cos 2\pi\frac{t}{T}, \qquad x = a'\cos 2\pi\frac{2t}{T}.$$

Si t croît de 0 à T, y passe de $+a$ à $+a$, le point M a
fois le tour du cylindre. D'autre part, la valeur de
de $+a'\cos 2\pi(0)$ à $+a'\cos 2\pi(2)$, c'est-à-dire qu'el
deux fois de $+a'$ à $+a'$; elle reprend donc à la fin l
qu'elle avait à l'origine. Par conséquent, la courbe re
point de départ et se superpose ensuite indéfiniment
même après que x a décrit deux vibrations complète
ABQCD à la partie antérieure du cylindre, l'autre D
qu'on a ponctuée, et qui est à la partie postérieure (
La phase croissant, les aspects changent, comme l'in
figure.

3° $2T = 3T'$:

$$y = a\cos 2\pi\frac{t}{T}, \qquad x = a'\cos 2\pi\frac{3t}{T}.$$

Quand M a fait un tour, y et x reprennent leurs pr
valeurs $+a$ et $+a'$.

Le rapport de ces nombres est celui des côtés du re
car $2\pi\frac{3t}{T}$ s'est accru de trois circonférences et x a
vibrations complètes (*fig.* 94).

4° $2T = 3T'$:

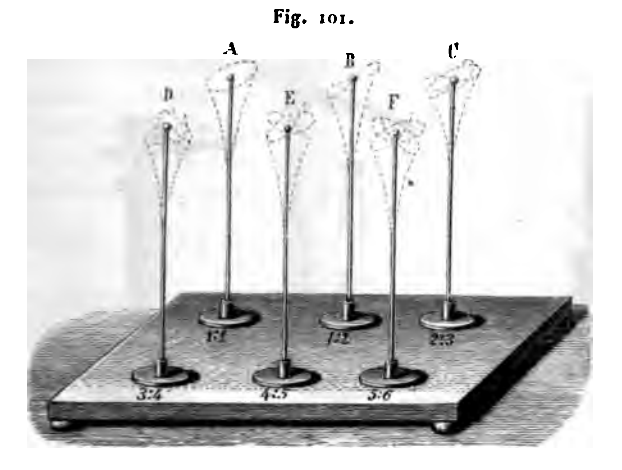
$$y = a\cos 2\pi\frac{t}{T}, \qquad x = a'\cos 2\pi\frac{3t}{2T}.$$

On fait croître t de 0 à $2T$ (*fig.* 95); M fait deux fois

lu cylindre et y reprend la valeur $+a$ qu'il avait pour $t=0$. Pendant ce temps, x passe de $+a'$ à $+a'$ et fait trois vibrations complètes, l'une AA'B, la seconde BC'C, la troisième CB'A. On discuterait et on figurerait de même les autres cas.

CALÉIDOPHONE. — Jusqu'à présent cette étude est purement théorique. Occupons-nous maintenant des phénomènes. C'est Wheatstone [1] qui les a découverts et expliqués le premier en 1827. Il se servait de verges de longueur l dont la section OBA (*fig.* 91) était un rectangle de base a et de hauteur a'. En

Fig. 101.



les faisant vibrer dans le sens Oy, elles donnaient un nombre de vibrations $\frac{Ka'}{l^2}$ et $\frac{Ka}{l^2}$ quand elles étaient ébranlées parallèlement à Ox.

En déplaçant la verge par des chocs donnés obliquement, elle éprouvait à la fois les deux modes de mouvement précédents, et son extrémité décrivait les courbes que nous venons d'étudier, quand a et a' prenaient les valeurs que nous leur avons assignées. Pour les rendre visibles, Wheatstone fixait à cette extrémité une sphère de verre étamé qu'il éclai-

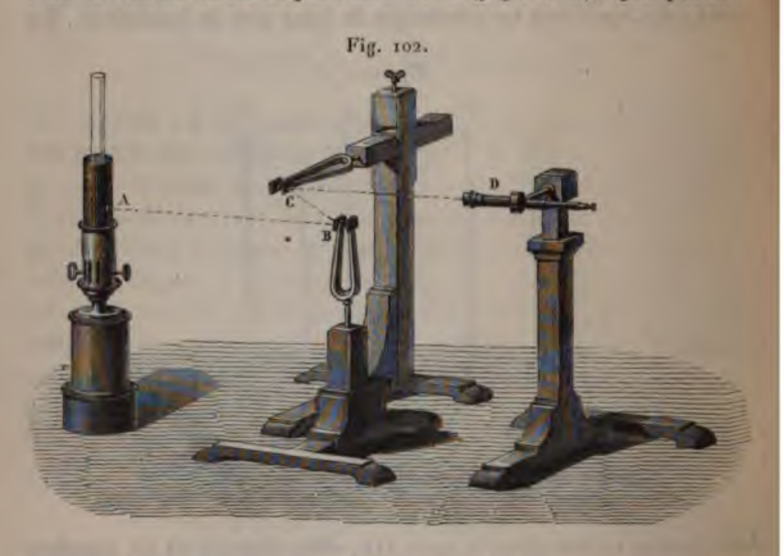
---

[1] WHEATSTONE, *Quarterly Journal of Science*, new series, n° 11.

rait par une lampe, et, comme elle offre toujours un point brillant, la courbe qu'elle décrit se dessine par un trait lumineux qui paraît continu à cause de la persistance des impressions. Wheatstone a donné à cet appareil le nom de *caléidophone* (*fig.* 101).

MÉTHODE OPTIQUE. — Lissajous (¹) a réalisé les mêmes courbes avec plus d'éclat et de précision. Il place en regard l'un de l'autre deux diapasons B et C (*fig.* 102), qui portent

Fig. 102.



chacun deux miroirs sensiblement parallèles et qui vibrent, B dans un plan vertical et C dans un plan horizontal. La lumière partie d'un point lumineux A se réfléchit en B et en C, et l'on voit l'image de A, après ces deux réflexions, en regardant dans la lunette D. Il est clair que les vibrations de B dilatent l'image verticalement, celles de C horizontalement, et qu'en se superposant elles déterminent l'une des courbes que nous avons étudiées. On peut aussi recevoir l'image du point A

(¹) LISSAJOUS, *Comptes rendus*, t. XLI, p. 814, t. XLIV, p. 727, et *Annales de Chimie et de Physique*, 3ᵉ série, t. LI, p. 147; 1857.

valeur.

ıd on ajoute à l'une des branches de l'un des diapasons ısse très petite, par exemple quand on y colle une bou-: cire, on change sa note d'une manière insensible, ıi suffit à la longue pour troubler la relation des deux nents, c'est-à-dire la phase. Si cette phase croît, on ɜntement, par des altérations continues, de la première 'nière figure de chaque série; si elle décroît, la trans-on se fait de la dernière à la première.

osons en effet que les durées T et T′ des deux vibra-›ient en rapport simple, et que $\frac{1}{T'}$ s'altère d'une très [uantité et devienne $\frac{1}{T'} + \alpha$; on aura

$$x = a' \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} + t\alpha\right).$$

ɔmme si la phase de la vibration x était augmentée ɿuantité progressivement croissante $t\alpha$ et, comme ce :ment sera très lent, la figure acoustique passera par les transformations jusqu'à revenir à sa forme originelle ɪ$\alpha = 1$, ou après un temps $\frac{1}{\alpha}$: soit 20 secondes. Alors α $\frac{\cdot}{?}$, et cela voudra dire que le nombre des vibrations $\frac{1}{T'}$

M. Helmholtz [1] a substitué aux diapasons ordinaires, employés dans ces expériences, des diapasons entretenus électriquement. On emploie pour cet objet deux bobines munies de noyaux en fer doux qui avoisinent les extrémités des branches du diapason et qui sont animées par des courants de même période que le diapason [2]. On obtient ce résultat en chargeant le diapason lui-même d'interrompre ou de rétablir le courant excitateur.

M. Mercadier [3] répète l'expérience de Lissajous avec des diapasons entretenus électriquement; mais il charge les branches de l'un des diapasons de masses additionnelles considérables, que l'on peut faire glisser simultanément le long de ces branches, de manière à changer la hauteur du son. Il suffit alors d'un couple de diapasons pour produire à volonté toutes les figures optiques. En maintenant invariable l'intensité de la vibration, on peut conserver pendant un temps en quelque sorte indéfini la différence de phase initiale des deux diapasons, et par conséquent obtenir sur le tableau une courbe optique rigoureusement fixe, ce qu'il est presque impossible de réaliser dans les conditions ordinaires.

Au lieu de projeter sur un écran les courbes optiques, on peut les observer directement à l'aide du comparateur optique de Lissajous, dont le *microscope vibrant* de M. Helmholtz [4] n'est qu'une forme particulière. Ce microscope est porté par l'une des branches d'un diapason horizontal,

---

(1) Helmholtz, *Théorie physiologique de la Musique*, p. 114.

(2) Quand la vibration d'un corps est entretenue par une force périodique, on dit que la vibration est *forcée*. On démontre que, si la période de la force est égale à celle de la vibration libre et qu'il n'y ait pas de frottement, l'amplitude de celle-ci doit croître indéfiniment. Dans la pratique, on obtiendra seulement un son très fort, soit à cause des frottements, soit parce que la hauteur d'un son n'est pas indépendante de l'amplitude dès que celle-ci cesse d'être infiniment petite.

Quand la période de la force diffère de celle de la vibration libre, la période de la vibration forcée est encore celle de la force; mais l'amplitude est d'autant moindre que ces périodes diffèrent davantage.

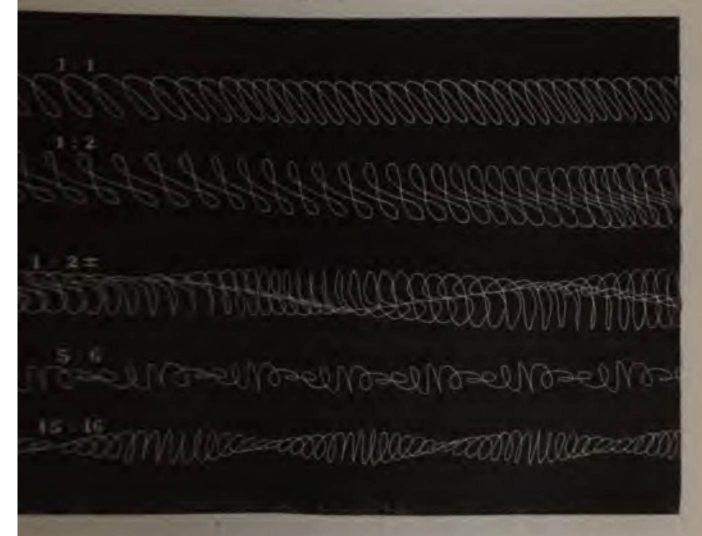
(3) Mercadier, *Journal de Physique*, 1re série, t. II, p. 350, et t. V, p. 309; 1873-76.

(4) Helmholtz, *Théorie physiologique de la Musique*, p. 113 de l'édition française.

...ment vrai se compose avec le mouvement apparent qui
...e des vibrations du microscope, et l'on observe une
...e brillante dont la forme est caractéristique de l'intervalle
...ux vibrations rectangulaires. La période de vibration du
...scope étant connue, on en déduit celle du point lumi-
...observé.

...ajous et Desains ont tracé d'une autre manière les vi-

Fig. 103.



...ns rectangulaires superposées. Ils placent sur la sec-

axes des x. On approche maintenant de cette lame un style porté par un autre diapason qui oscille parallèlement à l'axe des y, et on le transporte d'un mouvement uniforme suivant l'axe des x; on obtient alors les courbes singulières et remarquables de la *fig.* 103.

STROBOSCOPE. — Si l'on interpose entre l'œil et un corps vibrant un disque percé d'ouvertures équidistantes et qui tourne avec une certaine vitesse, les vibrations ne sont visibles que par intervalles, et d'une apparition à la suivante la phase a généralement changé. La persistance des impressions reçues par la rétine fait alors que les phases successivement visibles se composent pour former des vibrations apparentes que l'on peut ralentir à volonté en réglant convenablement la vitesse du disque. On a ainsi un moyen commode d'étudier la forme des vibrations des différents corps. La première idée de cette expérience est due à Plateau (¹); M. Tœpler (²) a étudié de cette manière les flammes vibrantes, le caléidophone, etc.

Supposons que le corps fasse n vibrations et qu'il soit visible m fois par seconde. Si n est un multiple exact de m, $n = mx$, il y aura toujours un nombre entier x de vibrations entre deux apparitions successives; le corps nous paraîtra toujours dans la même phase, c'est-à-dire immobile. Mais, si $n = mx \pm y$, en désignant par y le reste, positif ou négatif, de la division, la phase changera de $\pm y$ après une seconde et de $\frac{y}{m}$ après chaque apparition. Si donc y est un nombre relativement petit, les phases $\frac{y}{m}$, $2\frac{y}{m}$, $\cdots$ se composent pour figurer y vibrations apparentes par seconde, et, si l'on a mesuré y et qu'on connaisse m, on en conclura le nombre n de vibrations.

VIBRATIONS COMPLEXES DES VERGES. — Quand une verge est frottée dans le sens de sa longueur, nous avons admis qu'elle

(¹) PLATEAU, *Annales de Poggendorff*, t. XXXII, p. 647; 1834.

(²) TOEPLER, *Annales de Poggendorff*, t. CXXVII, p. 156; t. CXXVII, p. 108, 126; t. CXXXI, p. 33; 1866-67.

par la superposition de vibrations transversales et longitudinales de même période; voici théoriquement les lois que le phénomène doit présenter: 1° il ne doit pas changer avec la largeur des lames, puisque les deux modes de vibrations sont indépendants de cette largeur; 2° e étant l'épaisseur, l la longueur d'un internœud et L celle de la verge totale, le son longitudinal est représenté par $\frac{V}{L}$ et il doit être égal au son transversal, qui est $\frac{Ae}{l^2}$; il faut donc que

$$\frac{V}{L} = \frac{Ae}{l^2} \quad \text{ou} \quad l = \sqrt{\frac{A}{V} e L},$$

c'est-à-dire que les internœuds soient en raison composée de l'épaisseur et de la longueur de la verge. L'expérience vérifie cette prévision.

Savart a encore soumis son hypothèse à d'autres épreuves. Après avoir reconnu la position des nœuds sur une lame vibrante, il fixa l'un d'eux sur la surface supérieure, le suivant sur la surface opposée et, faisant vibrer la lame transversalement avec un archet, il reproduisit à fort peu près le son qu'elle donne quand elle est ébranlée longitudinalement.

Pour expliquer ensuite la formation des nœuds, leur alternance sur les deux faces et la nature particulière du mouvement imprimé au sable, Savart fit appel à des considérations vagues que nous ne reproduirons pas et auxquelles nous substituerons une explication donnée d'abord par Seebeck (¹), qui découle des lois de la composition des mouvements rectangulaires. En effet, chaque molécule effectuant deux vibrations de même période, l'une longitudinale, l'autre transversale, elle décrira une des ellipses représentées (*fig.* 92). Or il est clair que la face supérieure de la lame aura un mouvement tangentiel *toujours* dirigé de droite à gauche du n° 1 au n° 5, *toujours* dirigé de gauche à droite du n° 5 au n° 9, et que, par conséquent, le sable s'éloignera du n° 5 pour se réunir au n° 1

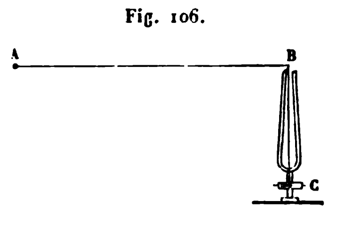
(¹) SEEBECK. *Voir* DOVE, *Repertorium*, t. VIII, p. 53.

et au n° 9, qui seront des nœuds. Il est évident aussi que l'inverse aura lieu sur la face inférieure, où le mouvement tangentiel se fera toujours de gauche à droite du n° 1 au n° 5 et toujours de droite à gauche du n° 9 au n° 5. Conséquemment, le nœud sera au n° 5 et opposé à un ventre de la face supérieure.

Enfin, si l'on étudie les verges prismatiques, les molécules vibreront à la fois dans trois sens rectangulaires et décriront des trajectoires qui ne seront plus planes; mais il en résultera, comme précédemment, un mouvement tangentiel imprimé aux surfaces, et ce mouvement transportera le sable sur des lignes nodales compliquées que nous avons représentées *fig.* 105. En général, il est permis de conclure de tous ces faits que les molécules des corps solides n'effectuent presque jamais de vibrations linéaires simples, mais des oscillations extrêmement complexes.

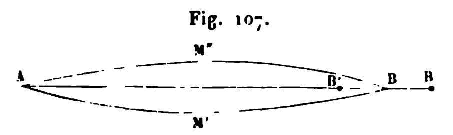
Expérience de M. Melde. — Au lieu de faire vibrer une verge rigide, on peut avoir recours à une corde tendue. L'une des dispositions que l'on peut employer a été indiquée par M. Melde [1]. Une corde horizontale (*fig.* 106) est fixée par l'une de ses extrémités A à un support rigide; l'autre B passe sur un chevalet fixé à l'extrémité de l'une des branches d'un diapason vertical et vient enfin s'enrouler sur un treuil C.

Fig. 106.



Si la longueur de la corde est telle que la période de ses vibrations longitudinales soit égale à celle des vibrations trans-

Fig. 107.



versales du diapason, il suffira d'exciter celui-ci au moyen de l'archet; la branche B oscillant de B′ en B″ (*fig.* 107), la corde vibrera longitudinalement.

[1] Melde, *Ann. de Pogg.*, t. CIX, p. 193, et t. CXI, p. 513; 1859-60.

Nous sommes encore libres de changer à volonté la ter de la corde, puisque celle-ci n'influe pas sur la période vibrations longitudinales, et nous pouvons la choisir telle la période des vibrations transversales de la corde devi égale à la moitié de celle du diapason ; alors la corde se m à vibrer aussi transversalement. En effet, quand la branc du diapason va de B en B', la tension de la corde diminue en vertu de son poids, elle s'infléchit vers le bas. Cette infle se propage de B vers A avec une vitesse égale à la vitess propagation des vibrations transversales, se réfléchit en A changement de signe et revient en B. Supposons qu'à ce ment le diapason ait exécuté une vibration complète. L'ex mité B de la corde se comportera comme un nœud, et cel oscillera de AM'B en AM''B dans un temps double de qui correspond à une vibration du diapason.

Si maintenant on rend la tension 4, 9, 16 fois plus faibl vitesse de propagation des ondes transversales devient 4 fois moindre et la corde vibre encore transversalemen rendant un son invariable, celui du diapason, mais en pré tant 1, 2, 3 nœuds intermédiaires entre B et B'. On peut a recours à cette disposition pour montrer à un auditoire n breux l'existence des ventres et des nœuds de vibration tr versale.

La formule qui correspond au mode de vibration que n venons d'étudier est

$$\frac{V}{L} = 2\frac{V'}{l} = \frac{K}{l}\sqrt{P},$$

d'où

$$l = \frac{K}{V} L \sqrt{P}.$$

Cette formule exprime précisément que la longueur des in nœuds est proportionnelle à la racine carrée du poids tens comme l'expérience permet de le reconnaître.

RÉSONANCE. — On sait depuis un temps immémorial que corps sonore se met en vibration quand on produit dans voisinage le son qu'il peut rendre. Lorsque, par exem

cédente, alors elle le détruit, ou bien qu'elle soit concordante, et alors elle l'augmente. Dans ce cas, l'amplitude des oscillations de la cloche grandit peu à peu jusqu'à devenir considérable.

Il en est de même des vibrations de deux cordes voisines, l'une en mouvement, l'autre en repos. Les vitesses de la première se transmettent à l'air et rencontrent la seconde, sur laquelle elles produisent des impulsions successives. Si les deux cordes sont d'accord, chaque impulsion continue l'effet de la précédente, et la vibration se transmet et s'exagère.

Supposons que pendant un temps t l'une des cordes fasse m demi-vibrations et l'autre $m+1$. Les vitesses de la première se communiquent d'abord à la seconde, qu'elles mettront en mouvement; au bout de $\frac{t}{2}$ les deux vitesses seront contraires; après t celles de la seconde seront détruites; elles recommenceront ensuite pour s'éteindre de nouveau après chaque période égale à t. Ces alternatives produiront un phénomène de battement. On les réalise en tendant sur un sonomètre deux cordes parallèles dont on projette l'image sur un tableau blanc. On ébranle la première et son image s'élargit; bientôt celle de la seconde s'élargit de même, puis redevient linéaire pour recommencer ensuite. A la fin, les deux cordes ont sensiblement la même amplitude vibratoire et échangent alternativement leurs vitesses : quand l'une est en repos, l'autre a son maximum de mouvement; à son tour celle-ci s'arrête pendant que la première se remet à vibrer.

On comprend par là que deux instruments qui ne sont pas tout à fait d'accord agissent cependant l'un sur l'autre par communication, et les expériences aussi bien que la théorie ont prouvé que celui qui vibre le plus lentement accélère ses mouvements pendant que les vibrations de l'autre se retardent, chacune réagissant sur sa voisine, dont elle altère la durée vibratoire pour la faire concorder avec la sienne.

La théorie mathématique de l'élasticité montre que tout mouvement de durée vibratoire égal à T tend à imprimer à un système de points matériels des vibrations synchrones, mais dont l'intensité est variable suivant les propriétés de ces sys-

ent à la lame, elle la fait vibrer transversalement; lors
archet est parallèle à la surface, le sable glisse sur la p
nette et indique par ses mouvements que les oscillations
devenues tangentielles.

Fig. 109.



La quantité de mouvement communiquée à un milieu, à
par exemple, et transmise à l'oreille dépend évidemmen
l'étendue plus ou moins grande des surfaces qui ébran
directement ce milieu. Une corde mince encastrée dans
étaux de plomb ne donne presque point de son; mais ell
produit qui sont très intenses si on la fixe contre une table
l'intermédiaire de chevalets élastiques. De même, un diap
ébranlé ne se fait point entendre quand il est tenu entre
doigts; mais il acquiert une grande sonorité aussitôt qu'o
fixe sur un tuyau sonore (*fig.* 110), sur la caisse d'un vi

Fig. 110.



ou en général sur un corps élastique de surface la
s'explique naturellement par les lois de la Mécani
que ces corps vibrants sont isolés dans l'air, ils n'en
qu'un petit nombre de points, tandis que, étant
avec de grandes surfaces élastiques, ils les font vib
munication, et ces surfaces, devenant à leur tou

CHAPITRE VI.

LE TIMBRE. — LA VOIX. — L'OUIE.

Le timbre. — Sons musicaux complexes. — Synthèse du timbre. — Sirène à ondes. — Loi de Ohm. — Analyse des sons composés. — Résonateurs. — Timbres divers.
La voix. — Machine parlante. — Phonographe.
L'ouïe. — Consonances et dissonances.

Il nous reste à étudier trois points très importants : 1° le timbre des sons; 2° la voix des animaux; 3° les fonctions de l'oreille. Il y a vingt ans, le timbre était considéré comme une qualité spéciale des sons, résultant de causes inconnues : on ne s'occupait de la voix que pour faire des systèmes sur son mode de production; quant à l'oreille, on se contentait de décrire le bizarre assemblage de ses organes multipliés. Depuis cette époque, cette partie de la Physique a été transformée. C'est l'œuvre de plusieurs, mais surtout de M. Helmholtz ([1]). Nous allons donner une analyse succincte des beaux travaux de ce savant.

LE TIMBRE.

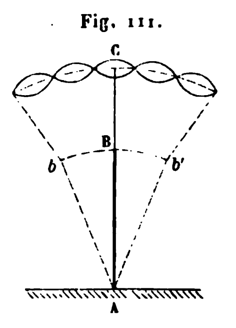
SONS MUSICAUX COMPLEXES. — Nous savons que toute vibration peut être décomposée en une série de vibrations harmoniques ou pendulaires ayant pour périodes T, $\frac{T}{2}$, $\frac{T}{3}$, ...; mais nous ignorons encore à quels caractères l'oreille distingue une vibration harmonique isolée d'un son musical complexe. Un premier moyen de faire cette étude consiste à inscrire au moyen

([1]) HELMHOLTZ, *Die Lehre der Tonempfindungen*; Braunschweig, 1863. M. Guéroult a publié, sous le titre de *Théorie physiologique de la Musique*, une traduction française de cet Ouvrage; Paris, 1868.

du phonautographe les courbes caractéristiques d'un son déterminé. On reconnaît ainsi que les diapasons placés sur une caisse renforçante, les tuyaux fermés, la voix humaine prononçant *ou*, donnent des vibrations harmoniques, c'est-à-dire peuvent être considérés comme rendant un son simple. Ces sons se font remarquer par beaucoup de douceur et de mollesse; mais ce sont là des cas tout à fait exceptionnels.

En général, les corps sonores exécutent en même temps plusieurs vibrations et rendent à la fois autant de notes différentes qui constituent un son *composé*. Pour nous en rendre compte sans avoir recours aux considérations analytiques qui ont guidé Fourier, imaginons, avec M. Melde (¹), une longue verge AB fixée en A (*fig.* 111). Elle décrit l'arc *bb'* quand on la met en vibration. Si on la prolonge par une autre verge BC, plus courte et plus flexible, qu'elle entraîne dans ses mouvements, il peut arriver que AB et BC exécutent à la fois des vibrations pendulaires, et, dans ce cas, le point C sera animé par la somme des mouvements que lui impriment séparément les deux tiges : ce sera une vibration tremblée, une oscillation composée. Or, ce qui est évident avec cet appareil, à cause de la lenteur de ses déplacements, se réalise également quand une verge unique rend, avec le son fondamental, une série d'harmoniques supérieurs. De même, une corde vibrante exécute à la fois des vibrations de totalité, puis des mouvements deux fois plus rapides autour de ses extrémités et de son milieu considérés comme fixes. Elle exécute en général toutes les oscillations qu'elle ferait séparément si elle était divisée en un nombre quelconque de parties égales; par conséquent, elle devra rendre l'ensemble superposé des sons que détermine chacun de ces modes de vibration. Il en sera de même des plaques, des membranes, des tuyaux et de tous les instruments à cordes. Dans ceux-ci les caisses de résonance, les tables

Fig. 111.

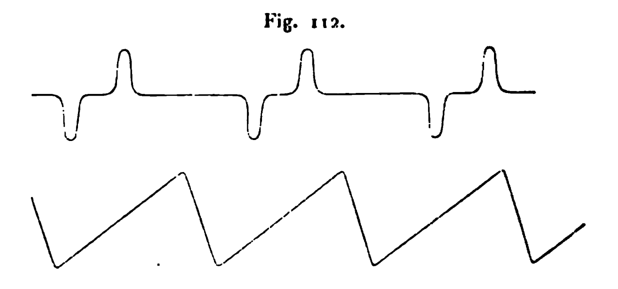


(¹) MELDE, *Annales de Poggendorff*, t. CXV, p. 117.

d'harmonie renforceront certains sons supérieurs et compliqueront encore le mélange; enfin il est vraisemblable qu'il en sera de même de la voix des animaux. Nous pouvons donc admettre en général que les sons musicaux sont complexes et formés par la superposition de plusieurs notes simples, l'une, la plus basse et généralement la plus intense, qu'on nomme *fondamentale*, les autres appelées *supérieures* ou *harmoniques*, qui sont consonantes ou non avec la première, mais rentrent toujours dans la série de Fourier.

On peut obtenir à l'aide du phonautographe le tracé caractéristique d'une de ces vibrations complexes. C'est ainsi qu'en étudiant les vibrations de la guitare ou du violon on a obtenu les tracés caractéristiques qui suivent (*fig.* 112).

Fig. 112.



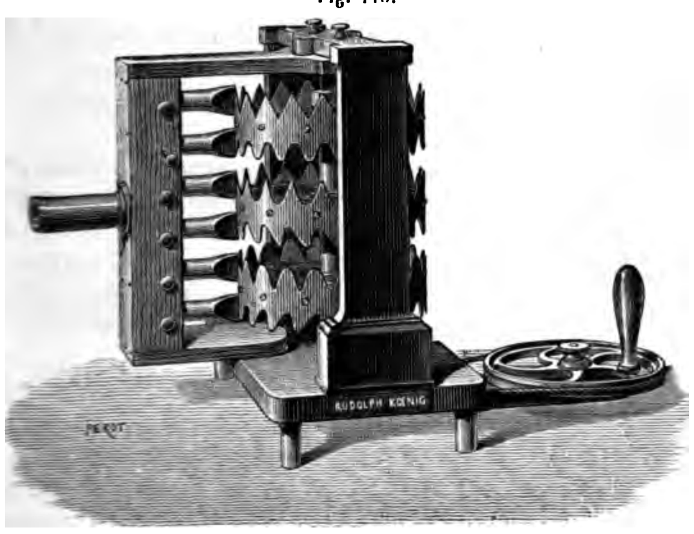
SYNTHÈSE DU TIMBRE. — SIRÈNE A ONDES. — La production de ces vibrations complexes s'accompagne d'un timbre spécial et caractéristique. Quand, au moyen de la sirène de Seebeck, on a combiné avec une note fondamentale intense un ou plusieurs sons supérieurs plus faibles, on ne les distingue point dans le son résultant, mais on éprouve une sensation nouvelle et qui change avec les sons qu'on a ajoutés. La note fondamentale a conservé sa hauteur; elle est altérée dans son timbre, qui devient plus éclatant et quelquefois plus rauque.

On peut produire le même effet avec des diapasons placés sur leurs caisses d'harmonie. Quand ils vibrent tous à la fois, l'oreille confond le résultat dans une sensation unique et perçoit un timbre spécial. Vient-on à éteindre les mouvements de tous les diapasons hormis ceux d'un seul, on constate qu'il vibre et que sa note entrait dans l'ensemble, bien qu'inaperçue.

On peut faire la même expérience en remplaçant les diapasons par des tuyaux d'orgue; c'est même en les choisissant convenablement qu'on obtient les différents timbres et qu'on imite celui de la voix humaine.

On doit à M. Kœnig un autre moyen, fort ingénieux, de reproduire et de varier des timbres. Après avoir construit graphiquement la courbe correspondant à la superposition de deux ou plusieurs harmoniques d'intensité et de phase choisies arbitrairement, on découpe un cylindre de tôle de manière que les dents de son profil coïncident avec la courbe obtenue (*fig.* 113). On dirige ensuite le vent d'une fente verticale, de

Fig. 113.



hauteur égale à celle des dents, sur le pourtour du cylindre animé d'un rapide mouvement de rotation, et l'on produit ainsi des vibrations dont la périodicité et le caractère sont déterminés par la forme des dents de la *sirène à ondes*.

Des expériences de cette espèce ont permis à M. Kœnig de constater, pour la première fois, que la phase des vibrations composantes ne modifie pas seulement l'intensité de la vibration résultante, comme on avait cru pouvoir l'admettre jusqu'alors.

Nous sommes encore libres de changer à volonté la tension de la corde, puisque celle-ci n'influe pas sur la période des vibrations longitudinales, et nous pouvons la choisir telle que la période des vibrations transversales de la corde devienne égale à la moitié de celle du diapason ; alors la corde se mettra à vibrer aussi transversalement. En effet, quand la branche B du diapason va de B en B', la tension de la corde diminue, et, en vertu de son poids, elle s'infléchit vers le bas. Cette inflexion se propage de B vers A avec une vitesse égale à la vitesse de propagation des vibrations transversales, se réfléchit en A avec changement de signe et revient en B. Supposons qu'à ce moment le diapason ait exécuté une vibration complète. L'extrémité B de la corde se comportera comme un nœud, et celle-ci oscillera de AM'B en AM''B dans un temps double de celui qui correspond à une vibration du diapason.

Si maintenant on rend la tension 4, 9, 16 fois plus faible, la vitesse de propagation des ondes transversales devient 2, 3, 4 fois moindre et la corde vibre encore transversalement en rendant un son invariable, celui du diapason, mais en présentant 1, 2, 3 nœuds intermédiaires entre B et B'. On peut avoir recours à cette disposition pour montrer à un auditoire nombreux l'existence des ventres et des nœuds de vibration transversale.

La formule qui correspond au mode de vibration que nous venons d'étudier est

$$\frac{V}{L} = 2\frac{V'}{l} = \frac{K}{l}\sqrt{P},$$

d'où

$$l = \frac{K}{V} L \sqrt{P}.$$

Cette formule exprime précisément que la longueur des internœuds est proportionnelle à la racine carrée du poids tenseur, comme l'expérience permet de le reconnaître.

RÉSONANCE. — On sait depuis un temps immémorial que tout corps sonore se met en vibration quand on produit dans son voisinage le son qu'il peut rendre. Lorsque, par exemple,

deux violons accordés sont placés aux deux extrémités d'une salle et qu'on met en vibration une corde du premier, on entend aussitôt la même corde du second rendre le même son. On fait à ce sujet de nombreuses expériences.

I. On place en face l'un de l'autre deux diapasons égaux fixés sur une caisse renforçante. On ébranle l'un d'eux, puis on éteint ses mouvements, et l'on remarque que le second continue le son qu'avait rendu le premier.

II. Fixons deux cordes à l'unisson sur un sonomètre, divisons la première, par un chevalet, en deux parties dont l'une soit le quart de la longueur totale, et attaquons-la par un archet. On sait que l'autre partie vibre synchroniquement et se divise en trois internœuds égaux. Aussitôt que le mouvement de cette première corde est commencé, la seconde se met à vibrer par résonance et se divise comme la première en quatre parties égales séparées par trois nœuds. Des chevalets de papier placés à ces nœuds demeurent immobiles; ils sont rejetés, au contraire, quand on les place au milieu des ventres.

III. Nous avons déjà cité (p. 45) un exemple des phénomènes de résonance. Un diapason placé au-dessus d'une grande éprouvette ne détermine pas généralement les vibrations de l'air qu'elle contient; mais, quand on verse de l'eau de manière à diminuer progressivement la longueur du tuyau, il arrive un moment où il peut rendre le son du diapason; aussitôt ce son est produit et s'ajoute à celui qui lui a donné naissance. C'est sur cette propriété que sont fondées les expériences du renforcement des sons. On reconnaît que l'éprouvette est à l'unisson du diapason en dirigeant contre ses bords un courant d'air qui se partage en deux parties, comme sur le biseau d'une flûte; la colonne d'air entre en vibration et rend le même son que le diapason.

On explique aisément ce genre d'action. Supposons que l'on tire pendant un temps très court la corde d'une cloche; on lui imprime aussitôt des oscillations qui se continuent pendant longtemps. Si l'on répète l'impulsion plusieurs fois successivement, il peut arriver deux cas extrêmes : ou que chacune d'elles soit discordante avec le mouvement imprimé par la pré-

cédente, alors elle le détruit, ou bien qu'elle soit concordante, et alors elle l'augmente. Dans ce cas, l'amplitude des oscillations de la cloche grandit peu à peu jusqu'à devenir considérable.

Il en est de même des vibrations de deux cordes voisines, l'une en mouvement, l'autre en repos. Les vitesses de la première se transmettent à l'air et rencontrent la seconde, sur laquelle elles produisent des impulsions successives. Si les deux cordes sont d'accord, chaque impulsion continue l'effet de la précédente, et la vibration se transmet et s'exagère.

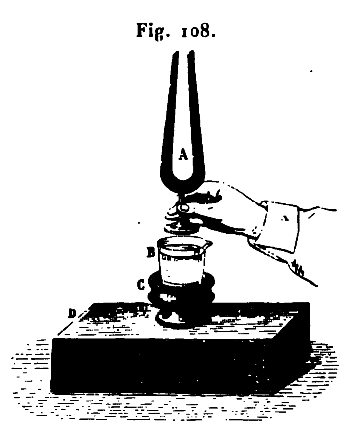
Supposons que pendant un temps t l'une des cordes fasse m demi-vibrations et l'autre $m+1$. Les vitesses de la première se communiquent d'abord à la seconde, qu'elles mettront en mouvement; au bout de $\frac{t}{2}$ les deux vitesses seront contraires; après t celles de la seconde seront détruites; elles recommenceront ensuite pour s'éteindre de nouveau après chaque période égale à t. Ces alternatives produiront un phénomène de battement. On les réalise en tendant sur un sonomètre deux cordes parallèles dont on projette l'image sur un tableau blanc. On ébranle la première et son image s'élargit; bientôt celle de la seconde s'élargit de même, puis redevient linéaire pour recommencer ensuite. A la fin, les deux cordes ont sensiblement la même amplitude vibratoire et échangent alternativement leurs vitesses : quand l'une est en repos, l'autre a son maximum de mouvement; à son tour celle-ci s'arrête pendant que la première se remet à vibrer.

On comprend par là que deux instruments qui ne sont pas tout à fait d'accord agissent cependant l'un sur l'autre par communication, et les expériences aussi bien que la théorie ont prouvé que celui qui vibre le plus lentement accélère ses mouvements pendant que les vibrations de l'autre se retardent, chacune réagissant sur sa voisine, dont elle altère la durée vibratoire pour la faire concorder avec la sienne.

La théorie mathématique de l'élasticité montre que tout mouvement de durée vibratoire égal à T tend à imprimer à un système de points matériels des vibrations synchrones, mais dont l'intensité est variable suivant les propriétés de ces sys-

tèmes (¹). Elle peut être faible, mais elle devient maxima quand le système est susceptible de donner par lui-même des vibrations de même durée. Ce résultat explique évidemment les effets précédents ; il explique aussi la propriété que possèdent toutes les substances de transmettre toutes sortes de vibrations ; voici un exemple curieux de cette propriété (*fig.* 108). D est une caisse en bois qui peut rendre le même son que le diapason A et le renforcer quand on appuie sur un point quelconque de sa surface la queue de ce diapason. On place au-dessus : 1° un godet en bois C ; 2° du mercure dans le godet ; 3° un verre B sur le mercure ; 4° de l'eau dans le verre. Si l'on vient ensuite à toucher la surface de l'eau avec le diapason, le renforcement du son se produit aussi bien que si l'on touchait la boîte elle-même. Il faut donc que les vibrations se produisent à travers tous les corps interposés, eau, verre, mercure et bois.

Fig. 108.



Quand une série de corps transmettent des vibrations, il se produit évidemment à chaque solution de continuité des phénomènes très complexes, qu'il est impossible d'étudier théoriquement. On ne peut énoncer sur ce point qu'une seule loi, qui paraît générale : c'est que les vibrations communiquées ont la même direction que celles qui les déterminent. C'est ce que Savart (²) a démontré par beaucoup d'expériences, et en particulier par la suivante (*fig.* 109). Une planchette en bois mince et fixée par un bout se continue à l'autre par une corde tendue. Si l'on ébranle celle-ci par un archet perpendiculaire-

(¹) Au sujet de la théorie mathématique de la résonance, *voir* en particulier Helmholtz, *Théorie physiologique de la Musique*, suppl. III, p. 493 de la traduction française.

(²) Savart, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 2ᵉ série, t. XXIX, p. 404 ; 1826.

9, ..., on renforce la note 1 sans augmenter l'harmonique 6, et l'on obtient sensiblement ainsi une vibration pendulaire et une note simple d'un timbre sourd et mou.

La vibration des cordes détermine, avec le son fondamental 1, tous ses harmoniques naturels 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ... Avec un fil de fer très fin, M. Helmholtz les a reconnus jusqu'au 18ᵉ. Les cinq premiers forment entre eux des accords harmonieux; à partir de 7, ils sont dissonants. C'est leur superposition qui donne à la note son timbre. Ce timbre varie avec la disposition de la table ou de la caisse d'harmonie, qui renforce inégalement les sons supérieurs et à laquelle les instruments à cordes doivent leurs qualités ou leurs défauts. Ils diffèrent aussi suivant que la corde est pincée, frappée par un marteau ou frottée avec l'archet.

Si elle est pincée, le son fondamental est faible, les harmoniques sont nombreux et intenses; on hésite quelquefois sur l'octave à laquelle appartient le son; on dit qu'il est creux : c'est le cas de la guitare.

Dans le piano, le fondamental est plus fort, les notes supérieures se suivent régulièrement, et quand la table d'harmonie les renforce également, le timbre résultant est plein. Quand le bois de cette table a perdu son élasticité par un long usage, il donne aux sons aigus trop d'intensité, le timbre change et devient aigre. Comme les notes 7 et 9 sont inharmoniques, on place le marteau au septième ou au neuvième de la corde, afin de les détruire, conformément à une pratique très ancienne qui s'explique naturellement [1].

Dans le violon, les choses se compliquent beaucoup. Il y a d'abord un bruit de frottement rauque très perceptible quand l'oreille est rapprochée de l'instrument. Il y a ensuite la résonance de la caisse qui, dans les meilleurs instruments, donne le son fondamental ut_3, et ensuite des harmoniques nombreux, très irréguliers, à cause de la forme bizarre que l'usage a consacrée. Cette forme, cependant, n'est pas indispensable. Savart a construit des violons carrés qui ne paraissent pas in-

---

[1] Voici, d'après le calcul de Helmholtz (*Théorie physiologique de la Musique*, p. 111 de l'édition française), l'intensité relative des divers harmoni-

sonores plus étendus, ébranlent une masse d'air plus considérable et y déterminent un son plus intense.

Mais ce que l'on gagne en force, on le perd en durée du son. Un diapason ou une corde conservent pendant longtemps leur état vibratoire lorsqu'ils sont isolés dans l'air, et ils reviennent rapidement au repos quand ils sont en contact avec la table d'un violon ou d'une basse. Sous ce rapport, il ne faut point confondre ce mode de renforcement avec celui qu'on doit au porte-voix. Cet instrument ne fait que condenser dans une direction donnée l'onde sonore, qui, sans son action, s'étalerait dans l'espace; il dirige ce mouvement sans augmenter la perte de force vive et sans diminuer la durée du son.

On comprend maintenant que tous les instruments à cordes seraient presque muets s'ils n'étaient munis d'une *table d'harmonie* ou d'une *caisse* par laquelle ils puissent recevoir et transmettre à l'air ambiant la force vive développée dans les cordes. C'est dans la caisse d'un violon que résident toutes ses qualités. Elles dépendent de sa forme, de l'élasticité des bois, de l'épaisseur des tables, de la manière dont elles sont réunies par un pilier qu'on nomme l'*âme*, de la facilité avec laquelle la masse d'air intérieure renforce tous les sons de l'instrument, et en général d'une foule de conditions que la pratique est parvenue à réaliser, sans que la théorie puisse les formuler ni les prescrire sûrement.

LA VOIX.

Commençons par nous rendre compte des qualités de la voix. La hauteur des sons que nous pouvons émettre varie d'une manière continue, comme ceux d'une corde qu'on diminuerait progressivement. Elle s'étend du mi_1 au fa_3 pour la basse-taille, de l'ut_2 à l'ut_4 chez le ténor. Les voix de femme sont beaucoup plus aiguës; elles sont comprises, celle d'alto entre fa_2 et fa_4, et celle de soprano entre ut_3 et ut_5. En résumé, la voix humaine effectue au moins 80 et au plus 1000 vibrations par seconde.

Quelle que soit sa hauteur, la voix humaine est, comme tous les sons, composée d'une fondamentale et de ses harmoniques. Une voix de basse qui émet un son grave sur un ton clair peut être analysée par les résonateurs, et l'on y reconnaît facilement jusqu'au seizième harmonique naturel. Jusque-là nous ne trouvons dans les sons émis par la voix humaine rien de particulier.

Ce qui la distingue de tous les autres sons, ce qui doit nous occuper le plus, ce sont les modifications que nous lui imprimons à notre volonté et d'où résulte la parole. La parole consiste d'abord dans l'émission de sons qui ont des caractères différents, des timbres particuliers, et qu'on nomme *voyelles*. Les langues diverses n'en reconnaissent et n'en emploient qu'un petit nombre, *a, e, i, o, ou, u*; mais, en réalité, il en existe un nombre infini. L'*e* peut passer d'une manière continue par les variétés *e, eu, é, è, i*; l'*o* peut également engendrer par gradations insensibles les timbres *o, ô, ou, u*. Il faut encore ajouter à ces sons les terminaisons des mots *an, fin, non, un*, véritables timbres qu'on peut indéfiniment prolonger, et par conséquent véritables voyelles. Chaque langue, d'ailleurs, consacre une prononciation spéciale; on sait, à ce sujet, les différences qui séparent les langues anglaise et française.

Le second élément de la parole humaine consiste dans les consonnes, qui ne sont point des sons persistants, mais des modes de commencer ou de finir les voyelles par une sorte d'explosion, c'est-à-dire par un mouvement de l'air comprenant au plus un très petit nombre de vibrations de forme

lifférente de celles de la voyelle qu'elles modifient; on les produit par un coup de langue ou un mouvement de lèvres ; on n'en possède pas de tracé (¹) graphique bien satisfaisant.

Cette explosion précède le son musical de la voyelle et cesse aussitôt qu'il a pris naissance dans *ba, be, bi*, ..., ou bien elle le termine par un mouvement final des lèvres, dans *ab, at, ar*. Outre ce rôle, quelques consonnes ont la propriété de représenter une sorte de sifflement ou de frottement, *s, z, j, r*, qui peuvent se continuer indéfiniment sans émission de son proprement dit, soit que la période correspondante soit trop rapide pour impressionner l'oreille, comme dans les sifflantes, ou assez lente pour qu'on puisse, comme dans les roulantes, en saisir les pulsations individuelles.

Ainsi la combinaison des voyelles et des consonnes fait les

(¹) Cette lacune a été comblée partiellement par M. Barlow (*Proceedings de la Société Royale de Londres*, 1874; *Journal de Physique*, 1re série, t. VIII, p. 178; 1879) à l'aide d'un petit appareil qu'il désigne sous le nom de *logographe*. C'est une sorte d'embouchure de trompette dont l'extrémité élargie est fermée par une membrane de caoutchouc. Un bras léger d'aluminium fixé au cadre de l'ouverture vient appuyer sur le centre de la membrane et porte un pinceau qui effleure une feuille de papier mobile. Les diverses émissions de voix fournissent des diagrammes dans lesquels les consonnes se distinguent nettement des voyelles qu'elles commencent ou terminent; les diverses consonnes sont, jusqu'à un certain point, reconnaissables les unes des autres à des caractères spéciaux.

Les diagrammes ci-joints, représentant les syllabes Bé (*fig.* 116), Eb (*fig.* 117), Beb (*fig.* 118), donneront une idée des résultats obtenus. Les lignes

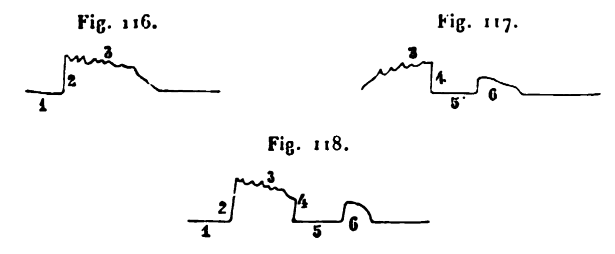


Fig. 116.

Fig. 117.

Fig. 118.

horizontales correspondent au repos, les parties tremblées aux sons sans voyelles, les sauts brusques et l'oscillation finale des *fig.* 117 et 118, à l'explosion de la consonne.

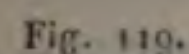
syllabes, et de la combinaison des syllabes naissent les mo
des langues. Or il est clair que les mouvements des lèvres q
sont représentés par les consonnes n'ont pas besoin d'explic
tion, et que la seule étude qui nous concerne est celle d
origines, des caractères distinctifs et des causes de ces so
spéciaux qu'on nomme *voyelles*. Ces sons s'engendrent da
un organe spécial, la glotte, qui termine la trachée-artère
vient déboucher dans le pharynx. Il se compose, comme par
essentielle, d'une fente formée par deux lèvres membraneus
de couleur jaune, improprement appelées *cordes vocales*, q
peuvent se rapprocher ou s'éloigner et qui vibrent avec u
rapidité plus ou moins grande quand l'air passe entre elle
Elles vibrent comme le font les lèvres dans les embouchur
des instruments de cuivre; elles produisent le son de la mên
manière : un son grave si elles sont lâches, et qui devient
plus en plus aigu quand elles se tendent. Au-dessus d'elles
trouve une cavité élargie, le ventricule, terminée par une s
conde paire de lèvres qu'on nomme *ligaments supérieur*
Divers physiciens, parmi lesquels il faut citer Wheatstone ([1]
ont réussi à disposer au-dessus d'un tuyau des lèvres éla
tiques en caoutchouc qu'on peut tendre ou écarter, et qui re
dent des sons comparables à la voix. Il n'y a donc aucun dou
sur ce point : la voix se produit, comme tous les sons, par l
vibrations de deux membranes voisines; elle naît dans la glot
et se compose d'une fondamentale et de sons harmoniqu
nombreux.

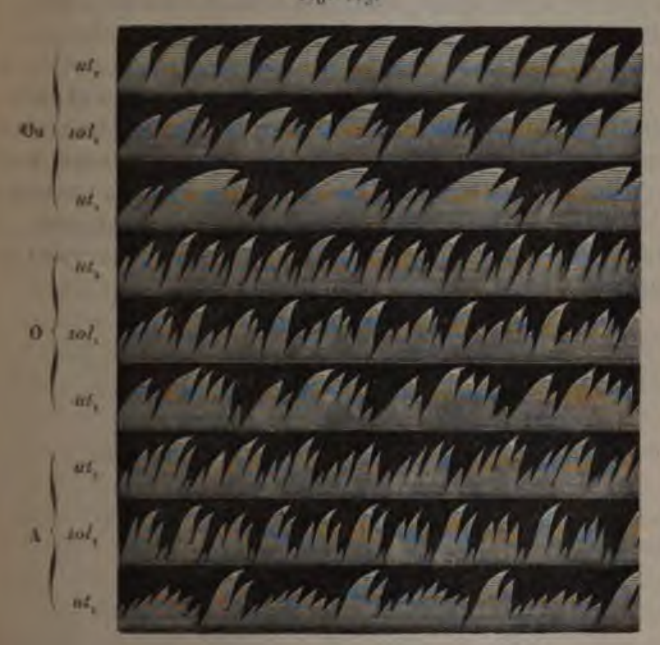
Mais, si la voix, considérée comme son, naît dans la glott
c'est dans la bouche qu'elle devient voyelle. La cavité com
prise entre la glotte, le voile du palais, la bouche et les lèvr
est un espace plein d'air, un véritable résonateur qui renfor
certains harmoniques de la voix et lui donne un timbre. Po
le changer, c'est-à-dire pour passer d'une voyelle à une autr
il n'est pas nécessaire de modifier les cordes vocales et
changer le son produit : il suffit de modifier la forme de
bouche, ce qui change les harmoniques. Pour passer de l'*a*

([1]) WHEATSTONE, *Critique des expériences de Willis* (*London and We*
minster Review, octobre 1837).

l'*o*, par exemple, il suffira, sans que le gosier intervienne, de donner successivement à la bouche les formes que le professeur de Philosophie enseignait à M. Jourdain.

Pour justifier cette manière de voir, pour prouver que la voyelle n'est qu'un timbre, il suffit d'une seule expérience. Puisque les cordes d'un piano renforcent chacune des notes


Fig. 119.



élémentaires qui composent un son complexe et continuent de vibrer même après que ce son a cessé, il suffit de crier dans la caisse ouverte de cet instrument les voyelles *a*, *o*, *ou*, *eu*, *on*, etc. Or l'expérience prouve que le piano continue de prononcer les mêmes syllabes. Elles ne sont donc rien autre chose qu'un timbre, un ensemble de notes simples.

M. Kœnig (¹) a réussi à rendre visibles les timbres des diffé-

---

(¹) Kœnig, *Annales de Poggendorff*, t. CXLVI, p. 161 et suiv.; 1872.

rentes voyelles en chantant une série de notes sur l'une ou l'autre de ces voyelles pendant qu'il embouchait une sorte de pavillon qui remplaçait le résonateur AB dans l'appareil de la *fig.* 114. Voici la forme des flammes qui caractérisent les voyelles A, O, Ou (*fig.* 119).

Il reste à dire quelles sont les conditions qui déterminent l'émission de telle ou telle voyelle. M. Helmholtz a fait sur ce point de très nombreuses analyses, dont le résultat a conduit à la loi suivante, qui est remarquable par sa simplicité : pour former une voyelle déterminée, il faut ajouter au son de la voix tel que le produit le gosier une ou plusieurs notes caractéristiques, toujours les mêmes, et que nous nommerons *vocables*. Elles ne changent qu'avec la voyelle prononcée, mais elles ne dépendent ni de la hauteur du son ni de la personne qui les émet ; les voyelles Ou, O, A n'en exigent qu'une, qui sont fa_2, $(si^\flat)_3$, $(si^\flat)_4$. Les autres voyelles en renferment au moins deux. Voici leur Tableau général :

Syllabes……	Ou	O	A	Ai	E	I	Eu	U
Vocables……	fa_2	$(si^\flat)_3$	$(si^\flat)_4$	$ré_4$ sol_5	fa_3 $(si^\flat)_5$	fa_2 $ré_6$	fa_3 $(ut^\sharp)_5$	fa_2 sol_5

On les résume musicalement comme il suit (*fig.* 120) :

Fig. 120.



Cette loi générale peut être vérifiée de plusieurs manières.

I. On prononce distinctement la syllabe A sur le ton de ut_2 devant la série des résonateurs (*fig.* 115), et l'on examine les traînées lumineuses des flammes manométriques dans le miroir tournant. Il y en a deux qui sont tremblées : c'est ut_2, c'est-à-dire la note elle-même, et $(si^\flat)_4$, la vocable qui carac-

térise A. Si l'on change la voyelle sans altérer la hauteur, et qu'on prononce O, ut_3 ne change pas, la flamme $(si^{\flat})_4$ cesse d'être tremblée, mais $(si^{\flat})_3$, qui ne l'était pas, devient discontinue. On pourra ensuite changer la hauteur du son sans changer les vocables qui accompagnent A ou O, ou bien faire l'expérience avec des voix d'homme, de femme et d'enfant, et le résultat sera toujours le même.

II. Puisque ces vocables sont fixes, on peut construire des diapasons qui les émettent et des résonateurs correspondants qui les renforcent. Mettons en vibrations le diapason $(si^{\flat})_2$ et plaçons-le devant la bouche, à laquelle nous donnerons successivement les formes qui conviennent à l'A et à l'O. Dans le premier cas, elle ne résonnera pas; dans le second, elle renforcera $(si^{\flat})_3$ et l'on entendra O. Ce serait l'inverse si l'on faisait l'expérience avec le diapason $(si^{\flat})_4$.

III. Au lieu de faire vibrer les diapasons devant la bouche, on les place auprès de l'ouverture antérieure des résonateurs correspondants, et l'on trouve qu'il prononcent A ou O. On peut aussi, et plus simplement, faire parler ces résonateurs en dirigeant un courant d'air sur le bord de leur ouverture, comme sur le biseau d'une flûte; cette fois encore on obtient A ou O.

IV. M. Willis [1] a remplacé les résonateurs par des tuyaux qui rendent les sons des divers vocables, auxquels il adapte des embouchures à anches. Quand on les fait parler, on réalise les conditions de la voix humaine: l'anche produit un son comme la glotte, et le tuyau, en y ajoutant la vocable, détermine telle ou telle voyelle. C'est avec ces sortes d'appareils que se fait la voix des poupées parlantes.

Après avoir fait l'analyse du timbre des voyelles, M. Helmholtz a essayé leur synthèse. Son appareil est composé d'une série de diapasons dont les branches sont placées entre des électro-aimants. Des interrupteurs convenables aimantent périodiquement le fer doux qui attire les branches des diapasons et les mettent en vibration continue. En avant sont disposés des résonateurs qu'on ouvre ou ferme plus ou moins et qui

---

[1] Willis, *Annales de Poggendorff*, t. CXXIV, p. 397; 1865.

renforcent autant qu'on le veut les sons émis. On les combine deux à deux ou trois à trois, et l'on parvient, par l'addition des vocables convenables, à reproduire les diverses voyelles. Il faut néanmoins avouer que cette reproduction n'a point jusqu'à présent été absolument complète. Il ne faut rien en conclure contre la vérité des principes que nous venons de poser; cela prouve seulement qu'on ne connaît pas encore toutes les vocables caractéristiques de chaque voyelle.

MACHINE PARLANTE. — PHONOGRAPHE. — Après avoir réalisé l'analyse et la synthèse des voyelles, il restait à effectuer celle de la parole articulée. Deux solutions différentes ont été trouvées dans ces derniers temps.

La machine parlante de M. Faber ([1]) se compose d'une anche d'ivoire dont les deux lames plus ou moins écartées produisent les vibrations sonores. Le vent envoyé par un soufflet traverse l'anche, pénètre ensuite dans une sorte de cavité buccale, dont la forme peut être modifiée au moyen de diaphragmes de forme variée, mus à l'aide de touches et de pédales. Dans cette bouche, terminée en avant par des lèvres mobiles, se déplace une langue en caoutchouc. Enfin une cavité nasale complète cet appareil curieux, calqué en quelque sorte sur l'organe vocal. Quatorze touches ou pédales, ingénieusement combinées, suffisent à la reproduction des voyelles et des consonnes : la parole articulée est à coup sûr défectueuse, mais les mots et les phrases entières sont aisément reconnaissables.

M. Edison ([2]) est parvenu à reproduire la parole par une disposition infiniment plus simple, très analogue à celle du phonautographe de Scott, mais qui en diffère par sa réversibilité.

L'organe essentiel du *phonographe* (*fig.* 121) est une membrane métallique très mince P fermant un porte-voix E, devant

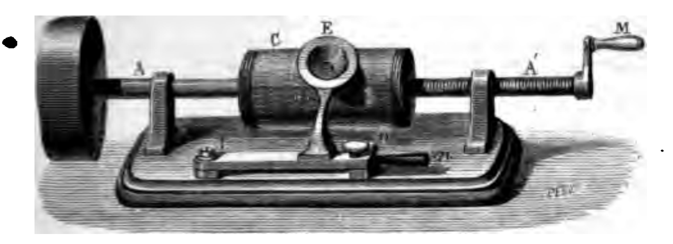
---

([1]) *Journal de Physique*, t. VIII, p. 274 (1879).

([2]) *Voir* la Note de M. du Moncel (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXXXVI, p. 643) et les articles de M. Niaudet et de M. Mayer [(*Journal de Physique*, t. VII, p. 109 et 13 (1878)].

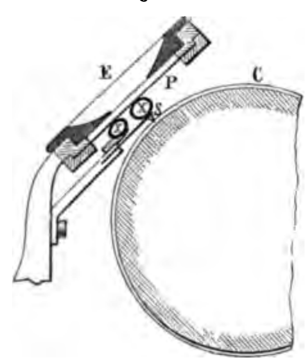
equel sont émis les sons. Au-dessous de la membrane se rouve un style métallique rigide et fort court, fixé à l'extrémité d'un ressort, et qui ne communique avec la membrane

Fig. 121.



que par deux appuis X en caoutchouc (*fig.* 122), destinés à transmettre les vibrations de la membrane en étouffant les vibrations propres du ressort.

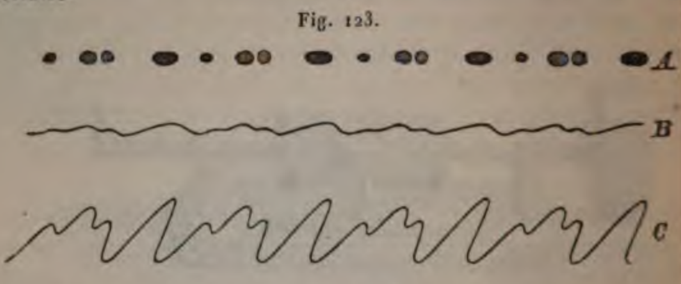
Fig. 122.



En regard du style se déplace une feuille d'étain C collée sur un cylindre de laiton. Celui-ci porte une rainure hélicoïde et se prolonge par une vis A' de même pas, tournant dans un collier fixe. Quand on fait tourner le cylindre, la feuille d'étain glisse devant le style, et celui-ci y trace des gaufrages persistants dont la forme est caractéristique des vibrations imprimées par la voix à la membrane. La *fig.* 123 montre en A une représentation amplifiée d'un de ces gaufrages, dont on

voit le relief en B. La ligne C se rapporte aux flammes d Kœnig et montre avec le tracé B une analogie de forme incon testable.

Fig. 123.



Pour faire parler le phonographe, il suffit de soulever le styl de ramener le cylindre dans sa position initiale et de tourn de nouveau la manivelle M, de manière que les gaufrag précédemment obtenus viennent passer successivement deva la pointe du style. Le style S est soulevé, et avec lui la men brane P, de telle sorte que, la cause et l'effet se trouvant inte vertis, la membrane exécute des vibrations identiques à cell que la voix lui avait d'abord imprimées; ces vibrations se tran mettent à l'air, et le son produit ne diffère de celui qui ava été émis devant l'instrument que par sa moindre intensité un timbre un peu plus aigre.

Bien entendu, nous supposons que les circonstances du mou vement de rotation du cylindre sont identiques dans les deu opérations de l'impression et de la reproduction de la parol par exemple que le mouvement du cylindre est dans les deux c parfaitement uniforme et de même vitesse. Si l'on accélère o qu'on retarde la marche du cylindre, le nombre de vibratior appelées par seconde augmente ou diminue et le ton de parole s'élève ou s'abaisse.

L'impression une fois reçue devrait théoriquement permett la reproduction indéfinie de la parole. Dans le fait, le gaufrag de l'étain devient de plus en plus confus à chaque nouvel reproduction du son et finit par ne rendre que des brui indistincts; mais il sera sans doute possible d'écarter cet inco vénient avec des clichés plus résistants.

Le phonographe peut servir à enregistrer et à reprodui

toute espèce de sons ou de bruits et à étudier les effets résultant de leur superposition. Ainsi, plusieurs personnes peuvent parler successivement devant l'appareil, ramené chaque fois à son point de départ. L'impression multiple obtenue reproduira le mélange des voix, et, en prêtant son attention à l'une d'elles en particulier, l'observateur distinguera très nettement les paroles qu'il veut entendre au milieu du bruit général.

L'OUIE.

LES CONSONANCES ET LES DISSONANCES. — L'oreille est un organe très compliqué, et l'on ignore les fonctions des parties qui la composent; nous ne les décrirons pas. Bornons-nous à dire que l'oreille se termine par une cavité qu'on nomme *limaçon*, à cause de sa ressemblance avec la coquille de cet animal. Le limaçon est divisé dans toute sa longueur en parties supérieure, moyenne et inférieure par deux membranes tendues à la moitié de sa hauteur. Dans le compartiment moyen, le marquis de Corti a découvert de petites plaques microscopiques innombrables, rangées régulièrement les unes à côté des autres comme les touches d'un piano communiquant par une de leurs extrémités avec des filets du nerf acoustique et par l'autre avec la membrane tendue. Il n'en a pas fallu davantage pour qu'on ait supposé que ces fibres sont accordées chacune avec une note donnée, qu'elles se mettent à vibrer avec cette note, et qu'ainsi elles décomposent un son mixte, comme le fait un piano, en ses éléments pendulaires. Cette théorie est tout hypothétique; elle n'est pas invraisemblable. Les observations de M. Hensen (¹) sur les poils auditifs des décapodes la confirment d'une manière inattendue. En effet, ces poils vibrent sous l'influence des sons extérieurs, et chacun d'eux sous l'action d'une note spéciale.

Une note simple mettrait en vibration non seulement celle de fibres de Corti qui est rigoureusement d'accord avec elle, mais aussi celles qui l'avoisinent et qui répondent à des notes un peu plus hautes ou un peu plus basses. Il y a donc une *série*

(¹) HENSEN, *Études sur l'organe de l'ouïe chez les décapodes* (*Journal de Zoologie de Siebold Kolleker*, XII).

de fibres qui répondent à chaque son simple. Supposons maintenant que deux sons de cette espèce soient superposés. S'ils sont très différents, les séries de fibres qu'ils ébranlent sont très éloignées; s'ils sont très rapprochés, elles ont une partie commune. Dans ce cas, l'oreille ne sépare pas les deux sons; les fibres, ébranlées à la fois par les deux notes, reçoivent périodiquement les sommes et les différences des deux vitesses vibratoires, et il y a des battements. C'est donc un phénomène subjectif. A mesure que les notes composantes s'éloigneront l'une de l'autre, leurs battements se précipiteront; mais les deux séries de fibres ébranlées seront moins près l'une de l'autre, leur partie commune diminuera; elles finiront par se séparer complètement et les battements cesseront. Il n'y aura plus que deux sons distincts, que l'oreille apprécie séparément et qu'elle sépare.

Mais il restera un phénomène physique. La courbe des vitesses transmises offrira des redoublements et des affaiblissements d'intensité; ils se reproduiront pendant une seconde un nombre de fois M — N égal à la différence des nombres de vibrations des deux notes, et, si M — N est suffisamment grand, cela constituera un véritable son, le son résultant, qui sera analysé par la série de fibres qui répond à cette périodicité. On voit que les sons résultants commencent quand les battements finissent, que ceux-là sont des actions physiques et ceux-ci des phénomènes physiologiques.

Or l'expérience prouve que les battements produisent un effet très désagréable quand leur nombre est de 30 ou 40 par seconde, et que cet effet diminue ou disparaît quand ce nombre dépasse 60 ou 100. Dans la théorie précédente, cette répulsion de l'oreille serait due aux tiraillements qu'éprouvent les fibres de Corti attaquées à la fois par deux sons voisins.

Que cette hypothèse soit ou non fondée, le fait est certain. Tous battements suffisamment rapides produisent une dissonance, un déplaisir. Cela étant, M. Helmholtz (¹) explique les consonances et les dissonances par les principes suivants :

(¹) Helmholtz, *Théorie physiologique de la Musique*, p. 380 et 435 de la traduction française.

1° les sons musicaux sont un assemblage d'une note fondamentale 1 et d'harmoniques 2, 3, 4, 5,...; 2° toute superposition de deux sons qui produira des battements soit entre leurs notes fondamentales, soit entre leurs harmoniques, sera dissonante; 3° toute superposition de sons fondamentaux et harmoniques qui ne donnera point de battements sera consonante; 4° le degré de dissonance sera marqué par le nombre de notes simples qui battront entre elles et sera proportionnel à leur intensité.

I. Considérons deux sons à l'octave représentés, le premier par les notes simples

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ...,

le second par

2 4 6 8 10 ....

La deuxième série de notes est rigoureusement comprise dans la première; il n'y a aucun battement : il y a consonance parfaite, ce qui fait dire aux musiciens que l'octave n'est qu'une réplique de la note grave. Mais, si l'une des deux notes s'altérait, même d'une très petite quantité, tous les harmoniques battraient : il y aurait un désaccord général. C'est pour cette raison que l'intervalle d'octave est celui qui souffre le moins d'altérations.

II. Deux sons à la quinte, 2 et 3, offrent les séries de notes pendulaires suivantes :

2 4 6 8 10 12 14 ...,
3 6 9 12 ...,

Le deuxième harmonique 9 de la note 3 bat avec 8 et 10 de la note 2. La quinte a donc une cause de dissonance que n'avait pas l'octave; cette dissonance est faible, parce qu'elle est produite entre les harmoniques élevés et peu intenses.

III. Les quartes sont

3 6 9 12 15 18 21 ...,
4 8 12 16 20 ....

9 battra avec 8, 15 avec 16, 20 avec 21.

IV. Les tierces majeures donnent

4	8	12	16	20	24	....,
5	10	15	20	25		....

Il n'y aura de battements qu'entre 15 et 16 et entre 24 et 25. La dissonance des tierces est moindre que celle des quartes.

V. Les intervalles de secondes $\frac{9}{8}$ seront

8	16	24	32	40	48	....,
9	18	27	36	45		....

Les notes fondamentales aussi bien que les harmoniques donneront lieu à des battements, et la dissonance sera complète.

Il semblerait, d'après cette théorie, que les notes dépourvues d'harmoniques, celles de la flûte ou des bourdons, devraient toujours être consonantes quand elles sont éloignées. En réalité, les dissonances de ces notes sont beaucoup moins appréciables; cependant elles existent et se manifestent entre leurs sons résultants.

Nous ne suivrons pas M. Helmholtz dans l'analyse des conditions de l'harmonie des notes successives. Ce que nous disons de ces remarquables travaux suffit pour qu'on en puisse apprécier l'importance.

FIN DU PREMIER FASCICULE DU TOME TROISIÈME.

TABLE DES MATIÈRES

DU PREMIER FASCICULE DU TOME TROISIÈME.

ACOUSTIQUE.

INTRODUCTION.

CHAPITRE PREMIER.

De l'évaluation numérique des sons.

CHAPITRE II.

Vibrations longitudinales.

CHAPITRE III.

Vibrations transversales.

CHAPITRE IV.

Du mode et de la vitesse de propagation des vibrations dans un milieu indéfini.

CHAPITRE V.

De la composition des mouvements vibratoires.

CHAPITRE VI.

Le timbre. — La voix. — L'ouïe.

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES DU PREMIER FASCICULE
DU TOME TROISIÈME.

TABLE DES MATIÈRES,

PAR ORDRE ALPHABÉTIQUE,

PREMIER FASCICULE DU TOME TROISIÈME.

TABLE PAR NOMS D'AUTEURS

U PREMIER FASCICULE DU TOME TROISIÈME.

———

FIN DU PREMIER FASCICULE DU TOME TROISIÈME.

11942 Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.

COURS
DE PHYSIQUE
DE
L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

OPTIQUE.

INTRODUCTION.

Corps lumineux; corps transparents et corps opaques. — Propagation rectiligne de la lumière. — Ondes et rayons. — Division de l'Optique.

CORPS LUMINEUX, CORPS TRANSPARENTS ET CORPS OPAQUES. — L'Optique a pour objet l'étude des phénomènes qui affectent l'organe de la vue, et d'où résulte pour nous la perception à distance des *formes* et des *couleurs* des corps.

Certains corps, dits *lumineux*, sont visibles par eux-mêmes; les autres ne le sont qu'autant qu'ils sont *éclairés*, et on les appelle *transparents* ou *opaques* suivant que, placés entre l'œil et le corps lumineux, ils laissent ou non subsister la sensation produite par celui-ci. Le bois, les métaux en lames d'épaisseur appréciable, sont opaques; l'air, le verre et l'eau sont transparents, le vide l'est aussi.

On rapporte l'origine des sensations lumineuses à une cause nommée *lumière*. Celle-ci ne peut être qu'un mouvement qui

se propage à partir des corps lumineux jusqu'à l'œil, à trav les milieux transparents. Les corps opaques *absorbent, di fusent, réfléchissent* la lumière; ils opposent donc un obstac à la libre propagation de ce mouvement, et le modifient s dans sa nature, soit seulement dans son intensité ou sa dire tion.

Puisque la lumière se propage dans le vide, on ne peut e faire une qualité purement afférente aux corps matériels, cependant nous ne pouvons concevoir le mouvement sans in voquer l'existence d'un corps qui se meut. Il faut donc, o bien que le mouvement lumineux appartienne à une matièr très divisée émise, projetée dans l'espace avec une vitess prodigieuse, par les corps lumineux; ou bien que l'espac vide de corps matériels proprement dits soit rempli par un substance élastique, capable de recevoir et de transmettre de vibrations, d'être affectée par les corps matériels et de réagi sur eux avec une égale intensité, en un mot par une matièr analogue aux milieux élastiques que nous connaissons, mai qui en diffère tout au moins par sa propriété de ne point obéi à la loi de l'attraction newtonienne. *A priori*, les deux hypo thèses, celle de l'*émission* et celle des *ondulations*, sont éga lement intelligibles : l'une assimile la propagation de l lumière à celle des odeurs, l'autre à celle du son; l'une l'autre exigent que la propagation lumineuse ne soit pas in stantanée, et l'expérience prouve qu'il en est ainsi. Voyon maintenant comment ces théories expliquent la propagati rectiligne de la lumière.

PROPAGATION RECTILIGNE DE LA LUMIÈRE. — ONDES ET RAYONS. Considérons une source lumineuse de faible diamètre app rent, par exemple une étoile, ou une lumière éloignée, et o servons-la à travers un long tube rectiligne, fermé à ses de extrémités par des écrans opaques percés d'un trou suiva l'axe du tube.

On constate que la vision a lieu seulement lorsque l'œil la source lumineuse se trouvent sur le prolongement de l'ax Ainsi la lumière se propage en ligne droite, tout au moins da les conditions où l'expérience précédente réussit, c'est-à-di

tant que les trous percés dans les deux écrans ne deviennent pas trop étroits. Si c'étaient de simples trous d'aiguille, la vision serait troublée, et le point lumineux observé paraîtrait entouré d'anneaux alternativement brillants et obscurs; mais c'est là un phénomène compliqué, une perturbation des lois ordinaires, dont nous pouvons faire abstraction provisoirement, en nous interdisant d'employer, dans nos expériences ultérieures, des ouvertures ou des écrans opaques trop petits.

On nomme *rayon lumineux* toute direction suivant laquelle de la lumière se propage. Le plus petit faisceau lumineux doué de la propriété de se propager exclusivement en ligne droite comprend une infinité de rayons.

Dans la théorie de l'*émission*, tout rayon est constitué par une série indéfinie de molécules lumineuses, parties de la source à des époques d'autant plus anciennes qu'elles en sont actuellement plus éloignées; la direction et la vitesse de leur mouvement de translation se confondent avec la *direction* et la *vitesse de propagation* de la lumière.

Dans cette hypothèse, le corps lumineux placé au sein d'un milieu homogène envoie des particules lumineuses dans tous les sens, et en quantité assez considérable pour que, dans le plus petit angle solide ayant son sommet au point lumineux, le nombre des particules envoyées pendant un temps très court soit proportionnel à cet angle ([1]). Les particules lumineuses parties du point lumineux au temps o occupent au temps t la surface d'une sphère décrite de ce point comme centre avec un rayon Vt, et sont uniformément distribuées sur cette surface sphérique.

Dans la théorie des *ondes*, l'ébranlement dont la source lumineuse est le siège se propage dans l'éther environnant, et si cet éther est homogène, le mouvement produit est identique dans toutes les directions, de telle sorte qu'au bout d'un temps t quelconque l'ébranlement, produit au temps o, s'est transporté à la surface d'une sphère de rayon Vt, et possède

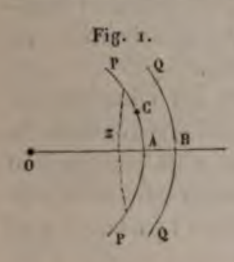
---

([1]) Nous prenons ici pour mesure d'un angle solide la surface interceptée par cet angle sur une sphère décrite de son sommet comme centre avec un rayon égal à l'unité.

la même intensité, en chacun de ses points. Au point de vue pratique, ces deux théories conduisent donc au même résultat.

Remarquons toutefois que, dans la théorie des ondes, les rayons lumineux n'ont pas d'existence réelle : ce ne sont que les trajectoires orthogonales des ondes successives; il est donc nécessaire d'expliquer le fait de la propagation rectiligne de la lumière dans un tube ou à travers des écrans percés de trous. Sans entrer dans des développements qui seraient ici prématurés, nous nous bornerons à observer que si, sur deux ondes sphériques infiniment voisines P et Q (*fig.* 1), issues d'un même point O, on prend les points A et B appartenant à un même rayon, le mouvement envoyé par l'onde P au point B provient, il est vrai, de tous les points de cette onde, mais que l'action exercée individuellement par un point tel que C sera d'autant plus efficace qu'il sera plus voisin de A. Par suite, l'action de l'onde P sur B peut être sensiblement réduite à celle d'une zone efficace très étroite Az entourant immédiatement le point A; on pourra sans inconvénient intercepter le reste de l'onde, et ainsi pour les ondes suivantes. L'expérience seule fixera les limites au-dessous desquelles on ne devra pas restreindre la zone Az, sous peine de voir la propagation de la lumière cesser d'être rectiligne et obéir à des lois plus compliquées.

Fig. 1.



Les phénomènes de *diffraction* qui se produisent alors, et que nous avons signalés plus haut, sont prévus par la théorie des ondes; ils constituent l'une des plus redoutables objections que l'on puisse opposer à la théorie de l'émission, d'ailleurs abandonnée par les physiciens.

DIVISION DE L'OPTIQUE. — Toutefois rien ne nous oblige à nous décider dès maintenant pour l'une ou l'autre de ces théories. Le fait expérimental de la propagation rectiligne de la lumière suffit pour nous permettre d'établir une théorie géométrique de la marche des rayons directs, réfléchis par les corps polis,

ou réfractés par les corps transparents, et par suite d'étudier de nombreux instruments d'Optique, tels que microscopes, lunettes, etc., qui sont d'un usage général : tel est l'objet de l'*Optique géométrique*.

Nous pourrons ensuite étudier expérimentalement les diverses sortes de radiations (caractérisées par leur couleur, leur action calorifique ou chimique), au point de vue de leur réfrangibilité, de leur intensité et des modifications physiques qu'elles éprouvent par leur passage à travers les corps transparents isotropes, etc. Cette partie de l'Optique, dont l'objet se confond avec celui de la *chaleur rayonnante*, formera, sous le nom de *radiations*, l'objet de la seconde Partie de notre étude.

Enfin la troisième Partie, que nous appellerons l'*Optique physique*, sera consacrée à l'étude des phénomènes dont l'interprétation a imposé aux physiciens l'abandon de la théorie de l'émission, impuissante à les expliquer complètement : elle embrassera l'étude de la *diffraction*, de la *double réfraction*, de la *polarisation blanche ou colorée*, *de la polarisation rotatoire*, etc. Un dernier Chapitre sera consacré aux phénomènes de la vision et aux lois de l'*Optique physiologique*.

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE.

CHAPITRE PREMIER.

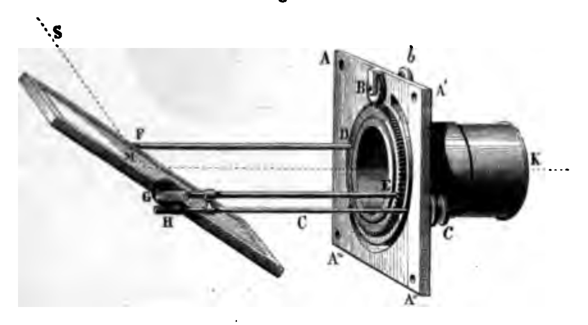
INSTRUMENTS GÉNÉRAUX DE L'OPTIQUE.

Porte-lumière. — Héliostat. — Conditions théoriques. — Héliostat de Foucault. — Héliostat de Silbermann. — Régulateur électrique. — Lumière Drummond. — Banc d'optique. — Cercles divisés.

PORTE-LUMIÈRE. — Avant tout, les expériences d'Optique exigent un laboratoire particulier nommé *chambre obscure*, entièrement peint au noir mat et dont on puisse hermétiquement fermer les fenêtres et les portes par des volets noirs, soigneusement garnis de bourrelets. Dans cette chambre, exactement soustraite à la lumière extérieure, il faut pouvoir introduire à volonté, par un petit trou, un faisceau solaire horizontal. A cet effet, on perce dans l'un des volets, exposé vers le midi, une ouverture ronde; on applique sur ses bords, au moyen de quatre vis, une plaque de cuivre verticale A A′ A″ A‴ (*fig.* 2). Celle-ci soutient, à l'extérieur du volet, un miroir M qui reçoit les rayons solaires S, M et qui les réfléchit à l'intérieur en MK à travers un tube de cuivre. Mais, comme le faisceau réfléchi doit être fixe et que le Soleil se meut, il faut que l'on puisse, sans ouvrir le volet, déplacer continûment le miroir. Or il est porté par deux tiges FD et EH, fixées sur un anneau DE qui est appliqué contre la plaque AA″, dont le contour extérieur est denté, et qui engrène avec le pignon B. Par le bouton intérieur *b*, on peut donc faire tourner le pignon B, l'anneau D

: par suite le plan de réflexion SMK, jusqu'à ce qu'il passe ar le Soleil S. En second lieu, le miroir est mobile autour 'un axe transversal LG, terminé par un pignon G, et une vis ans fin H, raccordée à un deuxième bouton *c*, permet de

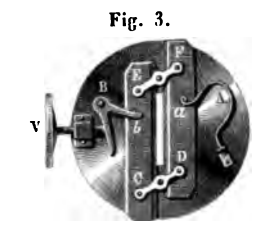
Fig. 2.



faire varier l'inclinaison du miroir jusqu'à ce que le faisceau réfléchi MK se dirige suivant l'axe horizontal du tube K.

Il est souvent nécessaire que ce faisceau soit limité en passant à travers une fente mince. Celle-ci (*fig.* 3) est placée sur un bouchon métallique qui ferme l'ouverture du porte-lumière. Elle est formée par les bords EC et DF d'un parallélogramme dont les deux autres côtés CD et EF sont mobiles autour de leurs milieux. Un ressort A*a*, qui tend à relever FD et à baisser CE, fait fermer la fente ; une vis V, en appuyant sur un levier B*b*, relève EC, et par conséquent écarte ou rapproche à volonté les deux lèvres.

Fig. 3.



Si l'on veut que le faisceau émerge d'une ouverture circulaire, on emploie un autre bouchon représenté *fig.* 4 et 4 *bis* ; le couvercle HD est percé d'un trou central G et prolongé par un tube court AB. Mais ce tube n'est fixé au couvercle HD que par une bride B, et il laisse entre lui et HD un intervalle de quelques millimètres. Dans cet intervalle, tourne autour de son centre C un disque EF′ F″, que l'on voit de face (*fig.* 4 *bis*). Il est percé d'ouvertures F, F′, F″, ..., rangées par ordre de

grandeur et qu'on peut amener l'une après l'autre en
du trou central G, qu'elles réduisent à leur propre dim

Fig. 4.

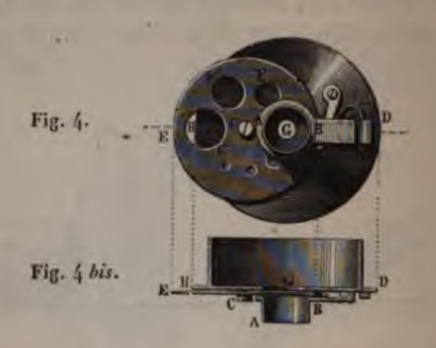


Fig. 4 *bis*.

HÉLIOSTAT. — Quand on emploie le porte-lumière qu venons de décrire, il faut à chaque moment faire mou boutons directeurs du miroir pour ramener à une di fixe le rayon réfléchi, que le mouvement du Soleil continuellement. Cet inconvénient suggéra à Fal l'idée de l'*héliostat*, appareil dans lequel une horloge continûment le miroir, suivant des conditions calculé que le rayon réfléchi reste immobile. Cherchons d'a solution géométrique de ce problème.

CONDITIONS THÉORIQUES. — Soit NON' l'axe du monde *fig*. 1). Pendant vingt-quatre heures le centre du Solei un cercle SS′S″; les rayons qu'il envoie en O parcou cône dont l'axe est ON et dont l'angle SON, ou COD, au complément de la déclinaison du Soleil. Cette décl est donnée par les Tables astronomiques pour tous l de l'année, elle est nulle aux équinoxes, maxima a stices.

Soit BDB′ un cadran solaire parallèle à l'équateur; du style DO sera en B à midi et parcourra le cercle e quatre heures. Si une horloge, placée au-dessous de l tourner une aiguille DC d'un tour en vingt-quatre heure aiguille suivra l'ombre du style DO. Par conséquent, métallique OC, qui ferait avec le cadran un angle é

éclinaison du Soleil et qui serait guidée en C par l'aiguille de horloge, suivrait pendant toute la journée la direction des ayons solaires. Il sera très facile de réaliser cette horloge et e mouvement : c'est la première condition à laquelle satisfont les héliostats. La deuxième consisterait à placer, soit en O, soit en E, un miroir entraîné lui-même par l'horloge de façon à renvoyer les rayons dans une direction fixe OEC.

I. On aura une solution particulière du problème si l'on place en O un miroir dont la normale nOn', entraînée par l'horloge avec le plan DOC, soit bissectrice de DOC; car, l'angle d'incidence étant AOn', l'angle de réflexion sera $n'ON$ et le rayon sera réfléchi suivant l'axe du monde. C'est l'héliostat de Fahrenheit.

II. Soit mm le miroir. On veut donner au rayon réfléchi une direction fixe, mais absolument quelconque rOE. On y parviendra en dirigeant la normale à mm suivant la bissectrice $\beta\beta'$ de l'angle AOR; car, l'angle d'incidence étant $AO\beta'$, celui de réflexion sera $\beta'OR$ et le rayon refléchi sera OR. On réalisera mécaniquement cette condition par un parallélogramme articulé $\alpha\beta\gamma O$, dont l'un des côtés γO aura la direction fixe qu'on veut donner aux rayons réfléchis, et l'autre $O\alpha$ sera maintenu par l'horloge dans la direction des rayons incidents OC. C'est l'héliostat de Silbermann (¹).

III. Supposons que le miroir soit en E, soutenu par un support EH pouvant prendre toutes les directions possibles, au moyen de deux articulations rectangulaires, et qu'il soit dirigé par une tige EC, normale à sa surface, passant dans un anneau C de l'aiguille des heures, à une distance CO constante et égale à OE, de sorte que le triangle COE soit isoscèle. Dans ce cas encore, le rayon se réfléchira suivant OE; car l'angle d'incidence sEc est égal à OCE, et l'angle de réflexion égal à OEC, ou à cER. C'est la solution de S'Gravesande (²).

IV. Disposons une tige OE de grandeur invariable, ne par-

(¹) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. XVII, p. 1319, et *Annales de Chimie et de Physique*, 3ᵉ série, t. X, p. 298; 1844.

(²) S'Gravesande, *Physices elem. math.*, p. 715; *voir* aussi *Traité de Physique* de Biot, t. III, p. 175.

ticipant point au mouvement de l'horloge, pouvant prendre toutes les positions possibles autour de O et se fixer par des vis de pression dans la direction invariable qu'on veut donner au rayon réfléchi. A l'extrémité de cette tige, supportons le miroir par une fourchette efe', tournant en f dans la tige Of qui est creuse. De cette façon le miroir pourra tourner autour de deux axes Of et ee' perpendiculaires entre eux. Enfin faisons entraîner ce miroir au moyen d'une queue EA située dans son plan, perpendiculaire à ee' et passant en A dans un anneau articulé, à une distance AO égale à OE, de façon que le triangle AOE soit isoscèle.

Si ces conditions sont réalisées : 1° le miroir est toujours perpendiculaire au plan ACE qui est le plan d'incidence et de réflexion ; 2° l'angle d'incidence sEA est égal à OAE, par conséquent l'angle de réflexion sera égal à AEO, ou à son opposé par le sommet REa, et le rayon sera réfléchi suivant ER. C'est l'héliostat de Gambey (¹).

V. On peut enfin réaliser le triangle rectangle CEA, c'est-à-dire supporter le miroir en E par une colonne EH qui lui permette de prendre toutes les directions autour de E, le diriger par une tige CE normale à sa surface, s'engageant dans un anneau articulé C, fixé sur OC à une distance OC = OE, et enfin prolonger son plan par la tige EA passant en A dans une rainure creusée dans OA. Il est facile de voir que AO sera toujours égale à OE. Comme les besoins de l'Optique se bornent généralement à employer un rayon horizontal, on simplifiera le problème en ne demandant pas autre chose à l'héliostat. Alors la tige OE et le faisceau réfléchi OE seront horizontaux ; on les placera dans tous les azimuts possibles en faisant mouvoir le support EH sur un cercle horizontal dont le centre sera en G sur la verticale du point O, et dont le rayon GH sera égal et parallèle à OE. C'est la solution de Foucault (²).

(¹) Décrit par Hachette ; voir *Ann. de Pogg.*, t. XVII, p. 71 ; 1831.

(²) Note de M. Duboscq, *Comptes rendus*, t. LIV, p. 618 ; 1862. Sur l'hélio-stat de Foucault, *voir* les Notes de M. Deville, *Comptes rendus*, t. LXIX, p. 1221 ; de M. Wolf, *Comptes rendus*, t. LXIX, p. 1222 ; et de M. Laugier, *Comptes rendus*, t. LXIX, p. 1226, publiées après la mort de Foucault (1869) ; *voir* en-

HÉLIOSTAT DE FOUCAULT. — Il reste à montrer comment on a réalisé ces conditions géométriques. Nous choisirons comme exemple les solutions de Foucault et de Silbermann. La *fig.* 5 représente l'instrument de Foucault, dans la même situation et avec les mêmes lettres que la *Pl. II*, *fig.* 1; l'hor-


Fig. 5.



loge B est fixée préalablement à la latitude du lieu ; le point O est invariable ; toute la partie C*f*A est entraînée par le mouvement de l'horloge, et se trouve dans le plan du Soleil quand on a mis l'aiguille à l'heure. On a inscrit sur le limbe *f* la déclinaison du Soleil, et, en le fixant par une vis de pression dans la position qui convient au jour de l'observation, la

---

core une Note *sur la construction du planoptique*, (*Comptes rendus*, t. LXIX, p. 1101, et *Œuvres de Foucault*, p. 421-435).

ligne AOC suit la direction des rayons solaires S, E. On reconnaît le triangle rectangle CEA, qui entraîne le miroir. La longueur OC est invariable, égale à EO et à HG. On place le rayon réfléchi OER dans l'azimut qu'on veut, en faisant mouvoir la tige EH sur la circonférence d'un cercle KL, dont le centre G est sous la verticale du point O; mais, pour que le miroir puisse prendre toutes les positions voulues, il est nécessaire qu'il soit porté sur une base circulaire E, soutenue sur la colonne EH par deux articulations rectangulaires, et qu'en outre le miroir lui-même tourne sur cette base autour de l'axe EC.

HÉLIOSTAT DE SILBERMANN. — L'appareil de Silbermann (*fig.* 6) repose sur une plaque tournant autour d'un axe vertical qu'on règle par un niveau. Au moyen d'un arc de cercle et d'un bouton de serrage K, on incline l'axe de l'horloge à la latitude du lieu, et l'on peut placer cet axe dans le méridien. Supposons que cela soit fait : BB représente le cadran, CP*s* un limbe dont le centre est en O et dont le plan contient l'aiguille *c*, de sorte que, si l'on met celle-ci à l'heure vraie, ce plan passe par le centre du Soleil. Le limbe CP*s* glisse dans une boîte D, où il peut se fixer ; il est divisé à partir de C, et, en faisant CD égal au complément de la déclinaison, la ligne SOC prend et garde la direction des rayons solaires.

Suivant les conditions exprimées (p. 9), le miroir est porté par un losange articulé ; la diagonale *pf* est normale au plan *mn* ; le côté *pa* est, par construction, parallèle à OC, c'est-à-dire aux rayons incidents, et les rayons réfléchis OR sont alors parallèles à l'autre côté *pc* du losange.

Au moyen d'un second limbe *rr'* qui glisse dans une coulisse et qu'on peut serrer par la vis A, on peut changer l'inclinaison *per* de ces rayons réfléchis, et, pour qu'on puisse les amener dans tous les azimuts possibles, le limbe *rr'* est porté par un axe creux AF qui enveloppe, sans être entraîné par les mouvements de l'horloge, celui qui fait mouvoir les aiguilles et le premier limbe CP*s*. On peut fixer AF par un bouton de serrage E.

On a disposé une pinnule *s* et un écran P, de façon que la

ɔrde *s*P soit parallèle à OC, d'où il suit que le rayon qui passe n *s* arrive toujours en P si l'appareil est réglé; et, inverse-ıent, on peut se servir de cette condition pour placer l'axe ans le méridien : car, ayant mis l'horloge à l'heure et pris


Fig. 6.

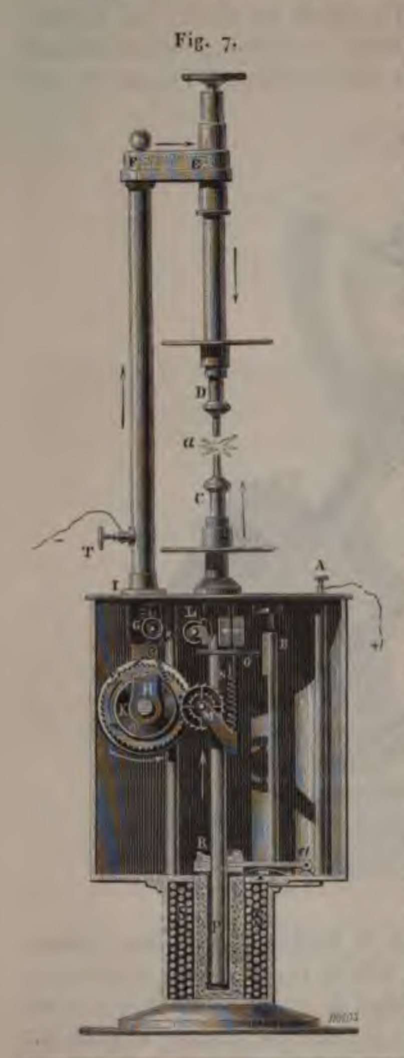


l'arc CD égal au complément de la déclinaison, on fera tourner l'appareil sur sa base jusqu'à voir le rayon solaire passer de *s* en P. On ne sera donc pas obligé de connaître la direction du méridien. Une disposition toute pareille est adaptée à l'héliostat de Foucault, et peut se joindre à tous les autres.

RÉGULATEURS ÉLECTRIQUES. — A défaut de rayons solaires, on emploie la lumière électrique; mais il fallait la fixer, parce que

les charbons entre lesquels elle se dégage s'usent inégalemen soit par la combustion, soi par le transport électrique Mais comme, à mesure qu cette usure les éloigne, l courant électrique éprouv une résistance croissante perd de son intensité, Fo cault (¹) imagine d'enroul le conducteur autour d'u fer doux et d'utiliser les d minutions que son magne tisme éprouve pour embraye un mécanisme qui rapproch les charbons et conserve a courant une intensité con stante. Après Foucault, u grand nombre de physicien ont imaginé des mécanismes parmi lesquels nous citeron ceux de MM. Duboscq (²) Serrin (³) et Foucault (⁴ lui-même ; mais nous ne dé crirons que l'appareil de Du boscq (*fig.* 7).

Fig. 7.



Le courant arrive en A descend par A*a* jusque dan une bobine SS' qui envelopp et aimante un fer doux creux Il remonte ensuite jusqu'à l plate-forme IA ; et, comme i y a en I une lame d'ivoire, i passe dans le charbon C franchit dans l'air l'inter

(¹) Foucault, *Comptes rendus*, t. XXVIII, p. 68 et 698 ; 1849.
(²) Duboscq, *Comptes rendus*, t. XXXI, p. 807 ; 1850.
(³) Serrin, *Comptes rendus*, t. L, p. 903 ; 1860.
(⁴) Foucault, *Comptes rendus*, t. LXI, p. 1148 ; *Œuvres de Foucault*, p. 313-3

valle α, en donnant la lumière, et il revient enfin suivant DEFT. C, étant le pôle positif, s'use plus que D, et l'on peut déterminer par l'expérience le rapport des chemins que font les charbons en s'éloignant par l'usure. Il faudra que les mécanismes les rapprochent individuellement dans le même rapport, afin que le point lumineux reste fixe.

En H est un barillet avec ressort d'horlogerie, qui tend à faire mouvoir dans le sens des flèches deux tambours concentriques, l'un sur lequel passe une corde KGFE qui soutient le charbon D et le fait descendre quand le tambour tourne, l'autre porte une deuxième corde VL qui soutient par un contre-poids NP le charbon C, et celui-ci remonte par le mouvement du barillet. Ces deux tambours ont des diamètres inégaux et réglés pour imprimer aux deux charbons des déplacements proportionnels à leur usure.

Le barillet engrène avec un pignon M; celui-ci meut une vis sans fin N et une roue dentée horizontale O, laquelle est enrayée par un couteau B. Mais ce couteau est un des bras du levier BaR; l'autre branche est un contact R placé sur l'électro-aimant, attiré par lui et soutenu par un ressort antagoniste r qu'on règle. Quand le courant passe et qu'il est fort, le contact R s'abaisse; le couteau B s'approche de la roue O; le mécanisme est enrayé, et les charbons sont immobiles. Ceux-ci s'usant, le courant s'affaiblit, le ressort r détache le contact R, le couteau B s'éloigne, les engrenages marchent : alors les charbons se rapprochent. Par cela même ils rendent au courant sa première intensité, et tout s'arrête de nouveau.

LUMIÈRE DRUMMOND. — Plus économique que la lumière lectrique et presque aussi intense, la flamme de Drumond (1) est aussi fort employée. Le gaz d'éclairage arrive par robinet A (*fig.* 8); l'oxygène, qu'on prépare en grand, dans cornues de fer, avec le chlorate de potasse, et que l'on serve sous pression dans des sacs de caoutchouc, est né par le robinet B dans un petit conduit intérieur qui

(1) *Annales de Poggendorff*, t. VII, p. 120, et t. IX, p. 170; 1825.

débouche en C; les deux gaz ne se mélangent qu'au moment où ils s'enflamment, ce qui évite tout danger d'explosion. On laisse brûler continuellement le gaz d'éclairage, et l'on ne donne accès à l'oxygène qu'au moment de l'expérience. Les

Fig. 8.



deux courants arrivent obliquement sur un cylindre de chaux qui s'illumine avec un grand éclat, et qu'on peut élever ou abaisser au moyen d'une crémaillère.

Enfin, à défaut de ces sources vives, on se sert de lampes ordinaires. Quel que soit le luminaire qu'on emploie, il est utile de l'enfermer dans une boîte métallique (*Pl. I, fig.* 1 et 2).

ampe A est au centre d'un miroir concave B où les rayons éfléchissent normalement et, traversant la flamme, se mêt à ceux qu'elle envoie dans la direction opposée. Elle est, outre, au foyer d'une double lentille C, C′ qui recueille ces ons pour les diriger horizontalement en un faisceau paral e XX, comme ceux qui viennent du Soleil.

BANC D'OPTIQUE. — On peut dire que toutes les expériences Optique consisteront à recevoir un faisceau de lumière sur es instruments spéciaux alignés suivant une droite horizonale XX, et que l'on aura le moyen de les exécuter toutes si l'on possède un appareil général qui permette de réaliser cet alignement. Cet appareil, tel que M. Jamin l'a installé à l'École Polytechnique, repose sur un banc horizontal ZZ. Il porte un chemin de fer YY, composé de deux rails parallèles et voisins, divisés en millimètres, sur lesquels glissent des patins tous semblables entre eux (*Pl. I, fig.* 2, n° 5), et qu'on peut fixer nvariablement par une vis O′ et un loquet O″; sur chacun d'eux 'élève une colonne verticale creuse, d'un calibre invariable, lans laquelle pénètre un rentrant tel que Q, qu'on peut éleer, abaisser et fixer par une vis de pression P. Tous les appaeils de l'Optique, sans exception, sont portés sur des renrants de calibre uniforme; ils peuvent, en conséquence, venir rendre place chacun à leur tour sur les mêmes colonnes t s'aligner d'eux-mêmes sur le passage du rayon XX. Quelues-uns d'entre eux ayant besoin d'être ordonnés plus préciément, on a ajouté à quelques patins une coulisse normale ux rails, qu'on déplace par une vis de translation, telle ue R, n° 6. Le banc montre dans la figure une série d'instrunents ainsi disposés, depuis le n° 1 jusqu'au n° 9. Occuponsous de ceux-ci.

Tous les physiciens savent quelle diversité de calibre offrent es organes de l'Optique. L'impossibilité où l'on est de les déplacer d'un appareil pour les porter sur un autre oblige les constructeurs à les multiplier sans augmenter les ressources d'un cabinet. Pour éviter ces graves inconvénients, on peut choisir par exemple trois calibres : l'un de $0^m,12$, l'autre de $0^m,09$ et le dernier de $0^m,06$. Le plus gros est celui de l'ou-

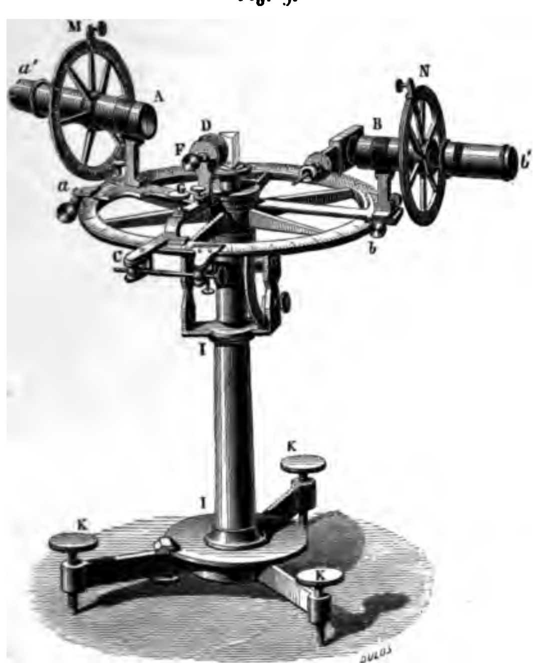
verture X; on y introduit ou des lentilles montées sur de tubes de même ouverture, ou des appareils de polarisation, o des écrans percés, etc. D'autres tubes indépendants, te que FF′, reçoivent les mêmes organes et se placent en u point quelconque du banc. Le deuxième calibre, de $0^m,09$, a comme le premier, ses jeux de lentilles, d'écrans et d'apparei divers. Il en est de même du troisième, et de cette façon u petit nombre d'organes généraux, qui n'ont point de place fixes, mais qui sont aptes à prendre celles que l'on veut, a moment où on le veut, suffisent à toutes les nécessités et dis pensent d'acheter un appareil nouveau toutes les fois qu'o veut tenter une expérience nouvelle. On passe aisément d grand calibre au moyen et au petit par des raccords intermé diaires, qui réduisent la grande ouverture de $0^m,12$ à celle d $0^m,09$ ou $0^m,06$ (*Pl. I, fig.* 4).

Pour compléter cette organisation, économique autant qu féconde, il reste à avoir des écrans fixes L, L (nos 6 et 7), qu portent des bonnettes *m* et *n* qu'on peut faire tourner autou de leur axe XX au moyen d'un bouton *m′*. C'est sur ces appa- reils qu'on placera tous les instruments de la polarisation, pa exemple des cristaux N et M (no 6) ou bien des miroirs (no 7) Enfin il sera commode d'avoir des collections de prismes, de tous les indices possibles, enfermés dans des écrins et se montant, quand le besoin se révèle, sur un pied commun.

CERCLES DIVISÉS. — Mais, toutes les fois que la lumière ren- contre des surfaces réfléchissantes ou réfringentes, elle change de direction et l'expérimentateur est obligé de la suivre dans sa nouvelle route. Il emploie à cet effet des cercles divisés nombreux, portant différents noms et disposés chacun pour divers cas spéciaux. Ici encore il vaut mieux n'en posséder qu'un seul, le suivant, qui satisfait à tous les besoins. Il est représenté en perspective (*fig.* 9), et tous les détails en sont dessinés (*Pl. III, fig.* 1 à 4). Porté sur un pied à vis ca- lantes, il peut d'abord tourner autour de son support vertical H et ensuite se placer ou verticalement ou horizontalement, e tournant autour d'une charnière. Il y a trois alidades A, B, munies de verniers *a*, *b*, *c* et de vis de rappel α, β, γ. Les deu

premières portent deux bonnettes de calibre A et B, où l'on peut introduire, soit deux lunettes a'A et b'B, soit des tubes à cercles azimutaux M et N, soit tout autre appareil qu'on voudra. La troisième alidade supporte quelquefois un appareil supplémentaire GFD sur lequel se placent les substances réfléchissantes D, qui se fixe sur l'alidade par une coulisse HH et qu'on serre par la vis G. Cette disposition permet de rapprocher ou d'éloigner la surface D du centre du cercle. Des vis de


Fig. 9.

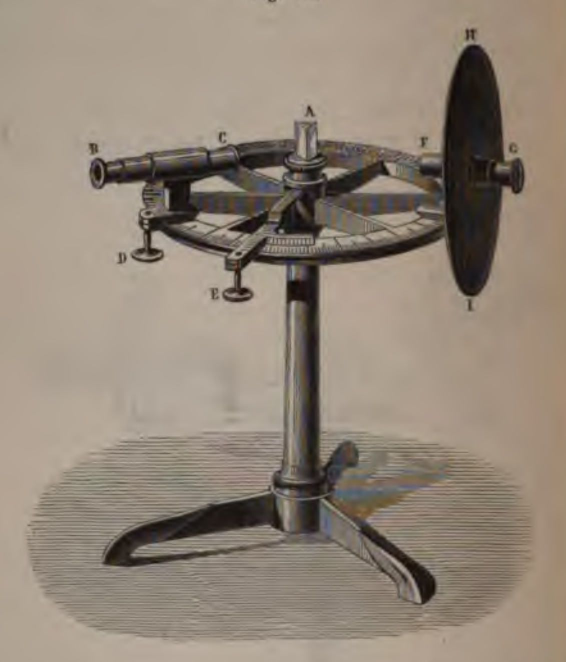


pression ee' servent ensuite à régler sa direction. On peut aussi fixer au centre du cercle O une plate-forme L (*Pl. III*, *fig.* 15) qu'on règle par des vis calantes *l*, *l*, *l*. C'est sur ce plan que se placent les prismes. Un cercle plus petit, construit suivant les mêmes principes, le goniomètre ([1]) de Babinet (*fig.* 10), sa-

([1]) Babinet, *Comptes rendus*, t. VIII, p. 710; 1839.

tisfait à toutes ces conditions et suffit à presque toute
expériences.

Fig. 10.



Nous connaissons maintenant les conditions général
toutes les expériences d'Optique, et nous pouvons ab
l'étude des propriétés de la lumière.

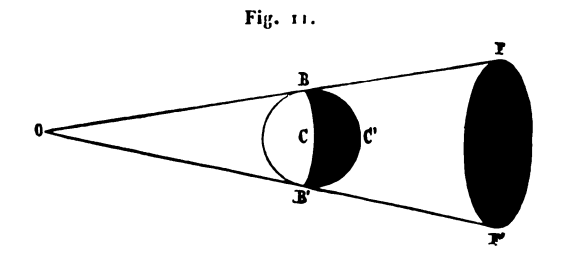
CHAPITRE II.

OMBRES. — MIROIRS PLANS.

bres. — Chambre obscure.
exion. — Loi expérimentale de la réflexion. — Image d'un objet dans n miroir plan. — Images réelles ou virtuelles. — Champ d'un miroir. - Déplacement de l'image quand le miroir se meut parallèlement ou ngulairement. — Méthode de Poggendorff pour la mesure des dévia- ons. — Sextant. — Mesure de l'angle dièdre d'un cristal.
irs parallèles. — Miroirs inclinés.

MBRES. — Un point lumineux unique O, placé devant un ps opaque, envoie un cône de rayons tangents BOB′ (*fig.* 11). is les points du corps situés en avant de la ligne de con-

Fig. 11.

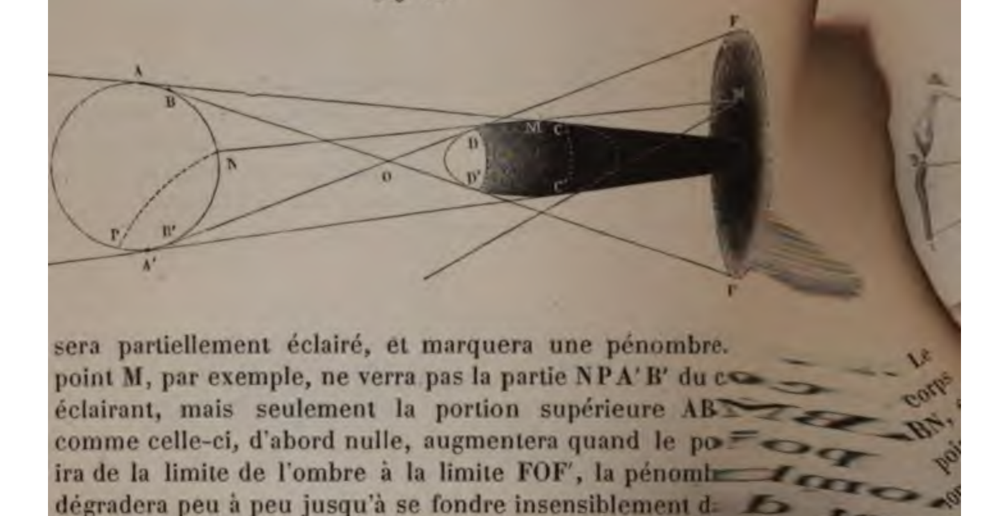


ct BCB′ sont éclairés; tous ceux qui sont placés derrière nt dans l'obscurité. Tous les corps qui pénétreront dans le nc de cône FB′ B′ F s'éclipseront, et sur un écran vertical verra se dessiner une ombre portée FF′.

Si, au lieu d'un point, nous avons une surface lumineuse ′ (*fig.* 12), il faudra mener des plans tangents intérieurs xtérieurs communs aux corps éclairant et éclairé. Si ces ps sont de révolution autour d'un même axe, comme

dans la *fig.* 12, les plans tangents intérieurs auront pour enveloppe un premier cône AA'FF'', dont le sommet est en O, et les autres un deuxième cône extérieur AA'CC'. Aucun rayon ne pénétrera dans celui-ci, qui découpera sur l'écran une ombre absolue. Mais l'espace compris entre les deux surfaces

Fig. 12.



sera partiellement éclairé, et marquera une pénombre. point M, par exemple, ne verra pas la partie NPA'B' du c éclairant, mais seulement la portion supérieure AB comme celle-ci, d'abord nulle, augmentera quand le po ira de la limite de l'ombre à la limite FOF', la pénom dégradera peu à peu jusqu'à se fondre insensiblement d lumière complète en FF'. Le point M' sera dans les conditions que M, et il y aura sur le corps une pénomb clairant de plus en plus depuis CC' jusqu'à DD'.

CHAMBRE OBSCURE. — Quand les rayons partis d'un obj (*fig.* 13) ne pénètrent dans une chambre obscure que trou O très étroit, ils peignent sur la paroi opposée renversée de cet objet. En effet, parmi les faisceaux é taires envoyés par le point A, un seul traverse l'ouve et, continuant sa route, va illuminer A'; de même éclairent B' et C'. La couleur des diverses parties de l rapport de leurs éclairements, toutes leurs condi forme, se reproduisent sur l'écran, où se peint une in versée semblable à l'objet; par conséquent, le Soleil siné par un cercle, et, pendant une éclipse, on verra

centre du Soleil ; ils seront parallèles et aboutiront en *a*
le fond. Mais ceux qui viennent des bords de l'astre aux r
points seront sur deux cônes A′AA″, B′BB″ de 32′ d'
ture. Ces cônes, d'abord séparés, se pénétreront de p
plus en s'éloignant du volet, et, si on les reçoit sur un
ils marqueront des cercles de plus en plus grands *a′ b′*
qui, à une distance suffisante, sembleront n'en former
seul. On finira donc par avoir encore l'image ronde du
un peu confuse sur les bords.

RÉFLEXION.

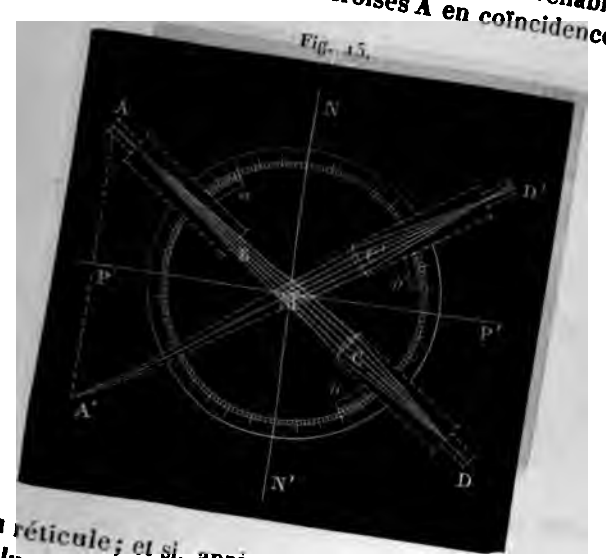
Quand la lumière rencontre une surface polie qui
deux milieux différents, elle se divise en deux parties
qui se réfléchit et se propage dans le milieu antérieur,
qui se réfracte et qui se transmet dans le deuxième mili
est transparent, ou qui est absorbée par lui à une peti
tance de sa surface, s'il est opaque.

LOI DE LA RÉFLEXION. — Pour découvrir les lois de la réfl
nous nous servirons du cercle divisé qui a été précéde
décrit (*Pl. III, fig.* 1). L'une des alidades A porte un
tube *a′ a″* noirci intérieurement, éclairé en *a′* par une ouv
ronde au centre de laquelle se croisent deux fils rec
laires. Sur l'autre alidade B est établie une lunette *b′ b″* a
réticule et une vis de tirage. La surface réfléchissa
fixée en D. Au moyen d'une coulisse et de la vis G, on
ou on l'abaisse jusqu'à la placer à la hauteur du ce
cercle divisé, et on la cale par la vis *e, e′*, de telle sorte
images réfléchies par elle, et observées par la lunette *b*
se déplacent pas quand on la fait tourner, par le bo
autour d'un axe FD qui est parallèle au plan du limbe :
alors assuré que la lame réfléchissante est normale à c
Pour achever de régler l'expérience, il suffira de place
calement la lunette *b′ b″* au zéro de la division du cer
d'amener, par l'alidade γ, la plaque D dans une positio
que l'image, réfléchie par elle, des fils du réticule se vo
la lunette en coïncidence avec eux-mêmes. Par raison
métrie, la lunette sera normale à la plaque, et, en la

mouvoir sur le cercle, on saura l'angle qu'elle fait avec cette plaque.

La *fig.* 15 représente les conditions théoriques de l'expérience : N'N est la normale à la surface ; AB est le tube noirci, dans une position quelconque. Voici ce qui résulte de l'observation. Si, avant d'avoir placé en M la plaque réfléchissante, on dispose la lunette en CD et qu'on règle convenablement le tirage, on voit l'image des fils croisés A en coïncidence avec le

Fig. 15.



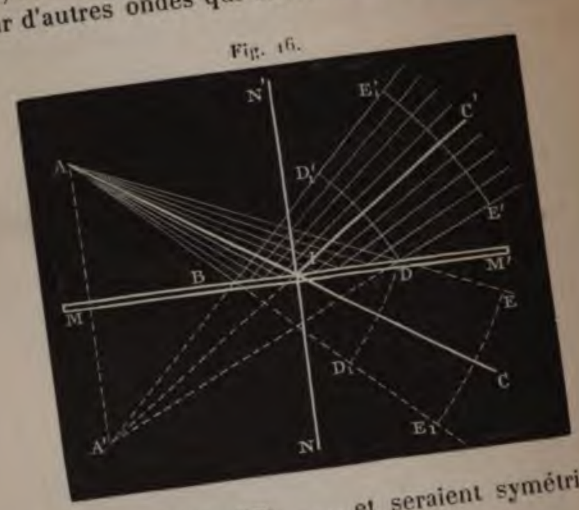
u réticule ; et si, après avoir fixé la plaque en M, on lunette en C'D' dans une position symétrique de CD ger le tirage, on voit encore distinctement l'image roisés en coïncidence avec le réticule, comme s'ils en un point A' symétrique de A. Ce résultat expéri- dépendant de la distance de A et de la position du 'ésume la loi générale de la réflexion et s'énonce

ière qui est envoyée par le point A et qui a été ré- une surface plane est dans les mêmes conditions ue si elle partait d'un point A' symétrique de A par miroir. A' est ce qu'on nomme l'*image virtuelle*

On peut interpréter cette loi de deux manières, correspondant aux deux modes de représentation adoptés pour se figurer la propagation de la lumière.

I. Si l'on représente le mouvement lumineux parti de A par des ondes sphériques concentriques, telles que DD_1, EE_1, ... (*fig.* 16), celui qui viendrait d'un point symétrique A′ serait figuré par d'autres ondes qui arriveraient au même moment

Fig. 16.

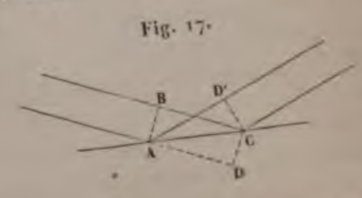


sur les sphères DD′, EE′, ..., et seraient symétriques premières. Dès lors :

« Les ondes émises par un point lumineux se change la réflexion en d'autres ondes, qui au même moment so métriques des premières par rapport à la surface polie.

Dans le cas où le point lumineux est à l'infini, la s

Fig. 17.



d'onde incidente DC est plane, la surface réfléchie également; toutes deux restent symétriques (*fig.* 1

; l'angle d'incidence AIN est égal à l'angle de re-
'IC'.

que cet énoncé soit généralement adopté, c'est celui
rte le plus de l'observation. Il ne faut pas oublier que,
position du faisceau en rayons linéaires étant entière-
nventionnelle, l'idée qui les représente comme se ré-
nt individuellement est fictive au même titre; et en
ssitôt qu'on cherche à réduire un miroir à une seule
perpendiculaire au plan d'incidence, on voit appa-
s phénomènes de diffraction que nous avons réser-
édemment. Ce qui est seul réel et strictement con-
l'expérience, c'est que nous voyons la lumière réfléchie
si elle partait d'une image symétrique de l'objet.

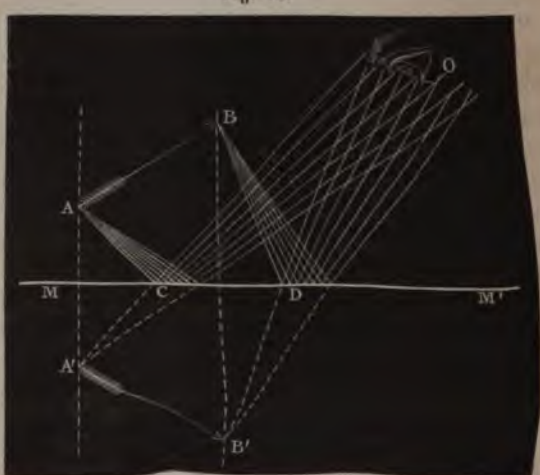
RÉELLES ET VIRTUELLES. — Cette restriction établie, nous
continuer notre étude au point de vue purement
ique. Nous venons de reconnaître que les rayons fictifs
d'un point lumineux A se réfléchissent dans un miroir
telle sorte que leurs prolongements passent par le
symétrique de A, et nous avons appelé A' l'image
de A. Réciproquement, si un faisceau de rayons lu-
E'DE'₁, B converge vers un point A', placé derrière le
lan M, ces rayons iront, après réflexion, converger au
symétrique de A'. On dit que A est l'*image réelle* du
rtuel A'.

ions l'angle BAD, d'un faisceau limité de rayons, sous

frappé par un faisceau limité n'en modifie ni la divergence, ni la convergence. Quand le faisceau incident est constitué par des rayons parallèles, c'est-à-dire par des rayons dont l'angle de convergence est nul, il en est de même pour le faisceau réfléchi, qui est aussi formé de rayons parallèles (*fig.* 17).

IMAGE D'UN OBJET. — Si la lumière part d'un objet réel AB (*fig.* 18), chacun de ses points A ou B a son image virtuelle

Fig. 18.



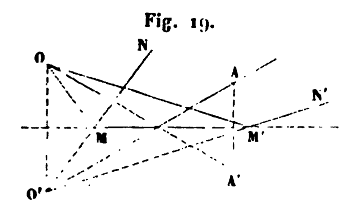
en A' ou B', et l'œil, placé en O, reçoit les faisceaux réfléchis comme s'ils étaient envoyés par un objet *symétrique* A'B'.

Si l'objet AB est linéaire, l'angle de AB avec son image A'B' est double de celui qu'il fait avec la surface MM' du miroir; d'où il résulte qu'un objet vertical est vu horizontal dans un miroir incliné à 45°, et réciproquement.

CHAMP D'UN MIROIR. — Un miroir MM' étant nécessairement limité ne reçoit d'un point lumineux O qu'un faisceau limité MOM' de rayons, auquel correspond un faisceau réfléchi NO'N' de même angle.

Il suit de là que l'œil, placé en O au dessus du miroir, apercevra ou n'apercevra pas l'image A' d'un point A suivant que

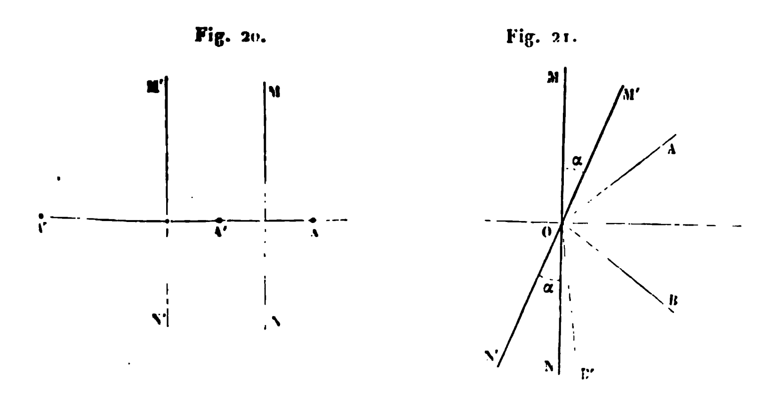
Fig. 19.



le point sera ou non compris dans l'espace NMM'N', désigné sous le nom de *champ du miroir* relativement au point O([1]).

DÉPLACEMENT DE L'IMAGE QUAND LE MIROIR SE MEUT PARALLÈLEMENT OU ANGULAIREMENT. — Si un miroir MN se déplace parallèlement à lui-même d'une quantité a jusqu'en M'N' (*fig.* 20),

Fig. 20. Fig. 21.



l'image qui était en A', à une distance de A égale à $2d$, se place en A'', à une distance $2(d+a)$. La différence A'A'', c'est-à-dire le déplacement de l'image, est $2a$; elle est égale au double du mouvement du miroir.

Il en est de même pour le cas où le miroir se déplace angulairement (*fig.* 21). Soient NOM la première position du

---

([1]) Un point virtuel O' diffère d'un point lumineux réel O en ce qu'il n'est visible que dans un angle déterminé NMM'N'.

miroir, AO et OB les rayons incident et réfléchi. L'angle

$$AOM = BOM = i.$$

Quand le miroir tourne d'un angle α et se place en N'OM', l'angle d'incidence diminue de α; le rayon réfléchi est OB', et l'on a

$$N'OB' = i - \alpha, \quad N'OB = i + \alpha,$$
$$B'OB = N'OB - N'OB' = i + \alpha - (i - \alpha) = 2\alpha;$$

par conséquent l'angle des deux rayons réfléchis est égal au double du déplacement angulaire donné au miroir.

MÉTHODE DE POGGENDORFF POUR LA MESURE DES DÉVIATIONS. — Les physiciens ont fait de nombreuses applications de cette dernière propriété, pour amplifier de très faibles déplacements linéaires ou angulaires. C'est ainsi que le levier du comparateur (¹) peut être remplacé par un miroir mobile autour d'un axe et sur lequel on fait tomber normalement un faisceau de rayons lumineux parallèles; les deux faisceaux incident et réfléchi constituent les deux bras d'un véritable levier optique dont on peut augmenter presque indéfiniment la sensibilité en écartant l'écran sur lequel les rayons réfléchis sont reçus. La même disposition peut être employée pour rendre visible la dilatation des solides par la chaleur, etc.

Le meilleur emploi de cette méthode, imaginée par Poggendorff (²), employée et vulgarisée surtout par Gauss et par Weber, consiste dans la mesure des déviations d'une aiguille de galvanomètre ou d'un barreau aimanté librement suspendu. On fixe au support de l'aiguille ou du barreau un petit miroir vertical M (³), et l'on installe en avant de l'appareil une règl

---

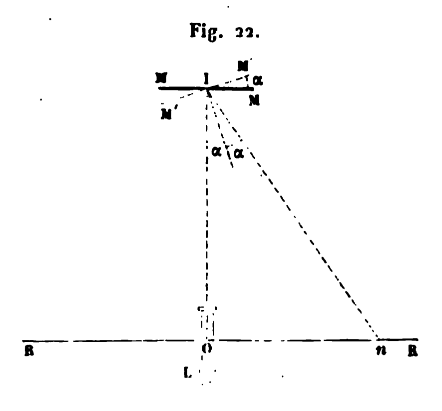
(¹) *Voir* tome Iᵉʳ, au Chapitre des instruments de mesure.

(²) POGGENDORFF, *Instrument zum Messen der magnetischen Abweichun* (*Ann. de Pogg.*, t. VII, p. 121; 1825).

(³) On fait des miroirs plans, en platine argenté, très légers, et qui peuvent être collés sur le support de l'aiguille astatique d'un galvanomètre. Les grands barreaux aimantés peuvent porter des miroirs plus lourds, ou être polis sur leur face antérieure, etc.

orizontale RR, dont on observe l'image, donnée par le miroir, à l'aide d'une lunette L (*fig.* 22). L'axe optique de celle-ci es perpendiculaire au miroir et à la règle, et l'appareil est réglé de telle sorte que, quand l'aiguille est au zéro, on voit l'image de la division o de la règle se former sous la croisée des fils de la lunette. Quand le miroir a tourné d'un angle α, le rayon réfléchi dirigé suivant IL correspond à un rayon incident tel que nI, et l'on voit par conséquent sous les fils l'image d'une division n de la règle.

Fig. 22.



En prenant pour unité de longueur une de ces divisions, on a

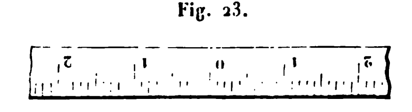
$$\tang 2\alpha = \frac{n}{\mathrm{IL}},$$

et, tant que la déviation α est suffisamment petite, approximativement

$$\alpha = \frac{n}{2\,\mathrm{IL}};$$

α est donc proportionnel à n. Il est bon, pour faciliter la lecture, d'employer une règle (*fig.* 23) sur laquelle les chiffres sont renversés, de façon que l'image vue dans la lunette soit droite.

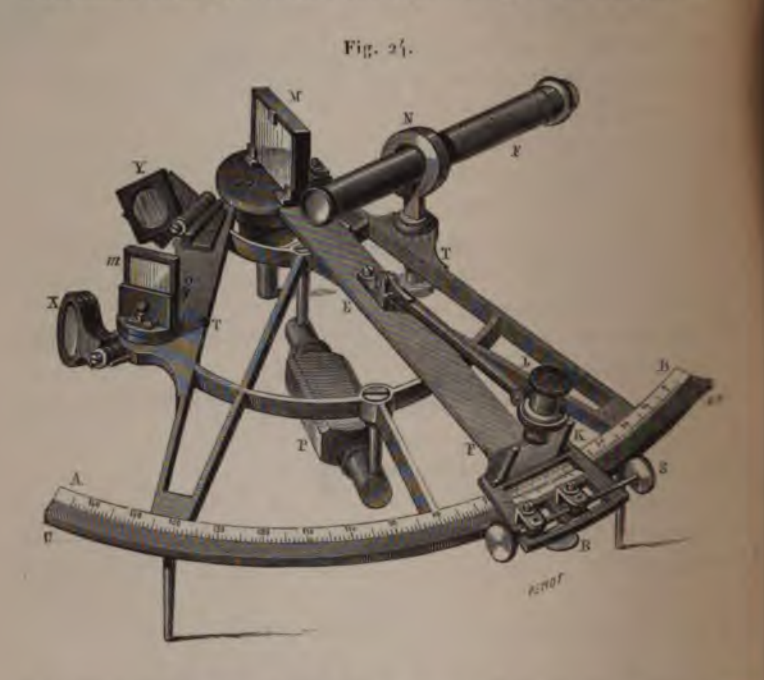
Fig. 23.



Au lieu d'un miroir plan M, on emploie souvent un miroir concave ayant son centre de courbure en L; la lunette est remplacée par une lampe à cheminée de cuivre munie d'une fente verticale; l'image réelle de cette fente vient se peindre sur la règle; la déviation α est encore proportionnelle à l'écart On de la tache lumineuse.

SEXTANT [1]. — Le sextant est fondé sur l'application du même principe. Cet instrument (*fig.* 24) permet d'observer l'angle de direction de deux astres O et O', à l'aide d'une lunette NF et de deux miroirs *m*, M, perpendiculaires au plan d'un limbe dont l'ouverture est d'environ 75°. Le miroir *m* est

Fig. 24.



fixe : sa moitié supérieure est désétamée et permet d'apercevoir directement l'astre O, sur lequel la lunette NF demeure braquée; la moitié inférieure du miroir réfléchit vers la lunette des rayons déjà réfléchis par M. Ce dernier miroir est fixé, au centre du limbe, sur un disque mobile D entraîné par une ali-

(1) Le sextant a été imaginé par Newton en 1700, et décrit dans une lettre à Halley, retrouvée dans les papiers de celui-ci et qui a été publiée en 1742 dans les *Transactions philosophiques;* en 1731, un physicien nommé Hadley publia de son côté la première description du sextant (*Transactions philosophiques*). On lui en attribue généralement l'invention.

ade munie d'une vis de rappel SEF (*fig.* 24), et l'on détermine la position de celle-ci à l'aide d'un vernier adapté à la division du limbe et d'un microscope L.

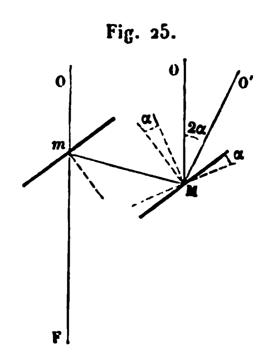


Fig. 25.

Quand l'alidade est au zéro, les miroirs *m* et M sont parallèles et le rayon direct O*m* F coïncide, dans sa portion *m*F, avec le rayon deux fois réfléchi OM*m* F issu du même astre (*fig.* 25). Faisons mouvoir l'alidade, sans déplacer la lunette, jusqu'à ce que le rayon M*m*, une fois réfléchi, provienne d'un rayon incident O'M issu de l'astre O'; l'angle O'MO qu'il s'agit de mesurer est double de l'angle α dont le miroir M, et par conséquent l'alidade, ont dû tourner. On lit directement l'angle 2α sur le limbe AB (*fig.* 24), où les demi-degrés sont marqués comme des degrés.

Mesure de l'angle dièdre d'un cristal. — La mesure des angles dièdres des cristaux est d'une haute importance, non seulement pour le minéralogiste, mais encore pour le physicien. Cette mesure, fondée sur les lois de la réflexion, peut être opérée par divers procédés, parmi lesquels nous signalerons les suivants :

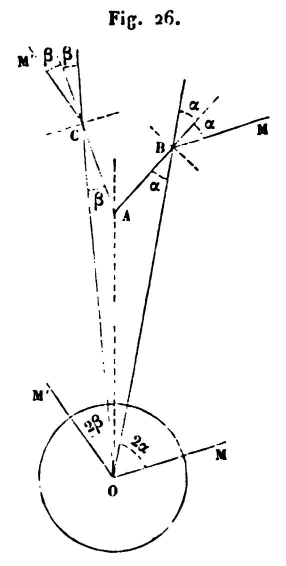


Fig. 26.

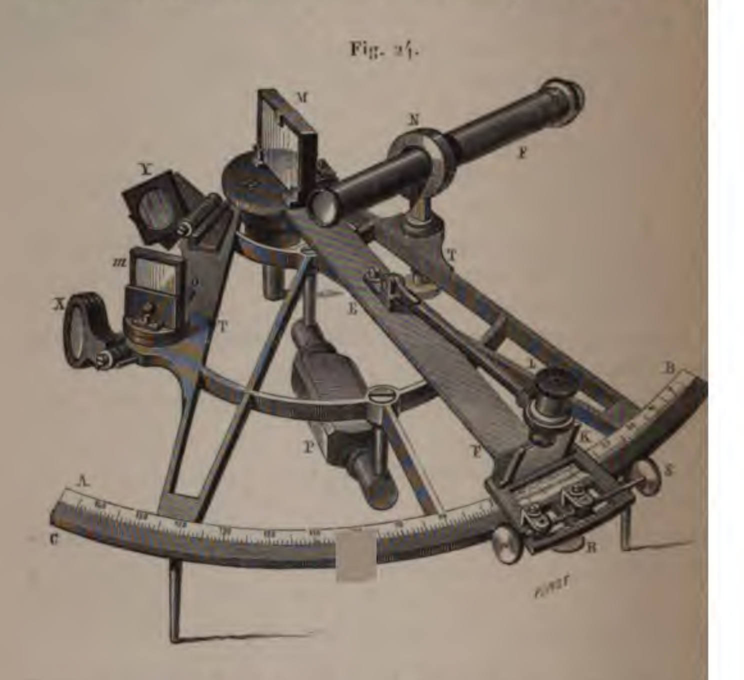
1° L'arête du dièdre est disposée verticalement sur un support fixe, et l'on vise à l'aide d'une lunette, mobile au centre O d'un cercle divisé horizontal (*fig.* 26) : 1° deux mires verticales très éloignées M et M'; 2° leurs images vues par réflexion dans les faces AB et AC du cristal. L'angle CAB est la somme des angles extérieurs en A aux triangles OAC et OAB, et par suite

$$A = COB + OCA + OBA.$$

COB est donné par l'observation directe ; les angles OCA = β et

SEXTANT (1). — Le sextant est fondé sur l'application même principe. Cet instrument (*fig.* 24) permet d'obser l'angle de direction de deux astres O et O′, à l'aide d'une nette NF et de deux miroirs *m*, M, perpendiculaires au p d'un limbe dont l'ouverture est d'environ 75°. Le miroir *m*

Fig. 24.



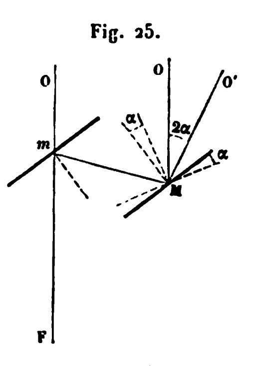
fixe : sa moitié supérieure est désétamée et permet d'aper voir directement l'astre O, sur lequel la lunette NF demeu braquée; la moitié inférieure du miroir réfléchit vers la lune des rayons déjà réfléchis par M. Ce dernier miroir est fixé, centre du limbe, sur un disque mobile D entraîné par une

(1) Le sextant a été imaginé par Newton en 1700, et décrit dans une lett Halley, retrouvée dans les papiers de celui-ci et qui a été publiée en 1742 d les *Transactions philosophiques*; en 1731, un physicien nommé Hadley pu de son côté la première description du sextant (*Transactions philosophiq* On lui en attribue généralement l'invention.

ide munie d'une vis de rappel SEF (*fig.* 24), et l'on détermine la position de celle-ci à l'aide d'un vernier adapté à la division du limbe et d'un microscope L.

Quand l'alidade est au zéro, les miroirs *m* et M sont parallèles et le rayon direct O*m* F coïncide, dans sa portion *m*F, avec le rayon deux fois réfléchi OM*m* F issu du même astre (*fig.* 25). Faisons mouvoir l'alidade, sans déplacer la lunette, jusqu'à ce que le rayon M*m*, une fois réfléchi, provienne d'un rayon incident O′M issu de l'astre O′; l'angle O′MO qu'il s'agit de mesurer est double de l'angle α dont le miroir M, et par conséquent l'alidade, ont dû tourner. On lit directement l'angle 2α sur le limbe AB (*fig.* 24), où les demi-degrés sont marqués comme des degrés.

Fig. 25.

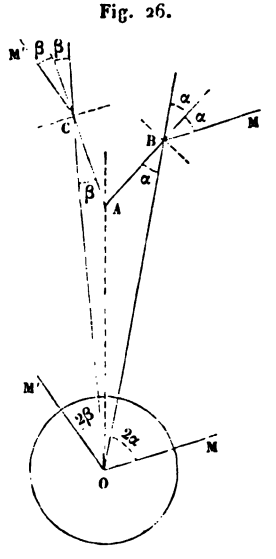


MESURE DE L'ANGLE DIÈDRE D'UN CRISTAL. — La mesure des angles dièdres des cristaux est d'une haute importance, non seulement pour le minéralogiste, mais encore pour le physicien. Cette mesure, fondée sur les lois de la réflexion, peut être opérée par divers procédés, parmi lesquels nous signalerons les suivants :

1° L'arête du dièdre est disposée verticalement sur un support fixe, et l'on vise à l'aide d'une lunette, mobile au centre O d'un cercle divisé horizontal (*fig.* 26) : 1° deux mires verticales très éloignées M et M′; 2° leurs images vues par réflexion dans les faces AB et AC du cristal. L'angle CAB est la somme des angles extérieurs en A aux triangles OAC et OAB, et par suite

$$A = COB + OCA + OBA.$$

Fig. 26.



COB est donné par l'observation directe ; les angles OCA = β et

OBA $= \alpha$ sont respectivement égaux aux moitiés des angles COM′ et BOM donnés aussi par l'observation.

2° L'arête du dièdre est placée horizontalement et de façon à être perpendiculaire au centre d'un limbe vertical divisé. On place l'œil (*fig.* 27) près de l'arête A, de manière à apercevoir directement une mire éloignée horizontale N, et l'on fait tourner le limbe, en regard d'un index fixe, jusqu'à ce que l'image d'une autre mire éloignée horizontale M, vue par réflexion dans la face AB du cristal, se confonde avec N. On fait alors tourner le limbe jusqu'à ce que la face cristalline AC se soit substituée à AB en AC′, ce qui l'on reconnaît à la coïncidence de N avec l'image de M. La différence des lectures exécutées sur le limbe est le supplément de l'angle A (goniomètre de Wollaston).

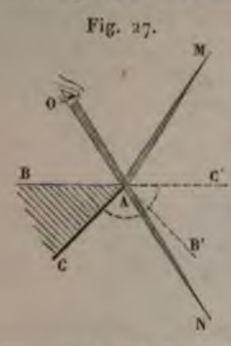


Fig. 27.

La mire M est d'ordinaire l'arête horizontale d'un toit; la mire N, l'image de M dans un miroir adapté au support de l'appareil et dont le plan est perpendiculaire à celui du limbe.

3° Le cristal est installé avec son arête verticale au centre du cercle divisé de la *fig.* 10, sur lequel se déplacent la lunette BC et le collimateur FG. Un pinceau de rayons parallèles est dirigé par celui-ci sur l'arête A du dièdre à mesurer (*fig.* 28); ce faisceau LA se divise en deux autres AR et AR′ réfléchis par les deux faces et faisant entre eux un angle double de l'angle A. Le déplacement qu'il faut donner à la lunette pour recevoir successivement les deux rayons réfléchis, donne la valeur de l'angle RAR′ [goniomètre de Babinet (¹)].

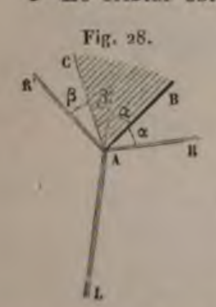


Fig. 28.

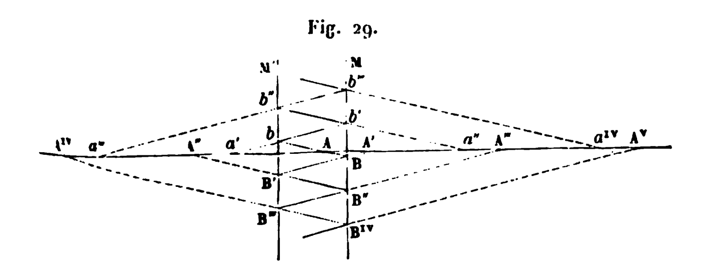
Quelle que soit la disposition adoptée, il faudra d'abord s'assurer que l'arête du cristal présente bien la situation rigoureusement verticale ou horizontale qu'on lui a assignée.

(¹) *Comptes rendus*, t. VIII, p. 710; 1839.

ıns les explications précédentes. S'il s'agit, par exemple, du ɔniomètre de Babinet, on doit voir le fil vertical du réticule e la lunette se superposer exactement à l'image d'un fil tendu ·erticalement dans la fente du collimateur, fournie par l'une :t l'autre face du dièdre. De même, pour le goniomètre de Wollaston, on doit pouvoir amener la coïncidence exacte de l'image de M avec N, dans les deux situations du cristal.

MIROIRS PARALLÈLES. — Soient M, M' deux miroirs parallèles (*fig.* 29), A un point lumineux, et considérons un mince faisceau issu de ce point et ayant pour axe AB; il se réfléchit d'abord sur le miroir M en B, puis sur M', etc., un nombre indéfini de fois. Après chaque réflexion le faisceau diverge

Fig. 29.



comme s'il était issu du point où son axe rencontre la perpendiculaire AA' menée du point A aux miroirs. On pourra donc apercevoir une série indéfinie d'images A', A'', ..., provenant des réflexions successives des rayons qui rencontrent d'abord le miroir M.

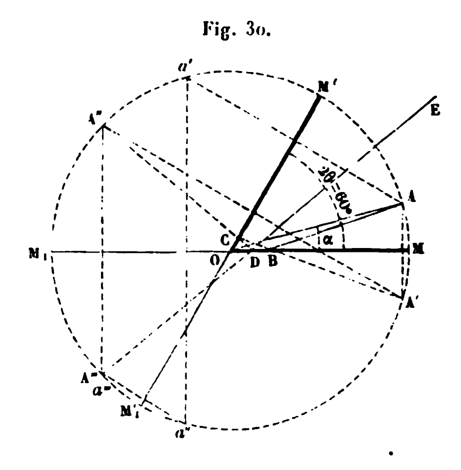
On reconnaîtra de même qu'on obtient une seconde série d'images *a'*, *a''*, en considérant les rayons qui frappent d'abord le miroir M'. Si l'on remplace le rayon lumineux A par un petit objet présentant une face bleue vers M, une face rouge vers M', les images du système A seront bleues, celles du système *a* seront rouges.

Soient *d* la distance des deux miroirs, *l* la distance du point A au miroir M; on reconnaîtra sans peine que deux images consécutives, du système A, A'' et A^{IV} par exemple, sont à une distance 2*d* l'une de l'autre, et qu'il en est de même de deux

images du système a; mais deux images de systeme différent sont alternativement à la distance $2l$ et $2(d-l)$.

MIROIRS INCLINÉS. — Soient deux miroirs OM et OM′ dont les plans font un angle $MOM' = 2\theta$ et un point A. Considérons un mince faisceau lumineux issu de A et ayant pour axe AB; ce faisceau se réfléchit un certain nombre de fois en B, C, D sur les deux miroirs, donnant naissance aux images A′, A″, A‴, jusqu'à ce que la direction DE du dernier rayon réfléchi fasse, avec le miroir qui l'a réfléchi en dernier lieu, un angle moindre

Fig. 30.



que 2θ; et alors il échappe à toute nouvelle réflexion et n fournit plus d'images. On reconnaîtra de même qu'un faisceau réfléchi d'abord sur le miroir M′ donne un autre système d'images a', a'', a'''. Toutes les images de l'un ou de l'autre système étant disposées symétriquement par rapport aux plans OM et OM′ sont distribuées sur un cercle décrit de O comme centre avec OA pour rayon.

Le lecteur pourra utilement discuter les divers cas qui se présentent. Nous nous bornerons à indiquer les principaux résultats :

1° Désignons par α l'angle AOM; on reconnaîtra sans peine que deux images consécutives, que l'on rencontre en parcourant le cercle dans un sens invariable, sont séparées par de

istances angulaires alternativement égales à 2α et $2(2\theta - \alpha)$, à l'exception des deux dernières images dont la distance peut être quelconque. Quand le point A est situé sur la bissectrice de l'angle MOM′ ($\alpha = \theta$), toutes les images, sauf les deux dernières, sont équidistantes.

2° La dernière image d'un système, A‴ par exemple (*fig.* 30), se trouve toujours dans l'angle $M_1OM'_1$ opposé par le sommet à MOM′. Il y a toujours dans cet angle une image de chaque système.

3° Quand l'angle 2θ est une partie aliquote de la circonférence, $\theta = \frac{\varpi}{n}$, toutes les images, sans exception, sont aux sommets d'un polygone fermé dont les côtés sous-tendent alternativement les angles 2α et $2(2\theta - \alpha)$; pour $\theta = \frac{\varpi}{2n}$ les deux dernières images A‴ et a''', par exemple, se confondent; la *fig.* 30 est faite pour $\theta = \frac{\varpi}{6}$ et montre cette particularité.

Le kaléidoscope ([1]) est un tube cylindrique opaque contenant deux miroirs inclinés à 60°, dont l'intersection est dirigée suivant l'une des génératrices du cylindre; dans ce tube se trouvent des objets diversement colorés formant une figure que les miroirs répètent six fois : l'œil, placé à l'extrémité du tube opposée à celle par où pénètre la lumière, aperçoit donc un champ circulaire brillant, formé de la réunion de six secteurs identiques.

([1]) Le kaléidoscope, sous sa forme actuelle, a été imaginé par Brewster en 1817. (Voir *Ann. de Gilbert*, t. LIX, p. 317 et suiv.) Cent ans plus tôt, R. Bradley avait employé une disposition analogue (*New improvements of planting and gardening*, 1710).

Il est à remarquer que le cas $\theta = \frac{\varpi}{2n}$ est le seul qui se prête à la confection du kaléidoscope, parce que c'est le seul pour lequel les $2n - 1$ images du secteur compris entre les deux miroirs n'empiètent pas les unes sur les autres.

CHAPITRE III.

MIROIRS SPHÉRIQUES.

Miroirs sphériques concaves. — Théorie élémentaire. — Discu[illegible] Axes secondaires. — Rapport des dimensions de l'image à [illegible] l'objet. — Vérifications expérimentales. — Miroirs convexes[illegible] sure du rayon des miroirs. — Aberration. — Caustiques. — paraboliques. — Miroirs coniques.

Quand des rayons lumineux issus d'un point P tom[illegible] une surface courbe polie, les rayons réfléchis forment [illegible] ceau de droites qui, en général, ne se rencontrent pa[illegible] suite il n'y a pas d'image dans le sens propre du mot. T[illegible] il est possible de déterminer une surface par la condi[illegible] tous les rayons partis d'un point P, dont la situation e[illegible] minée, se rencontrent, après réflexion, en un autre [illegible] situé sur les rayons réfléchis eux-mêmes ou sur leur [illegible] gement. Une telle surface est dite *aplanétique* par ra[illegible] point P; mais, en général, elle ne possède cette propr[illegible] pour un seul couple de points P et P′.

Mais, si l'on se borne à considérer des surfaces r[illegible] santes de faible courbure et d'étendue médiocre, l'apl[illegible] peut être réalisé simultanément pour tous les p[illegible] l'espace situés sur une normale au miroir, non d'[illegible] nière rigoureuse, mais d'une manière approchée : [illegible] dire de telle sorte que les rayons issus d'un point qu[illegible] P forment, après réflexion, un faisceau passant sens[illegible] par un même point P′ qui, physiquement, est l'ima[illegible] ou virtuelle du point P. La condition à remplir es[illegible] surface réfléchissante possède la même courbure d[illegible] les sens et en tous les points, c'est-à-dire qu'elle s[illegible] rique.

MIROIRS SPHÉRIQUES CONCAVES. — Considérons un miroir sphérique de très faible ouverture. Soient C (*fig.* 31) son centre de figure, O son centre de courbure (ou centre de la sphère de rayon R à laquelle il appartient); OC est ce que l'on appelle l'*axe principal du miroir*.

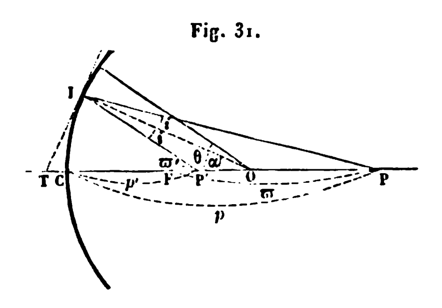


Fig. 31.

Nous supposerons d'abord le point P placé sur cet axe, et nous considérerons un rayon incident PI quelconque. La normale OI fait avec l'axe un angle α plus petit que la demi-ouverture du miroir.

Cette normale est bissectrice de l'angle PIP', et la tangente IT au point I, bissectrice extérieure du même angle. On a donc, d'après un théorème connu,

$$\frac{OP'}{OP} = \frac{TP'}{TP} = \frac{OT - OP'}{OT + OP};$$

on tire de là

$$(1) \qquad \frac{1}{OP'} = \frac{1}{OP} + \frac{2}{OT} = \frac{1}{OP} + \frac{2\cos\alpha}{R};$$

le point P est fixe : le point P' varie donc avec la valeur de α. Toutefois, α étant très petit, on peut remplacer $\cos\alpha$ par la série convergente $1 - \frac{\alpha^2}{1.2} + \frac{\alpha^4}{1.2.3.4} - \ldots$ en s'arrêtant au degré d'approximation qu'il conviendra d'atteindre.

Supposons d'abord que l'ouverture 2θ du miroir soit assez petite pour que les quantités de l'ordre de θ^2 soient négligeables, on se bornera à prendre le premier terme dans la valeur de $\cos\alpha$, et l'on aura

$$(1 \textit{ bis}) \qquad \frac{1}{OP'} = \frac{1}{OP} + \frac{2}{R};$$

d'où il résulte que OP' peut être considéré comme constant. Ainsi P' est l'image du point P. Ce degré d'approximation correspond à la théorie élémentaire des miroirs concaves.

On obtiendra un plus haut degré d'approximation en prenan un terme de plus dans la valeur de $\cos\alpha$

(1 *ter*) $$\frac{1}{OP'} = \frac{1}{OP} + \frac{2}{R}\left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right).$$

La nouvelle formule est exacte aux quantités près du quatrième ordre de grandeur. On l'emploie pour le calcul des aberrations, et elle suffit à tous les besoins de la pratique.

Théorie élémentaire. — Posons $CP = p$, $CP' = p'$, et convenons de compter ces quantités positivement dans le sens CO, négativement en sens contraire; on a $OP = p - R$, $OP' = R - p'$. La substitution de ces valeurs dans la formule (1 *bis*) donne, en posant $f = \frac{R}{2}$,

(2) $$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f}:$$

c'est la formule élémentaire des miroirs.

Pour $p = \infty$, la formule (2) donne $p' = \frac{2}{R} = f$. Le point milieu de OC, se nomme le *foyer principal* du miroir. C'est point de concours des rayons réfléchis correspondant à rayons incidents parallèles à l'axe principal.

Posons encore $FP = \varpi$, $FP' = \varpi'$ et convenons de comp ces quantités positivement dans le sens FO, négativement sens contraire. On a $p = \varpi + f$, $p' = \varpi' + f$; la substituti de ces valeurs dans la formule (2) donne

(3) $$\varpi\varpi' = f^2.$$

C'est la formule de Newton [1]; elle est équivalente à la formule (2).

---

(1) Newton, *Optique*, livre Ier.

La formule de Newton fournit une construction élémentaire très simple l'image d'un point lumineux situé sur l'axe. Du foyer principal F comme cen (*fig.* 32), avec un rayon égal à f, on décrit une circonférence. Si le point P extérieur à ce cercle, on mène par ce point la tangente PT, et l'image de

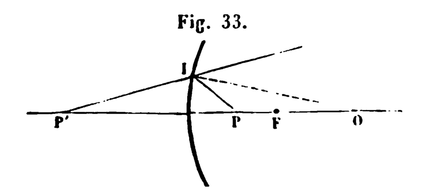
SCUSSION. — La formule (3), plus élégante que la formule (2), st cependant pas généralement adoptée dans l'enseignement, moins en France. Nous emploierons de préférence la mule (2).

Elle est symétrique par rapport à p et à p'; on en conclut ie P est l'image du point P' au même titre que P' est l'image e P, et l'on nomme les points P et P' deux *foyers conjugués* par rapport au miroir. La propriété des foyers conjugués découle immédiatement de l'égalité des angles d'incidence et de réflexion.

Quand $p > \frac{R}{2}$, p' est positif. Les deux foyers conjugués sont en avant du miroir, c'est-à-dire réels (*fig.* 32) et situés de part et d'autre du centre de courbure O. Quand $p = R$, ils coïncident au centre du miroir; pour $p = \infty$, $p' = \frac{R}{2}$.

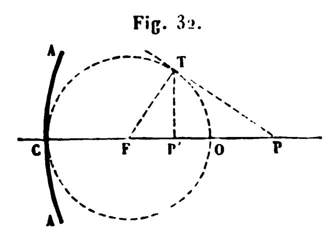
Quand on a $0 < p < \frac{R}{2}$, p' est négatif. Les foyers conjugués sont alors situés de part et d'autre du miroir (*fig.* 33), c'est-re sont l'un réel, l'autre virtuel. Un point lumineux réel P,

Fig. 33.



point P', projection de T sur l'axe. Si le point lumineux est intérieur au

Fig. 32.



effectue la même construction en sens inverse. Dans ces deux cas $FA = f$ (LEROUX, *Journal de Physique*, 1re série, t. VI, p. 305).

On obtiendra un plus haut degré d'approximation en prenant un terme de plus dans la valeur de $\cos\alpha$

$$\text{(1 ter)}\qquad \frac{1}{\mathrm{OP'}} = \frac{1}{\mathrm{OP}} + \frac{2}{\mathrm{R}}\left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right).$$

La nouvelle formule est exacte aux quantités près du quatrième ordre de grandeur. On l'emploie pour le calcul des aberrations, et elle suffit à tous les besoins de la pratique.

Théorie élémentaire. — Posons $\mathrm{CP} = p$, $\mathrm{CP'} = p'$, et convenons de compter ces quantités positivement dans le sens CO, négativement en sens contraire; on a $\mathrm{OP} = p - \mathrm{R}$, $\mathrm{OP'} = \mathrm{R} - p'$. La substitution de ces valeurs dans la formule (1 *bis*) donne, en posant $f = \frac{\mathrm{R}}{2}$,

$$\text{(2)}\qquad \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{2}{\mathrm{R}} = \frac{1}{f}:$$

c'est la formule élémentaire des miroirs.

Pour $p = \infty$, la formule (2) donne $p' = \frac{2}{\mathrm{R}} = f$. Le point F, milieu de OC, se nomme le *foyer principal* du miroir. C'est le point de concours des rayons réfléchis correspondant à des rayons incidents parallèles à l'axe principal.

Posons encore $\mathrm{FP} = \varpi$, $\mathrm{FP'} = \varpi'$ et convenons de compter ces quantités positivement dans le sens FO, négativement en sens contraire. On a $p = \varpi + f$, $p' = \varpi' + f$; la substitution de ces valeurs dans la formule (2) donne

$$\text{(3)}\qquad \varpi\varpi' = f^2.$$

C'est la formule de Newton [1]; elle est équivalente à la formule (2).

---

(1) Newton, *Optique*, livre Ier.

La formule de Newton fournit une construction élémentaire très simple de l'image d'un point lumineux situé sur l'axe. Du foyer principal F comme centre (*fig.* 32), avec un rayon égal à f, on décrit une circonférence. Si le point P est extérieur à ce cercle, on mène par ce point la tangente PT, et l'image de P

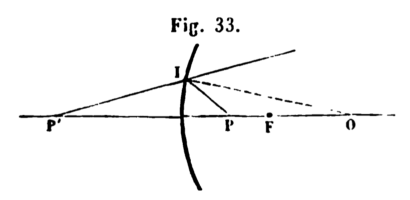
DISCUSSION. — La formule (3), plus élégante que la formule (2), n'est cependant pas généralement adoptée dans l'enseignement, du moins en France. Nous emploierons de préférence la formule (2).

Elle est symétrique par rapport à p et à p'; on en conclut que P est l'image du point P' au même titre que P' est l'image de P, et l'on nomme les points P et P' deux *foyers conjugués* par rapport au miroir. La propriété des foyers conjugués découle immédiatement de l'égalité des angles d'incidence et de réflexion.

Quand $p > \frac{R}{2}$, p' est positif. Les deux foyers conjugués sont en avant du miroir, c'est-à-dire réels (*fig.* 32) et situés de part et d'autre du centre de courbure O. Quand $p = R$, ils coïncident au centre du miroir; pour $p = \infty$, $p' = \frac{R}{2}$.

Quand on a $0 < p < \frac{R}{2}$, p' est négatif. Les foyers conjugués sont alors situés de part et d'autre du miroir (*fig.* 33), c'est-

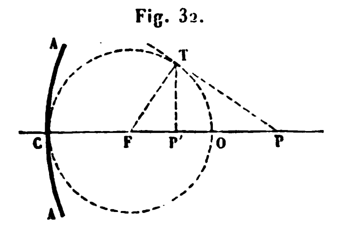
Fig. 33.



à-dire sont l'un réel, l'autre virtuel. Un point lumineux réel P,

est le point P', projection de T sur l'axe. Si le point lumineux est intérieur au

Fig. 32.



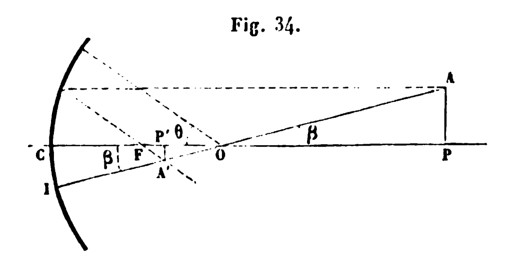
cercle, on effectue la même construction en sens inverse. Dans ces deux cas on a $PF.P'F = f^2$ (Lebourg, *Journal de Physique*, 1re série, t. VI, p. 305).

situé entre F et C, donne donc une image virtuelle P'; et réciproquement un point virtuel P' (c'est-à-dire un faisceau de rayons qui convergent vers P') donne une image réelle de P'. Quand p varie de $\frac{R}{2}$ à zéro, p' varie de $-\infty$ à zéro.

AXES SECONDAIRES. — Toute droite passant par le centre O du miroir et rencontrant sa surface se nomme *axe secondaire du miroir*. Au degré d'approximation où la formule (2) est applicable, les axes secondaires jouissent des mêmes propriétés que l'axe principal.

Soient (*fig.* 34) un point A situé sur un axe secondaire, P sa projection sur l'axe principal; P' l'image de P, enfin (A') le point où l'axe secondaire rencontre le plan mené par P' perpendicu-

Fig. 34.



lairement à l'axe; je dis que, au degré d'approximation que nous avons adopté, le point (A') coïncide avec l'image A' du point A; on a en effet, en appliquant la formule (1 *bis*) aux points P et A,

$$(4) \qquad \begin{cases} \dfrac{1}{OP} = \dfrac{1}{OP'} + \dfrac{2}{R}, \\[2ex] \dfrac{1}{OA} = \dfrac{1}{OA'} + \dfrac{2}{R}. \end{cases}$$

Mais OA fait avec OP l'angle β plus petit que la demi-ouverture θ du miroir; on a donc

$$OA = \frac{OP}{\cos\beta},$$

$$(OA') = \frac{OP'}{\cos\beta},$$

et, aux quantités près de l'ordre de θ^2,

$$OA = OP, \quad (OA') = OP'.$$

En substituant ces valeurs dans la première équation (4) et comparant à la seconde, on trouve

$$OA' = (OA').$$

On nomme *plans focaux conjugués* les plans menés par deux foyers conjugués perpendiculairement à l'axe principal. Toute droite AP, voisine de l'axe et située dans l'un de ces plans, a son image A'P' dans l'autre, et cette image se termine au point de rencontre des axes PC et AI, avec le plan.

Nous nous proposons actuellement de déterminer le rapport des dimensions linéaires O et I d'un objet AB situé entièrement dans un plan focal, et de son image A'B'. Ce rapport sera considéré comme positif quand l'image est droite, négatif quand elle est renversée.

Les triangles AOP, A'OP' donnent

$$\frac{I}{O} = -\frac{A'P'}{AP} = -\frac{OP'}{OP}.$$

D'ailleurs

$$\frac{OP'}{OP} = \frac{R - p'}{p - R} = \frac{p'}{p},$$

d'après la formule des miroirs; on a donc enfin

$$(5) \qquad \frac{I}{O} = -\frac{p'}{p}.$$

On peut résumer la discussion des formules (3) et (5) dans le Tableau suivant, qui fait connaître la position et la grandeur des images :

OBJET.	p.	p'.	$\frac{1}{O} = -\frac{p'}{p}$.	IMAGE.	
Réel.	$+\infty$	$+\frac{R}{2}$	-0	Réelle.	Renversée et rapetissée.
	Décroît.	Croît.	Décroît.		
	$+R$	$+R$	-1		Renversée et agrandie.
	$+\frac{R}{2}$	$\pm\infty$	$\mp\infty$	Virtuelle.	Droite et agrandie.
	± 0	∓ 0	$+1$		
Virtuel.	$-\infty$	$+\frac{R}{2}$	$+0$	Réelle.	Droite et rapetissée.

VÉRIFICATIONS EXPÉRIMENTALES. — On peut vérifier expérimentalement ces résultats : 1° Pour le cas d'un objet réel, on placera une bougie devant un miroir concave, et l'on observera à l'œil son image virtuelle ou réelle.

Pour voir l'image réelle A′B′ directement, il faut placer l'œil en un point où il puisse recevoir à la fois des rayons venus de A′ et des rayons venus de B′, comme le montre la *fig*. 35;

Fig. 35.

on peut encore rendre cette image visible dans toutes les directions en plaçant dans le plan focal où elle se forme un écran dépoli qui diffuse la lumière dans tous les sens.

2° Pour le cas d'un point lumineux virtuel, on placera entre la bougie AB et le miroir une lentille convergente, choisie

de manière que l'image réelle qu'elle fournit soit située derrière le miroir, et que l'image réelle donnée par le miroir se forme entre la lentille et le miroir ; on recevra cette dernière image sur un écran dépoli et l'on constatera qu'elle est renversée par rapport à la bougie, c'est-à-dire droite par rapport à l'objet virtuel.

MIROIRS CONVEXES. — Géométriquement, un miroir convexe ne diffère d'un miroir concave que par le signe de la courbure. Les formules trouvées jusqu'ici s'appliquent donc aux miroirs sphériques convexes, en y changeant R en — R. On discutera les divers cas qui peuvent se présenter, et l'on vérifiera par l'expérience les résultats de cette discussion.

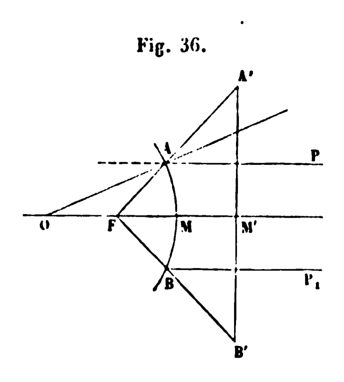
OBJET.	p.	p'.	$\frac{I}{O} = -\frac{p'}{p}$.	IMAGE.	
Réel.	$+\infty$	$-\frac{R}{2}$	$+0$	Virtuelle.	Droite et rapetissée.
	Décroît.	Croît.	Croît.		
	$+0$	-0	$+1$	Réelle.	Droite et agrandie.
Virtuel.	$-\frac{R}{2}$	$\pm\infty$	$\pm\infty$	Virtuelle	Renversée et agrandie.
	$-R$	$-R$	-1		
	$-\infty$	$-\frac{R}{2}$	-0		Renversée et rapetissée.

MESURE DES RAYONS DES MIROIRS. — Au moyen des formules qu'on vient de démontrer, on effectuera tous les calculs relatifs aux miroirs sphériques, pourvu que l'on connaisse leur rayon de courbure. On déterminera ce rayon par l'effet optique même. Pour un miroir concave, il suffira de l'exposer à la lumière solaire, de mesurer la distance FM de son foyer au sommet, et cette distance sera $\frac{R}{2}$. On pourra aussi chercher le point où doit être placé l'objet pour se confondre avec son image : c'est le centre de courbure du miroir. On pourra enfin mesurer les distances au miroir de deux points conjugués réels quelconques.

Quand il s'agit d'un miroir convexe, on couvre toute sa surface, à l'exception de deux points A et B (*fig.* 36), et on l'expose aux rayons solaires PA, P_1B; les rayons réfléchis AA', BB' partent virtuellement de F, qui est à une distance de M égale à $\frac{R}{2}$, on les reçoit sur un écran que l'on éloigne ou que l'on rapproche jusqu'à ce que leur écart A'B' soit double de AB; alors $MM' = MF = \frac{R}{2}$.

On peut aussi se servir de la propriété des foyers conjugués, en prenant pour point lumineux un point virtuel situé entre le miroir et son foyer, et mesurant la distance au miroir de ce point et de son image réelle, laquelle est située en avant du miroir. On se procure l'objet virtuel en employant un miroir concave ou une lentille convenablement choisie; on place le miroir convexe en avant du point où se formera l'image réelle, donnée par le miroir concave ou la lentille.

Fig. 36.



On peut enfin mesurer directement le rayon de petits miroirs sphériques concaves ou convexes à l'aide du sphéromètre (*voir* t. Ier).

ABERRATION. — Nous avons vu que les rayons réfléchis issus d'un point P de l'axe ne passent pas rigoureusement en un même point, mais que l'on a, entre les distances OP et OP' (*fig.* 31), la relation exacte

$$\frac{1}{OP'} = \frac{1}{OP} + \frac{2\cos\alpha}{R},$$

α désignant l'angle que la normale au point d'incidence I fait avec l'axe.

En désignant par θ la demi-ouverture du miroir, les rayons

réfléchis marginaux ($\alpha = \theta$) couperont l'axe au point P'_1 (*fig.* 37), tel que

$$\frac{1}{OP'_1} = \frac{1}{OP} + \frac{2\cos\theta}{R},$$

les rayons centraux ($\alpha = 0$) coupent l'axe au point P''_1, tel que

$$\frac{1}{OP''_1} = \frac{1}{OP} + \frac{2}{R}.$$

La longueur $P'_1 P''_1$ se nomme *l'aberration longitudinale* du miroir relativement au point P.

On trouve aisément

$$P''_1 P'_1 = \frac{2(p-R)^2 R(1-\cos\theta)}{(2p-R)[R+2(p-R)\cos\theta]}$$
$$= 2\frac{(p-R)^2}{2p-R}\,\frac{1-\cos\theta}{1+\dfrac{2(p-R)}{R}\cos\theta}.$$

Au second degré d'approximation, on peut poser $\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2}$ et la valeur de $P''_1 P'_1$, exacte aux quantités près de l'ordre de grandeur de θ^4, est

$$P''_1 P'_1 = \frac{(p-R)^2 R\theta^2}{(2p-R)^2}.$$

Tant que p n'est pas trop voisin de $\frac{R}{2}$, cette quantité est de l'ordre de grandeur de θ^2. Pour $p = \frac{R}{2}$, elle devient infinie quel que soit θ; il est à remarquer en effet que, dans ce cas, les rayons centraux sont réfléchis parallèlement à l'axe, tandis que les rayons marginaux donnent, par leur réflexion, des rayons divergents : il n'y a plus d'image. La théorie élémentaire indiquerait une image à l'infini.

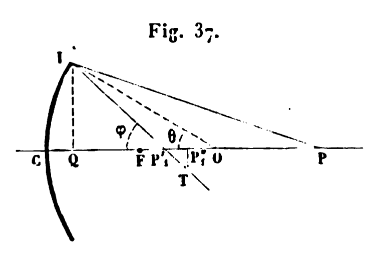
Pour $p = R$, l'aberration longitudinale est nulle; enfin pour $p = \infty$, elle devient

$$\lambda = \frac{R\theta^2}{4};$$

λ est ce qu'on appelle *l'aberration longitudinale principale*.

Par le foyer P''_1 des rayons centraux issus du point P menons un plan perpendiculaire à l'axe; les rayons réfléchis marginaux découperont dans ce plan un cercle dont le rayon P''_1 est désigné sous le nom de *rayon du cercle d'aberration* ou *aberration latérale* (*fig.* 37).

Fig. 37.



On trouve aisément

$$P''_1 T = P''_1 P'_1 \operatorname{tang}\varphi = P''_1 P'_1 \frac{R \sin\theta}{P'_1 Q}$$

$$= \frac{2(p-R)^2}{2p-R} \frac{R\sin\theta(1-\cos\theta)}{2(p-R)\cos^2\theta + R\cos\theta + R - p}.$$

Si l'on remplace $\cos\theta$ et $\sin\theta$ par leur développement en série, on obtient, aux quantités près du cinquième ordre de grandeur,

$$P''_1 T = \frac{(p-R)^2 R}{(2p-R)p}\theta^3 = \theta P''_1 P'_1 \frac{2p-R}{p}.$$

Le rayon du cercle d'aberration est donc une quantité du troisième ordre de grandeur. Cependant elle devient, comme l'aberration longitudinale, infinie pour $p = \frac{R}{2}$ et nulle pour $p = R$.

Pour $p = \infty$, l'aberration latérale *principale* est [1]

$$\gamma = \frac{R\theta^3}{2}.$$

---

[1] Pour un miroir de 3° d'ouverture, on a

$$\lambda = 0{,}000686\,R,$$
$$\gamma = 0{,}0000717\,R,$$

et pour 30° d'ouverture

$$\lambda = 0{,}0686\,R,$$
$$\gamma = 0{,}0717\,R.$$

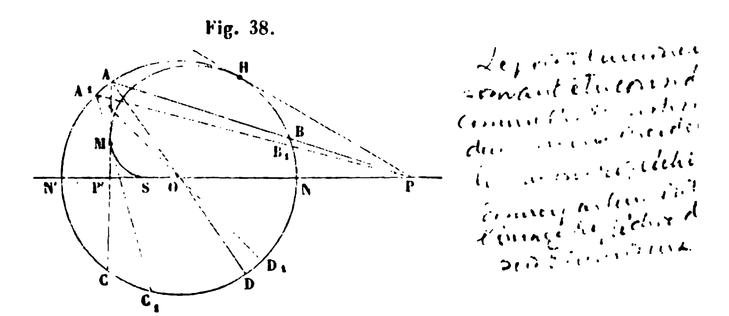
Pour qu'un miroir sphérique soit d'un bon usage, il est nécessaire que les aberrations soient très petites, d'où résulte la nécessité de leur donner une faible ouverture.

Les miroirs que l'on construit pour les télescopes ont une ouverture de 2° ou 3° au plus, et leurs aberrations sont très faibles, malgré leur grand rayon. Ceux que l'on emploie communément dans les laboratoires ont une ouverture de 10° à 12°; malgré leur faible rayon, leur aberration est encore assez considérable.

Caustique (¹). — On peut envisager le problème de la réflexion sur une sphère à un point de vue purement géométrique, et chercher le lieu des intersections successives des rayons réfléchis issus d'un point unique. Ce lieu se nomme *surface caustique*. Comme elle est de révolution autour de la droite qui joint le point lumineux au centre de la sphère, il suffit de trouver la méridienne de cette surface.

Soient P le point lumineux (*fig.* 38), PA un rayon incident,

Fig. 38.



AC le rayon réfléchi; nous voulons déterminer le point M de

(¹) La considération des caustiques est due à Tchirnhausen (*Acta eruditorum*, p. 364; 1862). La théorie de ces surfaces a été perfectionnée par de la Hire (*Mémoires de l'ancienne Académie des Sciences*, t. IX, p. 448); Jean et Jacob Bernoulli (Jean Bernoulli, *Opera*, 1-52; Jacob, *Acta eruditorum*, 1693), etc.; et plus récemment par Ch. Dupin (*Ann. de Ch. et de Phys.*, 2ᵉ série, t. V, 85); Quételet (*Nouveaux Mémoires de l'Académie de Bruxelles*, III, 15; IV, 79); Sturm *Annales de Gergonne*, t. XV, p. 205; Gergonne (*Annales de Mathématiques de Gergonne*, t. XVI, p. 65, 247, 307), etc.

la caustique, c'est-à-dire le point où AC rencontre un autre rayon réfléchi infiniment voisin A_1C_1. Soient i et $i+di$ les angles d'incidence, r et $r+dr$ les angles de réflexion; on a

$$2i = BD, \quad 2(i+di) = B_1D_1, \quad 2di = BB_1 + DD_1,$$
$$2r = CD, \quad 2(r+dr) = C_1D_1, \quad 2dr = CC_1 - DD_1;$$

et, comme $di = dr$,

$$(1) \qquad CC_1 - BB_1 = 2DD_1 = 2AA_1.$$

Posons

$$AB = AC = 4a, \qquad AP = p, \qquad AM = p';$$

nous aurons, dans les triangles semblables PBB_1, PAA_1 d'une part, et CMC_1, AMA_1 de l'autre,

$$\frac{BB_1}{AA_1} = \frac{PB}{PA_1} = \frac{p-4a}{p} = 1 - \frac{4a}{p},$$
$$\frac{CC_1}{AA_1} = \frac{MC}{MA_1} = \frac{4a-p'}{p'} = \frac{4a}{p'} - 1.$$

On remplace CC_1 et BB_1 par leurs valeurs dans l'équation (1), et l'on obtient

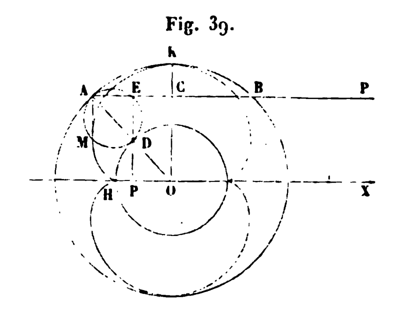
$$(2) \qquad \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{4a}{p'} - 1 - 1 + \dfrac{4a}{p} = 2, \\ \dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{p'} = \dfrac{1}{a}. \end{array} \right.$$

Cette équation fera connaître le point M, et l'on construira la caustique par points. Considérons en particulier le cas où le point P est à l'infini (*fig.* 39). L'équation (2) donne $p' = a$. Soient PA l'un des rayons incidents, AM le rayon réfléchi. Décrivons deux circonférences, l'une du point O comme centre avec un rayon OD moitié de celui de la sphère, l'autre AED tangente en A et en D aux deux cercles extérieur et intérieur. L'angle AED est droit comme contenu dans une demi-circonférence, et AE étant parallèle à l'axe OX, EDP lui est perpendiculaire. Les triangles rectangles AED, DPO sont égaux comme ayant l'hypoténuse égale; $AE = PO = EC = \frac{AB}{4}$; AE est donc égal à a. Menons le rayon réfléchi AM jusqu'à la ren-

contre de la circonférence AMD, AM = AE = a; donc M est un point de la caustique.

D'un autre côté, l'angle MAD est égal à DOP; le premier a pour mesure $\frac{MD}{2}$ et le second DH; MD contient donc deux fois plus de degrés que DH, et, comme le rayon de la circonférence AED est la moitié de OD, il faut que l'arc MD soit égal à HD. Le point M est donc engendré par le roulement de la circonférence AED sur la circonférence centrale HD; la caustique est une épicycloïde; son sommet est en H; elle est tangente au miroir en K. Elle a une autre branche ponctuée qui ne répond pas à la question.

Fig. 39.

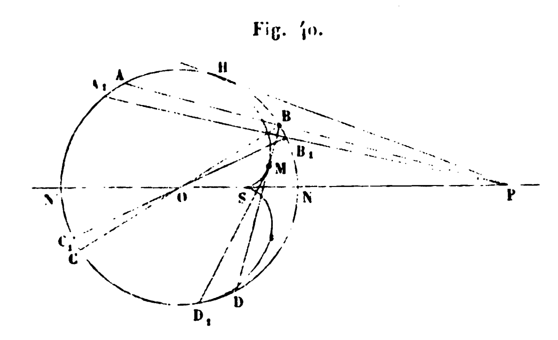


Quelle que soit la distance du point lumineux, la caustique affecte toujours une forme analogue et offre un point de rebroussement sur l'axe.

On peut répéter sur les miroirs convexes l'étude qui vient d'être faite sur les miroirs concaves. En voici le résultat :

1° Les rayons partis de P, après s'être réfléchis à la partie antérieure d'une sphère (*fig.* 40), sont tangents à une surface

Fig. 40.



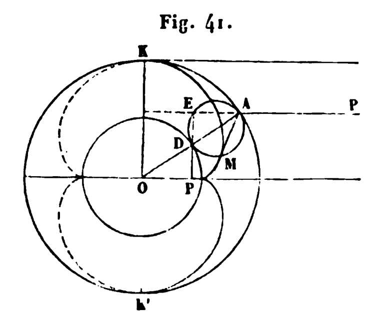
caustique HMS qui est de révolution autour de PS; elle est virtuelle : c'est la développée de toutes les surfaces d'onde réfléchies.

2° Si l'on désigne par p la distance PB, par $4a$ la corde AB, par p' la longueur BM, on a la relation

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=-\frac{1}{a}.$$

3° Dans le cas particulier où le point lumineux est à l'infini, la génératrice de la caustique est une épicycloïde engendrée par le roulement d'un cercle EAM de rayon $\frac{R}{4}$ sur une circonférence OD de rayon $\frac{R}{2}$ (*fig.* 41).

Fig. 41.



Quand on considère un miroir limité, de très faible ouverture, la portion correspondante de la caustique se réduit à une très petite étendue à partir du point de rebroussement. Au degré d'approximation auquel la théorie élémentaire a été établie, ce point est le point de concours de tous les rayons lumineux réfléchis; son abscisse p' est donnée par la relation

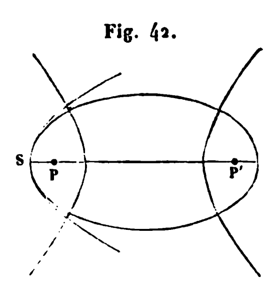
$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=-\frac{2}{R},$$

à laquelle se réduit l'équation (2) pour les rayons infiniment voisins de l'axe. Nous retombons ainsi, par une méthode différente, sur l'équation connue des miroirs.

MIROIRS PARABOLIQUES. — On peut chercher quelle est la forme théorique qu'il convient de donner à un miroir pour que tous les rayons issus d'un point donné P viennent, après réflexion, passer par un second point P'. Si P et P' sont des foyers conjugués réels, la surface cherchée est un ellipsoïde de révolution ayant P et P' pour foyers. Si l'un des foyers, P par exemple, est virtuel, le miroir est une nappe d'hyperboloïde de révolution dont les foyers sont P et P'. Enfin, si l'on suppose que l'un des foyers P soit à l'infini, la surface est un paraboloïde de révolution ayant pour foyer P.

Dans une faible étendue autour de son sommet S (*fig.* 42), le paraboloïde de révolution peut être confondu avec la sphère osculatrice, dont le rayon est le double de la distance SP, ce qui ramène encore la propriété élémentaire connue des miroirs sphériques.

Fig. 42.



Au degré d'approximation correspondant au calcul des aberrations, l'assimilation d'un miroir sphérique à un miroir parabolique cesse d'être légitime ; et les constructeurs doivent avoir recours, pour obtenir des miroirs aplanétiques ([1]), à la méthode des retouches locales indiquée par Foucault ([2]) et que nous allons esquisser sommairement.

La forme sphérique est relativement facile à obtenir. C'est celle que prennent naturellement deux corps que l'on use l'un sur l'autre en les frottant dans tous les sens avec interposition d'une poudre dure et très ténue : la sphère est en effet la seule surface qui s'applique exactement sur elle-même dans toutes les situations. Le miroir de bronze ou de verre que l'on veut construire est ainsi dégrossi sur une matrice de bronze, à l'aide de tripoli imprégné d'huile que l'on choisit de plus en plus fin.

Comme on ne peut s'en rapporter aux indications du sphéromètre pour vérifier la sphéricité de très grands miroirs, on a recours, pour terminer le polissage, à une méthode optique consistant essentiellement à vérifier que tous les rayons incidents issus du centre du miroir sont réfléchis exactement vers le même point. On établit une source lumineuse de très peu d'étendue dans une position légèrement excentrique ; l'œil placé au delà d'un très petit écran qui lui cache la source, et sur le trajet du faisceau réfléchi, doit voir la surface du miroir uniformément obscure. Les points en relief, s'il y en a, se détachent en brillant, les points trop creux en noir foncé. A l'aide

---

([1]) Sans aberration.

([2]) Foucault, *Télescopes en verre argenté* (*Comptes rendus*, t. XLIV, p. 339; t. XLVII, p. 205, 958; t. XLIX p. 85; t. LIV, p. 1, et *Annales de l'Observatoire de Paris*, t. V, p. 197).

d'une peau de chamois enduite de colcothar, on continue le travail du miroir en pressant légèrement sur les zones en relief jusqu'à ce que toute irrégularité ait disparu.

On creuse ensuite le miroir vers le centre d'une quantité très faible, et l'on renouvelle l'épreuve optique; pour cela on rapproche le point lumineux du miroir, on couvre son image, et l'on continue le travail de manière que l'œil, placé auprès de l'écran, voie la surface réfléchissante uniformément obscure. Alors le miroir possède la forme elliptique, que l'on exagérera de plus en plus en enlevant de la matière au centre et rapprochant le point lumineux du miroir, jusqu'à ce que son image se forme en dehors des limites du laboratoire où l'on effectue le travail. On termine le travail en employant, pour la vérification optique, des procédés fondés sur l'observation de certains phénomènes de diffraction qui ne peuvent trouver place ici. On vérifie enfin que le miroir satisfait pleinement au but auquel il est destiné, en le montant sur un télescope, et substituant un astre à la source lumineuse des expériences précédentes.

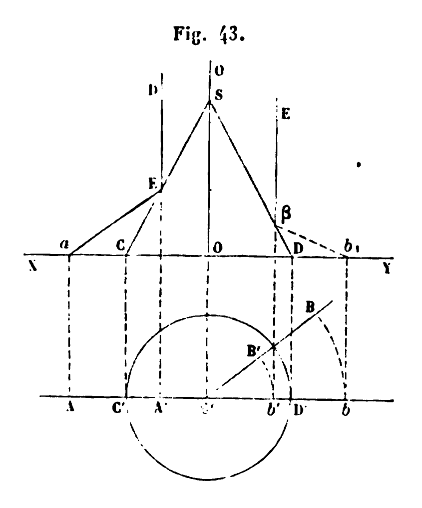
MIROIRS CONIQUES. — Quand un miroir présente, en un même point P, des courbures principales différentes, il n'y a pas d'image unique, même quand on limite le miroir à une étendue très faible autour du point P. Menons en ce point deux plans normaux rectangulaires contenant les courbures principales, et considérons un point lumineux N pris sur la normale. On peut, dans un intervalle peu étendu, confondre les traces de ces plans avec les circonférences de courbure principale; l'effet du miroir courbe sera donc celui d'un miroir sphérique de rayon R ou R', suivant que l'on considère des rayons incidents contenus dans l'un ou l'autre des plans principaux. Il y aura donc deux images du point N situées sur la normale à des distances différentes du miroir. Suivant la position de l'œil, l'une ou l'autre de ces images pourra être aperçue d'une manière à peu près distincte.

Pour un miroir cylindrique ou conique, le miroir est plan dans le sens des génératrices, courbe dans le sens perpendiculaire; l'un des rayons de courbure est infini. Nous nous bornerons

à considérer le cas très simple d'un miroir conique, l'œil étant supposé à l'infini dans la direction de l'axe. Les seuls rayons qui puissent parvenir à l'œil sont réfléchis dans des plans normaux contenant les génératrices, et nous n'avons à nous occuper que des images de la première espèce.

Dans la *fig.* 49, le miroir conique est projeté en SCD sur un plan vertical, et en O′C′D′ sur le plan horizontal (*fig.* 43). S'il est posé sur un carton peint, l'œil, placé sur l'axe OO′ à l'infini, verra par réflexion une image toute déformée de la peinture. Mais on peut dessiner sur le carton une figure déformée de telle sorte qu'étant vue dans le miroir, elle représente un objet régulier et connu.

Fig. 43.



Soient A′, B′, ... des points de l'objet tels qu'on veut les voir; on se propose de chercher où doivent être placés les points correspondants A, B, ... du dessin qu'il faut tracer sur le carton. Commençons par A′ qui est sur la ligne AO′ parallèle à la ligne de terre : il est vu suivant DE, il provient d'un rayon incident aE; et si l'on projette a en A, A est le point du dessin dont l'image est vue en A′. Pour un point quelconque B′, on commence par le rabattre en b'; β est la projection verticale de b'; le rayon incident serait $b_1\beta$; b_1 correspond à b, et, en rabattant b en B sur O′B′, on a en B le point qui sera vu en B′. En répétant la même construction pour un grand nombre de points, on dessinera l'*anamorphose* [1] qui, étant vue par réflexion, représentera le tableau régulier.

---

[1] C'est Simon Stevin qui s'est occupé le premier du problème des *anamorphoses* (*Magia universalis*, Herbipol., 1657). Leupold (*Anamorphosis mechanica nova*, Lips., 1714) construisit un instrument pour les dessiner.

CHAPITRE IV.

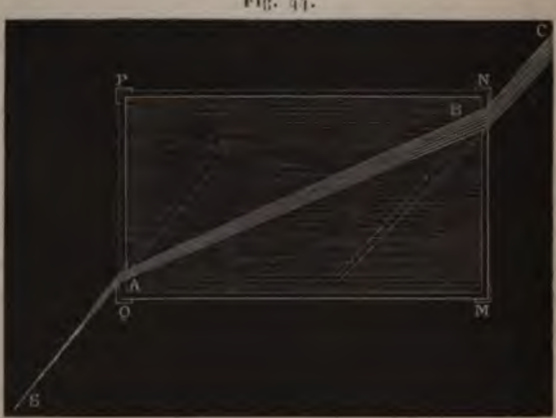
RÉFRACTION. — PRISME.

Réfraction. — Lois géométriques. — Indices des diverses substances. — Indices de retour et relatif. — Discussion de la loi de Descartes. — Angle limite. Construction du rayon réfracté. — Réflexion totale. — Réfraction à travers une surface plane; lignes focales. — Caustique. Lame à faces parallèles. — Formules du prisme. — Discussion. — Condition d'émergence; méthode de Descartes pour la mesure des indices de réfraction; minimum de déviation. — Vérification avec la lumière monochromatique. — Foyer virtuel du prisme. — Cas de la lumière solaire. — Raies du spectre. — La loi de Descartes s'applique à chaque couleur simple. — Composition de la lumière blanche.

RÉFRACTION.

On peut avoir une idée générale du phénomène de la réfraction en faisant arriver un faisceau solaire dans une chambre

Fig. 44.



obscure et le recevant obliquement à travers une cuve pleine d'eau (*fig*. 44). Comme il illumine les poussières qui se trouvent

sur son passage, on voit dans l'obscurité le chemin qu'il suit. On constate ainsi qu'il se rapproche de la normale en pénétrant dans l'eau, que la déviation est nulle sous l'incidence normale, qu'elle augmente avec l'inclinaison jusqu'à une valeur limite et que, dans le cas où la deuxième surface est parallèle à la première, le faisceau reprend sa direction primitive en sortant de l'eau pour rentrer dans l'air.

LOIS GÉOMÉTRIQUES. — Les lois de la réfraction sont complexes : elles dépendent à la fois de certaines qualités inhérentes aux lumières qu'on étudie, de la distance du point lumineux, de la nature des milieux en contact, et enfin de l'inclinaison du faisceau incident sur la surface de séparation.

Pour commencer par un cas relativement simple, nous choisirons tout d'abord la lumière émise par la combustion de l'alcool salé, lumière d'un jaune pâle et qui dans l'obscurité illumine en jaune tous les objets, quelle que soit leur couleur propre. Nous prendrons ensuite un point lumineux situé à l'infini ; enfin nous choisirons comme premier exemple un milieu déterminé, l'eau. Dans ce cas bien défini, nous n'avons plus qu'à chercher comment varie le phénomène avec les incidences.

Nous emploierons encore le même cercle divisé (*fig.* 45), placé dans un plan vertical et réglé comme précédemment ; nous éclairerons les fils croisés qui sont à l'extrémité A du tube AB avec une lampe à alcool salé. Il faudrait que le point A fût reculé jusqu'à l'infini ; comme cela n'est pas possible, on a recours à un artifice qui réalise les mêmes conditions et qui consiste à armer l'autre extrémité B du tube d'une lentille convergente dont la distance focale est égale à AB. On prouvera dans la suite, et l'expérience montre aisément que la lumière partie de A et sortant de la lentille B est dans les mêmes conditions physiques que si elle venait d'un point placé à l'infini sur l'axe BA. La lunette, amenée dans la position GH et braquée à l'infini, vise ce point. Soit i l'angle que son axe fait alors vers la verticale NN. Nous disposerons ensuite une cuve en verre CDEF dont le fond ED, normal à l'axe G'H', est porté par la même alidade que la lunette et partage tous

ses mouvements ([1]), et nous y mettrons de l'eau jusqu'en O. Sortie de la lentille B, la lumière pénètre dans l'eau en se déviant, et l'expérience prouve qu'on peut toujours, en déplaçant la lunette sur le cercle, lui donner une position G′H′ telle, que le faisceau, traversant DE normalement et sans déviation, parcourt la lunette suivant son axe G′H′, de façon qu'on voit, sans changer le tirage, l'image du point A en coïncidence avec le réticule. Soit r l'angle que fait alors l'axe de la lunette avec

Fig. 45.

la verticale NN. La réfraction à travers DF se borne donc à changer la direction suivant laquelle on voit un point lumineux situé à l'infini. Cette direction faisait avec la normale NN un angle d'incidence i; elle fait un angle r après la réfraction, et l'on trouve entre i et r la relation

$$\frac{\sin i}{\sin r} = 1,333.$$

Cette loi a été découverte par Descartes ([2]) et porte son nom.

([1]) Le principe de cette expérience est dû à Newton.

([2]) Descartes, *Dioptrices*, Cap. II, p. 56 et suiv. Amstelodami, 1687; édition elzévirienne. La 1re édition fut publiée à Leyde en 1637.

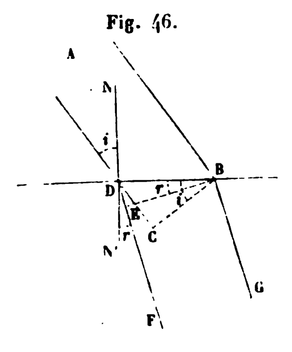
Ptolémée avait déjà étudié la réfraction au moyen d'un cercle divisé, muni

Comme la loi de la réflexion, elle s'interprète de deux manières :

I. On peut d'abord représenter la lumière incidente par des ondes qui seront planes, puisqu'elles viennent de l'infini. Soit CB l'une d'elles (*fig.* 46); elle rencontre la surface réfringente suivant une ligne B et fait avec elle un angle DBC égal à *i*. L'onde réfractée est également plane; sa surface, au même moment, est BE; elle rencontre la surface réfringente suivant la même ligne B et fait avec elle un angle EBD égal à *r*. Les lois s'expriment ainsi :

« 1° A toute onde plane incidente correspond une onde plane réfractée; 2° toutes deux se rencontrent sur la surface réfringente en une trace commune, normale au plan d'incidence; 3° les sinus des angles *i* et *r* que font les ondes incidente et réfractée avec la surface réfringente sont dans un rapport constant. »

Fig. 46.



L'indice de réfraction *n* est égal au rapport des vitesses de propagation des ondes incidentes et réfractées. On démontrera cette loi dans la partie de cet Ouvrage consacrée à l'*Optique physique*.

II. Si l'on décompose la lumière incidente en rayons fictifs parallèles entre eux, puisqu'ils viennent de l'infini, et que l'on considère en particulier celui qui parcourt l'axe AB du tube

---

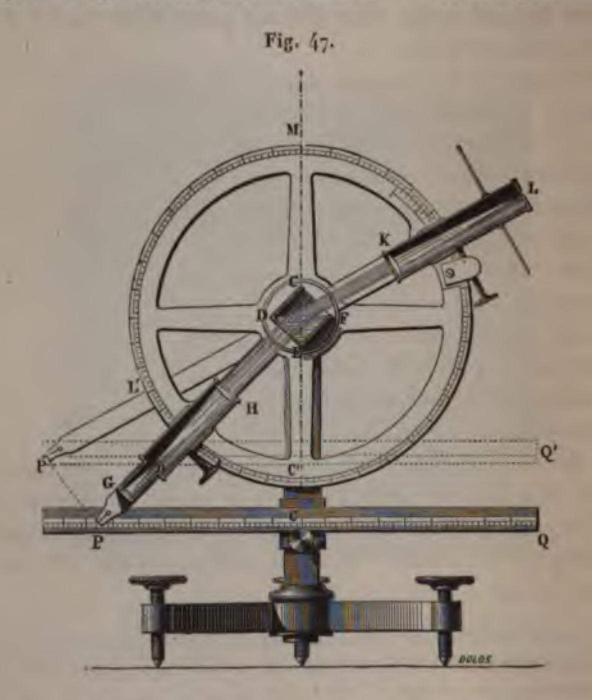
de deux index mobiles sur la circonférence, qu'il plongeait verticalement dans l'eau jusqu'au centre, et il avait construit une table des angles d'incidence et de réfraction.

Vers le XIIe siècle, Al-Hazen employa une méthode identique à celle de Ptolémée. Ses recherches et celles de Vitellio sont consignées dans le *Thesaurus Opticæ* de Risner (Basil., 1572). Kepler (*Paralipomena ad Vitellionem, seu Astronomiæ pars optica*, Francof., 1604; et *Dioptrices*, August. Vindelic., 1611) étudia la réfraction en comparant la longueur de l'ombre portée par une paroi verticale sur un plan horizontal, soit directement, soit à travers un bloc de verre en forme de parallélépipède et pour diverses inclinaisons du rayon lumineux. Mais il énonce une loi inexacte de la réfraction.

D'après Huygens et Vossius (*Hugenii Dioptrica*, p. 2; Vossius, *De natura lucis*. Amstelodami, 1662) la découverte de la loi de la réfraction serait due à Villebrod Snellius, mort en 1626.

(*fig.* 45), il forme avec la normale ON un plan et un angle i qu'on nomme *plan* et *angle d'incidence*. La lumière réfractée, puisqu'elle est dans les mêmes conditions que si elle venait de l'infini, est également composée de rayons parallèles, dont l'un OG′H′ suit l'axe de la lunette et continue BO; il fait avec la normale un plan et un angle r (*fig.* 46) qu'on nomme *plan* et *angle de réfraction*, et l'on dira : « 1° à tout rayon incident

Fig. 47.



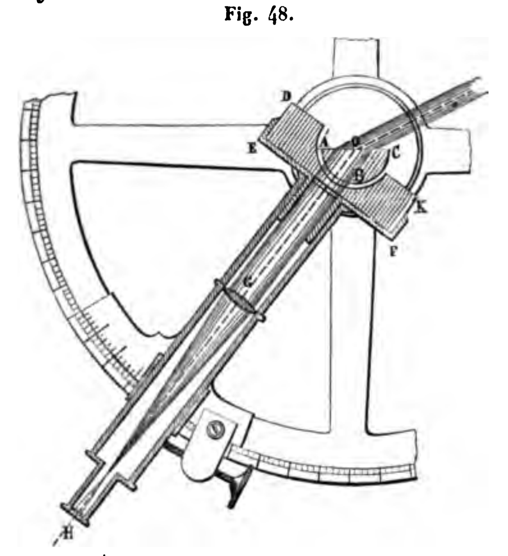
correspond un rayon réfracté; 2° tous deux sont contenus dans le même plan normal à la surface en O; 3° le rapport des sinus d'incidence et de réfraction est constant et égal à 1,333, quand la lumière passe de l'air dans l'eau. »

On emploie souvent pour la vérification expérimentale un appareil qui n'est pas sans intérêt (*fig.* 47). C'est un cercle portant comme précédemment un collimateur LK et une lunette HG fixée à la cuve DEF, mais les alidades sont prolongées par des tiges KL′P′ et GP, terminées elles-mêmes par deux

ouvertures étroites P et P′, que l'on a percées à la même distance du centre. Une règle PQ, qu'on peut élever ou abaisser, mais qui reste toujours horizontale, est placée successivement derrière P et P′. Les distances PC, P′C′ de ces ouvertures à l'origine des divisions mesurent alors les sinus des angles d'incidence et de réflexion, et l'on peut aisément reconnaître que leur rapport reste constant.

INDICES DES DIVERSES SUBSTANCES. — Ce rapport est égal à 1,333 pour l'eau. Si dans nos expériences nous remplaçons ce liquide par de l'huile ou des dissolutions salines, ou des essences, ou par toute autre substance liquide que nous voudrons, la loi demeurera la même, mais le rapport des sinus prendra d'autres valeurs : il sera 1,67 pour le sulfure de carbone, 1,47 pour l'huile d'olive, 1,37 pour l'alcool, etc. En général, nous le représenterons par n et nous le nommerons *indice de réfraction*.

Fig. 48.



Pour faire la même étude avec un solide transparent, nous emploierons un appareil qui est dû à Boscowitch (¹) (*fig.* 48).

(¹) Boscowitch, *Œuvres complètes*, t. II.

ABC est un demi-cylindre de verre; DEFK est un parallé pède de la même substance, creusé d'une gouttière cylind au fond de laquelle le demi-cylindre ABC s'enchâsse ex ment. On place cet appareil sur un cercle divisé de façor le demi-cylindre ABC soit fixé horizontalement au centre e DEFK puisse tourner avec l'alidade de la lunette CH ; EF es normalement à l'axe optique de la lunette, et les expérie se font comme précédemment. Elles démontrent les même

Au reste, les vérifications directes de la loi de la réfra n'ont qu'une importance très médiocre; cette loi est é bien plus complètement par la vérification de ses conséque relativement aux prismes, aux lentilles, etc.

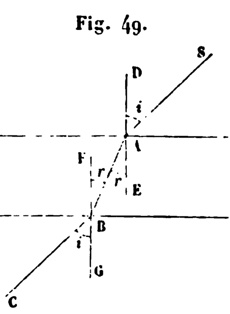
Nous nous occuperons ultérieurement des procédés à ployer pour mesurer exactement les indices. Voici quel résultats :

INDICES DE RÉFRACTION.

Chromate de plomb	2,50 à 2,97
Diamant	2,46 à 2,75
Phosphore	2,224
Soufre natif	2,115
Zircon	1,95
Borate de plomb	1,86
Rubis	1,78
Sulfure de carbone	1,67
Huile de cassia	1,63
Topaze	1,61
Béryl	1,60
Huile d'amandes amères	1,60
Émeraude	1,58
Flint-glass	1,57
Quartz	1,54
Sel gemme	1,54
Colophane	1,54
Baume du Canada	1,53
Huile de noix	1,50
Crown-glass	1,50
Huile d'olive	1,47
Spath fluor	1,43
Acide sulfurique	1,42
Alcool rectifié	1,37
Éther sulfurique	1,36
Albumine	1,35
Eau	1,33

INDICES DE RETOUR ET RELATIF. — Toutes ces valeurs étant supérieures à l'unité, la lumière se rapproche de la normale en passant de l'air dans les diverses substances. Qu'arriverait-il si elle suivait la marche opposée? L'expérience prouve qu'une lame à faces parallèles (*fig.* 49), placée entre une lunette et un objet très éloigné, ne déplace jamais l'image. Cela montre que les rayons incidents SA et les rayons émergents BC sont parallèles et font le même angle i avec la normale; on a donc, pour le retour du rayon AB dans le milieu ambiant,

Fig. 49.

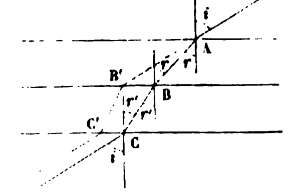


$$\frac{\sin ABF}{\sin CBG} = \frac{\sin r}{\sin i} = \frac{1}{n}.$$

En général, lorsque l'indice, au passage de l'air dans un milieu, est n, l'*indice pour le retour* de ce milieu dans l'air est $\frac{1}{n}$.

Les images ne sont pas déplacées davantage quand on superpose deux lames à faces parallèles dont les indices respectifs sont n et n'; cela prouve que les rayons incidents et émergents font le même angle i avec la normale (*fig.* 56). On aura successivement

Fig. 50.



$$\frac{\sin i}{\sin r} = n, \quad \frac{\sin r}{\sin r'} = x, \quad \frac{\sin r'}{\sin i} = \frac{1}{n'};$$

en multipliant membre à membre,

$$1 = \frac{nx}{n'}, \quad x = \frac{n'}{n}.$$

Donc *l'indice, au passage d'un premier milieu dans un second, est égal au rapport des indices du second et du premier milieu par rapport au vide;* on l'appelle l'*indice relatif* des deux milieux. Les *indices absolus* se rapportent au passage du vide dans un milieu réfringent.

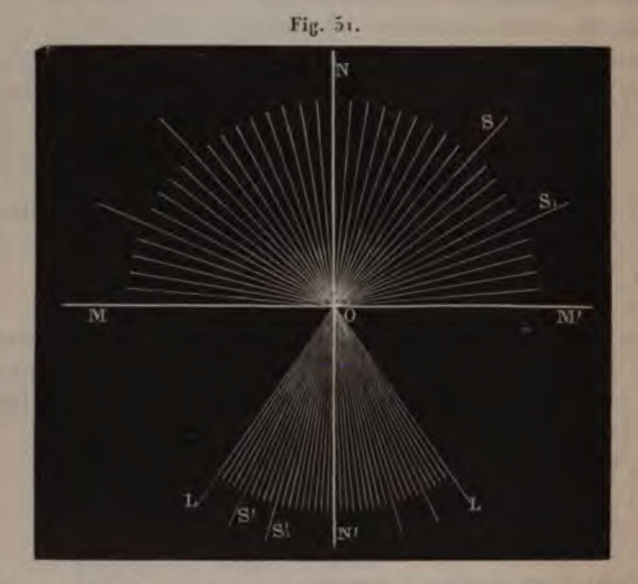
DISCUSSION DE LA LOI DE DESCARTES. — ANGLE LIMITE. — Quand,

dans la formule $\sin i = n \sin r$, on suppose $n > 1$, l'angle r est plus petit que i; il est nul pour $i = 0$, croît avec i et pour l'incidence rasante il atteint un maximum l que l'on nomme *angle limite*, et qui est donné par la formule

$$\sin l = \frac{1}{n};$$

donc un rayon continue son chemin en ligne droite s'il est normal (*fig.* 51); il se rapproche de ON' dans tous les autres

Fig. 51.

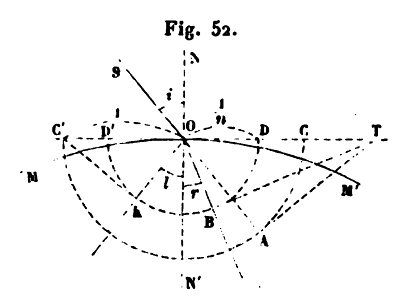


cas, et il atteint une limite OL pour $i = 90^\circ$. Si l'on décrit un cône avec ON' pour axe et OL pour génératrice, tous les rayons réfractés qui pénétreront par le point O sont compris dans son intérieur.

On arrive à un résultat analogue pour le passage de la lumière d'un milieu quelconque dans un autre : n est alors l'indice relatif, et, suivant qu'il est plus grand ou plus petit que 1, le rayon réfracté se rapproche ou s'écarte de la normale, en demeurant toujours compris dans les cônes LOL' ou MOM'.

CONSTRUCTION DU RAYON RÉFRACTÉ. — Quand on connaît la direction d'un rayon incident et l'indice relatif n du milieu où il pénètre par rapport au milieu d'où il émane, on détermine la direction du rayon réfracté à l'aide de la construction suivante (*fig.* 52).

Fig. 52.



Du point d'incidence O ([1]) comme centre, et dans le plan d'incidence, on décrit deux demi-circonférences A et B ayant respectivement pour rayons 1 et $\frac{1}{n}$, et l'on mène la tangente OT à la surface de séparation MM′ des deux milieux. On prolonge le rayon incident SO jusqu'à sa rencontre avec la circonférence A; on mène la tangente AT, et, par le point T, la tangente BT, à la deuxième circonférence; enfin on joint OB. C'est le rayon réfracté.

En effet, les triangles OAT, OBT donnent respectivement

$$\sin i = \sin \mathrm{AON}' = \sin \mathrm{OTA} = \frac{1}{\mathrm{OT}},$$

$$\sin \mathrm{BON}' = \sin \mathrm{OTB} = \frac{\frac{1}{n}}{\mathrm{OT}},$$

d'où

$$\frac{\sin i}{\sin \mathrm{BON}'} = n$$

et par suite, puisque BON′ est plus petit que 90,

$$\mathrm{BON}' = r.$$

Cette construction permet de reproduire géométriquement la discussion de l'article qui précède. On obtient l'angle limite en menant du point C′, où le rayon rasant TO rencontre la demi-

([1]) Cette construction est due à Huygens, *Traité de la lumière*, Chap. III, Leyde, 1690.

circonférence A, une tangente à la demi-circonférence B, et joignant le point de contact K au point O [1].

Nous verrons plus tard que la construction du rayon réfracté est susceptible d'être généralisée pour le cas des milieux doués de la double réfraction.

RÉFLEXION TOTALE. — Nous savons trouver le rayon réfracté correspondant à un rayon incident donné. Il est toutefois un cas que nous n'avons pas encore examiné : c'est celui d'un rayon issu du milieu le plus réfringent et rencontrant la surface de séparation des deux milieux sous un angle supérieur à l'angle limite. On a alors $\sin r > \frac{1}{n}$, et, d'après la loi de Descartes, il en résulterait $\sin i > 1$.

La formule répond par une impossibilité; elle ne s'applique plus, et il faut consulter l'expérience. L'expérience prouve qu'il n'y a plus de rayon réfracté, et qu'il se produit un phénomène nouveau et très important.

En même temps qu'un rayon tel que SI (*fig.* 54) donnait naissance à un rayon réfracté IS', il produisait aussi un rayon intérieur réfléchi, qui, peu intense d'abord, prenait une intensité croissant avec l'obliquité i du rayon incident; quand la

---

[1] Pour les milieux monoréfringents, on peut avoir recours à une autre construction aussi simple, mais moins générale que la précédente. Du point d'incidence O (*fig.* 53) comme centre avec des rayons égaux à 1 et à n, on décrit dans

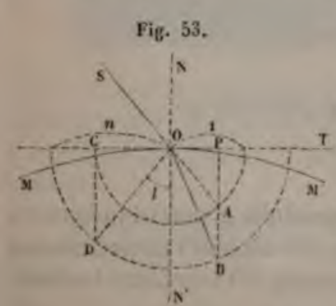


Fig. 53.

le plan d'incidence deux demi-circonférences situées dans le milieu où pénètre le rayon SO. On prolonge celui-ci jusqu'à son point de rencontre en A avec la demi-circonférence de rayon 1. On élève la parallèle AB à la normale ON, et l'on joint le point B, où elle rencontre la demi-circonférence de rayon n, au point d'incidence. Les triangles BOP, AOP donnent immédiatement

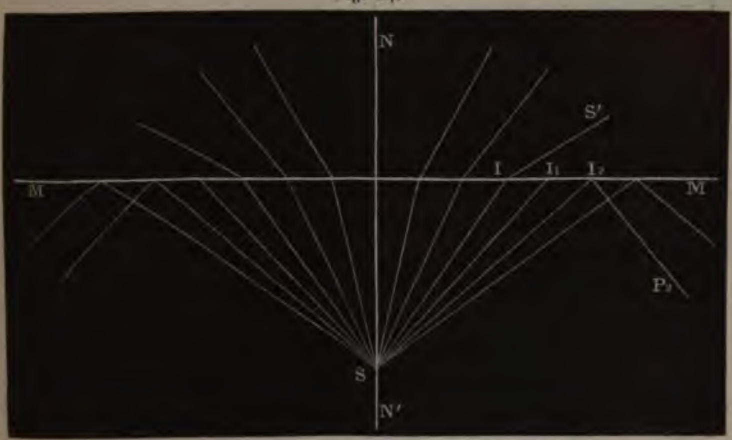
$$\frac{\sin i}{\sin \text{PBO}} = \frac{n}{1}$$

et par suite $\text{PBO} = \text{BON}' = r$.

L'angle limite s'obtient en élevant en C la tangente CD au cercle A, e joignant OD.

lumière SI_2 cesse de se réfracter, le faisceau réfléchi I_2P_2

Fig. 54.



acquiert une intensité égale à celle du faisceau incident. On dit alors que la réflexion est *totale* (¹).

Fig. 55.

Soit (*fig.* 55) un prisme de verre ABC, rectangulaire en B : on fait tomber parallèlement à sa base AC la lumière émise par une feuille de papier blanc DD'. Chaque rayon tel que DE se réfracte en E, se réfléchit en F, pour se réfracter de nouveau en G, et rentrer dans l'air parallèlement à sa direction primitive. En plaçant l'œil dans ce faisceau émergent, on voit une image renversée de la surface DP, après une réflexion en F qui n'a pas dû affaiblir l'éclat si elle est totale, mais

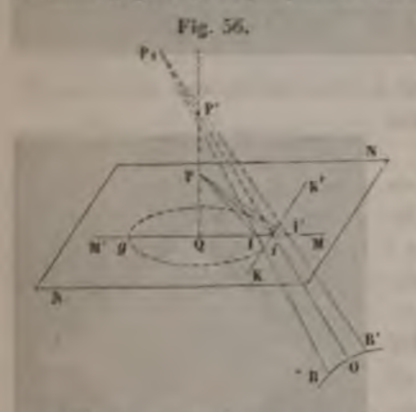
(¹) Nous verrons, dans la troisième Partie de l'*Optique*, quelles sont les lois de la variation d'intensité des deux rayons réfléchi et réfracté.

aussi après que les rayons ont subi deux réfractions en E et en G et traversé une épaisseur de verre EF + FG qui est égale à E′G, ce qui a dû diminuer leur intensité.

Juxtaposons à ce prisme ABC un second prisme AB′C du même verre, égal au premier, de façon à former un parallélépipède ABCB′. Un rayon D′E′ se réfractera en E′, traversera E′G et se réfractera de nouveau en G; il aura subi les mêmes actions que le rayon DEFG, moins la réflexion en F, et, si celle-ci est totale, l'éclat des deux faisceaux qui sont juxtaposés doit être le même : c'est ce que l'expérience vérifie.

RÉFRACTION A TRAVERS UNE SURFACE PLANE. — LIGNES FOCALES. — Considérons un point lumineux P situé dans un premier milieu (*fig.* 56), et proposons-nous de déterminer l'effet produit sur l'œil placé en O, dans un second milieu séparé du premier par une surface plane N.

Fig. 56.



Menons par P et par le centre de la pupille un plan PMM′ perpendiculaire à N, deux rayons incidents voisins PI, PI′, compris dans ce plan (*fig.* 56) et les rayons réfractés IR, I′R′ qui se coupent en P_1. A cause de la faible ouverture de la pupille, on peut admettre que P_1 est fixe, quels que soient I et I′ : P_1 est donc le foyer conjugué de P pour tous les rayons compris dans le plan normal PM et qui atteignent l'œil placé en O.

Considérons maintenant un plan PKK′ dont la trace sur le plan N est perpendiculaire au milieu *i* de II′. Les rayons incidents partis du point P et rencontrant KK′ au voisinage du point *i* fournissent des rayons réfractés reçus par l'œil; et, comme l'élément utile de la droite KK′ se confond avec un élément de la circonférence *ig* décrite du point Q comme centre avec Q*i* pour rayon, on voit que tous ces rayons incidents tombent sur le plan N en faisant le même angle d'inci-

dence; tous les rayons réfractés se rencontrent donc en un point P′ de l'axe PQ, P′ est le foyer conjugué de P pour les rayons situés dans le plan PKK′.

En étendant le même mode de raisonnement à des plans d'incidence très voisins de PMM′ et de PKK′, on décompose la portion utile du plan N (laquelle est plus petite que la pupille) en rectangles infiniment petits, et l'on obtiendra deux systèmes de foyers, les uns formant une petite droite perpendiculaire au plan PMM′ ayant son milieu en P_1, tandis que les autres occupent une petite portion de l'axe PQ ayant son milieu en P′. Les deux droites P_1, P′ se nomment *lignes focales* (¹). Leurs milieux sont sur une même droite avec le centre de la pupille; mais, leurs distances à l'œil étant inégales, les deux branches de la petite croix lumineuse qu'elles forment ne seront jamais vues avec une égale netteté.

Fig. 57.

Le cas particulier où l'œil est sur l'axe PQ mérite une mention spéciale. Alors les deux lignes focales se confondent, et l'image du point P est un point P′ (*fig.* 57) tel que

$$\frac{P'Q}{PQ} = \left(\frac{\operatorname{tang} i}{\operatorname{tang} r}\right)_{i=0} = \left(\frac{\sin i}{\sin r}\right)_{i=0} = n.$$

Quand le milieu où l'œil se trouve placé est le plus réfringent, l'image P′ est plus éloignée que l'objet : c'est l'inverse dans le cas contraire. A ce dernier cas se rapportent les illusions que l'on éprouve en regardant un objet placé dans l'eau; on suppose toujours l'objet moins profondément placé qu'il ne l'est réellement.

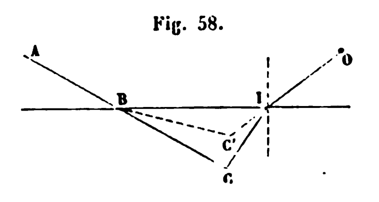


Fig. 58.

La vision d'une droite ABC (*fig.* 58), en partie plongée dans

(¹) La considération des lignes focales est due à Sturm [*Recherches sur les caustiques par réflexion et par réfraction, dans le cercle* (*Ann. de Math.* de Gergonne, t. XV, p. 205)].

l'eau, fournit l'apparence d'une ligne ABC′ brisée en B. On pourrait déterminer par points l'image BC′, pour chaque position de l'œil.

CAUSTIQUE (¹). — Nous allons actuellement traiter le cas général de la réfraction des rayons issus d'un point P à travers une surface plane indéfinie.

Commençons par démontrer quelques propriétés communes à l'hyperbole et à l'ellipse. L'équation de ces courbes est

$$a^2y^2 \pm b^2x^2 = \pm a^2b^2.$$

La normale en M′ (*Pl. II, fig.* 7 et 8) aura pour équation

$$y - y' = \pm \frac{a^2y'}{b^2x'}(x - x');$$

elle rencontrera l'axe des y en un point N dont les coordonnées seront

$$x = 0, \qquad y = y' \mp \frac{a^2y'}{b^2} = \mp \frac{c^2y'}{b^2}.$$

Joignons N et F, menons l'horizontale M′Q; le point P où ces lignes se rencontrent sera déterminé par la relation

$$\frac{PQ}{NQ} = \frac{FO}{ON}, \qquad PQ = \frac{(y - y')c}{y} = \frac{a^2}{c};$$

donc :

1° Le point P est sur la directrice BP de la courbe.

Les distances NM′ et NF sont

$$NM' = \sqrt{(y - y')^2 + x'^2}$$

$$= \sqrt{\frac{a^4y'^2}{b^4} + \frac{a^2}{b^2}(b^2 \mp y'^2)} = \frac{a}{b}\sqrt{\frac{c^2}{b^2}y'^2 + b^2},$$

$$NF = \sqrt{c^2 - y^2} = \frac{c}{b}\sqrt{\frac{c^2}{b^2}y'^2 + b^2}.$$

2° Le rapport de ces quantités est

$$\frac{NF}{NM'} = \frac{c}{a}. \qquad (1)$$

(¹) *Voir* la note de la p. 49*.

Appelons i et r les angles que FN et M'N font avec l'axe des x:

$$\sin i = \frac{y}{\mathrm{NF}} = \mp \frac{c^2 y'}{b^2 \mathrm{NF}},$$

$$\sin r = \frac{y - y'}{\mathrm{NM}'} = \mp \frac{a^2 y'}{b^2 \mathrm{NM}'},$$

et, en divisant, on tire cette troisième relation

(2) $$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{c^2}{a^2} \frac{\mathrm{NM}'}{\mathrm{NF}} = \frac{c}{a}.$$

Cela posé, étudions la réfraction au passage de l'air dans un milieu plus réfringent dont l'indice est n, et qui est terminé par une surface plane Oy (*Pl. II, fig.* 7). Soit F le point lumineux à une distance OF égale à c; menons un rayon incident quelconque FN faisant avec la normale un angle égal à i. Pour construire le rayon réfracté, nous décrirons d'abord une hyperbole ayant son centre en O, son foyer en F et telle que $\frac{c}{a} = n$; ses axes seront par conséquent

$$a = \frac{c}{n}, \qquad b = \sqrt{c^2 - a^2} = \frac{c}{n}\sqrt{n^2 - 1}.$$

Ensuite nous abaisserons du point d'incidence N une normale NM' à cette hyperbole, faisant avec l'axe des x un angle égal à r, et, d'après ce qui vient d'être démontré, nous aurons

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{c}{a} = n;$$

la normale sera dans la direction du rayon réfracté.

En vertu de l'équation (1), on a, en second lieu,

$$\mathrm{NF} = n\,\mathrm{NM}',$$

ou bien, en désignant par V et V' les vitesses que doit posséder la lumière dans l'air et dans le milieu, d'après la théorie des ondes,

$$\frac{\mathrm{NF}}{\mathrm{NM}'} = n = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{V}'};$$

ABC est un demi-cylindre de verre; DEFK est un parallélépipède de la même substance, creusé d'une gouttière cylindrique au fond de laquelle le demi-cylindre ABC s'enchâsse exactement. On place cet appareil sur un cercle divisé de façon que le demi-cylindre ABC soit fixé horizontalement au centre et que DEFK puisse tourner avec l'alidade de la lunette CH ; EF est fixé normalement à l'axe optique de la lunette, et les expériences se font comme précédemment. Elles démontrent les mêmes lois.

Au reste, les vérifications directes de la loi de la réfraction n'ont qu'une importance très médiocre; cette loi est établie bien plus complètement par la vérification de ses conséquences relativement aux prismes, aux lentilles, etc.

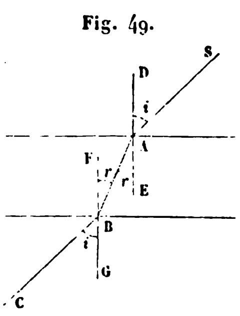
Nous nous occuperons ultérieurement des procédés à employer pour mesurer exactement les indices. Voici quelques résultats :

INDICES DE RÉFRACTION.

Chromate de plomb	2,50 à 2,97
Diamant	2,46 à 2,75
Phosphore	2,224
Soufre natif	2,115
Zircon	1,95
Borate de plomb	1,86
Rubis	1,78
Sulfure de carbone	1,67
Huile de cassia	1,63
Topaze	1,61
Béryl	1,60
Huile d'amandes amères	1,60
Émeraude	1,58
Flint-glass	1,57
Quartz	1,54
Sel gemme	1,54
Colophane	1,54
Baume du Canada	1,53
Huile de noix	1,50
Crown-glass	1,50
Huile d'olive	1,47
Spath fluor	1,43
Acide sulfurique	1,42
Alcool rectifié	1,37
Éther sulfurique	1,36
Albumine	1,35
Eau	1,33

INDICES DE RETOUR ET RELATIF. — Toutes ces valeurs étant supérieures à l'unité, la lumière se rapproche de la normale en passant de l'air dans les diverses substances. Qu'arriverait-il si elle suivait la marche opposée? L'expérience prouve qu'une lame à faces parallèles (*fig.* 49), placée entre une lunette et un objet très éloigné, ne déplace jamais l'image. Cela montre que les rayons incidents SA et les rayons émergents BC sont parallèles et font le même angle i avec la normale; on a donc, pour le retour du rayon AB dans le milieu ambiant,

Fig. 49.

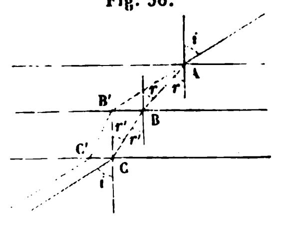


$$\frac{\sin ABF}{\sin CBG} = \frac{\sin r}{\sin i} = \frac{1}{n}.$$

En général, lorsque l'indice, au passage de l'air dans un milieu, est n, l'*indice pour le retour* de ce milieu dans l'air est $\frac{1}{n}$.

Les images ne sont pas déplacées davantage quand on superpose deux lames à faces parallèles dont les indices respectifs sont n et n'; cela prouve que les rayons incidents et émergents font le même angle i avec la normale (*fig.* 56). On aura successivement

Fig. 50.



$$\frac{\sin i}{\sin r} = n, \quad \frac{\sin r}{\sin r'} = x, \quad \frac{\sin r'}{\sin i} = \frac{1}{n'};$$

en multipliant membre à membre,

$$1 = \frac{nx}{n'}, \quad x = \frac{n'}{n}.$$

Donc *l'indice, au passage d'un premier milieu dans un second, est égal au rapport des indices du second et du premier milieu par rapport au vide;* on l'appelle l'*indice relatif* des deux milieux. Les *indices absolus* se rapportent au passage du vide dans un milieu réfringent.

DISCUSSION DE LA LOI DE DESCARTES. — ANGLE LIMITE. — Quand,

[illegible] sont tangents à cette développée, et, [illegible] quelconque, il faut les faire rouler [illegible] point M′ décrit l'ellipse CC′G. [illegible] décrit une seconde ellipse CC″C′. [illegible] EM′ est normale en E et en M′ [illegible]; la distance EM′ est constante [illegible] portion concave CGC′ de la première [illegible]: la portion convexe CC″C′ de la [illegible] l'onde quand la lumière aura par- [illegible] grand axe est OC $= b$, et son petit, ou

[illegible] point A situé entre E et M′, la surface [illegible] de rebroussement intérieurs; elle [illegible] portions d'ellipses tangentes entre [illegible] développée au point où elles la ren-

[illegible] PB menée par la directrice et se pro- [illegible] un milieu d'indice n ayant la [illegible], dont les axes sont cn et $c\sqrt{n^2-1}$, [illegible] sphère KK′ de rayon $2a$, dont le centre [illegible].

[illegible] (*Pl. II, fig.* 9). — Considérons [illegible] lumière partie de F traverse une [illegible], d'indice n et d'épaisseur e, [illegible]. Un rayon FN pénétrant dans la [illegible] NP; il est dans les mêmes conditions [illegible] de l'onde hyperbolique MD. Ce [illegible] dans la lame, sort en P, reprend sa [illegible], pour avoir le point de l'onde E, il [illegible] M

[illegible] MF jusqu'à la rencontre de PE, les [illegible] EM et NFM donnent

$$\frac{PE}{PM}\;\frac{NF}{NM}=n;$$

[illegible] réfractée est à la rencontre de PE et

Menons la ligne FA parallèle à PN : elle lui sera égale en longueur; sa projection FB sur l'axe des x sera égale à l'épaisseur e de la lame. Le triangle EAF étant semblable à FNM, on a

$$\text{EA} = n\,\text{AF};$$

FA et EA font avec la normale yy' des angles égaux à AFB et ACB, tels que

$$\sin \text{ACB} = n \sin \text{AFB}.$$

Le lieu des points cherchés E sera donc le même que celui qu'on trouverait si le point F, étant dans le milieu, envoyait sur un plan yy' des rayons FA qui se réfracteraient dans l'air suivant AP. Or, dans ce cas, les points E sont sur une ellipse qui a son foyer en F, son centre en B, à une distance $\text{FB} = c = e$, telle que le rapport $\frac{c}{a}$ soit égal à $\frac{1}{n}$; elle a par conséquent pour axes

$$u = en, \qquad b = e\sqrt{n^2 - 1};$$

son centre est en B à une distance de G égale à $d - e$ et son équation sera

$$\frac{y^2}{e^2(n^2-1)} + \frac{(x-d+e)^2}{e^2 n^2} = 1.$$

On trouvera aisément de nombreuses applications de ces formules.

FORMULES DU PRISME. — On nomme *prisme* toute portion d'un milieu réfringent comprise entre deux faces AB, AC, faisant entre elles un angle A.

Calculons d'abord la marche que suivraient les rayons parallèles à SE (*fig.* 59), venant d'une lampe à alcool salé, tombant sur un prisme dans la section normale ABC. Il est clair que les rayons réfractés resteront contenus dans ce plan ABC. Soient i et i' les angles extérieurs en E et F comptés à partir des normales, positivement vers la base du prisme, négativement vers le sommet; r' et r' les angles intérieurs, comptés positivement vers le sommet, négativement vers la base, de

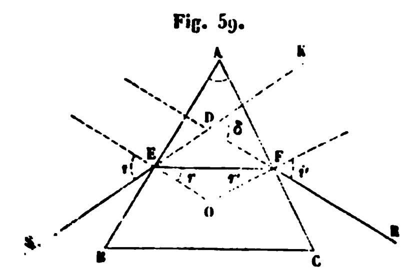
telle sorte que, dans le cas de la *fig.* 59, les quatre angles i, i', r' et r soient positifs. On a

(1) $$\sin i = n \sin r,$$

(2) $$\sin i' = n \sin r'.$$

Les normales en E et en F se rencontrent au point O. Dans le quadrilatère AEOF, l'angle O est supplémentaire de A ; dans le

Fig. 59.



triangle EOF, le même angle O est encore supplémentaire de $r + r'$; donc

(3) $$r + r' = A.$$

Les rayons incident et émergent prolongés forment, à leur point de rencontre D, un angle δ qu'on nomme *angle de déviation* ; nous le compterons positivement à partir du rayon incident prolongé et vers la base du prisme ; négativement en sens contraire. Le triangle DEF donne

$$\delta = DEF + DFE = i - r + i' - r,$$

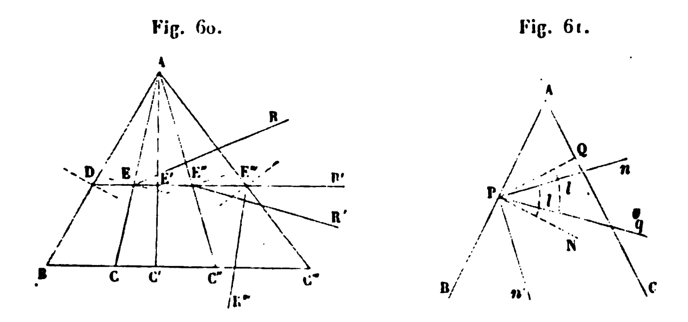
(4) $$\delta = i + i' - A.$$

Nous avons ainsi quatre relations entre les sept quantités i, i', r, r', n, A et δ, et ces relations sont générales, grâce aux conventions que nous avons faites sur les signes ; il suffira de connaître trois de ces quantités pour calculer les autres.

CONDITIONS D'ÉMERGENCE. — 1° Si le rayon incident est d'abord confondu avec BA, r est l'angle limite ; r', qui est égal à $A - r$, prend la plus petite valeur possible, qui peut être négative, nulle ou positive, suivant la grandeur de A.

Supposons que cet angle A, d'abord très petit, augmente progressivement (*fig.* 60), et que la face d'émergence devienne AC, AC', AC''. Le rayon DE fait en E, E', E'' un angle d'incidence intérieur r' qui est négatif, ou nul, ou positif; il croît avec A et finit par devenir égal ou supérieur à l'angle limite quand la surface de sortie atteint ou dépasse AC'''. Dans ces divers cas, l'angle i' augmente avec r'; il est négatif en E, nul en E', positif en E''. Le rayon émergent prend les directions ER, E'R', E''R''; il s'abaisse de plus en plus vers la base du prisme et finit par se réfléchir totalement en E'''.

Fig. 60. Fig. 61.



2° Faisons diminuer l'angle d'incidence i de $+90°$ à $-90°$, alors r' et par suite i' augmentera. Le rayon émergent, quelque petit que soit l'angle A, tendra à s'incliner de plus en plus vers la base du prisme et se réfléchira totalement pour une valeur déterminée et suffisamment petite de i.

Pour déterminer quels sont les rayons incidents susceptibles d'émerger du prisme, on peut avoir recours à la construction géométrique suivante. D'un point P pris arbitrairement sur la face d'entrée, comme sommet, on décrit (*fig.* 61) deux cônes ayant respectivement pour axes les normales PN et PQ à la face d'entrée et à la face d'émergence, et dont l'angle générateur est égal à l'angle limite l. Le cône PN contient tous les rayons qui peuvent pénétrer par le point P, et la portion QPN commune aux deux cônes tous ceux d'entre eux qui, faisant avec la normale PQ un angle moindre que l, peuvent sortir du prisme.

3° [illegible]*ode de Descartes.* — Si le rayon incident devient norm[illegible]B, les formules précédentes se simplifient

(1 bi[illegible]) $i = 0, \quad r = 0,$

(2 b[illegible]) $\sin(A + \delta) = n \sin A,$

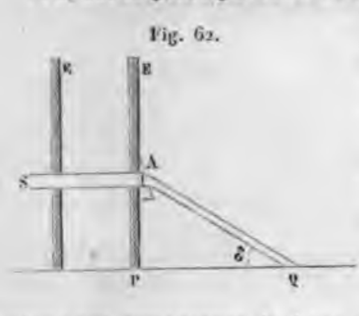
(3 b[illegible]) $r' = A,$

$\delta = i' - A.$

Il suf[illegible]ait de connaître A et δ pour pouvoir calculer n.

Tel est le principe de la méthode, dite de Descartes (¹), pour la mesure des indices de réfraction. Un prisme A très aigu, formé de la substance que l'on considère (*fig.* 62), est appliqué sur un écran vertical E' percé d'un trou I par lequel on fait pénétrer un faisceau de rayons parallèles. On détermine la distance PQ à laquelle les rayons issus du prisme viennent rencontrer la base horizontale; soit PI la distance verticale du trou I à cette base. On calcule δ par la formule

Fig. 62.



$$\tang \delta = \frac{PQ}{PI},$$

et l'on mesure A; on en déduit l'indice

$$n = \frac{\sin(A + \delta)}{\sin A}.$$

4° *Minimum de déviation.* — Supposons que l'angle A du prisme soit moindre que BAC''' et égal par exemple à BAC''' (*fig.* 60). Quand le rayon incident rasera la surface BA et que l'angle i sera égal à 90°, le rayon réfracté sera E''R'' et l'angle i' plus petit que i. En faisant tourner le prisme autour du point D de manière à diminuer i, i' augmentera, et il arrivera un moment où i et i' seront égaux. Ensuite i' deviendra plus

(¹) DESCARTES, *Dioptrices*, Caput X, p. 140 de l'édition elzévirienne.

grand que i et finira par être égal à 90°. Il y aura donc toujours deux positions du prisme pour lesquelles i et i' auront changé leurs valeurs, quelles que soient ces valeurs.

Or la formule

$$(4) \qquad \delta = i + i' - A$$

montre que la déviation reste la même si i se change en i'. Donc elle croîtra ou diminuera depuis l'incidence rasante jusqu'à $i = i'$, et elle reprendra ensuite les mêmes valeurs en diminuant ou en croissant jusqu'à l'émergence rasante. Elle sera maxima ou minima pour la situation particulière du prisme dans laquelle $i = i'$: le calcul [1] et l'expérience prouvent qu'elle est minima. Dans ce cas remarquable, les formules sont

$$(1\ ter)\ \text{et}\ (2\ ter) \qquad \sin\frac{A+\delta}{2} = n \sin\frac{A}{2},$$

$$(3\ ter) \qquad 2r = A,$$

$$(4\ ter) \qquad \delta = 2i - A.$$

---

[1] Pour que δ soit minimum, il faut d'abord que l'on ait

$$\frac{d\delta}{di} = 0,$$

c'est-à-dire

$$(a) \qquad di + di' = 0.$$

Or, d'après les équations (1), (2) et (3),

$$(b) \qquad \begin{cases} \cos i\, di = n \cos r\, dr, \\ \cos i'\, di' = n \cos r'\, dr', \\ dr + dr' = 0. \end{cases}$$

Éliminant les différentielles entre les équations (a) et (b), on obtient

$$(c) \qquad \frac{\cos i}{\cos i'} = \frac{\cos r}{\cos r'},$$

ce qui ne peut avoir lieu que pour $i = i'$.

Il faut aussi que

$$\frac{d^2\delta}{di^2} > 0 \quad \text{ou} \quad \frac{d^2 i'}{di^2} > 0.$$

En effectuant le calcul, on trouve que, pour $i = i'$, cette condition se réduit à $n^2 > 1$; elle est donc toujours réalisée dans la pratique.

Il suffira d'avoir fait tourner le prisme jusqu'au moment où la déviation est minima, et de la mesurer à ce moment, pour pouvoir calculer l'indice de réfraction n. C'est le procédé qu'on emploie généralement pour déterminer cette quantité, comme nous le montrerons bientôt.

VÉRIFICATION AVEC LA LUMIÈRE MONOCHROMATIQUE. — Ces formules sont rigoureusement déduites de la loi de réfraction qui

Fig. 63.



a été expérimentalement établie. Cependant il importe de les vérifier, parce que leur confirmation démontrera *a posteriori* la loi des sinus, et nous fournira un moyen précis pour la généraliser et l'étendre à toutes les lumières connues. Nous ferons cette vérification avec le cercle divisé, figuré *Pl. III*, *fig.* 1, dont on a tracé une coupe théorique (*fig.* 63). Nous éclairerons avec la flamme de l'alcool salé le point de croisement O des fils du collimateur fixé en OB. Il faut commencer par trois opérations préliminaires : orienter le prisme, mesurer son angle A, et déterminer son indice n.

I. Nous fixerons à la cire le prisme AFG sur la plate-forme centrale, et nous le ferons glisser par des vis de rappel K, K', de manière à placer l'arête réfringente A au centre du cercle, c'est-à-dire de manière à voir cette arête en contact avec le fil vertical du réticule de la lunette DC, dans quelque position qu'on la place. Il faut ensuite que cette arête soit normale au plan AOD'DD'' dans lequel se meuvent les axes des deux lunettes, condition qui sera réalisée si l'image du point O, réfléchie par AF ou AG, se voit toujours en coïncidence avec l'axe de la lunette C''D'', quel que soit l'angle d'incidence : on y parviendra au moyen de trois vis calantes e, e, e.

II. Pour mesurer A, on donne à la lunette une direction fixe C''D'', et l'on place le prisme dans deux positions successives, telles que l'image de O réfléchie, d'abord par AF, ensuite par la face AG amenée en AG', se voie en D''. Dans ces deux cas, AF et AG' sont dans le même plan, et A est supplémentaire de l'angle dont le prisme a tourné pour passer de la première à la deuxième position (*voir* p. 34*).

III. On trouvera l'indice en cherchant, comme il suit, le minimum de déviation. Supposons que la déviation soit d'abord égale à DAD''' et que la lunette soit dirigée suivant C'''D'''. Quand on fait tourner le prisme dans un sens, cette déviation augmente; mais dans le sens contraire elle diminue. On continue de faire marcher le prisme dans ce dernier sens, et l'on déplace la lunette de manière à suivre le mouvement de l'image. Il arrive un moment où elle paraît s'arrêter suivant C'D', pour rétrograder ensuite, se dévier davantage et revenir en C'''D'''. Ce moment d'arrêt est celui où la déviation devient minima. On la mesure : c'est l'angle DAD', et l'on calcule n par la formule connue

$$\sin\left(\frac{A+\delta}{2}\right) = n\sin\frac{A}{2}.$$

Ces opérations terminées, on procède à la vérification des formules de la manière suivante :

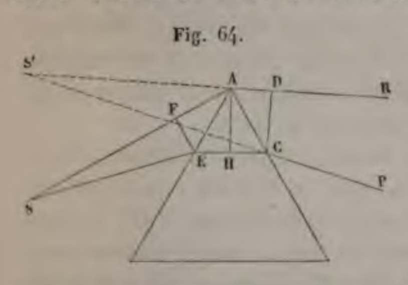
1° On donne au prisme des positions successives pour lesquelles l'incidence est i, i', i'', ... On mesure avec soin cette incidence, qui est, dans tous les cas, complémentaire de la

moitié de l'angle DAD″ que font les rayons directs et les rayons réfléchis sur la face AF.

2° Pour chaque incidence, on mesure l'angle de déviation DAD′ du faisceau réfracté, et l'on trouve des valeurs $\delta, \delta', \delta'', \ldots$. D'un autre côté, puisque l'on connaît A et n, on peut, d'après les formules du prisme, calculer les déviations correspondant aux incidences mesurées $i, i', i'', \ldots$. Or, dans tous les cas, on trouve que le calcul et l'observation sont rigoureusement d'accord. La loi des sinus est donc exacte, puisque ses conséquences sont vérifiées.

FOYER DU PRISME. — Dans ces expériences, le point lumineux O était reculé à l'infini. Si l'on dispose maintenant une fente étroite en S à une distance d (*fig.* 64), on trouve que, pour la voir avec netteté à travers le prisme, il faut faire varier le tirage de la lunette en même temps que l'incidence. Cela tient à ce que les rayons, en sortant du prisme, sont dans les mêmes conditions que s'ils venaient d'un foyer virtuel S′ situé à une distance $S'C = x$, qui varie avec l'incidence des rayons et que nous allons calculer. Admettons que les rayons partis de S fassent entre eux un angle très petit; considérons l'un d'eux SECP, nous aurons

Fig. 64.



$$\sin i = n \sin r, \qquad \sin i' = n' \sin r', \qquad r + r' = A.$$

Pour SADR, très voisin du premier et passant par le sommet A,

$$\sin(i + di) = n \sin(r + dr), \qquad \sin(i' + di') = n \sin(r' + dr')$$
$$r + r' + dr + dr' = A.$$

En développant les sinus et remarquant que $\sin di = di$, $\cos di = 1$, on trouve

$$\sin i + di \cos i = n \sin r + n dr \cos r,$$
$$\sin i' + di' \cos i' = n \sin r' + n dr' \cos r'.$$

En combinant ces équations avec celles qui correspondent au rayon SECP,

$$di \cos i = n dr \cos r, \qquad di' \cos i' = n dr' \cos r', \qquad dr = - dr'.$$

En éliminant dr et dr', on a l'équation de condition

$$di \frac{\cos i}{\cos r} = - di' \frac{\cos i'}{\cos r'}.$$

Elle prouve que di et di' sont de signes contraires. Cela veut dire que, l'angle d'incidence du rayon SA étant plus grand que celui de SE, les angles d'émergence des mêmes rayons sont dans des conditions opposées. Donc CP et AR se rencontreront en un point S' situé du même côté que S; et, comme l'œil juge la position des objets par la direction des rayons qu'il reçoit, nous verrons une fente lumineuse en S'. Ce sera le foyer virtuel de S, dont nous allons calculer la distance S'C ou x. On a

$$\text{SE} = d, \qquad \frac{\text{EF}}{d} = di, \qquad \frac{\text{DC}}{x} = - di',$$

$$\frac{x}{d} = - \frac{\text{DC}}{\text{EF}} \frac{di}{di'} = \frac{\text{DC}}{\text{EF}} \frac{\cos i' \cos r}{\cos i \cos r'}.$$

Les triangles ADC et ACH donnent

$$\frac{\text{DC}}{\text{AC}} = \cos i', \qquad \frac{\text{AH}}{\text{AC}} = \cos r',$$

$$\text{DC} = \text{AH} \frac{\cos i'}{\cos r'}.$$

On tire de même des triangles AEF et AEH

$$\frac{\text{EF}}{\text{AE}} = \cos i, \qquad \frac{\text{AH}}{\text{AE}} = \cos r,$$

$$\text{EF} = \text{AH} \frac{\cos i}{\cos r}.$$

Remplaçant DC et EF dans la valeur de x,

$$x = d \frac{\cos^2 i' \cos^2 r}{\cos^2 r' \cos^2 i}.$$

Si l'incidence décroît de 90° jusqu'à zéro, x prend les valeurs suivantes :

$$i = 90, \quad x = \infty,$$
$$i = i', \quad x = d,$$
$$i = 0, \quad x = d\left(\frac{1 - n^2 \sin^2 A}{\cos^2 A}\right).$$

Ces résultats conduisent à trois conséquences importantes.

CONSÉQUENCES. — 1° Si nous plaçons l'œil derrière le prisme, dans l'angle RS'P, nous devons voir une fente lumineuse en S', puisque c'est le lieu où se rencontrent virtuellement et d'où sont censés partir les rayons qui nous arrivent; nous devons la voir à une distance variable x décroissant à mesure que l'incidence moyenne i diminue, et devenant égale à la distance d de la fente réelle S, quand la déviation est minima. Ce dernier résultat est indépendant de l'indice de réfraction du milieu employé.

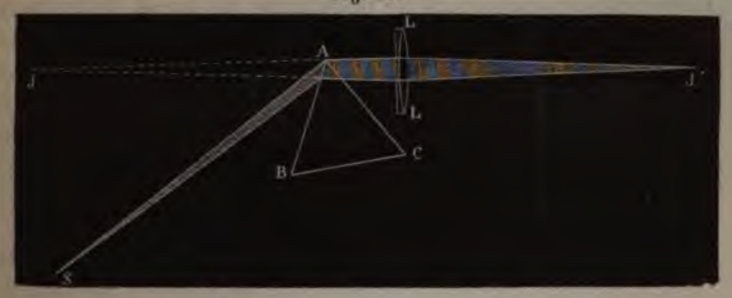
2° Au lieu de regarder l'image S' à l'œil nu, nous pourrons l'examiner avec une lunette, et nous la verrons distinctement, à la condition de faire varier le tirage de l'instrument, de façon qu'il pointe toujours en S', c'est-à-dire à l'infini quand $i = 90$, à la distance d pour le cas où $i = i'$, et à $d\left(\frac{1 - n^2 \sin^2 A}{\cos^2 A}\right)$ lorsque $i = 0$. Grossie et rapprochée par la lunette, l'image virtuelle sera vue plus distinctement qu'à l'œil nu, et l'on en saisira mieux les détails.

3° On peut enfin fixer derrière le prisme une lentille convergente LL (*fig.* 65); celle-ci, recevant les rayons comme s'ils venaient de J, les fera converger en un foyer réel J', où ils s'accumuleront; et, quand on placera un écran en ce point, on y devra voir l'image réelle et renversée de la fente. Le lieu de ce foyer dépendra de la distance x, ainsi que de la place et du degré de convergence de la lentille, et il pourra être déterminé à l'avance par le calcul.

Toutes ces prévisions se réalisent avec la plus grande exactitude en éclairant la fente S par la lampe à alcool salé. On voit donc qu'il n'y a plus rien d'inconnu au sujet de la réfraction de cette lumière spéciale. Elle suit la loi de Descartes dans

toutes ses conséquences; mais jusqu'à présent nous n'avons employé qu'elle. Il faut maintenant sortir de ces conditions toutes particulières, aborder le cas général et étudier la réfrac-

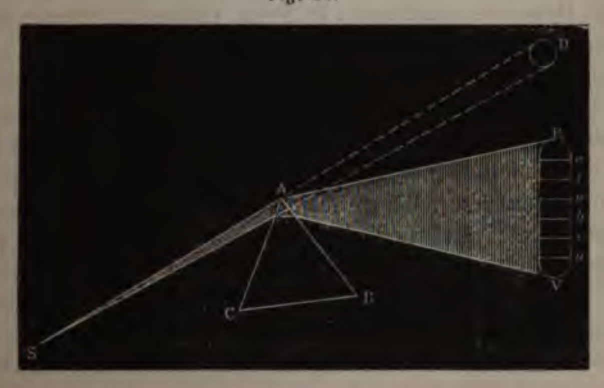
Fig. 65.



tion des rayons émis par une source quelconque; nous ne nous occuperons ici que des rayons du Soleil : les conditions seront entièrement différentes.

SPECTRE SOLAIRE. — Newton fit pénétrer, dans une chambre obscure, un faisceau solaire horizontal par une ouverture circulaire très petite S. Ce faisceau formait un cône de rayons d'un angle égal à 32′ et dessinait sur l'écran opposé au volet une image blanche et circulaire du Soleil, en D (*fig.* 66). On

Fig. 66.



le reçut sur un prisme ABC dont les arêtes étaient verticales; il fut dévié en RV, et l'on vit sur l'écran une image allongée,

colorée d'une infinité de teintes de R en V. Cette image est le *spectre solaire*. Elle offre d'abord en R un rouge sombre qui s'éclaire peu à peu en même temps que sa couleur passe insensiblement à une teinte orangée; à son tour et par une dégradation continue, cet orangé se transforme en jaune, le jaune en vert, le vert en bleu, après quoi viennent l'indigo et le violet. Le spectre nous offre ainsi une succession de couleurs distinctes en nombre infini; mais, comme on ne peut les nommer toutes, on les a rapportées aux sept types principaux dont les noms suivent et qui sont rangés par ordre de déviation croissante : *rouge, orangé, jaune, vert, bleu, indigo, violet.*

RAIES DU SPECTRE. — En voyant la dilatation que le faisceau solaire éprouve dans le sens RV, Newton a admis que les diverses couleurs dont il est question étaient superposées et confondues dans le rayon incident, et qu'elles se séparent en traversant le prisme, parce qu'elles sont diversement réfrangibles et inégalement déviées. Mais, si l'on veut démontrer rigoureusement cette conclusion, il faut observer le spectre par l'un des trois procédés que nous avons fait connaître (p. 84*) : c'est ce que Wollaston [1] fit le premier. Il fit passer la lumière des nuées à travers une fente verticale très mince et, plaçant l'œil à la distance de la vision distincte, il regarda cette fente à travers un prisme, également vertical, qui lui imprimait la déviation minimum. Dans ces conditions, le foyer virtuel du prisme est à la même distance de l'œil pour toutes les couleurs (p. 84). Wollaston vit donc un spectre virtuel offrant les mêmes successions de teintes que celui de Newton, mais il reconnut distinctement au milieu d'elles un petit nombre de raies noires qui semblaient séparer les couleurs par des traits verticaux, et qui étaient irrégulièrement distribuées, depuis le rouge jusqu'au violet; elles constituaient des groupes qu'on reconnaissait aisément et où elles occupaient chacune une place fixe. Wollaston n'eut pas l'idée d'employer une lunette pour les mieux observer, et il ne comprit pas l'importance de sa découverte. Quinze ans après, un opticien de Munich, Fraun-

---

(1) WOLLASTON, *Transactions philosophiques*, 1802.

hofer ([1]), retrouva ces mêmes raies qu'on avait oubliées, et en fit l'objet d'une étude remarquable.

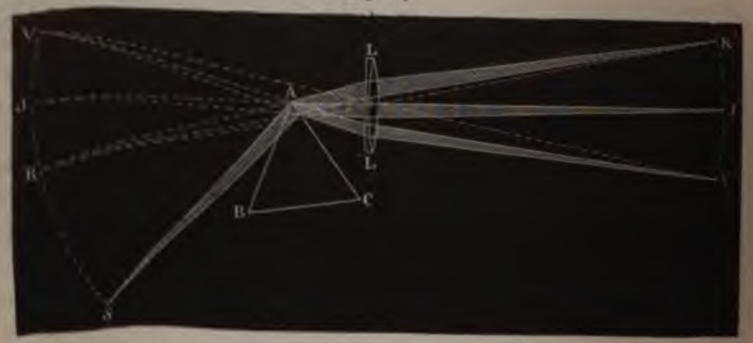
L'appareil qu'il employait était un cercle semblable à celui que nous avons décrit (*fig.* 63). Le prisme AFG y était fixé de la même manière; il était tourné au minimum de la déviation; le collimateur et la lunette étaient disposés comme précédemment, et cette lunette avait été préalablement pointée sur la fente à travers le collimateur. Dans ces conditions, Fraunhofer observa, non pas quelques raies, mais un nombre considérable de lignes noires très fines, distinctes, parallèles aux arêtes; il en compta plus de six cents. Elles ne sont pas égales en grosseur, ni placées à des distances régulières; elles se pressent à certains endroits pour s'écarter en d'autres, sans aucun ordre apparent. En étudiant attentivement la disposition des groupes principaux, Fraunhofer remarqua qu'ils sont toujours composés des mêmes raies élémentaires se suivant dans le même ordre et occcupant les mêmes places dans la série des couleurs. On les retrouve avec tous les prismes et dans toutes les lumières qui viennent du Soleil, soit directement, soit après avoir été diffusées par les nuages ou les planètes. Les résultats changent avec des rayons provenant de sources différentes.

Étant constantes, les raies deviennent des repères excellents pour caractériser les diverses portions du spectre solaire, et l'on peut nommer les principales (*Pl. V, fig.* 1). Fraunhofer désigna les groupes qu'on voit à l'œil nu par les lettres de l'alphabet. Les trois premiers, A, B, C, sont dans le rouge : A à l'extrémité sombre, C près de l'orangé. D occupe la partie la plus brillante du spectre, entre l'orangé et le jaune : c'est une des raies les plus nettes; c'est la plus précieuse à cause de sa situation moyenne. Le jaune en contient trois qui sont très vives; la dernière est désignée par E. Le vert en renferme trois autres, presque équidistantes, dont la moyenne est représentée par F; G se voit entre le bleu et l'indigo. H est très large et termine le violet; on ne la voit que dans l'obscurité complète.

([1]) FRAUNHOFER, *Ann. de Gilbert*, t. LVI, p. 301 (*Mémoires de l'Académie de Munich* pour 1814 et 1815, t. V).

Ces résultats montrent qu'après leur sortie du prisme les rayons sont dans les mêmes conditions physiques que s'ils partaient d'un objet RJV (*fig.* 67) qu'on verrait distinctement à l'œil nu ou avec la lunette, qui serait à une distance de A égale à AS, composé de bandes brillantes et de raies obscures

Fig. 67.



parallèles à la fente, et colorées de teintes variant à l'infini depuis le rouge R jusqu'au violet V.

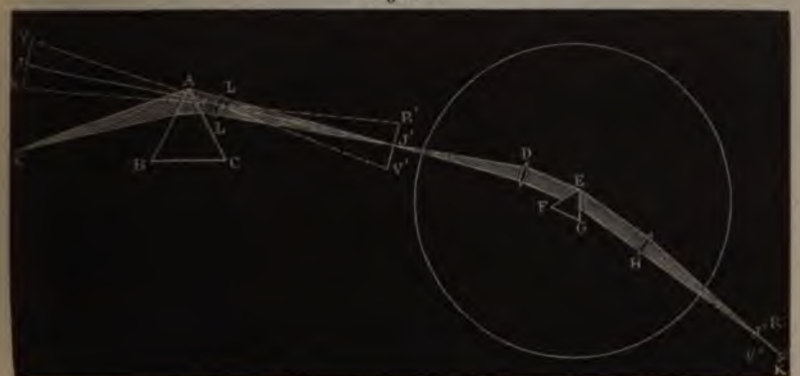
Cette conclusion se confirme en observant le spectre par la troisième méthode, comme le fit Fraunhofer, c'est-à-dire en recevant directement les rayons solaires SA d'abord sur le prisme ABC, ensuite sur une lentille achromatique LL. L'image virtuelle RJV, qu'on voyait avec la lunette et qui se formait à une distance AJ égale à AS, devient réelle en R′V′ au foyer conjugué de RV; et, si on la reçoit sur un écran en R′J′V′, on y distingue les mêmes raies disposées de la même manière dans les mêmes couleurs. Ce procédé permet de les montrer dans les cours publics.

LOI DE RÉFRACTION DE CHAQUE RAIE. — Il faut aller plus loin, prouver que la lumière émise par chacune des bandes brillantes virtuelles de RJV est analogue à celle de l'alcool salé, qu'elle a un indice particulier et qu'elle suit, sous toutes les incidences, la loi de Descartes. Il suffira pour cela de répéter avec chacune de ces lumières les vérifications que nous avons faites à propos de la flamme de l'alcool salé.

Pour cela, on commencera par disposer un spectre réel

en R'J'V' (*fig.* 68), et on le recevra sur le collimateur du cercle divisé qui nous a jusqu'à présent servi. En déplaçant la fente parallèlement à elle-même, on la mettra en coïncidence avec une raie quelconque J', et l'on introduira ainsi dans le collimateur J'D un faisceau divergent, qui sera exclusivement

Fig. 68.



composé de rayons identiques, qui tombera sur le prisme FEG, et dont on observera la déviation par la lunette HK. Or cette lumière ne donne plus de spectre; elle se réfracte en J″ sans se décomposer, comme le faisait celle de l'alcool salé; elle est *simple*. On mesure son indice, et l'on vérifie à son sujet l'exactitude des formules qui donnent δ et x : elle suit donc la loi de Descartes. On trouve que l'indice, et par suite la déviation, augmentent de R' à V'.

SIMPLICITÉ DES TEINTES. — L'expérience vient de montrer qu'en chaque lieu du spectre réel la lumière est simple. Il faut cependant s'entendre sur cette simplicité. Tous les rayons de même réfrangibilité viennent concourir en un même foyer sur une bande dont la largeur est comparable à celle de la fente S. Si donc on considère deux lumières partant de cette fente, et dont les indices soient très peu différents, elles donneront deux foyers qui pourront être en contact et même se superposer partiellement, sans être séparés par une raie obscure. Mais, si on les fait passer à travers 2, 3, ..., n prismes, l'écar-

écartement de leurs images sera multiplié par 2, 3, ..., n, ce qui finira par dédoubler les deux couleurs qui paraissaient confondues après une seule réfraction. Citons un exemple remarquable. La lumière de l'alcool salé apparaît comme un simple trait lumineux quand on la regarde à travers un seul prisme et à l'œil nu. Observée avec une bonne lunette après son passage successif à travers deux ou trois prismes, elle se sépare en deux autres lignes très vives. Il en est de même de la raie obscure D du spectre solaire; elle se dédouble en deux raies principales coïncidant par leur réfrangibilité avec les raies brillantes de l'alcool salé (1), et dans leur intervalle on distingue encore plusieurs autres raies très fines observées d'abord par M. Cooke (2), et dont M. Thollon (3) a fourni le catalogue exact. Ces dernières raies manquent dans le spectre de l'alcool salé.

On voit que la décomposition de la lumière par un seul prisme n'est pas complète, et qu'il est nécessaire de multiplier les réfractions pour résoudre en leurs éléments les groupes de foyers virtuels ou réels, comme on résout les nébuleuses astronomiques en étoiles distinctes. On y emploie un appareil nommé *spectroscope* (*fig.* 69) : la lumière arrive par un collimateur OC; la moitié supérieure de la fente est cachée par un prisme à réflexion totale, qui reçoit la lumière d'un point L placé latéralement, et qui la renvoie dans la direction de l'axe; mais les rayons du Soleil ou d'un luminaire L' pénètrent directement dans la partie inférieure de cette même fente. Cette disposition permet d'obtenir deux spectres superposés, provenant de deux sources différentes, et de comparer les raies qui les composent. En sortant du collimateur, la lumière traverse successivement une série de prismes qui reposent sur une plate-forme horizontale dressée, qu'on amène au minimum de déviation, en les faisant tourner autour d'axes verticaux A, B, C, D, E, H, et qu'on fixe par des vis α, β, γ, ...

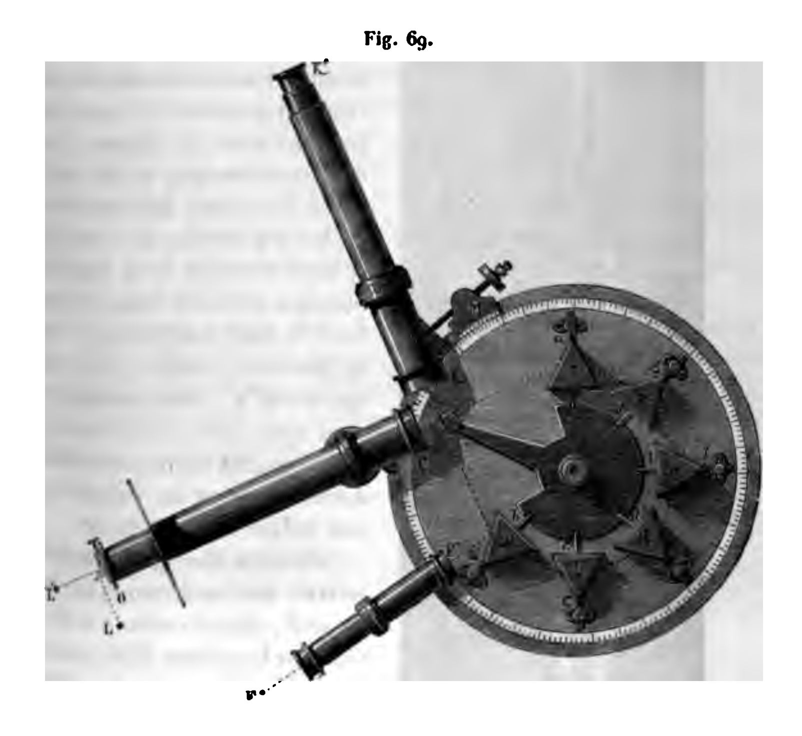
(1) Les raisons de cette coïncidence, signalées pour la première fois par [illegible] ([illegible], p. [illegible]; 1849), seront données dans la suite (voir *Étude des* [illegible]

(2) Cooke, *Ann. de Pogg.*, CXXVIII, p. 298.

(3) Thollon, *Journal de Physique*, 2e série, t. III, p. 5; 1884.

Le faisceau émergent HK est enfin reçu dans une lunette astronomique KK', munie d'un fort grossissement, et qui se meut au moyen d'une vis micrométrique M. Pour rapporter les mesures à des repères fixes, un second collimateur FF'

Fig. 69.



porte un micromètre tracé sur verre; les rayons partis de ce micromètre, se réfléchissant sur la face d'émergence du dernier prisme H, se joignent aux rayons réfractés, et l'observateur voit à la fois les traits du micromètre et les raies obscures. Celles-ci peuvent être reliées à ceux-là. C'est ainsi que M. Kirchhoff (¹) a pu dessiner plus de deux mille raies.

(¹) KIRCHHOFF, *Ann. de Poggendorff*, t. CIX, p. 148, t. CXVIII, p. 94, et *Ann. de Ch. et de Phys.*, 3ᵉ série, t. LVIII (p. 254), et LXVIII, p. 5; 1863. Le Mémoire original *Sur le spectre solaire* est dans les *Abhandl. der Berliner Akademie*, 1861.

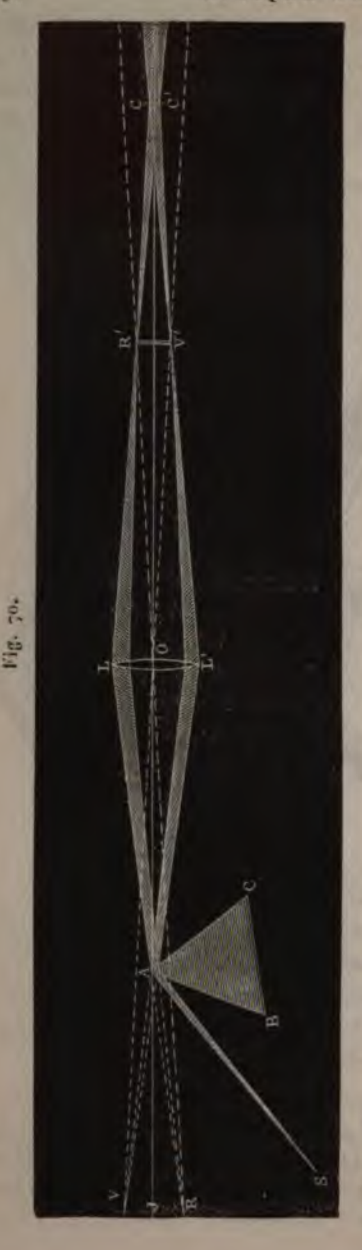


Fig. 70.

COMPOSITION DE LA LUMIÈRE BLANCHE. — Divisons la fente J' en deux moitiés (*fig.* 68); éclairons la partie supérieure par la lumière des nuées, et recevons successivement dans la moitié inférieure toutes les raies du spectre R' V' ; puis regardons avec la lunette qui est astronomique et qui renverse les objets. Nous verrons en bas du champ de vision le spectre complet de la lumière blanche avec ses raies, et en haut le trait indécomposé de la lumière simple prise au spectre R' V'. Nous remarquerons que, sous toutes les incidences, les mêmes raies des deux lumières se voient sur une même ligne verticale.

Cela veut dire qu'en faisant arriver successivement par la fente J', dans la même direction, sur le prisme EFG, toutes les lumières simples du spectre R'V', elles donnent successivement et à leur place tous les éléments du spectre de la lumière blanche ; par conséquent elles reproduiraient ce spectre dans son ensemble si elles arrivaient simultanément de la même fente sur le prisme EFG. D'où Newton a conclu que la lumière blanche n'est autre chose que cette superposition des lu-

mières simples diversement colorées et diversement réfrangibles du spectre.

Pour justifier cette conclusion, il restait à faire la synthèse de la lumière blanche, après en avoir fait l'analyse, c'est-à-dire à montrer qu'on la reproduit avec tous ses caractères, en réunissant en un même point toutes les lumières simples du spectre. Newton institua à ce sujet un très grand nombre d'expériences ([1]); nous nous contenterons, pour le moment, de citer l'épreuve suivante. Ayant préparé, comme de coutume, un spectre RJV (*fig.* 70), on reçoit les rayons sur une lentille LL′ qui donne un spectre réel en R′V′, et un peu plus loin, en CC′, l'image du point A : image commune à tous les rayons qui viennent s'y superposer et qui alors reproduisent la lumière blanche.

Les notions qui précèdent, relativement à la décomposition et à la recomposition de la lumière, nous étaient indispensables pour continuer avec une rigueur suffisante nos études d'Optique géométrique. Nous y reviendrons plus tard avec de plus grands développements, quand nous nous livrerons à l'étude des radiations.

([1]) Voir *Étude des radiations.*

CHAPITRE V.

LENTILLES INFINIMENT MINCES. THÉORIE ÉLÉMENTAIRE DES INSTRUMENTS D'OPTIQUE.

Réfraction par une surface sphérique. — Lentilles. — Lentilles infiniment minces. — Lentilles convergentes et divergentes. — Construction des images. — Centre optique. — Mesure de la distance focale principale. — Aberration de réfrangibilité. — Aberration de sphéricité.

Conditions générales de la vision. — Besicles.

Instruments d'Optique. — Instruments simples. — Combinaisons objectives. — Chambre obscure. — Mégascope. — Méthode générale de projection. — Microscope solaire. — Phares. — Combinaisons oculaires. — Loupe. — Divers modèles.

Instruments composés. — Conditions générales. — Cas des lunettes. — Diaphragme. — Champ. — Réticule. — Axe optique. — Double tirage. — Anneau oculaire. — Grossissement. — Clarté. — Lunette astronomique. — Lunette terrestre. — Lunette de Galilée. — Télescopes de Newton, de Grégori, de Cassegrain, de Foucault.

Microscope. — Conditions physiques. — Conditions mécaniques. — Grossissement. — Microscope binoculaire.

Achromatisme. — Pouvoir dispersif. — Achromatisme des lentilles. — Achromatisme des prismes. — Diasporamètre. — Oculaire d'Huygens. Oculaire positif.

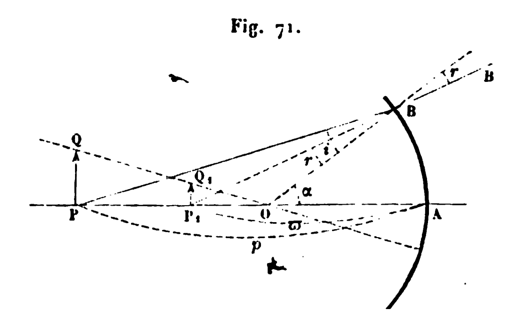
LENTILLES INFINIMENT MINCES.

RÉFRACTION PAR UNE SURFACE SPHÉRIQUE. — Soit (*fig.* 71) une surface sphérique AB, de rayon R, séparant deux milieux dont l'indice relatif est n; nous supposons qu'elle est limitée à une zone de faible ouverture, ayant pour axe OA, et nous nous proposons d'étudier la réfraction d'un cône de rayons ayant pour sommet un point P de l'axe. Nous désignerons la distance PA par p, et nous la compterons positivement quand

le point P est situé dans le premier milieu, négativement quand il est situé dans le second.

Un rayon incident PB, faisant avec la normale OB l'angle i, se réfracte suivant BB' et vient rencontrer l'axe en un point

Fig. 71.



P_1. Nous désignerons la distance P_1A par ϖ. Les quantités ϖ et R sont considérées comme positives quand elles sont dans la direction des p positifs, négatives dans la direction des p négatifs.

La loi de la réfraction fournit la relation

$$\sin i = n \sin r. \tag{1}$$

Les triangles OPB, OP_1B donnent d'autre part, en désignant par α l'angle AOB,

$$\sin i = \frac{\overline{PO} \sin\alpha}{\overline{PB}}, \qquad \sin r = \frac{\overline{P_1O} \sin\alpha}{\overline{PB}}. \tag{2}$$

En combinant les équations (1) et (2), on obtient

$$(3) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{\overline{PO}}{\overline{P_1O}} = n \frac{\overline{PB}}{\overline{P_1B}} &= n \sqrt{\frac{\overline{PO}^2 + R^2 + 2\overline{PO}.R\cos\alpha}{\overline{P_1O}^2 + R^2 + 2\overline{P_1O}\cos\alpha}}, \\ &= n \sqrt{\frac{\overline{PA}^2 - 2\overline{PO}.R(1-\cos\alpha)}{\overline{P_1A}^2 - 2\overline{P_1O}.R(1-\cos\alpha)}}. \end{aligned} \right.$$

Cette relation détermine la position du point P_1, quand on connaît celle du point P et l'angle α. Elle est rigoureuse, et l'on en déduit que les rayons issus d'un point unique et ré-

colorée d'une infinité de teintes de R en V. Cette image est le *spectre solaire*. Elle offre d'abord en R un rouge sombre qui s'éclaire peu à peu en même temps que sa couleur passe insensiblement à une teinte orangée; à son tour et par une dégradation continue, cet orangé se transforme en jaune, le jaune en vert, le vert en bleu, après quoi viennent l'indigo et le violet. Le spectre nous offre ainsi une succession de couleurs distinctes en nombre infini; mais, comme on ne peut les nommer toutes, on les a rapportées aux sept types principaux dont les noms suivent et qui sont rangés par ordre de déviation croissante : *rouge, orangé, jaune, vert, bleu, indigo, violet.*

RAIES DU SPECTRE. — En voyant la dilatation que le faisceau solaire éprouve dans le sens RV, Newton a admis que les diverses couleurs dont il est question étaient superposées et confondues dans le rayon incident, et qu'elles se séparent en traversant le prisme, parce qu'elles sont diversement réfrangibles et inégalement déviées. Mais, si l'on veut démontrer rigoureusement cette conclusion, il faut observer le spectre par l'un des trois procédés que nous avons fait connaître (p. 84*) : c'est ce que Wollaston (¹) fit le premier. Il fit passer la lumière des nuées à travers une fente verticale très mince et, plaçant l'œil à la distance de la vision distincte, il regarda cette fente à travers un prisme, également vertical, qui lui imprimait la déviation minimum. Dans ces conditions, le foyer virtuel du prisme est à la même distance de l'œil pour toutes les couleurs (p. 84). Wollaston vit donc un spectre virtuel offrant les mêmes successions de teintes que celui de Newton, mais il reconnut distinctement au milieu d'elles un petit nombre de raies noires qui semblaient séparer les couleurs par des traits verticaux, et qui étaient irrégulièrement distribuées, depuis le rouge jusqu'au violet; elles constituaient des groupes qu'on reconnaissait aisément et où elles occupaient chacune une place fixe. Wollaston n'eut pas l'idée d'employer une lunette pour les mieux observer, et il ne comprit pas l'importance de sa découverte. Quinze ans après, un opticien de Munich, Fraun-

(¹) WOLLASTON, *Transactions philosophiques*, 1802.

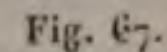
hofer ([1]), retrouva ces mêmes raies qu'on avait oubliées, et en fit l'objet d'une étude remarquable.

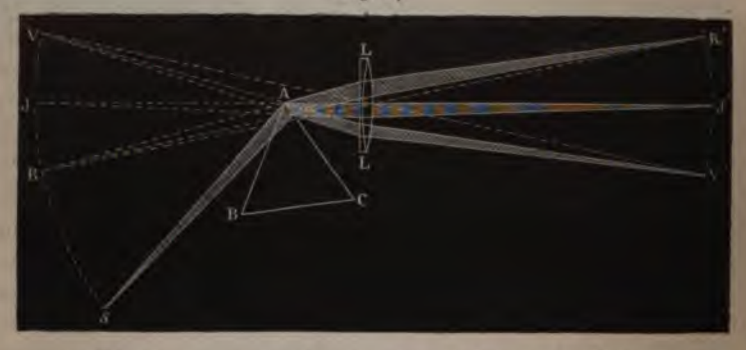
L'appareil qu'il employait était un cercle semblable à celui que nous avons décrit (*fig.* 63). Le prisme AFG y était fixé de la même manière; il était tourné au minimum de la déviation; le collimateur et la lunette étaient disposés comme précédemment, et cette lunette avait été préalablement pointée sur la fente à travers le collimateur. Dans ces conditions, Fraunhofer observa, non pas quelques raies, mais un nombre considérable de lignes noires très fines, distinctes, parallèles aux arêtes; il en compta plus de six cents. Elles ne sont pas égales en grosseur, ni placées à des distances régulières; elles se pressent à certains endroits pour s'écarter en d'autres, sans aucun ordre apparent. En étudiant attentivement la disposition des groupes principaux, Fraunhofer remarqua qu'ils sont toujours composés des mêmes raies élémentaires se suivant dans le même ordre et occcupant les mêmes places dans la série des couleurs. On les retrouve avec tous les prismes et dans toutes les lumières qui viennent du Soleil, soit directement, soit après avoir été diffusées par les nuages ou les planètes. Les résultats changent avec des rayons provenant de sources différentes.

Étant constantes, les raies deviennent des repères excellents pour caractériser les diverses portions du spectre solaire, et l'on peut nommer les principales (*Pl.* V, *fig.* 1). Fraunhofer désigna les groupes qu'on voit à l'œil nu par les lettres de l'alphabet. Les trois premiers, A, B, C, sont dans le rouge : A à l'extrémité sombre, C près de l'orangé. D occupe la partie la plus brillante du spectre, entre l'orangé et le jaune : c'est une des raies les plus nettes; c'est la plus précieuse à cause de sa situation moyenne. Le jaune en contient trois qui sont très vives; la dernière est désignée par E. Le vert en renferme trois autres, presque équidistantes, dont la moyenne est représentée par F; G se voit entre le bleu et l'indigo. H est très large et termine le violet; on ne la voit que dans l'obscurité complète.

([1]) Fraunhofer, *Ann. de Gilbert*, t. LVI, p. 301 (*Mémoires de l'Académie de Munich* pour 1814 et 1815, t. V).

Ces résultats montrent qu'après leur sortie du prisme les rayons sont dans les mêmes conditions physiques que s'ils partaient d'un objet RJV (*fig.* 67) qu'on verrait distinctement à l'œil nu ou avec la lunette, qui serait à une distance de A égale à AS, composé de bandes brillantes et de raies obscures


Fig. 67.



parallèles à la fente, et colorées de teintes variant à l'infini depuis le rouge R jusqu'au violet V.

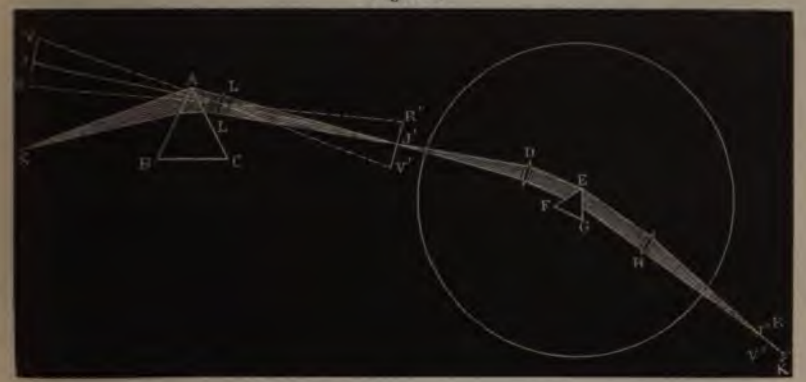
Cette conclusion se confirme en observant le spectre par la troisième méthode, comme le fit Fraunhofer, c'est-à-dire en recevant directement les rayons solaires SA d'abord sur le prisme ABC, ensuite sur une lentille achromatique LL. L'image virtuelle RJV, qu'on voyait avec la lunette et qui se formait à une distance AJ égale à AS, devient réelle en R′V′ au foyer conjugué de RV; et, si on la reçoit sur un écran en R′J′V′, on y distingue les mêmes raies disposées de la même manière dans les mêmes couleurs. Ce procédé permet de les montrer dans les cours publics.

LOI DE RÉFRACTION DE CHAQUE RAIE. — Il faut aller plus loin, prouver que la lumière émise par chacune des bandes brillantes virtuelles de RJV est analogue à celle de l'alcool salé, qu'elle a un indice particulier et qu'elle suit, sous toutes les incidences, la loi de Descartes. Il suffira pour cela de répéter avec chacune de ces lumières les vérifications que nous avons faites à propos de la flamme de l'alcool salé.

Pour cela, on commencera par disposer un spectre réel

en R'J'V' (*fig.* 68), et on le recevra sur le collimateur du cercle divisé qui nous a jusqu'à présent servi. En déplaçant la fente parallèlement à elle-même, on la mettra en coïncidence avec une raie quelconque J', et l'on introduira ainsi dans le collimateur J'D un faisceau divergent, qui sera exclusivement

Fig. 68.



composé de rayons identiques, qui tombera sur le prisme FEG, et dont on observera la déviation par la lunette HK. Or cette lumière ne donne plus de spectre; elle se réfracte en J" sans se décomposer, comme le faisait celle de l'alcool salé; elle est *simple*. On mesure son indice, et l'on vérifie à son sujet l'exactitude des formules qui donnent δ et x : elle suit donc la loi de Descartes. On trouve que l'indice, et par suite la déviation, augmentent de R' à V'.

SIMPLICITÉ DES TEINTES. — L'expérience vient de montrer qu'en chaque lieu du spectre réel la lumière est simple. Il faut cependant s'entendre sur cette simplicité. Tous les rayons de même réfrangibilité viennent concourir en un même foyer sur une bande dont la largeur est comparable à celle de la fente S. Si donc on considère deux lumières partant de cette fente, et dont les indices soient très peu différents, elles donneront deux foyers qui pourront être en contact et même se superposer partiellement, sans être séparés par une raie obscure. Mais, si on les fait passer à travers 2, 3, ..., n prismes, l'écar-

tement de leurs images sera multiplié par 2, 3, ..., n, ce qui finira par dédoubler les deux couleurs qui paraissaient confondues après une seule réfraction. Citons un exemple remarquable. La lumière de l'alcool salé apparaît comme un simple trait lumineux quand on la regarde à travers un seul prisme et à l'œil nu. Observée avec une bonne lunette après son passage successif à travers deux ou trois prismes, elle se sépare en deux autres lignes très vives. Il en est de même de la raie obscure D du spectre solaire; elle se dédouble en deux raies principales coïncidant par leur réfrangibilité avec les raies brillantes de l'alcool salé ([1]), et dans leur intervalle on distingue encore plusieurs autres raies très fines observées d'abord par M. Cooke ([2]), et dont M. Thollon ([3]) a fourni le catalogue exact. Ces dernières raies manquent dans le spectre de l'alcool salé.

On voit que la décomposition de la lumière par un seul prisme n'est pas complète, et qu'il est nécessaire de multiplier les réfractions pour résoudre en leurs éléments les groupes de foyers virtuels ou réels, comme on résout les nébuleuses astronomiques en étoiles distinctes. On y emploie un appareil nommé *spectroscope* (*fig.* 69) : la lumière arrive par un collimateur OC; la moitié supérieure de la fente est cachée par un prisme à réflexion totale, qui reçoit la lumière d'un point L placé latéralement, et qui la renvoie dans la direction de l'axe; mais les rayons du Soleil ou d'un luminaire L′ pénètrent directement dans la partie inférieure de cette même fente. Cette disposition permet d'obtenir deux spectres superposés, provenant de deux sources différentes, et de comparer les raies qui les composent. En sortant du collimateur, la lumière traverse successivement une série de prismes qui reposent sur une plate-forme horizontale dressée, qu'on amène au minimum de déviation, en les faisant tourner autour d'axes verticaux A, B, C, D, E, H, et qu'on fixe par des vis α, β, γ, ...

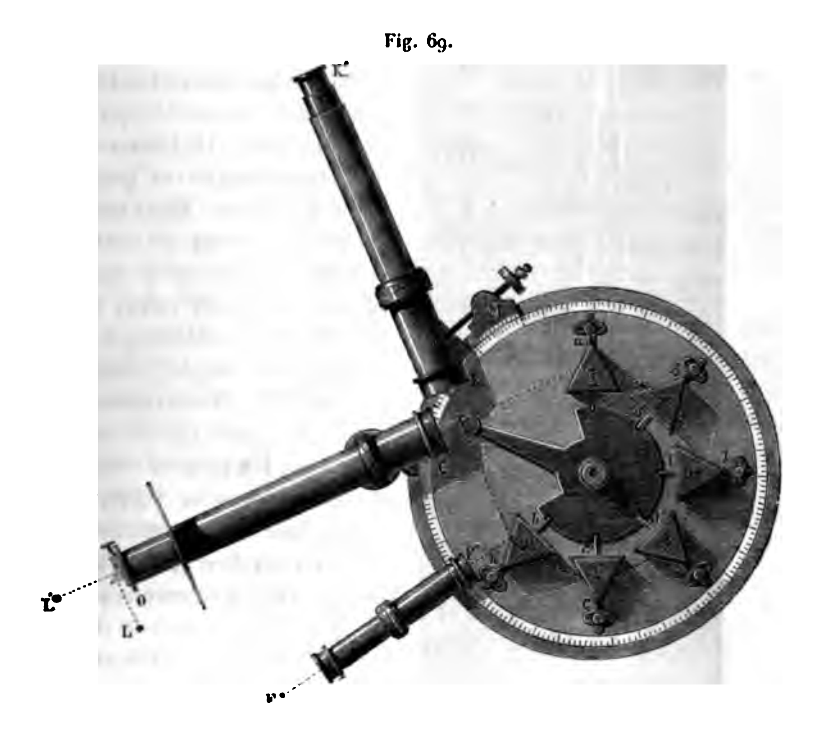
([1]) Les raisons de cette coïncidence, signalées pour la première fois par Foucault (*l'Institut*, p. 49; 1849), seront données dans la suite (voir *Étude des radiations*).

([2]) Cooke, *Ann. de Pogg.*, CXXVIII, p. 298.

([3]) Thollon, *Journal de Physique*, 2e série, t. III, p. 5; 1884.

Le faisceau émergent HK est enfin reçu dans une lunette astronomique KK', munie d'un fort grossissement, et qui se meut au moyen d'une vis micrométrique M. Pour rapporter les mesures à des repères fixes, un second collimateur FF'

Fig. 69.



porte un micromètre tracé sur verre; les rayons partis de ce micromètre, se réfléchissant sur la face d'émergence du dernier prisme H, se joignent aux rayons réfractés, et l'observateur voit à la fois les traits du micromètre et les raies obscures. Celles-ci peuvent être reliées à ceux-là. C'est ainsi que M. Kirchhoff (1) a pu dessiner plus de deux mille raies.

(1) Kirchhoff, *Ann. de Poggendorff*, t. CIX, p. 148, t. CXVIII, p. 94, et *Ann. de Ch. et de Phys.*, 3e série, t. LVIII (p. 254), et LXVIII, p. 5; 1863. Le Mémoire original *Sur le spectre solaire* est dans les *Abhandl. der Berliner Akademie*, 1861.

ou positif avec des valeurs supérieures à R′, d'où les lentilles biconvexe, plan-convexe et le ménisque convergent (1, 2, 3, *fig.* 78). Les autres cas fournissent les mêmes lentilles retournées; et, comme on peut changer R en — R′ et R′ en — R sans changer la valeur de f, l'action de ces lentilles ne se trouvera pas modifiée.

En introduisant la distance focale principale f dans l'équation (9), elle devient

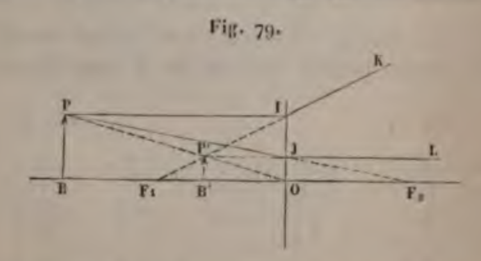
$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f} \tag{11}$$

et ne diffère plus de la formule des miroirs sphériques que par le signe de p ([1]).

Remarquons maintenant que, quand un objet est situé dans un plan perpendiculaire à l'axe d'une lentille, la réfraction opérée à la première surface fournit une image entièrement comprise dans un second plan perpendiculaire à l'axe; il en est de même de l'image fournie par la seconde réfraction. Aux foyers conjugués sur l'axe correspondent ainsi des plans focaux conjugués, ce qui complète l'analogie des lentilles infiniment minces avec les miroirs sphériques.

CONSTRUCTION DES IMAGES. — La construction des images peut être réalisée très simplement au moyen des foyers. Soit PB (*fig.* 79) un petit objet linéaire perpendiculaire à l'axe : le

Fig. 79.



rayon PI parallèle à l'axe se réfracte de telle sorte que sa di-

([1]) On peut faire disparaître cette divergence par une convention particulière sur les signes, très usitée dans l'enseignement élémentaire, et consistant à compter p' positivement en sens contraire de p; on convient en outre de

rection passe par le foyer F_1 correspondant [1]; le rayon PJ, dirigé vers le second foyer, émerge parallèlement à l'axe; la rencontre des deux rayons réfractés IF, JK détermine l'image P' du point P; P'B' est l'image de PB.

Le rapport de grandeur de l'image à l'objet est facile à trouver : les triangles IF_1O, $P'F_1B'$ donnent

$$\frac{\overline{P'B'}}{\overline{PB}} = \frac{\overline{F_1B'}}{\overline{F_1O}} = \frac{f-p'}{f};$$

mais on tire de (11)

$$\frac{f-p'}{f} = \frac{f}{f+p} = \frac{p'}{p},$$

d'où

(12) $$\frac{\overline{P'B'}}{\overline{PB}} = \frac{p'}{p}.$$

Quand ce rapport est positif, l'image est droite; quand il est négatif, elle est renversée.

Centre optique. — Il résulte de l'équation (12) que la droite PP' passe par le point O. Ce point s'appelle *centre optique*, et tout rayon tel que POP' s'appelle *axe secondaire de la lentille*. On emploie souvent pour la construction des images le rayon POP' *sans déviation*, concurremment avec l'un des rayons PI ou PJ.

Les Tableaux ci-joints résument la discussion des formules (11) et (12) pour le cas des lentilles convergentes ou divergentes. Les figures qui suivent (*fig.* 80, 81 et 82) donnent des exemples de la marche des rayons à travers les lentilles dans les cas les plus usuels :

1° *Lentilles convergentes* $\left(f \text{ est négatif} = -F;\ \text{de sorte que } \frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = -\frac{1}{F}\right)$.

---

considérer comme positive la distance focale des lentilles convergentes, comme négative celle des lentilles divergentes. Cette convention est complétée par une autre relative aux rayons de courbure, lesquels sont comptés positivement quand ils sont disposés comme dans une lentille biconvexe.

[1] Situé du même côté si la lentille est divergente, du côté opposé si elle est convergente.

une surface sphérique d'ouverture finie ne cou-
xe exactement au même point. Il n'y a pas de foyer,
ustique, comme pour les miroirs.
, si l'angle α demeure assez petit pour qu'on puisse
négligi quantités de l'ordre de α^2, la relation (3) se réduit à

$$\frac{PO}{P_1O} = n\frac{PA}{P_1A}$$

ou

$$(4) \qquad \frac{p-R}{\varpi-R} = n\frac{p}{\varpi},$$

qu'on écrit habituellement

$$(4\ bis) \qquad \frac{n}{\varpi} - \frac{1}{p} = \frac{n-1}{R}.$$

Il est à remarquer que cette formule est générale, que le point P soit réel ou virtuel, et la surface sphérique concave ou convexe. Il suffit d'attribuer à p et à R le signe qui leur convient : la formule (4 *bis*) détermine ϖ en grandeur et en signe.

Rapport de grandeur de l'image à l'objet. — La même formule s'applique encore, au même degré d'approximation, à tout point Q situé en dehors de l'axe de la zone et, par suite, l'image P_1Q_1 d'une petite droite PQ, perpendiculaire à l'axe OA, est aussi une droite perpendiculaire à l'axe. Le rapport de grandeur de l'image à l'objet ou le grossissement est

$$\frac{\overline{P_1Q_1}}{\overline{PQ}} = \frac{\overline{P_1O}}{\overline{PO}} = \frac{\varpi-R}{p-R},$$

ou, d'après l'équation (4),

$$(5) \qquad \frac{\overline{P_1Q_1}}{\overline{PQ}} = \frac{\varpi}{np}.$$

Suivant que ce rapport est positif ou négatif, l'image est droite ou renversée.

Nous poserons $\frac{nR}{n-1} = \varphi'$; la formule (4) prend alors la forme

$$(6) \qquad \frac{1}{\varpi} - \frac{1}{np} = \frac{1}{\varphi'}.$$

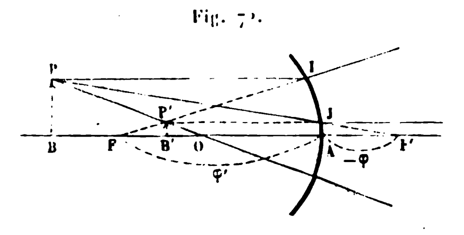
Quand on fait $p = \pm \infty$, c'est-à-dire quand les rayons incidents forment dans le premier milieu un faisceau parallèle à l'axe, on a $\varpi = \varphi'$. Suivant que φ' est négatif ou positif, le foyer de ces rayons est réel ou virtuel.

Supposons notamment que $R > 0$, c'est-à-dire que la surface sphérique est concave vers le milieu le moins réfringent; φ' est positif, et la discussion des formules (4) et (5) conduit aux résultats résumés dans le Tableau suivant :

OBJET.	p.	ϖ.	$\frac{\varpi}{np}$.	IMAGE.	
Réel......	∞	$\varphi' = \frac{nR}{n-1}$	0	Virtuelle.	Droite et rapetissée.
	R	R	$\frac{1}{n}$		
	0	0	1	Réelle.	Droite et agrandie.
Virtuel ...	$-\frac{R}{n-1} = \varphi$	$\pm\infty$	$\pm\infty$	Virtuelle.	Renversée et agrandie.
	$-\frac{2R}{n-1}$	$\frac{2nR}{n-1}$	-1		
	$-\infty$	$\frac{nR}{n-1}$	-0		Renversée et rapetissée.

Remarquons ce qui se produit pour $p = -\frac{R}{n-1}$, c'est-à-dire pour un faisceau convergent dont le sommet est situé à une distance $\frac{R}{n-1}$ en arrière du point A; le faisceau réfracté

Fig. 72.



est parallèle à l'axe. Réciproquement, si l'on considère des rayons parallèles à l'axe dans le second milieu, ils se réfractent

mineux de la lentille jusqu'à ce que les rayons émergents soient parallèles. On reconnaît que cette condition est réalisée d'une manière rigoureuse, en disposant au delà de la lentille une lunette réglée pour la vision à l'infini [1]. Quand le point lumineux est au foyer de la lentille, il devient nettement visible à travers le système formé par la lentille et la lunette braquée à l'infini.

Pour des lentilles de foyer médiocre, on préfère souvent mesurer les distances p et p' d'un objet lumineux et de son image réelle à la lentille et calculer f par la formule

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f}.$$

A cet effet on emploie avec avantage le focomètre de Silbermann. Cet appareil (*fig.* 84) est formé d'un support que l'on fixe sur le banc d'optique et dans lequel on monte la lentille à essayer; deux autres supports, mobiles sur le banc d'optique, portent deux diaphragmes en verre dépoli D, D' (*fig.* 83) portant une division opaque parfaitement identique, l'une sur sa moitié supérieure, l'autre sur sa moitié inférieure. Le diaphragme D est éclairé par une lampe dont la lumière est concentrée par une lentille B, et l'on regarde D' à travers la loupe A.

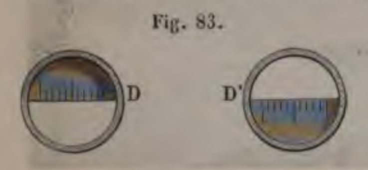


Fig. 83.

L'opérateur agit sur une vis de rappel qui commande à la fois les supports des deux diaphragmes et permet de les approcher ou de les éloigner de la lentille L, mais de telle façon qu'elles demeurent à des distances égales par rapport à celle-ci. Il y a toujours une position pour laquelle l'image très nette de D, fournie par L, se superpose à D', de telle sorte que les divisions de l'image se confondent avec celles de l'objet : alors les distances DL, D'L sont égales à $2f$.

2° *Lentilles divergentes*. — On peut employer la formule des lentilles, en adjoignant à la lentille divergente de foyer x que l'on veut mesurer une lentille convergente de foyer f,

[1] Voir ci-dessous *Lunette astronomique*.

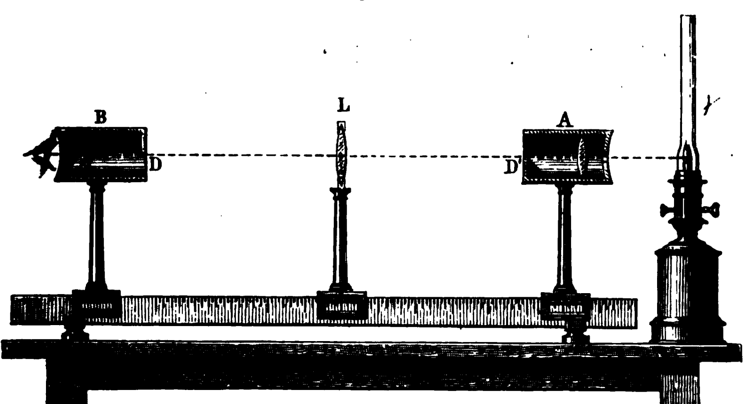
telle que le système fournisse une image réelle d'un objet réel. Si les lentilles se touchent, leur ensemble équivaut à une lentille convergente de foyer φ, tel que

$$\frac{1}{\varphi}=\frac{1}{f}-\frac{1}{x}$$

que l'on mesurera, ainsi que f, par l'une des méthodes ci-dessus indiquées.

On se borne souvent à couvrir la lentille divergente d'un carton, sauf deux points I et I' (*fig.* 75, p. 101*), et à l'exposer

Fig. 84.



aux rayons solaires. On reçoit les rayons réfractés sur un écran DD' qu'on éloigne jusqu'à ce que leur écart soit double de celui des points I et I'. Alors la distance de l'écran à la lentille est égale à la distance focale cherchée.

Aberration de réfrangibilité. — Les formules qui nous ont servi dans ce Chapitre ne s'appliquent qu'au cas d'une lumière homogène. Mais si l'on emploie de la lumière blanche, il y a autant de valeurs de la distance focale f que d'espèces de rayons.

On a d'une manière générale

$$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{R'}\right);$$

mais l'i e n_r des rayons rouges étant plus petit que l'indice n_v des ons violets, on voit que le foyer f_r sera plus éloign a lentille que f_v (*fig.* 85).

Fig. 85.

La distance $f_r - f_v$ peut être prise pour mesure de l'aberration de réfrangibilité ([1]). Elle est d'autant plus grande que la matière de la lentille possède un plus grand pouvoir dispersif, et que ses rayons de courbure sont plus considérables.

Si l'on place un écran au foyer des rayons violets, la lumière réfractée par la lentille dessinera sur l'écran un cercle à centre blanc et à bords rouges; tandis que, sur un écran placé au foyer rouge, on obtiendra un cercle à centre blanc et à bords violets.

En général, l'image d'un point lumineux se trouve entourée d'irisations qui deviennent particulièrement nuisibles à la netteté des images dans le cas des grandes lentilles, telles que les objectifs non achromatisés.

ABERRATION DE SPHÉRICITÉ. — Il faut encore remarquer que, dans notre étude géométrique des lentilles infiniment minces,

---

([1]) Pour une lentille de crown de 5^m de foyer moyen (raie D), on trouve que la distance focale est pour le rouge (raie B)

$$f_B = 5^m,0357$$

et pour le violet (raie H)

$$f_H = 4^m,84467.$$

L'aberration entre B et H a donc pour valeur

$$f_B - f_H = 0^m,19103$$

ou environ $0^m,19$.

nous nous sommes bornés à une première approximation, et qu'il y a eu lieu de déterminer expérimentalement si les images sont d'une netteté suffisante.

Le calcul complet des aberrations est long et difficile. Nous nous bornerons à calculer l'aberration longitudinale principale pour une surface réfringente unique.

L'équation des foyers conjugués, exacte aux quantités près de l'ordre de la quatrième puissance de la demi-ouverture $\theta > \alpha$, est

$$(1\ bis)\quad \frac{n}{\varpi} - \frac{1}{p} = \frac{n-1}{R} + \frac{n-1}{2n^2}\left(\frac{1}{R} - \frac{n+1}{p}\right)\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{p}\right)^2 R^2\alpha^2.$$

Pour $\alpha = 0$, c'est-à-dire pour les rayons centraux, on a rigoureusement

$$\frac{n}{\varpi} - \frac{1}{p} = \frac{n-1}{R}.$$

Pour les rayons marginaux, il faut remplacer dans la formule (1 *bis*) α par la demi-ouverture θ.

En faisant $p = \infty$, on tire de (1 *bis*) la valeur de ϖ dont on retranchera $\frac{nR}{n-1}$; on obtiendra ainsi la valeur de l'aberration longitudinale principale λ

$$\lambda = -\frac{R\theta^2}{2n(n-1)};$$

λ est de l'ordre de grandeur de θ^2, et son expression est exacte aux quantités près de l'ordre de θ^4 (1).

L'aberration longitudinale est nulle quand le dernier terme du second membre de (1 *bis*) est nul, c'est-à-dire pour les deux positions du point lumineux correspondant à

$$p = R \qquad \text{et} \qquad p = (n+1)R.$$

---

(1) Soient $R = -\frac{10^m}{3}$, $n = \frac{3}{2}$. Le foyer des rayons centraux est à 10^m en arrière de la surface réfringente; l'aberration λ a pour valeur $0^m,006092$ pour une ouverture de 3°, et $0^m,6092$ pour une ouverture de 30°. Le foyer des rayons marginaux est plus voisin de la surface que le foyer des rayons centraux.

Dans le premier cas, le point lumineux est au centre de la surface réfringente; on démontrera sans peine géométriquement (1) que l'aberration est identiquement nulle pour la seconde position du point lumineux.

Un calcul analogue au précédent, appliqué à une lentille infiniment mince, serait sans grand intérêt; car, au second degré d'approximation, on doit nécessairement tenir compte de l'épaisseur des lentilles. La théorie fournit pour les lentilles épaisses des formules trop compliquées pour trouver place ici.

Elles montrent que les lentilles plan-convexes, tournant leur convexité aux rayons incidents, sont en général plus avantageuses, au point de vue des aberrations, que les lentilles biconvexes et les ménisques de même foyer, et que deux lentilles plan-convexes, se tournant leur convexité, peuvent fournir un système très convergent, avec des aberrations modérées.

INSTRUMENTS D'OPTIQUE.

CONDITIONS GÉNÉRALES DE LA VISION. — Ce n'est pas ici le lieu de faire l'étude complète de l'œil. Il suffira de rappeler que la vision est liée à la formation d'une image réelle et renversée des objets, produite sur la rétine par l'action des milieux de l'œil. Ces milieux, la cornée transparente, l'humeur aqueuse, le cristallin, l'humeur vitrée, terminés par des surfaces sphériques possédant un même axe, constituent un système optique

---

(1) On a alors (*fig.* 71, p. 95*)

$$\overline{PO} = p - R = nR, \qquad \frac{\overline{PO}}{R} = n = \frac{\sin i}{\sin(\alpha - i)};$$

d'où

(1) $$\alpha - i = r.$$

D'ailleurs,

$$\frac{\overline{P'O}}{R} = \frac{\sin r}{\sin(\alpha - r)}$$

ou, d'après (1),

$$\frac{\overline{P'O}}{R} = \frac{\sin r}{\sin i} = \frac{1}{n},$$

c'est-à-dire

$$\overline{P'O} = \frac{R}{n}.$$

Le point P' est donc fixe quel que soit α.

disposé de manière à fournir sur la rétine une image nette des objets placés en avant de l'œil à une distance convenable.

Mais ce qui distingue l'œil d'un système optique invariable, c'est la faculté de l'*accommodation*. L'objet regardé peut se déplacer entre certaines limites; l'œil dirigé volontairement sur cet objet subit des modifications intérieures, telles que l'image se forme toujours sur la rétine : c'est surtout le cristallin dont les courbures se modifient, de manière à produire la variation voulue du foyer du système.

Les diverses vues diffèrent principalement par la valeur normale de leur distance focale principale ([1]) et d'une manière secondaire par l'amplitude de leur accommodation. On se borne habituellement à classer les diverses vues d'après la valeur du premier élément.

Une vue *normale* à l'état de repos est accommodée pour l'infini; mais, par une action volontaire, elle est capable de s'accommoder entre une distance minimum de l'objet égale au moins à 20^{cm} ou 30^{cm} jusqu'à l'infini. Une vue *presbyte* ne diffère d'une normale que par la valeur plus grande (50^{cm} au moins) de la *distance minimum de la vision distincte*.

Une vue *myope* s'accommode entre deux distances finies, l'une minimum, l'autre maximum, et c'est pour cette dernière que l'œil est naturellement accommodé. Pour la plupart des vues myopes, la distance minimum de la vision distincte est plus faible que pour les vues normales.

Enfin, une vue *hypermétrope* est une vue naturellement accommodée pour des faisceaux lumineux, plus ou moins convergents, c'est-à-dire pour des points lumineux virtuels ([2]).

BESICLES. — On remédie aux défauts de la vue au moyen de verres convergents ou divergents qu'on place devant l'œil de

---

([1]) On peut entendre par là celle qui conviendrait à une surface sphérique coïncidant avec la cornée transparente, et séparant l'air d'un milieu oculaire fictif destiné à remplacer les divers milieux de l'œil, et dont l'indice serait déterminé par la condition que le point conjugué du point regardé et vu sans aucun effort d'accommodation coïncide avec la rétine.

([2]) Dans ce qui suit nous entendons par *position de l'œil* la position du premier *point nodal* de l'organe visuel. Voir au Chapitre suivant.

manière à en modifier la distance focale normale. Les myopes doivent, pour voir les objets éloignés, se munir de besicles divergentes qui substituent à ces objets des images plus rapprochées de l'œil; si l'on choisit ces besicles telles que la limite supérieure de la vision distincte soit à l'infini, la limite inférieure se trouve reculée aussi, et, suivant l'étendue du pouvoir d'accommodation, la vue exercée par l'intermédiaire des besicles devient normale ou presbyte; si l'on exagérait la divergence des besicles, la vue deviendrait hypermétrope.

Les personnes hypermétropes doivent à leur tour employer des besicles convergentes et acquièrent une vision normale ou myope; les presbytes non hypermétropes emploient des verres convergents et leur vue jouit alors des propriétés de la vue myope.

INSTRUMENTS D'OPTIQUE. — Les instruments d'optique sont destinés à modifier les conditions de la vision des objets, en leur substituant des images, soit réelles, soit virtuelles, dans des conditions plus favorables que celles où se trouvent les objets eux-mêmes. On les dispose en général de façon que ces images, placées à une distance où peut s'effectuer la vision distincte, sous-tendent un angle visuel le plus grand possible.

Les instruments qui fournissent des images réelles des objets peuvent être désignés sous le nom d'*instruments objectifs;* on appelle *instruments oculaires* ceux qui, comme les besicles, fournissent des images virtuelles. Ce sont deux sortes d'éléments qu'il convient d'étudier à part. On les réunit de diverses manières dans des appareils moins simples, pouvant à volonté produire les deux sortes d'images, et qu'on appelle *instruments composés*. Nous étudierons ces derniers en troisième lieu.

1° INSTRUMENTS SIMPLES.

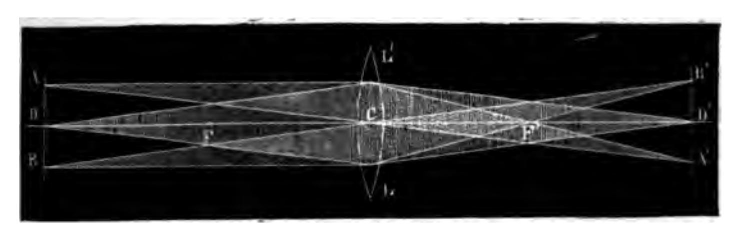
I. **COMBINAISONS OBJECTIVES**. — Nous connaissons deux sortes d'organes simples fournissant des images réelles des objets réels : les miroirs concaves et les lentilles convergentes. L'objet doit être placé à une distance de l'appareil supérieure à sa distance focale principale f; si elle est comprise entre f et

$2f$, l'image est agrandie; elle est rapetissée quand cette distance est comprise entre $2f$ et $+\infty$.

Les lentilles sont susceptibles de fournir les combinaisons objectives les plus variées.

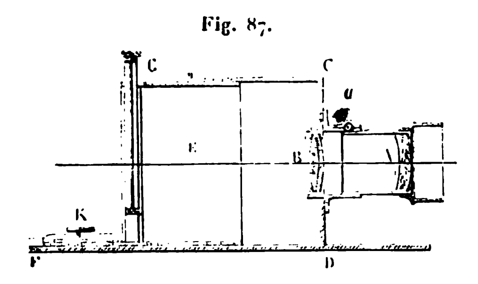
CHAMBRE OBSCURE. — Plaçons une lentille LL′ au volet d'une chambre obscure; les objets extérieurs AB (*fig.* 86) formeront leur image renversée au foyer conjugué A′B′; et, si l'on place un écran en A′B′, il diffusera cette image qui deviendra visible de tous les points placés en avant.

Fig. 86.



La chambre obscure (¹) est l'appareil essentiel de la Photographie; le modèle adopté (*fig.* 87) se compose d'une lentille achromatique B qui est fixe et d'une seconde A qui est mobile au moyen d'un pignon *a*. En superposant ces deux lentilles, on diminue la distance focale, puisqu'elles ajoutent leur convergence; et, en faisant mouvoir l'une d'elles, on change un peu cette distance, ce qui permet de mettre l'image exactement au

Fig. 87.

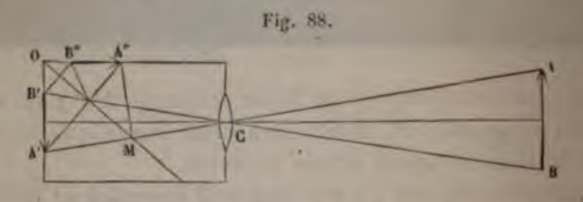


(¹) Imaginée par J.-B. Porta, *Magia naturalis*. Neapoli, 1558.

point. La caisse est composée de deux parties, l'une CD qui est immobile, l'autre E qui entre dans CD en glissant dans une coulisse; elle se fixe à l'endroit voulu par une vis K. Enfin, en G est une glace dépolie sur laquelle on voit se peindre l'image des objets extérieurs, glace qu'on enlève à volonté et qu'on remplace au moment de l'opération par le châssis contenant la plaque impressionnable.

Avant l'invention de la Photographie, on dessinait sur le verre G l'image des objets en suivant leur contour avec un crayon. Il était important de redresser ces images. On y parvenait de diverses manières; la plus simple était de les rendre horizontales en disposant au fond de la chambre une glace OM inclinée à 45° (*fig.* 88). L'image ne se formait pas en B'A',

Fig. 88.



mais en A''B'', comme un dessin étalé sur une table horizontale, et il dépendait de l'observateur de se placer convenablement pour la voir droite.

MÉGASCOPE. — Si l'on met un objet quelconque en AB (*fig.* 89) tout près du foyer de la lentille, qu'on l'éclaire vivement par le soleil après l'avoir renversé, il donnera, sur le fond de la chambre obscure, une image redressée A'B', très grossie et par conséquent moins éclairée. Cet instrument se nomme *mégascope*.

MÉTHODE GÉNÉRALE DE PROJECTION. — Tout objet transparent ou translucide peut donner à travers une lentille une image agrandie et réelle qu'on projette sur un écran. La disposition est en général la suivante (*fig.* 89). LL' est une première lentille très convergente qui est destinée à concentrer en B'A', soit les rayons solaires, soit ceux d'une lampe photo-électrique, soit la lumière de Drummond ou d'une lampe ordinaire AB.

En B'A', l'instrument est percé d'une fente rectangulaire verticale dans laquelle on introduit ou un verre sur lequel ont été dessinés des objets, ou le plus souvent une image photographique positive sur collodion. Ces images *ab*, quelle que soit leur nature, sont fixées verticalement et renversées ; elles reçoivent toute la lumière concentrée dans la fente B'A' et la laissent passer ou l'arrêtent suivant leur transparence en chaque point. En KK' est une lentille achromatique dont le foyer est un peu après l'objet *ab*; elle donne de cet objet une

Fig. 89.

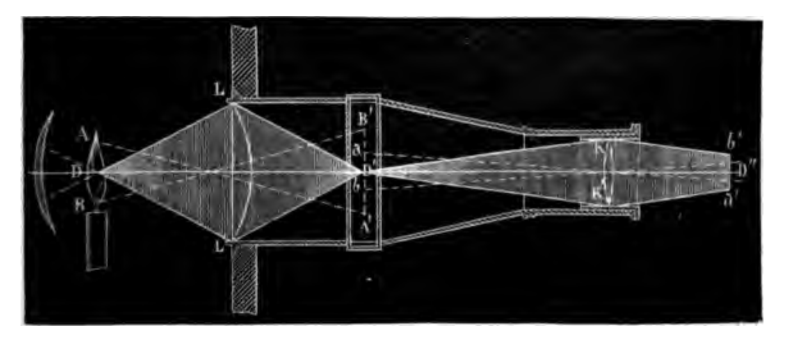
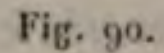


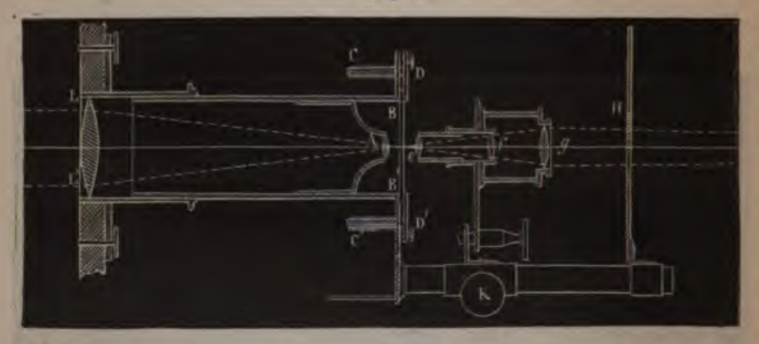
image agrandie, redressée, qu'on reçoit sur un écran afin de la diffuser dans tous les sens et de la rendre visible à une assemblée nombreuse. On met au point en déplaçant un peu la lentille KK' au moyen d'un pignon et d'une crémaillère. Cet appareil a été inventé par le P. Kircher ([1]), sous le nom de *lanterne magique*. L'éclairement se faisait avec une lampe, et les objets projetés étaient peints sur verre avec des couleurs transparentes. Quelquefois les peintures étaient faites sur plusieurs verres superposés, les uns fixes, les autres qu'on déplaçait, ce qui permettait d'animer les tableaux projetés. En éloignant la lanterne de l'écran ou en la rapprochant et en déplaçant en même temps la lentille KK', on pouvait agrandir ou diminuer les images comme si les objets marchaient vers l'observateur ou s'éloignaient de lui.

([1]) ATH. KIRCHER, *Ars magna lucis et umbræ*; Romæ, 1646.

On fait aujourd'hui une utile application de cette méthode en projetant sur un tableau dans les cours publics les images photographiées des objets trop petits pour être montrés à un grand nombre de personnes à la fois. On les éclaire par la lampe de Drummond ou par un régulateur électrique.

Le microscope solaire (*fig.* 90) n'est qu'un cas particulier de cet instrument général. La lumière solaire fixée par un hé-


Fig. 90.



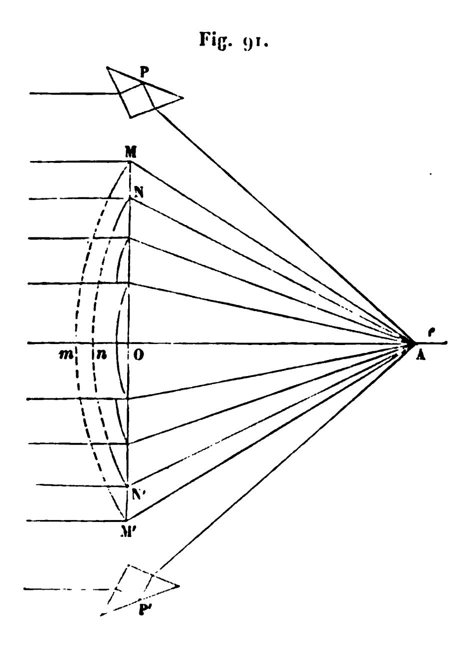
liostat est concentrée d'abord par LL', ensuite par A, sur un double verre BB' où sont placées les pièces microscopiques qu'on veut étudier; la lentille de projection est formée par la superposition de trois verres achromatiques *e*, *f*, *g*, produisant le même effet qu'un seul; on les approche ou on les éloigne de l'objet au moyen d'une crémaillère et d'un pignon K, jusqu'à ce que l'image soit nette sur l'écran.

PHARES. — Tout point lumineux A (*fig.* 91) placé au foyer d'une lentille M*m*M' fait son image à l'infini. Tous les rayons qu'il envoie dans le cône MAM' et qui, sans la lentille, iraient en se disséminant dans l'espace, sont transformés en un cylindre lumineux dont la base est MM' et qui ne s'affaiblit que par le défaut de transparence de l'air. Fresnel (1) a heureusement profité de cette propriété pour l'éclairage des côtes. La difficulté était d'obtenir de très grandes lentilles ne présentant

(1) Fresnel, *Œuvres*, t. III.

pas une aberration de sphéricité exagérée, et d'éviter le poids énorme que leur donnerait la grande épaisseur O*m* de leur milieu. Il a songé à ne garder que leurs bords MN, M'N' et à remplacer le milieu par des anneaux de plus en plus petits, calculés de manière que les foyers des rayons qu'ils reçoivent coïncident. Enfin la partie centrale est formée, quand elle est devenue très petite, par une seule lentille O (*fig.* 91).

Fig. 91.



En A est une lampe où l'huile monte par un mouvement d'horlogerie; elle est ordinairement formée de deux, trois ou quatre mèches concentriques avec des courants d'air qui circulent entre chacune d'elles, et qui sont déterminés par l'appel d'une cheminée en verre. Pour ne perdre aucune lumière, Fresnel a disposé en haut et en bas des prismes à réflexion totale P et P' qui renvoient les rayons parallèlement à l'axe AO.

Le phare tout entier est une grosse lanterne prismatique dont la base est un polygone régulier. S'il est à huit pans

(*fig.* 92), il a huit systèmes de lentilles et de prismes, et envoie dans l'espace huit cylindres lumineux qui portent à 10 ou 15 lieues; mais, comme ils sont séparés par des espaces prismatiques non éclairés, on a donné à l'appareil un mouvement de rotation uniforme. Chaque point de l'horizon reçoit la lumière à des intervalles qui varient d'un phare à l'autre et permettent de reconnaître le lieu de la côte où l'on aborde. Les éclats successifs sont séparés par des éclipses.

Fig. 92.



M. Reynaud (¹), directeur de l'administration des phares, a remplacé au cap de la Hève l'éclairage à l'huile par celui de la lumière électrique. Celle-ci est fournie par la machine magnéto-électrique de la Compagnie *l'Alliance*, et un régulateur de M. Serrin remplace la lampe centrale. Le succès de cette substitution a été complet. La dépense n'a point été augmentée et la quantité de lumière versée sur la mer a été considérablement accrue.

II. **COMBINAISONS OCULAIRES**. — **LOUPE**. — Nous arrivons maintenant à l'emploi qu'on a fait des images virtuelles pour observer et grossir les objets très déliés (*fig.* 93).

Soient MN la lentille, F′ son foyer; on place en AB, entre la lentille et ce foyer, tout près de lui, l'objet qu'on veut observer. Un rayon AC, qui passe par le centre optique, traverse la lentille sans déviation. AD, parallèle à l'axe, suit la route ADGF et passe par le foyer principal F. AC et GF divergent, mais sont censés partir du foyer virtuel A′. De même, les rayons envoyés par B seront, après la réfraction, dans les mêmes conditions que s'ils partaient de B′, et l'œil placé en O verra en A′B′ l'image droite et grossie de AB.

(¹) Reynaud, *Mémoire sur l'éclairage et le balisage des côtes de France.* Paris, 1865.

La formule de la lentille donne, en désignant par f la valeur absolue de la distance focale principale,

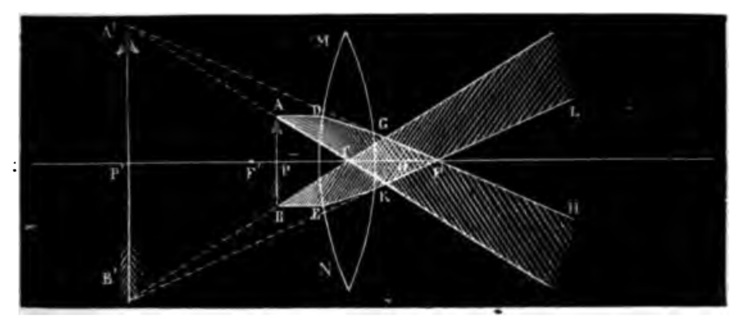
$$\frac{1}{p} = \frac{1}{p'} + \frac{1}{f}, \qquad \frac{i}{o} = \frac{p'}{p} = 1 + \frac{p'}{f}.$$

Le grossissement g est égal au rapport de la grandeur de l'image à celle de l'objet

$$g = \frac{i}{o} = 1 + \frac{p'}{f}.$$

Pour que l'on voie distinctement l'image, il faut que sa dis-

Fig. 63.



tance à l'œil O (¹) soit égale à la distance minimum de la vision distincte Δ ou qu'on ait

$$p' = \mathrm{OP'} - \mathrm{OC} = \Delta - d;$$

donc

$$\mathrm{G} = 1 + \frac{\Delta - d}{f} \ (^2).$$

Ce grossissement est maximum si $d = 0$, c'est-à-dire si l'œil est contre la loupe; il devient

$$g = 1 + \frac{\Delta}{f}.$$

(¹) Point nodal antérieur.

(²) On considère souvent un autre élément qu'on nomme *puissance* de la loupe; c'est le plus grand diamètre apparent sous lequel la loupe permet de voir l'unité de longueur, habituellement le millimètre. L'objet étant vu à la

En général, les loupes ont une distance focale f beaucoup plus petite que Δ; $\frac{\Delta}{f}$ est assez grand pour qu'on puisse négliger l'unité dans le second membre, et le grossissement s'exprime approximativement par

$$G = \frac{\Delta}{f}.$$

On obtient directement cette relation en considérant les deux triangles APC, A'P'C' qui donnent, en supposant P confondu avec F', ce qui est sensiblement vrai,

$$G = \frac{\overline{A'P'}}{\overline{AP}} = \frac{\overline{P'C}}{\overline{PC}} = \frac{\Delta}{f}.$$

Puisque le grossissement est en raison inverse de f, il faut, pour obtenir un grossissement considérable, employer des lentilles à courbures très prononcées; mais alors elles ont de grandes aberrations de sphéricité et l'on ne voit distinctement que dans la direction de l'axe. Le mieux est de superposer plusieurs lentilles peu convergentes et de les séparer par un diaphragme. Ce système, nommé *doublet*, imaginé par Wollaston (¹), ne laisse passer que les rayons voisins de l'axe. Il donne un fort grossissement qui dépend de la distance du

---

distance minimum Δ de la vision distincte, et ayant pour dimension apparente g^{mm}, l'expression de la puissance est

$$P = \frac{g}{\Delta} = \frac{1}{\Delta} + \frac{1 - \frac{d}{\Delta}}{f} = \frac{1}{\Delta}\left(1 - \frac{d}{f}\right) + \frac{1}{f}$$

ou, si l'on suppose d très petit, même par rapport à f, sensiblement

$$P = \frac{1}{\Delta} + \frac{1}{f}.$$

Cette quantité varie très peu d'une espèce de vue à une autre, à cause de la petitesse de f. Elle est un peu plus grande pour les vues myopes que pour les vues presbytes.

(¹) WOLLASTON, *A Description of a microscopic doublet* (*Philosophical Transactions*, 1829, p. 9).



point lumineux, de celle des verres et de leurs longueurs focales, et que l'on pourra calculer au moyen des formules générales des lentilles.

Considérons, en particulier, le cas de deux lentilles infiniment minces O et O′ dont les distances focales, prises en valeur absolue, sont

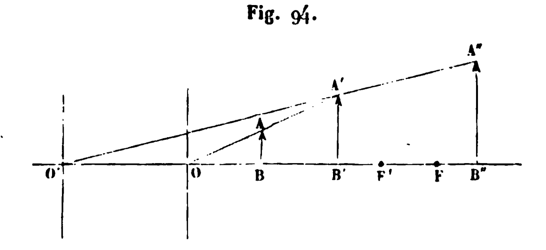
$$f = \overline{OF}, \qquad f' = \overline{O'F'}.$$

Le grossissement du système peut être déterminé de la manière suivante. On a

$$G = \frac{\overline{A''B''}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}}\,\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}.$$

Supposons l'œil (*fig.* 94) confondu avec le centre optique O′

Fig. 94.



de la loupe la plus voisine, nous aurons

$$\frac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}} = 1 + \frac{\Delta}{f'},$$

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 1 + \frac{\overline{OB'}}{f}$$

ou, en remplaçant O′B′ par sa valeur en fonction de Δ, de f' et de la distance $OO' = D$,

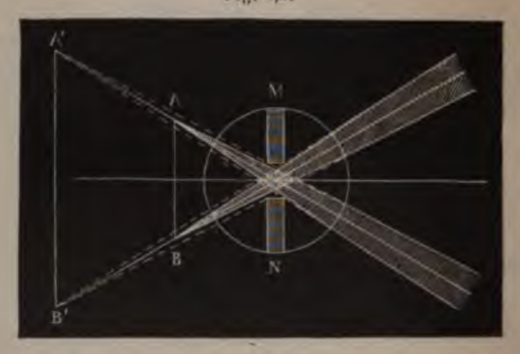
$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 1 + \frac{1}{f}\left(\frac{\Delta f'}{\Delta + f'} - D\right).$$

On a donc, pour l'expression du grossissement ([1]),

$$G = \left(1 + \frac{\Delta}{f'}\right)\left[1 + \frac{1}{f}\left(\frac{\Delta f'}{\Delta + f'} - D\right)\right].$$

On fait des doublets très simplement en creusant dans une sphère une gorge M*n* (*fig*. 95) et la remplissant d'une matière

Fig. 95.



opaque. Les seuls rayons venant d'un point quelconque A, qui traversent la masse, sont peu obliques aux faces extrêmes, l'appareil n'a que très peu d'aberration, mais son champ est très étendu. On réalise les mêmes conditions par la loupe de Stanhope, qui est un cylindre AB plan-convexe (*fig*. 96). On fixe en A les objets qu'on veut voir, et l'on regarde par B; la vision se fait comme si l'objet A était dans le verre.

Fig. 96.

B A

Nous étudierons ultérieurement les diverses combinaisons de lentilles employées comme oculaires. Cette question ne peut être traitée utilement qu'à propos de l'achromatisme.

([1]) Wollaston faisait le plus souvent

$$f' = 3f, \qquad D = \frac{3}{2}f.$$

Il en résultait

$$G = \frac{5}{6}\frac{\Delta}{f} - \frac{1}{2},$$

ou sensiblement

$$G = \frac{5}{6}\frac{\Delta}{f}.$$

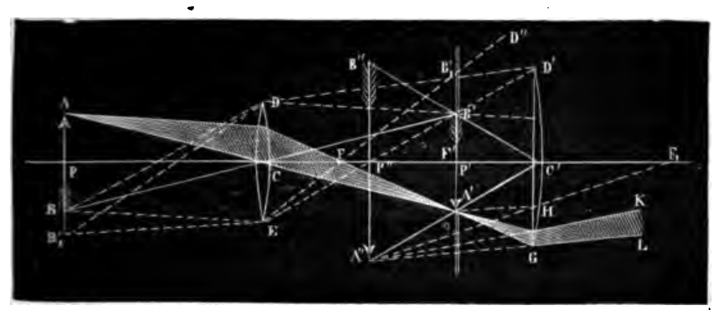
2° INSTRUMENTS COMPOSÉS.

Les lunettes, les microscopes et les télescopes sont construits sur un plan commun qu'on va étudier généralement (*fig.* 97), en considérant les lentilles dont ils se composent comme infiniment minces.

En DE est une première lentille nommée *objectif*. Tout objet lumineux réel AB placé au delà de son foyer principal fournit une image réelle et renversée A'B'. Tous les rayons partis d'un point tel que A se croisant en A' divergent ensuite en continuant leur route, comme si A' était un point lumineux réel; et, les mêmes conditions étant réalisées pour toutes les parties de l'image A'B', on peut la considérer comme un véritable objet émettant de la lumière.

Dès lors on peut la regarder à travers une loupe GD'. On détermine suivant l'usage la marche des rayons. Parmi tous ceux qui partiraient d'un point réel A', on choisit l'axe secondaire A'C' qui ne se dévie pas, puis un rayon A'H, parallèle à l'axe, qui, après la réfraction, passerait par le foyer F_1; on joint F_1H qu'on prolonge jusqu'à la rencontre de C'A' (*fig.* 97)

Fig. 97.



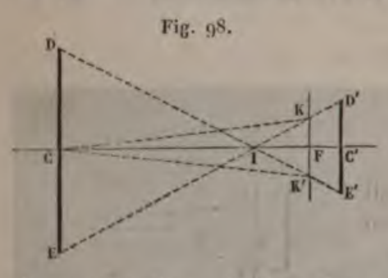
en A'', et A'' est le foyer conjugué de A'. La figure montre comment le cône des rayons DAC se concentre d'abord en A', diverge ensuite suivant le faisceau en HA'G; celui-ci se réfracte en HK, GL comme si les rayons venaient de A''. Si l'œil est derrière la loupe et qu'il reçoive ces rayons, il verra l'image en A''

et il la verra distinctement quand elle sera à la distance de la vision distincte.

En résumé, l'instrument composé se borne à produire une image réelle très rapprochée de l'observateur qui la regarde avec une loupe.

DIAPHRAGME. — CHAMP. — On fixe dans le plan focal A′B′ une lame de métal noirci, percée en son milieu d'une ouverture circulaire. En même temps que l'image, l'œil voit distinctement les bords de cette ouverture qui encadrent le champ de vision. Il faut la placer nécessairement dans ce plan focal, car son contour est confus si on l'éloigne ou qu'on la rapproche. Il faut en outre que l'ouverture soit limitée (*fig.* 97) au cône intérieur tangent aux bords de l'oculaire et de l'objectif. En effet, le cône des rayons réfractés qui proviennent du point B (*fig.* 97) a son sommet en B′; il est tout entier recueilli par l'oculaire D′G et peut entrer dans l'œil. Le cône qui part de B se réfracte en DB'_1E et se continue par D″B'_1D′; il n'entre ni dans la lentille ni dans l'œil. Le tableau focal des points compris entre B et B_1, qui se place entre B′ et B'_1, offre donc un éclat décroissant que l'on évite en limitant le diaphragme au point B′ sur la ligne ED′ menée par les limites des deux verres.

Fig. 98.



On appelle *champ* d'un appareil d'optique l'angle dans lequel doivent être compris les objets extérieurs pour être visibles. Cet angle est égal et opposé par le sommet à l'angle KCK′, sous-tendu au centre optique de l'objectif par les bords du diaphragme (*fig.* 98).

RÉTICULE. — Quand un instrument est destiné à opérer des visées ou des mesures angulaires, on a recours à deux fils d'araignée croisés tendus sur le diaphragme. On les voit en même temps que A′B′, puisqu'ils sont superposés à cette image. Soit P′ leur point de croisement; la ligne CP′, qui joint ce point

au centre optique C de l'objectif, est l'*axe optique* de l'instrument.

Le point P de l'objet visé qui est situé sur le prolongement de cet axe fait son foyer sur la ligne qui le joint à C, c'est-à-dire en P', et réciproquement, si l'image de P est en P', P sera sur l'axe. Il suffira donc d'amener l'image d'un point en P' pour conclure que ce point est dans la direction de l'axe optique, et les déplacements angulaires qu'il faudra donner à cet axe pour voir successivement l'image de plusieurs points en P' seront les angles sous lesquels on voit ces points du lieu de l'observation.

L'axe optique peut être déplacé et réglé à volonté en déplaçant le réticule. D'autre part, toute lunette a un axe géométrique, celui qui passe par les centres des collets égaux sur lesquels elle est supportée : c'est aussi celui dont on détermine la direction sur les cercles divisés dont tout instrument d'optique géométrique est pourvu. Il faut autant que possible faire coïncider ces deux axes. Pour cela on fait tourner la lunette sur ses collets, c'est-à-dire autour de son axe géométrique, et, l'axe optique décrivant un cône, on voit la croisée des fils parcourir un cercle sur les points du tableau focal, cercle dont le rayon diminue et finit par s'annuler quand on déplace l'axe optique jusqu'à le faire coïncider avec l'axe géométrique.

Soit α l'angle sous-tendu par le fil du réticule vu du centre optique de l'objectif. Tout déplacement de l'axe de la lunette supérieur à cet angle détruira la coïncidence apparente du point visé avec le fil réticulaire. La précision de la visée est donc en raison inverse de cet angle; elle est, par conséquent, sensiblement proportionnelle à la longueur de la lunette et inverse de la largeur des fils.

Il est essentiel que le tableau focal et le réticule soient dans le même plan; si celui-ci est en arrière, on voit les points du tableau se porter vers la gauche quand on incline la tête à droite; s'il est en avant, c'est le contraire, et, lorsque la coïncidence est parfaite, il n'y a point de parallaxe des fils. On comprend la nécessité d'établir cette coïncidence : on y parvient comme il suit.

TIRAGE. — Pour voir distinctement les fils du réticule et le diaphragme, il faut que leur image virtuelle donnée par la loupe soit à la distance de vision distincte, et celle-ci, étant variable pour les divers individus, doit pouvoir être changée : il y a un tirage qui permet de le faire. En second lieu, il faut que l'ensemble de la loupe, du diaphragme et des fils puisse être, à chaque observation, amené sur l'image A′B′, qui varie avec la distance PC de l'objet visé; il faut donc un second tirage indépendant du premier et qui commande l'oculaire et le réticule.

ANNEAU OCULAIRE. — Tous les rayons que reçoit la lunette peuvent être considérés comme partant de l'objectif, et cet objectif peut être assimilé à un objet lumineux; soit R son rayon. Il donnera derrière l'oculaire une image de rayon r. Cette image sera un cercle plus petit que l'oculaire, une espèce d'anneau minimum à travers lequel viennent passer tous les rayons qui sont entrés par l'objectif et sont sortis par l'oculaire, parmi lesquels sont tous ceux qui ont été envoyés dans la lunette par les points contenus dans le champ de vision. C'est dans cet anneau qu'il faut mettre l'œil pour recevoir le plus de lumière possible : c'est l'*anneau oculaire*.

On calcule sa distance x à l'oculaire par la formule des lenlilles, en remplaçant p par la longueur L de l'instrument : f désigne la valeur absolue de la distance focale de l'oculaire.

$$\frac{1}{x} = -\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{L}\right) = -\frac{L-f}{Lf}.$$

Le signe — indique que l'anneau oculaire est placé en arrière de l'oculaire, c'est-à-dire en dehors de la lunette.

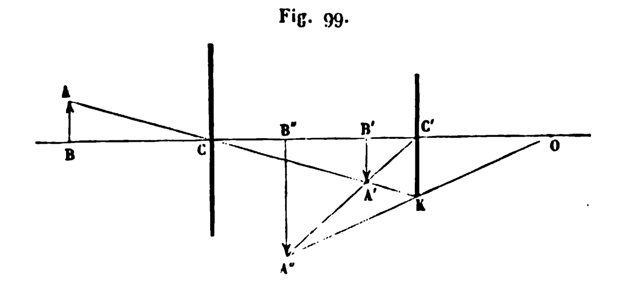
Le rapport $\frac{r}{R}$ de son rayon à celui de l'objectif sera égal à

$$\frac{r}{R} = \frac{-x}{L} = \frac{f}{L-f}.$$

GROSSISSEMENT. — Pour observer dans la lunette, on place l'œil dans le plan de l'anneau oculaire, en O (*fig.* 99). L'objet que l'on verrait à l'œil nu sous l'angle ACB = KCC′ est vu sous

l'angle $A''OB'' = KOC'$. Le rapport $\frac{KOC'}{KCC'}$ du diamètre apparent vu, dans la lunette, au diamètre apparent direct, se nomme le *grossissement*. Soit L la longueur CC' de la lunette; on ob-

Fig. 99.



serve que les angles KCC', KOC' sont toujours assez petits pour qu'on puisse les confondre avec leur tangente. On a donc

$$(1) \qquad G = \frac{KOC'}{KCC'} = \frac{\dfrac{KC'}{C'O}}{\dfrac{KC'}{CC'}} = \frac{L}{\dfrac{fL}{L-f}} = \frac{L-f}{f};$$

donc

$$G = \frac{R}{r}.$$

Le grossissement est égal au rapport du rayon de l'objectif à celui de l'anneau oculaire. Si la longueur L de la lunette est supposée invariable, cette expression est une quantité constante, c'est-à-dire que le grossissement est indépendant de la distance de l'objet à la lunette.

Remarquons toutefois que, dans la pratique, la longueur de la lunette ne demeure pas invariable, puisque l'observateur met au point l'oculaire, de manière que la distance OB'' de l'image à l'œil soit égale à la distance minimum de la vision distincte. Alors l'expression (1) n'est pas rigoureusement invariable. Cependant, dès que l'objet AB est suffisamment éloigné de la lentille objective pour que son image se forme sensiblement à son foyer, on peut considérer G comme fixe. On le détermine comme il suit.

que la lunette sur le ciel et l'on place devant l'oc
ıicromètre divisé sur verre, qu'on observe avec u
reçoit toute la lumière qui sort de la lunette et q
tı le micromètre un cercle d'illumination dont on o
s diamètre. On cherche la position pour laquelle
est minimum : c'est celui de l'anneau oculaire; on
:t alors le rapport de R à r est le grossissement. Po
o valeur exacte du rayon *utile* R de l'objectif, on d
place sur le verre les deux pointes d'un compas, jusqu'à
que les pointes occupent sur l'anneau oculaire que l'on vi
les deux extrémités d'un diamètre. L'écartement des branch
du compas est alors égal à 2R. Cette méthode est due
Ramsden.

CLARTÉ. — On peut se demander si les objets perdent
gagnent de l'éclat quand on les regarde avec une lunett
Soient E, S et d l'éclat, la surface et la distance d'un obje
$\frac{ES}{d^2}$ est la lumière qu'il envoie sur l'unité de sa surface,
$\pi\frac{ES}{d^2}p^2$ celle que reçoit la pupille si son rayon est p :

$$L = \pi\frac{ES}{d^2}p^2.$$

La lunette reçoit, de ce même objet, à travers la surface πI
de son objectif, une quantité de lumière L' :

$$L' = \pi\frac{ES}{d^2}R^2.$$

L' est évidemment plus grand que L.

En général, la pupille est plus petite que l'anneau oculair
elle ne recevra pas la totalité de cette lumière L', mais seul
ment une fraction égale à $L'\frac{p^2}{r^2}$ ou

$$L'' = \pi E\frac{SR^2}{d^2r^2}p^2.$$

Mais, d'autre part, la surface apparente de l'objet croît pr

portionnellement au carré du grossissement linéaire; elle était $\frac{S}{d^2}$, elle devient $\frac{SR^2}{d^2 r^2} = \frac{S'}{d^2}$. On peut écrire la formule précédente

$$L'' = \pi \frac{ES'}{d^2} p^2,$$

ce qui exprime la quantité de lumière envoyée dans la pupille par la surface agrandie S′ qu'on voit dans la lunette. Son éclat est égal à E; il n'a donc point changé quand l'anneau oculaire est plus grand que la pupille.

S'il est plus petit, c'est-à-dire dans le cas de très forts grossissements, la totalité de lumière L′ pénètre dans l'œil : on peut écrire

$$L' = \pi \frac{ES}{d^2} R^2 = \pi \left(\frac{Er^2}{p^2}\right) \left(\frac{SR^2}{d^2 r^2}\right) p^2 = \pi \left(\frac{Er^2}{p^2}\right) \frac{S'}{d^2} p^2.$$

C'est la quantité de lumière envoyée dans la pupille par la surface agrandie $S' = \frac{SR^2}{r^2}$; son éclat est $\frac{Er^2}{p^2}$; il a diminué dans le rapport de r^2 à p^2. On voit comment le grossissement des lunettes est limité, puisque l'éclairement décroît aussitôt que l'anneau oculaire devient égal ou inférieur à la pupille. Cette limite est atteinte pour un grossissement linéaire de 16 fois si la pupille a $0^{cm},3$ de diamètre et l'objectif 5^{cm}; il se recule à 30 fois si l'objectif a 10^{cm}, et, pour atteindre 300 fois, il faudrait 1^{m} de diamètre.

Pour un observateur dont la pupille a $0^{cm},2$, les grossissements qu'on peut atteindre sans diminuer l'éclat sont égaux à 25, 50, 100, quand les diamètres de l'objectif sont de 5^{cm}, 10^{cm}, 20^{cm}.

Quand on dépasse cette limite, on voit diminuer progressivement l'éclat de tous les objets qui ont une étendue apparente. Mais, comme une étoile ne grossit point, le seul effet de la lunette est d'augmenter dans le rapport de R^2 à p^2 la proportion de la lumière envoyée à l'œil. D'autre part, l'éclat général du ciel décroît de p^2 à r^2, et pour une double raison l'étoile paraît plus brillante. Conséquemment, il faut observer

rossissements excessifs quand on veut découvrir faibles, avec des grossissements modérés si l'on v r les détails d'objets étendus qui ne sont pas à l'infini et ont peu éclairés.

LUNE ASTRONOMIQUE. — Les généralités qui précèdent s' t à toute sorte de lunettes. Mais le détail des dispositio rie suivant l'objet spécial de l'instrument.

La lunette astronomique est destinée à viser les objets placés à une distance extrêmement grande. Les images se forment donc dans le plan focal principal de l'objectif. La distance de l'oculaire C' (*fig.* 100) à cette image est un peu plus petite que sa distance focale f, et la longueur L de la lunette est presque égale à la somme $F + f$.

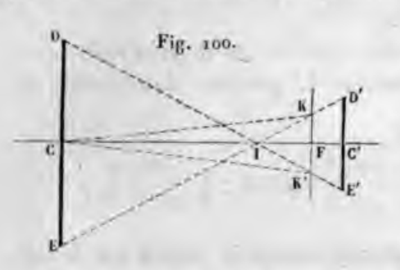


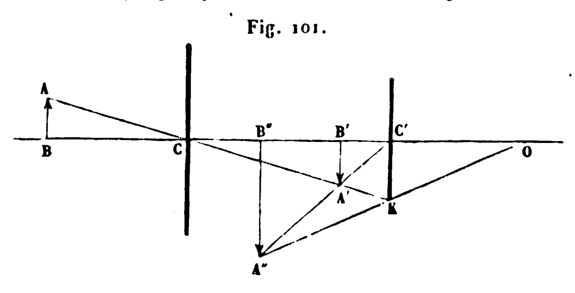
Fig. 100.

Pour une vue infiniment presbyte, on aurait rigoureusement $L = F + f$. La lunette étant au point pour une vue de cette espèce, une vue normale ou myope devra légèrement rapprocher l'oculaire de l'objectif; une vue hypermétrope l'en éloignerait un peu. On convient de fixer les constantes de la lunette pour le cas d'une vue infiniment presbyte.

1° *Grossissement* (¹).— Sa valeur est $\frac{F}{f}\cdot$ Pour une vue nor-

(¹) Nous savons déjà que, pour toute lunette de longueur L constante, le

Fig. 101.



grossissement angulaire est invariable quelle que soit la distance de l'objet AB

male ou myope, le grossissement serait un peu plus faible; si l'on exclut le cas d'une vue hypermétrope, on voit que la valeur adoptée pour le grossissement sera maximum.

2° *Rayon de l'anneau oculaire.* — $r = \frac{f}{F} R$.

3° *Rayon du trou du diaphragme.* — Les triangles semblables DIC, EIC', KIF (*fig.* 100) donnent, en désignant par r' le rayon de l'oculaire, par ρ celui du diaphragme,

$$\rho = \frac{F r' - f R}{F + f}.$$

4° *Champ.* — C'est l'angle KCF; sa valeur est

$$C = \frac{\rho}{F} = \frac{F r' - f R}{F(F + f)}.$$

Il est à noter que, dans la lunette réglée pour un œil infiniment presbyte, tout faisceau de rayons parallèles qui tombent

---

(*fig.* 101) à l'objectif. On nomme *grossissement linéaire* le rapport $\frac{B''A''}{AB}$ des dimensions absolues de l'image et de l'objet. Quand on fait $L = F + f$, ce qui est le cas de la lunette astronomique, ce grossissement linéaire est aussi constant et a une valeur inverse du grossissement angulaire.

On a en effet (*fig.* 101)

$$\frac{\overline{A''B''}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}} \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{C'B''}}{L - \overline{CB'}} \frac{\overline{CB'}}{\overline{CB}},$$

$$\frac{1}{\overline{CB}} + \frac{1}{\overline{CB'}} = \frac{1}{F}, \qquad \frac{1}{L - \overline{CB'}} - \frac{1}{\overline{C'B''}} = \frac{1}{f}.$$

Des deux dernières équations on tire

$$\frac{\overline{CB'}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{CB'} - F}{F},$$

$$\frac{\overline{C'B''}}{L - \overline{CB'}} = \frac{f}{f - L + \overline{CB'}},$$

et, par suite,

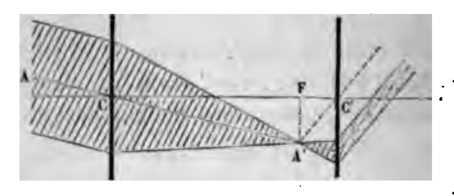
$$\frac{\overline{A''B''}}{\overline{AB}} = \frac{F}{f} \frac{\overline{CB'} - F}{f - L + \overline{CB'}},$$

qui se réduit, quand on pose $L = F + f$, à

$$\frac{\overline{A''B''}}{\overline{AB}} = \frac{f}{F}.$$

sur l'objectif donne au sortir de l'oculaire un faisceau de rayons parallèles, dans une direction différente (*fig.* 102).

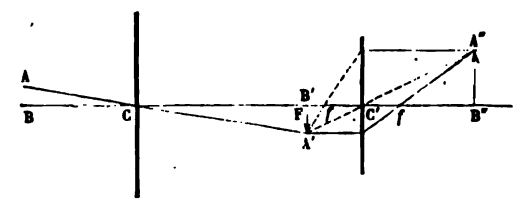
Fig. 102.



Cette propriété ne peut appartenir qu'à un système de lentilles, jamais à une lentille unique.

On emploie souvent aujourd'hui la lunette astronomique comme instrument de projection (*fig.* 103); pour cela, il suffit

Fig. 103.

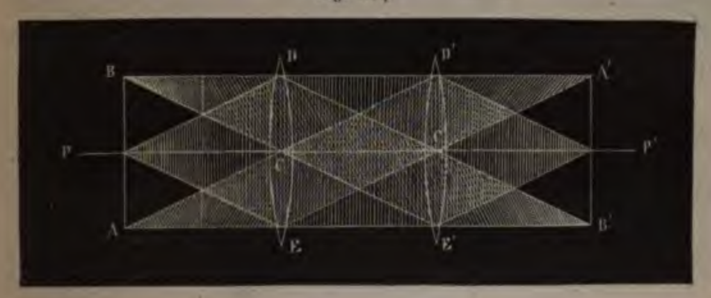


d'écarter l'oculaire de l'objectif de telle sorte que la distance des deux verres devienne supérieure à $F+f$. Les images obtenues sont redressées et agrandies par rapport à l'image focale. On emploie ces images réelles pour la photographie stellaire.

LUNETTE TERRESTRE. — Dans les lunettes ordinaires, les objets sont vus renversés, ce qui est sans importance pour les astres, mais non quand on observe sur la terre. Pour y remédier, on redresse les images au moyen de deux lentilles égales et parallèles, DE, D' E', qu'on interpose entre l'objectif et l'oculaire (*fig.* 104). BA est l'image renversée donnée par l'objectif; elle est au foyer de DE. Les rayons partis de P se transforment en un faisceau parallèle D D' E E', que la deuxième lentille concentre en un foyer P'. Du point B partent des rayons qui

deviennent parallèles à l'axe secondaire BC et se concentrent ensuite en un foyer B′ sur l'axe B′C′ parallèle à BC. On a donc

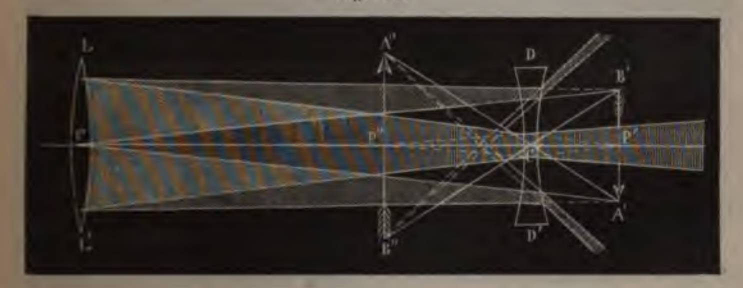
Fig. 104.



en A′B′ une image égale à AB; mais elle est redressée : c'est celle qu'on observe avec une loupe.

LUNETTE DE GALILÉE. — L'oculaire de la lunette de Galilée (¹) donne directement des images droites; il est formé par une lentille biconcave DD′ (*fig.* 105) placée en avant de l'image

Fig. 105.



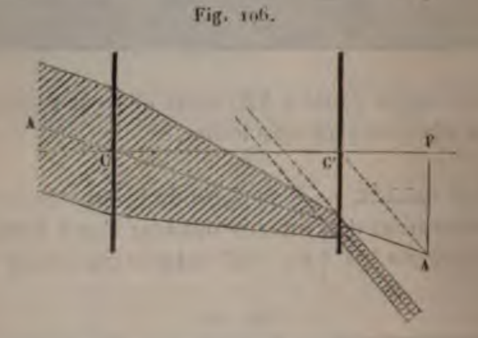
renversée A′B′ que formerait l'objectif LL′, et de telle sorte que son foyer virtuel soit un peu en dedans de A′B′. Les rayons dirigés vers P′ divergent après leur passage à travers

(¹) GALILÉE, *Nuntius sidereus;* Florent., 1610, p. 4-11. Galilée savait qu'on avait construit en Hollande des lunettes rapprochant les objets. (*Voir*, sur le véritable inventeur de la lunette, GEHLER, *Physikaliches Wörterbuch*, t. IV, p. 141, article *Fernrohr*.)

DD′ comme s'ils partaient de P″. Ceux qui aboutissaient en A′ divergeront de même, comme s'ils venaient de A″, situé sur l'axe A′C′. Finalement il n'y a point d'image réelle, mais il y en a une en A″B″, qui est virtuelle, redressée et agrandie. En plaçant convenablement DD′, elle se forme à la distance de la vision distincte.

Supposons la lunette réglée pour une vue infiniment presbyte; alors le foyer F de l'objectif et le foyer virtuel de l'oculaire doivent coïncider, et les rayons entrés parallèlement dans la lunette en sortent parallèlement (*fig.* 106). Si l'on suppose

Fig. 106.



l'œil placé au centre optique de l'oculaire, le grossissement est (*fig.* 105) le rapport de l'angle A′C′B′ à A′CB′

$$G = \frac{F}{f}.$$

Cette expression du grossissement est un maximum pour les vues normales ou myopes, lesquelles, pour rapprocher l'image A″B″ à la distance minimum de leur vision distincte, devront ramener le foyer f en dedans de A′B′, ce qui augmente le dénominateur de G sans changer le numérateur.

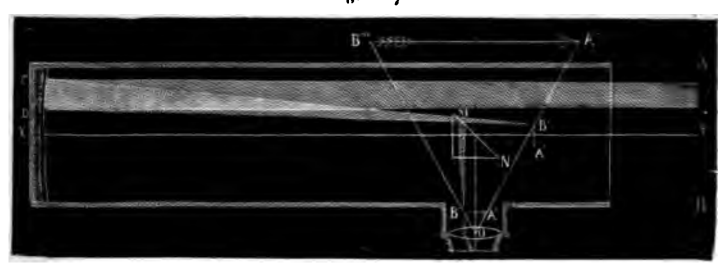
Notons que, l'image de l'objectif dans l'oculaire étant virtuelle, il n'y a pas, à proprement parler, d'anneau oculaire dans la lunette de Galilée; on ne peut y introduire de diaphragme, ni de réticule, de sorte que son axe optique est indéterminé. Ces inconvénients ne sont pas suffisamment rachetés par la moindre longueur de la lunette. Aussi cet

appareil n'est-il employé que pour de faibles grossissements et comme lorgnette de spectacle. Dans ce dernier cas, deux lunettes de Galilée sont disposées sur une monture commune, de manière à permettre la vision binoculaire. Le tirage s'exécute au moyen d'une vis portant les tubes des oculaires et d'un écrou monté follement sur l'axe qui porte les objectifs.

TÉLESCOPES.

TÉLESCOPE DE NEWTON. — Les télescopes sont des lunettes dans lesquelles on remplace l'objectif par un grand miroir concave. Soient AB un objet situé au loin, CD le miroir, A'B' l'image renversée qu'il fournit (*fig.* 107). Herschel ([1]) dirigeait l'appareil de façon que cette image se fît sur le bord du tube au fond duquel était le miroir, et il l'observait directement avec une loupe. Newton ([2]) plaçait en MN, avant l'image, un miroir vertical incliné à 45° sur la direction de l'axe XY, et il obtenait ainsi une image A″B″ qu'il examinait avec l'oculaire O, fixé sur un tube de tirage horizontal.

Fig. 107.



Tout ce que nous avons dit du grossissement, du champ, de la clarté, de l'anneau oculaire et de la mise au point dans les

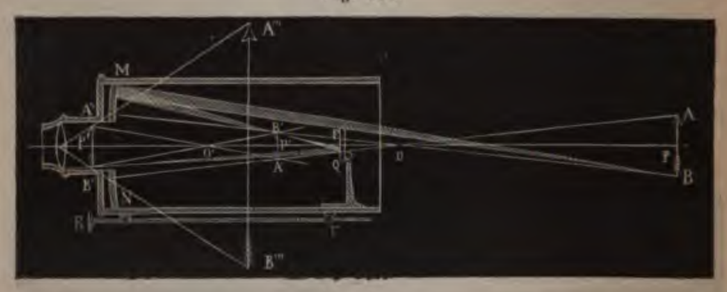
([1]) HERSCHEL, *Description of a forty feat reflecting telescope* (*Philosoph. Transact.*, 1795, p. 347); *Experiments for ascertaining how far a telescope will enable us to determine very small angles and to distinguish the real from the specious diameter of celestial and terrestrial objects* (*Philosoph. Trans.*, p. 31; 1805).

([2]) NEWTON, *An account of a new catadioptrical telescope* (*Philosoph. Trans.*, 1669, p. 4004 et 4009; 1672, p. 4032 et 4034).

lunettes, est applicable sans aucun changement à ces télescopes. Il est inutile d'y revenir.

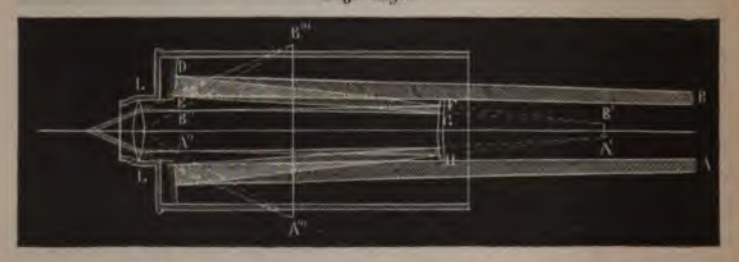
TÉLESCOPE DE GRÉGORY ET DE CASSEGRAIN. — Grégory ([1]), l'inventeur du télescope, avait disposé l'appareil d'une manière plus compliquée. Il imagina de percer d'un trou le centre du miroir et de recevoir les rayons issus de l'image A′B′ sur un second miroir concave PQ, très petit, dont le centre est en O′,

Fig. 108.



ce qui donne une seconde image A″B″ agrandie, doublement renversée, et par conséquent droite, au foyer conjugué de A′B′. Cette image change de place en même temps que le miroir PQ,

Fig. 109.



et celui-ci est mobile par une vis de rappel R*r*. L'oculaire est fixe devant A″B″ (*fig.* 108).

Cassegrain ([2]) remplaça le miroir concave par un miroir convexe FH placé avant l'image A′B′, ce qui diminue la

([1]) J. Gregory, *Optica promota seu abdita radiorum reflectorum et refractorum mysteria geometrice enucleata*; London, 1663, Gregory.

([2]) Newton, *Considerations concerning the catadioptrical telescope pretended*

longueur de l'appareil et forme une image agrandie A″B″ (*fig.* 109).

TÉLESCOPE DE FOUCAULT. — L'avantage spécial des télescopes consiste dans la propriété qu'ont les miroirs de produire des

Fig. 110.



images absolument achromatiques, et, comme il est aisé de leur donner de grandes dimensions, on peut leur imposer des

---

be improved and refined; by M. Cassegrain (*Philosoph. Trans.*, 1672, p. 4056).

Dans un télescope de Gregory ou de Cassegrain réglé pour une vue infiniment presbyte, on a toujours $\overline{OP'} = F$, et la distance de A″B″ à l'oculaire est

grossissements considérables. Foucault [1] a réalisé des perfectionnements remarquables en fabriquant des miroirs de

Fig. 111.



verre dont il retouchait la surface jusqu'à l'amener à la forme

---

égale à la distance focale. Le grossissement angulaire

$$G = \frac{F}{f} \times \frac{\overline{O'P'}}{\overline{OP}}.$$

Ce grossissement est donc égal à celui d'un télescope de Newton qui aurait même objectif et même oculaire, multiplié par l'amplification produite par le petit miroir. Mais ce qu'on gagne en grossissement, on le perd en clarté, puisque la quantité de rayons reçus par l'œil n'est pas augmentée par l'adjonction du petit miroir. Il en résulte que l'avantage de cette disposition est absolument nul pour les objets sans diamètre apparent.

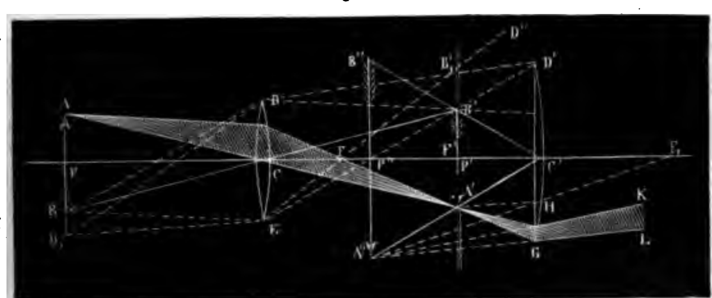
(1) Foucault, *Télescope en verre argenté* (*Comptes rendus*, t. XLIV, p. 339; t. XLVII, p. 295 et 958; t. XLIX, p. 85, et t. LIV, p. 1; *Annales de l'Observatoire*, t. V, p. 197.)

paraboloïdale, comme nous l'avons indiqué précédemment. Il les argentait ensuite pour leur donner un plus grand pouvoir réflecteur, et les disposait à la manière de Newton. Les images sont reçues sur un prisme à réflexion totale et observées avec des microscopes. On voit (*fig.* 110) la disposition que M. Secretan a donnée aux télescopes destinés à examiner les objets terrestres. La *fig.* 111 montre comment on les monte sur un équipage parallactique.

MICROSCOPE.

Conditions physiques. — Les lunettes étant destinées à observer des objets inaccessibles, l'image A′ B′ (*fig.* 112) se for-

Fig. 112.



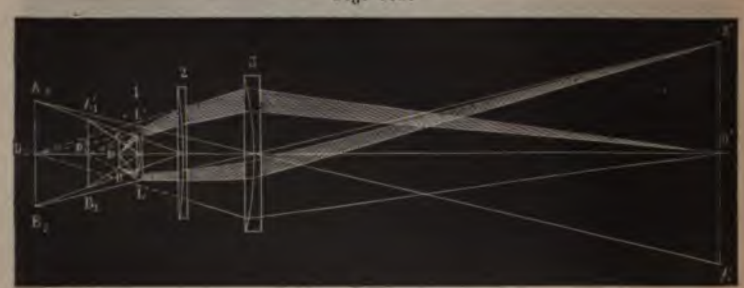
mait en des endroits variables avec les distances de ces objets et il fallait que la loupe oculaire fût portée par un tuyau de tirage. Le microscope est dans les conditions opposées; on peut toujours approcher l'instrument des objets qu'on veut étudier et régler sa distance, de telle sorte que l'image de AB se fasse en A′B′ dans le plan focal où il faut qu'elle soit, pour être vue nettement par l'observateur, quelle que soit sa distance de vision distincte. Il n'y a donc pas besoin de tirage : aussi le microscope est-il un appareil dont les verres sont fixes, mais dont la distance aux objets est variable.

La longueur de l'instrument peut être quelconque; plus elle sera grande, plus l'image A′B′ sera éloignée de AB, et plus le grossissement sera fort. Il n'est pas commode cependant d'augmenter outre mesure cette longueur : on va le com-

prendre. A mesure que l'objet s'approche du foyer principal de l'objectif DE, l'image A'B' s'éloigne, d'abord lentement, ensuite très rapidement jusqu'à l'infini, de façon que les moindres différences dans la distance de l'objet AB déterminent des changements de place énormes de l'image A'B'; or, comme les objets qu'on regarde ont toujours une épaisseur, bien qu'elle soit petite, on ne verrait distinctement à la fois que les points situés rigoureusement dans une section plane AB. Il vaut donc mieux réduire la longueur de l'appareil et augmenter la puissance de l'objectif.

Cet objectif est composé de deux ou trois lentilles achromatiques très petites, superposées et séparées par des distances réglées expérimentalement (*fig.* 113). La première LL' (n° 1)

Fig. 113.



reçoit les rayons de l'objet placé en AB, diminue leur divergence, forme en D_1 un foyer virtuel de D et en A_1B_1 l'image de AB. La deuxième (n° 2) continue cet effet et forme l'image en $A_2D_2B_2$; la troisième enfin (n° 3) produit une dernière image A'B' qui est réelle, renversée et en face de l'oculaire. Le grossissement de A'B' sera d'autant plus grand que la distance de D à LL' sera plus petite, qu'on aura mis un plus grand nombre de lentilles et qu'elles seront plus fortes. La pratique seule indique aux constructeurs [1] les conditions de courbure et de distance qu'ils doivent donner aux trois

[1] Quand un objectif de microscope est constitué, on peut toujours lui substituer, pour le calcul du grossissement, une lentille épaisse unique dont les plans principaux et la distance focale principale sont déterminés comme nous le verrons dans la suite.

lentilles. En général, tout microscope est accompagné de plusieurs systèmes d'objectifs numérotés d'après leur degré de puissance. On a représenté (*fig.* 113) la marche des rayons partant du milieu D et d'un point B de l'objet.

. L'angle LDL' que font les rayons extrêmes en arrivant sur la lentille se nomme l'*angle d'ouverture* de l'instrument. Plus il est grand, plus l'instrument reçoit de lumière de chaque point D. Il est important qu'il en reçoive beaucoup pour que l'image A'B' soit vive; mais, pour que les rayons extrêmes DL et DL' fassent leurs foyers au même point que les rayons centraux, il faut que les lentilles soient rigoureusement exemptes d'aberration de sphéricité, condition très difficile à remplir.

Pour diminuer cette aberration, Amici a imaginé d'immerger la première lentille LL' dans un liquide. On couvre l'objet qu'on veut examiner d'un verre mince; on en approche la lentille LL' et entre ce verre et cette lentille on met une goutte d'eau distillée. De cette façon, le cône des rayons LDL' est très peu dévié à travers la première lentille, le premier foyer D_1 est tout près de D, l'aberration est très faible et le microscope supporte un angle d'ouverture considérable.

M. Nachet joint à ses objectifs une lentille dite de correction. Comme les diverses pièces de cet objectif doivent être réglées par la pratique, de manière à donner le meilleur effet, une des lentilles est portée sur un tube de longueur variable qui permet de l'éloigner ou de la rapprocher à volonté. Il faut, par exemple, la mettre en des points différents suivant que l'objet observé est ou n'est pas couvert d'un verre, ou bien suivant que l'épaisseur de ce verre change. L'observateur a la faculté de chercher la meilleure combinaison de distance.

Quant à l'oculaire, c'est invariablement le système négatif d'Huygens; on fera bientôt connaître sa construction et les conditions de son achromatisme.

CONDITIONS MÉCANIQUES. — La forme et la disposition des microscopes varient suivant les temps, les pays et les constructeurs; nous représentons (*fig.* 115) l'un des plus parfaits, celui de M. Nachet. Le corps de l'instrument est en BC; il se meut du haut en bas dans une coulisse qu'on fait marcher par

une crémaillère et un pignon A. Le porte-objet est en E; il est fixe. Comme il arrive souvent que, pendant les observations, l'objectif B rencontre le porte-objet et le brise, on l'a fixé à l'extrémité d'un tube rentrant, à ressort; par ce moyen il re-

Fig. 114.



monte dans le corps du microscope, quand on vient par mégarde à trop l'abaisser.

Le pignon A donne à l'appareil un mouvement rapide; pour achever la mise au point, une vis D, à pas très serré, fait marcher l'oculaire très lentement jusqu'à ce qu'on voie distinctement l'image.

Les objets sont placés sur la plate-forme E, entre deux verres que maintiennent, par une légère pression, deux règles à ressort. Les vis K et L transportent lentement la plate-forme dans deux sens rectangulaires, afin d'amener l'objet dans le champ de l'oculaire.

Fig. 115.



L'éclairement de cet objet est l'une des conditions essentielles du microscope. On l'obtient par un miroir concave F, qui est mobile dans tous les sens, sur lequel on reçoit la lumière des nuées ou d'une lampe ou d'un verre dépoli fortement illuminé, et qui la concentre, suivant l'axe de l'instrument, sur les objets qu'on veut observer. Comme ceux-ci sont toujours très minces, ils sont presque transparents, et chaque

détail d[illegible]ur organisation intérieure transmet cette lumière comme [illegible] était lumineux lui-même. Au-dessous du porte-objet [illegible]t (*fig.* 115) un diaphragme P qui permet de faire varie[illegible]ntité de lumière. Souvent on la concentre par des systèm[illegible]e lentilles, comme dans le microscope solaire. Enfin l'appareil s'incline autour d'un axe horizontal O, et l'observateur, suivant sa commodité, lui donne la direction qu'il veut.

GROSSISSEMENT. — On ne peut plus mesurer le grossissement du microscope comme on le fait pour les lunettes. On se sert de la chambre claire. Soit AB l'axe de l'instrument supposé vertical (*fig.* 116). En A est une glace réfléchissante percée d'un trou très petit. Par ce trou l'œil voit l'image d'une règle divisée C, et par les bords celle d'un micromètre divisé en centièmes de millimètre, qui est sur le porte-objet et qui est grossi par l'instrument. Ces images paraissent confondues.

Fig. 116.



En cherchant les traits qui coïncident, on observe que m centièmes de millimètre de B, grossis G fois par l'instrument, occupent l'étendue de n millimètres de la règle C.

$$\frac{m}{100} G = n, \qquad G = \frac{100 n}{m}.$$

On peut donc calculer le grossissement linéaire G.

On voit au sommet de l'instrument, au-dessous de l'oculaire (*fig.* 114 et 115), en C, un appareil muni d'une vis micrométrique. Il permet d'introduire au foyer de l'oculaire un micromètre divisé sur verre en centièmes de millimètre, qu'on règle par la vis jusqu'à en voir distinctement les traits. On place en E sur le porte-objet un micromètre pareil dont l'image, grossie G' fois par l'objectif, coïncide avec celui qui est en C'. On trouve que m' divisions grossies du second occupent n' divisions du premier

$$m' G' = n', \qquad G' = \frac{n'}{m'}.$$

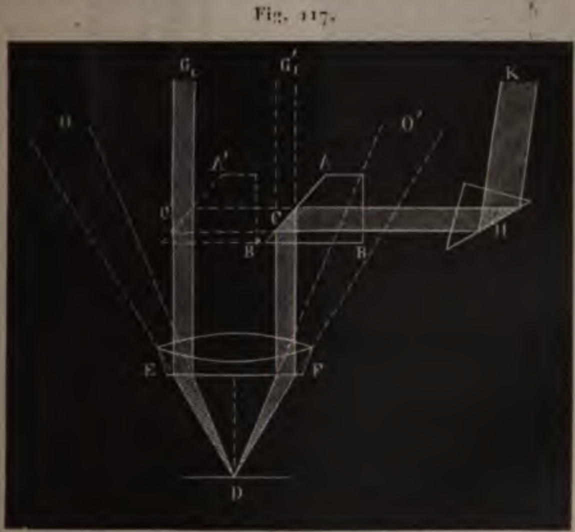
Cela fait connaître, pour un instrument donné, le grossisse-

ment de l'objectif; c'est tout ce qu'il est utile de connaître. En effet, on aura le grossissement total G en multipliant G′ par le grossissement de l'oculaire. En second lieu, si l'on veut avoir la grandeur d'un objet, on le met sur le porte-objet et on le compare au micromètre C′. S'il occupe n' divisions, sa grandeur réelle m' est $\frac{n'}{G'}$.

C'est par ce procédé qu'on trouve, par exemple, le diamètre des globules du sang. Il y a encore une autre méthode qui consiste à placer ces globules en E (*fig.* 115) sur le micromètre même du porte-objet, et à voir combien elles couvrent de divisions de cet étalon.

MICROSCOPE BINOCULAIRE. — On verra dans une autre partie de cet Ouvrage que le concours des deux yeux est nécessaire pour

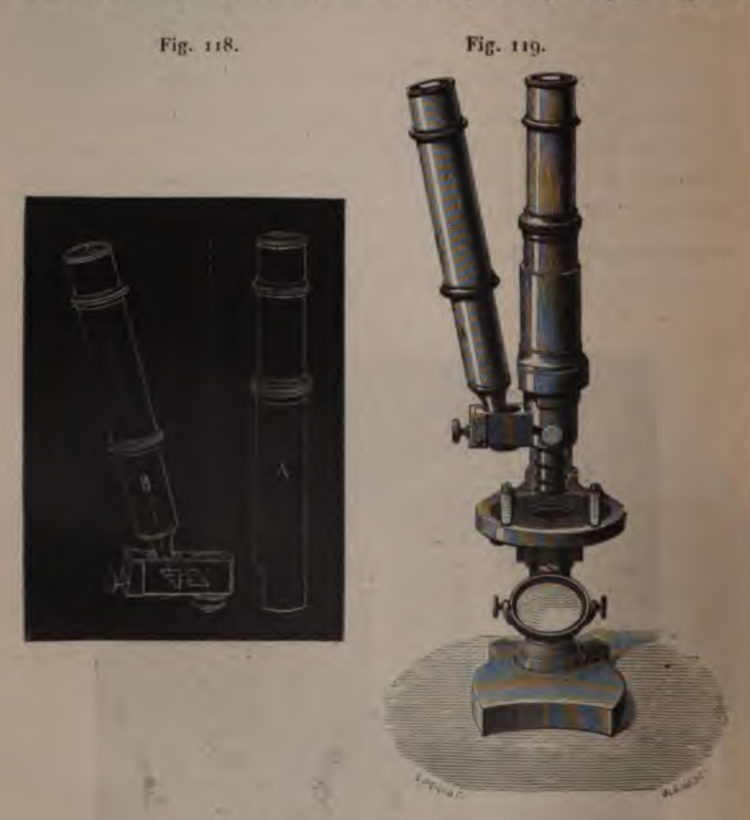
Fig. 117.



produire la sensation du relief. Or, dans le microscope, l'observation est monoculaire et il y a de fréquentes illusions sur la forme. M. Nachet a réalisé très simplement un instrument qui montre les objets aux deux yeux, comme si, étant grossis par l'appareil, on les voyait avec les deux yeux à la distance de la vision distincte (*fig.* 117).

Soient D un point de l'objet, O, O′ les deux yeux; O le verra suivant le cône DO, O′ suivant DO′; il faut faire en sorte que, par l'intermédiaire du microscope, O et O′ recoivent encore les mêmes faisceaux sous les mêmes angles, de façon que les conditions de vision restent les mêmes et qu'il n'y ait que le gros-

Fig. 118. Fig. 119.



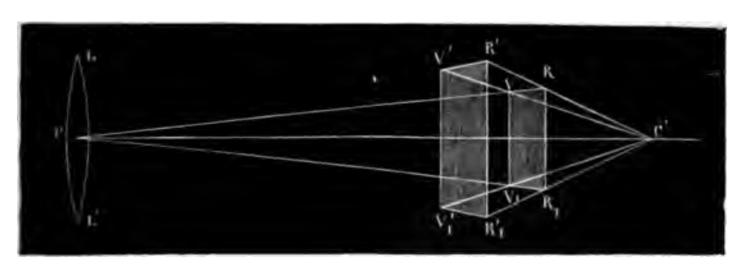
sissement de plus. Partis de D, les rayons traversent l'objectif EF qui les transforme en deux faisceaux presque parallèles, puisqu'ils vont concourir à former l'image de D en avant de l'oculaire. On reçoit les rayons EG_1 dans un premier tube qui les apporte à l'œil O armé d'un oculaire; les autres rayons FG'_1 se réfléchissent en C et en H dans deux prismes, et pénètrent dans un deuxième tube HK et dans un deuxième oculaire pour

arriver ensuite à l'œil O'. Ces deux tubes ont un angle égal à celui des axes optiques des deux yeux regardant à la distance de la vision distincte, c'est-à-dire un angle égal à ODO', et en résumé les deux yeux voient l'objet D grossi, mais sous les mêmes perspectives que s'ils le voyaient en réalité sans microscope. La sensation des reliefs et des creux est alors saisissante. En transportant le prisme AB en A'B', le faisceau EG'_1 est reçu par l'œil O, et le faisceau EG_1, réfléchi deux fois, pénètre dans l'œil O'. La perspective des deux yeux est retournée et les conditions de relief renversées; on a une vue pseudoscopique de l'objet. On voit (*fig.* 119) l'apparence extérieure de l'appareil.

ACHROMATISME.

S'ils étaient construits comme nous venons de le dire, les instruments dioptriques composés donneraient des images irisées. Tout objet blanc rayonne en effet les diverses couleurs superposées vers l'objectif LL' (*fig.* 120) et celui-ci forme au-

Fig. 120.



tant d'images distinctes RR_1, ... VV_1 qu'il y a de lumières simples. Celle du rouge, qui est la moins réfrangible, est la plus éloignée en RR_1; le violet fait la sienne en VV_1, et les couleurs intermédiaires, entre VV_1 et RR_1. La loupe oculaire placée en C' fera voir ensuite en $R'R'_1$ l'image virtuelle agrandie de RR_1 et en $V'V'_1$ celle de VV_1. En résumé, tout point de l'objet se verra suivant un spectre R'V', d'autant plus étalé qu'il sera plus éloigné de l'axe. L'image générale manquera de netteté, et partout où il y aura des variations d'intensité, il y

aura des couleurs. On remédie à ces graves inconvénients de deux manières : 1° en construisant des objectifs achromatiques, lesquels donnent sensiblement dans le même plan focal les images RR_1, VV_1 du rouge et du violet; 2° en corrigeant par des oculaires composés la petite dispersion que laissent subsister ces objectifs. Nous allons nous occuper de ces objectifs et de ces oculaires; mais auparavant nous commencerons par comparer les diverses substances réfringentes sous le rapport de la faculté qu'elles possèdent de disperser les diverses couleurs simples.

POUVOIR DISPERSIF. — Dans l'effet d'un prisme il y a deux choses à considérer : 1° la déviation moyenne δ_4 du rayon jaune; 2° l'angle $\delta_7 - \delta_1$ que font les rayons extrêmes rouge et violet, et que l'on nomme *angle de dispersion*. Si l'on construit plusieurs prismes avec une même substance, la déviation moyenne et la dispersion sont toujours proportionnelles. Il n'en est point ainsi quand on change la matière réfringente. On peut tailler deux prismes de flint et de crown, sous des angles A et A′ tels, ou bien qu'ils produisent une même déviation moyenne δ_4 et une dispersion $\delta_7 - \delta_1$ très inégale, ou bien une dispersion égale et une déviation différente. Si l'on superpose ces prismes en sens opposé, l'effet total est la différence des actions individuelles, et il arrive, dans le premier cas, que le faisceau n'est plus dévié et reste coloré dans le sens du prisme de flint; dans le second, que le faisceau est dévié dans le sens déterminé par le crown, mais qu'il n'est plus coloré. Il est achromatisé.

On fait ordinairement l'expérience avec le prisme à liquide (*fig.* 121), composé de deux faces latérales parallèles et bien dressées, entre lesquelles s'inclinent à frottement deux parois de glace EF, BC. L'angle de ces faces a son sommet vers le bas; il est mesuré par une graduation que F et C parcourent. On place entre elles un deuxième prisme A dirigé dans un sens contraire, taillé dans du flint; on remplit l'intervalle avec de l'eau ou avec tout autre liquide; on reçoit sur l'appareil un faisceau solaire très mince, et il est facile de trouver par tâtonnement deux situations de la lame EF, l'une pour laquelle la

dispersion est détruite sans que la déviation le soit, l'autre qui donne un rayon dispersé, mais non dévié.

Cela prouve que, toutes choses égales d'ailleurs, la dispersion suit des lois spéciales et qu'il y a lieu de la comparer dans les diverses substances. On nomme *pouvoir dispersif* le rapport de l'angle $\delta_7 - \delta_1$ que font les rayons extrêmes à la dévia-



Fig. 121.



tion δ_4 du rayon moyen jaune. Ainsi défini, ce rapport serait variable avec l'angle réfringent du prisme; mais, comme il varie peu, on peut le regarder comme sensiblement constant. Voici un tableau dressé par Brewster (¹) : il faut le considérer comme une simple approximation, destinée à mettre en lumière le fait qui nous occupe.

	$\frac{\delta_7 - \delta_1}{\delta_4}$.
Chromate de plomb........	0,400
Réalgar fondu.............	0,267
Huile de cassia............	0,139
Soufre, phosphore.........	0,130

(¹) Brewster, *Treatise on new philosophical instruments*, p. 315, et *Treatise on Optics*, p. 372. Londres, 1831.

	$\frac{\delta_7 - \delta_1}{\delta_4}$.
Sulfure de carbone........	0,115
Huile de girofle............	0,062
Flint-glass.................	0,052
Flint-glass.................	0,048
Huile de lavande...........	0,045
Baume du Canada..........	0,045
Spath (rayon ordinaire)....	0,040
Diamant..................	0,038
Alun......................	0,036
Crown....................	0,036
Eau......................	0,035
Crown....................	0,033
Verres à vitres............	0,032
Alcool....................	0,029
Cristal de roche...........	0,026
Spath fluor...............	0,022

Ainsi qu'un prisme, toute lentille produit un double effet : une déviation moyenne et une dispersion des rayons extrêmes, et, d'après ce que nous venons de dire, il est évident qu'en accolant deux lentilles de substances différentes, l'une convergente de crown, l'autre divergente de flint, il sera possible, en leur donnant des courbures convenables, de détruire la dispersion des rayons extrêmes, tout en laissant subsister la convergence du faisceau. C'est en cela que consiste le problème de l'achromatisme des lentilles.

ACHROMATISME DES LENTILLES. — Soient r, r' les valeurs absolues des rayons de courbure de la lentille convexe de crown; $n_1, n_2, \ldots, n_7$ les indices de réfraction du rouge, de l'orangé, ..., du violet dans ce milieu. Soient de même r', r'', $n'_1, n'_2, \ldots, n'_7$ les rayons de courbure et les indices de la lentille biconcave de flint.

Si l'on fait tomber sur le système un rayon rouge parallèle à l'axe, le foyer sera à une distance p_1, donnée en valeur absolue par la formule suivante :

$$\frac{1}{p_1} = (n_1 - 1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right) - (n'_1 - 1)\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{r''}\right).$$

Pour un rayon violet, il sera à une distance p_7 qu'on trouvera en remplaçant n_1 et n'_1 par n_7 et n'_7 :

$$\frac{1}{p_7} = (n_7 - 1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right) - (n'_7 - 1)\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{r''}\right).$$

Pour que la lentille soit achromatique, il faut et il suffit que p_1 soit égal à p_7 ou que

$$(n_7 - 1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right) - (n'_7 - 1)\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{r''}\right)$$
$$= (n_1 - 1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right) - (n'_1 - 1)\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{r''}\right),$$

ce qui se réduit à

$$(1) \qquad \frac{n_7 - n_1}{n'_7 - n'_1} = \frac{\frac{1}{r'} + \frac{1}{r''}}{\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}}.$$

Le foyer des rayons rouges coïncidera avec celui des rayons violets si, r, r' étant donnés, on calcule r'' par cette relation. On pourra de même superposer le jaune et le bleu, ou en général le foyer d'une raie α avec celui d'une autre raie β. Il suffira de prendre les indices correspondants et de calculer le rapport $\frac{n_\beta - n_\alpha}{n'_\beta - n'_\alpha}$. C'est ce que fit Fraunhofer pour un assez grand nombre de substances. Voici les valeurs des indices :

Tableau des indices de réfraction des divers rayons du sp
d'après les expériences de Fraunhofer (1).

SUBSTANCES RÉFRINGENTES.	B, n_1.	C, n_2.	D, n_3.	E, n_4.	F, n_5.	G, n_6.
Flint-glass n° 13.	1,627749	1,629681	1,635036	1,642024	1,648260	1,66028
Crown-glass.....	1,525832	1,526849	1,529587	1,533005	1,536052	1,54165
Eau............	1,330935	1,331712	1,333577	1,335851	1,337818	1,34129
Flint-glass n° 3..	1,602042	1,603800	1,608494	1,614532	1,620042	1,63077
Flint-glass n° 30.	1,623570	1,625477	1,630585	1,637356	1,643466	1,65540
Crown-glass n° 13.	1,524312	1,525299	1,527982	1,531372	1,534337	1,57990
Flint-glass n° 23 et prisme de 60°.	1,626596	1,628451	1,633667	1,640495	1,646756	1,65884

Voici maintenant les valeurs du rapport $\frac{n_\beta - n_\alpha}{n'_\beta - n'_\alpha}$:

Tableau de dispersion partielle de plusieurs substan
prises deux à deux.

SUBSTANCES RÉFRINGENTES.	$\frac{n_2 - n_1}{n'_2 - n'_1}$	$\frac{n_3 - n_2}{n'_3 - n'_2}$	$\frac{n_4 - n_3}{n'_4 - n'_3}$	$\frac{n_5 - n_4}{n'_5 - n'_4}$	$\frac{n_6 - n_5}{n'_6 - n'_5}$	$\frac{n_7}{n'_7}$
Flint-glass n° 13 et eau.	2,562	2,871	3,073	3,193	3,460	3,
Flint-glass n° 13 et crown-glass n° 9....	1,900	1,956	2,044	2,047	2,145	2,
Crown-glass n° 9 et eau.	1,349	1,468	1,503	1,560	1,613	1,
Flint-glass n° 13 et huile de térébenthine.....	1,868	1,844	1,783	1,843	1,861	1,
Flint-glass n° 3 et crown-glass n° 9...........	1,729	1,714	1,767	1,808	1,914	1,
Flint-glass n° 30 et crown-glass n° 13...	1,932	1,904	1,997	2,061	2,143	2,
Flint-glass n° 23 et crown-glass n° 13...	1,904	1,940	2,022	2,107	2,168	2,

(1) FRAUNHOFER, *Mémoires de l'Académie de Munich*, V.

Ces résultats sont très instructifs ; ils montrent que la valeur du rapport calculé change avec les raies que l'on veut superposer; par conséquent, on ne peut achromatiser toutes les couleurs à la fois. Quand on a satisfait au problème pour deux d'entre elles, elles font leurs foyers au même point; mais toutes les autres en des points différents.

A la vérité, on peut achromatiser rigoureusement trois couleurs en superposant trois lentilles alternativement convexe, concave et convexe, formées par trois substances différentes. La distance focale est une fonction analogue à la précédente des rayons r, r', r'', r''', et des indices des trois substances. En écrivant qu'elle est la même pour trois couleurs, on a deux équations qui déterminent r'', r''', c'est-à-dire qui déterminent les deux dernières lentilles quand la première est donnée. On pourrait encore achromatiser quatre rayons par quatre lentilles et ainsi de suite; mais la complication du travail deviendrait excessive. On ne superpose jamais plus de trois verres, et pour les grands objectifs des lunettes on n'en superpose que deux.

Achromatisme des prismes. — Puisqu'on ne peut amener toutes les couleurs à un même foyer, il faut choisir. Mais la théorie ne nous apprend pas quelles sont les couleurs qu'il est le plus utile de superposer; l'œil seul peut le faire en nous montrant le cas où les images paraissent le mieux achromatisées. Cette observation va nous conduire à une seconde méthode où l'on cherchera à rendre les images incolores, sans se préoccuper de mesurer les indices des diverses raies et de faire coïncider l'une ou l'autre d'entre elles.

On accole deux prismes dont les angles, inversement placés, sont A et A', et les indices $n_1, \ldots, n_7, n'_1, \ldots, n'_7$. Si A et A' sont très petits, on peut admettre que les sinus d'incidence et de réfraction sont égaux aux angles i et r, et les formules ordinaires deviennent, pour le premier prisme et pour le rayon rouge,

$$i = n_1 r, \qquad i' = n_1 r', \qquad \delta_1 = i + i' - A = (n_1 - 1)A.$$

Le second prisme donne de même

$$\delta'_1 = (n'_1 - 1)A',$$

et la déviation définitive est

$$\Delta_1 = \delta_1 - \delta'_1 = (n_1 - 1)A - (n'_7 - 1)A'.$$

Pour l[illegible]ouleur violette,

$$\Delta_7 = \delta_7 - \delta'_7 = (n_7 - 1)A - (n'_7 - 1)A'.$$

Pour que le rouge devienne parallèle au violet, il faut qu'on ait $\Delta_7 = \Delta_1$,

$$(n_7 - n_1)A = (n'_7 - n'_1)A',$$

$$(2) \qquad \frac{n_7 - n_1}{n'_7 - n'_1} = \frac{A'}{A}.$$

En comparant les équations (1) et (2), on trouve que

$$(3) \qquad \frac{A'}{A} = \frac{\frac{1}{r'} + \frac{1}{r''}}{\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}}.$$

Si donc on avait réussi à achromatiser deux prismes A et A', le rapport de leurs angles permettrait de calculer le deuxième rayon de courbure r'' de la lentille concave qui achromatiserait une lentille convexe donnée, si toutes deux étaient formées des mêmes substances que les prismes A et A'. La question est ainsi transportée des lentilles aux prismes, et on va la résoudre en taillant deux prismes sous des angles quelconques A et A' dans les deux substances, et en achromatisant successivement chacun d'eux avec un troisième dont l'angle est variable et qu'on nomme *diasporamètre*.

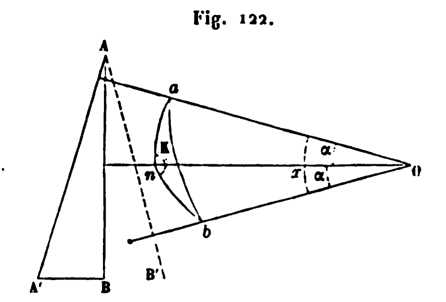
Diasporamètre. — Rochon (1) place dans un cercle divisé vertical, qui est représenté (*Pl. I, fig.* 2) aux nos 6 et 7, deux prismes de même verre et de même angle α, l'un fixe, l'autre qui est mobile autour de l'axe de l'appareil et dont on mesure la rotation sur le cercle divisé. Leur ensemble réalise un seul

(1) Rochon, *Recueil de Mémoires sur la Mécanique et la Physique : Mémoire sur la mesure de la dispersion et de la réfraction.*

prisme, dont l'angle formé par les faces extrêmes est égal à x et peut varier de zéro à 2α.

Pour le calculer, abaissons d'un point O (*fig.* 122) trois normales : On à la face de jonction AB, Oa à la face de sortie AA' du prisme fixe BAA', Ob à la face d'entrée AB' du prisme mobile BAB'.

Fig. 122.



Les angles nOa, nOb sont égaux à α; bOa est égal à x, et l'angle dièdre anb, formé par les sections normales des deux prismes, est égal à la rotation qu'on a imprimée au second ou à K. On a, pour calculer x,

$$\cos x = \cos^2\alpha + \sin^2\alpha \cos K.$$

D'autre part, la section normale du prisme à angle variable est aOb; elle fait avec celle du prisme fixe A'AB un angle dièdre nab que l'on calculera de même

$$\cos\alpha = \cos\alpha \cos x + \sin\alpha \sin x \cos nab.$$

Sur un cercle divisé vertical, pareil à celui qui porte le diasporamètre, on placera d'abord une fente étroite, et ensuite le prisme d'angle A pris dans l'une des substances qu'on veut étudier; on mettra à la suite le diasporamètre, primitivement amené à son zéro, et l'œil verra le spectre donné par le prisme A; ensuite on fera progressivement tourner le diasporamètre d'un angle K et le prisme A avec sa fente de l'angle nab, de manière que les deux sections normales des deux prismes restent parallèles et que les angles soient opposés; on continuera la rotation jusqu'à ne plus voir de couleurs. A ce moment le prisme A sera achromatisé par celui du diasporamètre dont



l'angle sera x, et, en représentant par $\nu_1, \ldots, \nu_7$ les indices extrêmes du diasporamètre, on aura

$$\frac{n_7 - n_1}{\nu_7 - \nu_1} = \frac{x}{A}.$$

En répétant la même opération avec le deuxième prisme A' pris dans la deuxième substance,

$$\frac{n'_7 - n'_1}{\nu_7 - \nu_1} = \frac{x'}{A'}$$

et, en divisant,

$$\frac{n_7 - n_1}{n'_7 - n'_1} = \frac{xA}{x'A}.$$

Enfin, pour achromatiser deux lentilles des mêmes substances, il faudra faire

$$\frac{\frac{1}{r'} + \frac{1}{r''}}{\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}} = \frac{xA'}{x'A}.$$

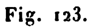
L'inconvénient de cet appareil est la nécessité de faire tourner la section normale du prisme A pour qu'elle reste parallèle à celle du diasporamètre. A la vérité, on peut remédier à cet inconvénient, et M. Jamin a fait faire un diasporamètre où les deux prismes tournent à la fois d'un mouvement commun, l'un vers la droite, l'autre vers la gauche, ce qui produit le même effet que si l'un d'eux avait tourné d'un angle double, mais ce qui laisse immobile la section normale des faces extrêmes.

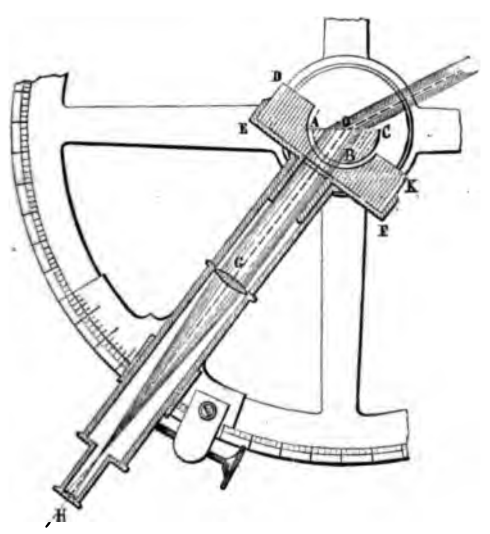
L'appareil de Boscovich, déjà décrit précédemment (*fig.* 123), réalise plus commodément les mêmes opérations. On place sur le demi-cylindre ABC le prisme à étudier ; on éclaire le tout par une fente mince, et, en faisant mouvoir la lunette HG, on saisit le moment où le faisceau réfracté est incolore.

Brewster (1) observe une fente verticale avec le prisme A

(1) Brewster, *loc. cit.*

dont les arêtes sont parallèles à cette fente; il obtient un spectre d'une largeur inconnue x. Il le reçoit sur un second prisme dont l'angle est A_1, qui est formé d'une substance dont les indices sont $\nu_1, \ldots, \nu_7$, et qui donne un spectre opposé de largeur connue l. Supposons que l soit plus grand que x, le premier spectre est interverti; mais, en tournant le deuxième


Fig. 123.



prisme d'un angle α, la largeur horizontale du spectre qu'il produit diminue et devient $l \cos\alpha$: c'est comme si son angle était diminué et devenu $A_1 \cos\alpha$. Quand $l \cos\alpha = x$, l'achromatisme est complet, et l'on a

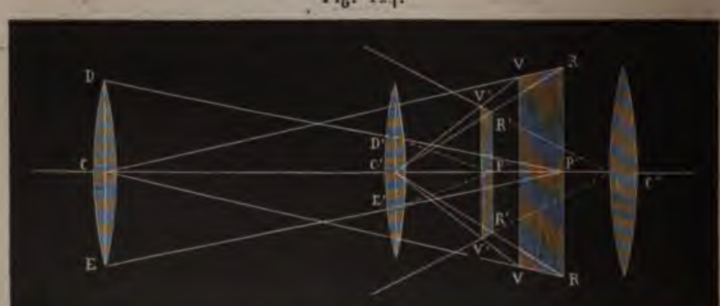
$$\frac{n_7 - n_1}{\nu_7 - \nu_1} = \frac{A_1 \cos\alpha}{A}.$$

On opère de même avec le prisme A', et l'on arrive aux mêmes relations que précédemment.

On vient de voir que l'achromatisme des objectifs est toujours imparfait; il faut essayer de le compléter par des oculaires.

OCULAIRE D'HUYGENS (¹). — Soit DE l'objectif d'une lunette, RRVV (*fig.* 124) l'image réelle et dispersée qu'il donne d'une ligne verticale. On place avant son plan focal une lentille D'E' qui empêche cette image de se former et concentre au point P'' les rayons D'P', E'P', qui devaient se concentrer en P'. Ceux qui aboutissaient en R feront leur image en R' sur l'axe secondaire C'R; et les violets qui arrivent en V auront leur foyer en V' sur l'axe C'V. En résumé, au lieu de l'image réelle RRVV, on en aura une autre R'R'V'V', dispersée comme la première; mais elle est dans des conditions bien différentes en ce que R'R' est plus petit que V'V', et qu'en prolongeant la ligne V'R',

Fig. 124.



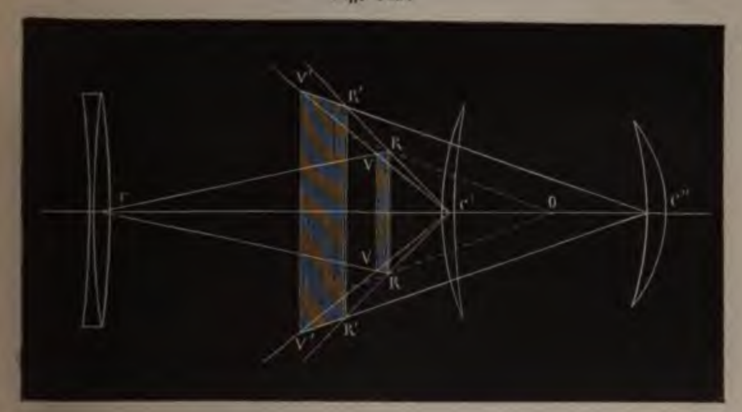
elle rencontrera l'axe en C''. Si l'œil est en C'', il verra les diverses images R', ..., V' de chaque point suivant la même direction; il verra toutes les couleurs superposées, l'image nette et incolore. Une seconde lentille placée en C'' grandit l'image V'R' et la recule à la distance de la vision distincte sans détruire son achromatisme. Cet objectif s'adapte parfaitement aux microscopes et n'a point été changé depuis Huygens; il convient moins aux lunettes par la raison qu'il faudrait placer le réticule en R'R' dans le tuyau de tirage et que l'axe ne serait pas fixe.

Le calcul du grossissement est analogue à celui que nous avons effectué pour le doublet de Wollaston (p. 121*).

(¹) Huygens and Hevelius, *On the optic glasses, and other improvements in telescops* (*Philosoph. Transact.*, 1665, p. 98).

OCULAIRE POSITIF. — Ramsden [1] a imaginé une autre disposition (*fig.* 125) : il laisse se former l'image VRVR donnée par l'objectif, et il l'observe par une première loupe C′ qui forme une série d'images virtuelles; celle du rouge est sur les axes secondaires R′RC′, celle du violet sur V′VC; et comme VV est beaucoup plus près du foyer principal de C′ que ne l'est RR, l'image violette V′V′ est reculée plus loin que l'image rouge R′R′; elle est plus grande, et les lignes V′R′ viennent se couper en C″, point où se place une deuxième lentille qui agit comme une seconde loupe et fait voir les diverses images de chaque point à des distances différentes, ce qui n'est pas un grand inconvénient pour l'œil, mais suivant le même rayon visuel, ce qui superpose toutes les couleurs.

Fig. 125.



A ne considérer que le grossissement, le double oculaire de Ramsden fait voir l'image RR comme le ferait une seule loupe qu'on placerait en O, à l'intersection avec l'axe des lignes RO parallèles à R′C″. Plus C′ sera rapproché de RR, plus O sera près de RR, et plus le grossissement sera considérable.

La formule donnée (page 121*) permet de calculer le gross's-

(1) RAMSDEN, *A description of a new construction of eye glasses for such telescopt, as may be applied to mathematical instruments* (*Philosoph. Transact.*, p. 94; 1783).

sement. Ramsden faisait habituellement $f = f'$ et $D = \frac{2}{3} f$.

Il en résulte $G = \frac{1}{3} + \frac{4}{3}\frac{\Delta}{f}$.

Les oculaires multiples ont un autre avantage : c'est que leur aberration de sphéricité est très faible. L'étude des conditions qui font augmenter ou diminuer cette aberration ne peut trouver placer ici. C'est une des questions les plus complexes de l'Optique. Elle a été traitée par Gauss (¹), Bravais (²), Biot (³). Nous renverrons à ces auteurs.

(¹) GAUSS, *Dioptrische Untersuchungen* (*Abhandl. d. Königl. Gesellsch. d. Wissensch.*, t. I), Göttingen.

(²) BRAVAIS, *Annales de Chimie et de Physique*, 3ᵉ série, t. XXXIII, p. 494; 1851.

(³) BIOT, *Sur les lunettes achromatiques à oculaires multiples* (*Annales de Chimie et de Physique*, 3ᵉ série, t. III, p. 385; 1841); *Sur quelques points relatifs à l'Astronomie et aux instruments d'Optique* (*Comptes rendus*, t. XII, p. 269); *Sur un Mémoire de M. Gauss relatif à l'Optique analytique* (*Comptes rendus*, t. XII, p. 407); *Applications diverses d'une nouvelle théorie des instruments d'Optique* (*Comptes rendus*, t. XIX, p. 495; 1844). Voir aussi *Traité élémentaire d'Astronomie physique*; Paris, 1844-47.

CHAPITRE VI.

LENTILLES ÉPAISSES. — SYSTÈMES OPTIQUES.

RÉFRACTION PAR UN SYSTÈME DE SURFACES SPHÉRIQUES CENTRÉES. — La théorie élémentaire des instruments d'Optique, développée dans le Chapitre précédent, permet de se rendre compte des conditions générales de leur établissement et de leurs principales propriétés optiques; c'est pourquoi nous avons voulu l'exposer d'abord en évitant d'y introduire prématurément tout ce qui aurait pu la compliquer en la rendant plus rigoureuse. Mais, si l'on veut passer aux calculs et aux mesures de précision qu'impliquent la construction et l'usage soit des grandes lunettes, soit des appareils pourvus d'un grand nombre de lentilles, comme les microscopes les plus perfectionnés, il devient indispensable de faire intervenir l'épaisseur des verres et de se livrer à une discussion approfondie des propriétés que possède, après un plus ou moins grand nombre de réfractions,

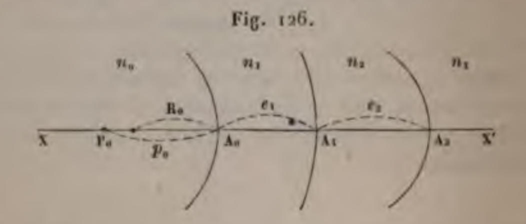
un faisceau de rayons primitivement issus d'un même point lumineux.

La théorie des lentilles épaisses et des systèmes optiques formés de surfaces sphériques centrées a été donnée par Gauss (¹), et perfectionnée par Listing (²). Elle consiste à appliquer les formules de la géométrie analytique à l'étude des faisceaux lumineux incidents et émergents. On en trouvera un exposé excellent dans les œuvres de Verdet (³).

La méthode de Gauss permet de déterminer sûrement l'ordre de grandeur des quantités que l'on néglige, et à ce titre, elle n'est guère susceptible de simplification; mais on peut lui substituer une théorie plus élémentaire, calquée en quelque sorte sur celle des lentilles infiniment minces et suffisante pour les besoins de l'enseignement (⁴). C'est celle que la forme de ce Traité nous impose d'adopter de préférence.

Soit une série de milieux (*fig.* 126) dont les indices, par

Fig. 126.



rapport au vide, sont n_0, n_1, n_2, n_3, ... séparés les uns des autres par des surfaces sphériques de faible ouverture et de même axe, de rayons R_0, R_1, R_2, ... Tous ces rayons sont

(¹) Gauss, *Dioptrische Untersuchungen* (*Abhandl. Königl. Ges. der Wiss. zu Göttingen*, 1838-1843; traduit par Bravais dans les *Ann. de Ch. et de Phys.*, 3ᵉ série, XXXIII, 259).

(²) Listing, *Ueber einige merkwürdige Punkte, in Linien und Liniensystemen* (*Ann. de Pogg.*, t. CXXIX, p. 466; 1866).

(³) Verdet, *Œuvres*, t. IV, p. 894 (Conférences de Physique, faites à l'École Normale).

(⁴) La théorie élémentaire des lentilles épaisses a été exposée par divers auteurs, notamment par MM. Adolphe Martin (*Ann. de Ch. et de Phys.*, 4ᵉ série, t. X, p. 385; 1867), Galileo Ferraris (*Le proprietà cardinali degli strumenti diottrici*, Torino, 1877), etc., et en dernier lieu par M. Bertin (*Ann. de Ch. et de Phys.*, 5ᵉ série, t. XIII, p. 486; 1878).

comptés positivement quand le centre de courbure correspondant est du côté de la lumière incidente. Nous désignons par e_1, e_2, ..., les distances des sommets des surfaces sphériques successives, et nous observerons que les quantités e_1, e_2, ..., sont essentiellement positives.

Cela posé, soit un point lumineux réel ou virtuel P_0 situé dans le premier milieu sur l'axe commun de toutes les surfaces sphériques. Le point P_0 est le sommet d'un cône de rayons lumineux, qui, après leur réfraction par la surface R_0, sont dans les mêmes conditions physiques que s'ils émanaient d'un point P_1 réel ou virtuel situé sur l'axe et appartenant au second milieu; ces rayons une fois réfractés forment donc un cône ayant pour sommet le point P_1; ils sont réfractés par la surface R_1 qui les transforme à son tour en un cône de rayons ayant pour sommet le point P_2 de l'axe et ainsi de suite. Le caractère des rayons ayant subi un nombre quelconque de réfractions reste donc toujours le même; ils forment toujours un cône ayant pour sommet un point de l'axe. En d'autres termes, un point lumineux réel ou virtuel pris sur l'axe dans le premier milieu donne, après un nombre quelconque de réfractions, une image réelle ou virtuelle située aussi sur l'axe.

Nous avons montré que, dans le cas de la réfraction par une surface sphérique unique, tous les points compris dans un même plan perpendiculaire à l'axe ont, au degré d'approximation convenu, des images contenues dans un même plan aussi perpendiculaire à l'axe. Il en sera donc de même après un nombre quelconque de réfractions, et aux points conjugués situés sur l'axe, correspondront toujours des plans conjugués élevés perpendiculairement à l'axe par ces points.

Nous désignerons par p_0 la distance d'un point lumineux situé sur l'axe au sommet A_0 de la première surface réfringente; par p_1, p_2, p_3, ... la distance de chaque image successive au sommet de la surface réfringente qui l'a produite, c'est-à-dire que la distance p_1 est comptée par rapport à A_0, p_2 par rapport à A_1, etc. Toutes ces distances sont comptées positivement quand le point lumineux ou l'image considérée est placée, par rapport au sommet correspondant, du côté de la lumière incidente.

Avec ces conventions sur les signes des diverses quantités, l'application répétée des raisonnements que nous avons exposés au début de l'étude des lentilles conduira aux équations suivantes pour déterminer les distances inconnues p_1, p_2 et les grossissements g_1, g_2, ... correspondant à chacune des réfractions prise isolément :

$$(1)\quad \left\{\begin{array}{l} \dfrac{n_1}{p_1} - \dfrac{n_0}{p_0} = \dfrac{n_1 - n_0}{R_0}, \\ \dfrac{n_2}{p_2} - \dfrac{n_1}{p_1 + e_1} = \dfrac{n_2 - n_1}{R_1}, \\ \dfrac{n_3}{p_3} - \dfrac{n_2}{p_2 + e_2} = \dfrac{n_3 - n_2}{R_2}. \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ \dfrac{n_m}{p_m} - \dfrac{n_{m-1}}{p_{m-1} + e_{m-1}} = \dfrac{n_m - n_{m-1}}{R_{m-1}}; \end{array}\right.$$

$$(2)\quad \left\{\begin{array}{l} g_1 = \dfrac{n_0 p_1}{n_1 p_0}, \\ g_2 = \dfrac{n_1 p_2}{n_2 (p_1 + e_1)}, \\ g_3 = \dfrac{n_2 p_3}{n_3 (p_2 + e_2)}, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots, \\ g_m = \dfrac{n_{m-1} p_m}{n_m (p_{m-1} + e_{m-1})}. \end{array}\right.$$

Le problème consiste :

1° A obtenir une relation entre p_0 et p_m permettant de calculer la position de la dernière image, en fonction des données du problème; on l'obtient par l'élimination de p_1, $p_2, \ldots, p_{m-1}$ entre les m équations (1);

2° A déterminer le rapport G_n des dimensions linéaires de la dernière image et de l'objet. On le trouve par l'élimination de p_0, p_1, $p_2, \ldots$ p_{m-1}, p_m entre les m équations (2) et l'équation (3)

$$(3)\qquad G_m = g_1 g_2 \ldots g_m$$

I. **SYSTÈMES SANS ÉPAISSEUR.** — Ainsi que nous avons déjà eu l'occasion de le constater dans le cas particulier des lentilles infiniment minces, le problème se simplifie beaucoup si les distances e_1, e_2, ... sont assez petites pour qu'on puisse les négliger. En ce cas les équations (1) et (2) deviennent

$$(4)\quad \begin{cases} \dfrac{n_1}{p_1} - \dfrac{n_0}{p_0} = \dfrac{n_1 - n_0}{R_0}, \\ \dfrac{n_2}{p_2} - \dfrac{n_1}{p_1} = \dfrac{n_2 - n_1}{R_1}, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots, \\ \dfrac{n_m}{p_m} - \dfrac{n_{m-1}}{p_{m-1}} = \dfrac{n_m - n_{m-1}}{R_{m-1}}; \end{cases}$$

$$(5)\quad \begin{cases} g_1 = \dfrac{n_0 p_1}{n_1 p_0}, \\ g_2 = \dfrac{n_1 p_2}{n_2 p_1}, \\ \dots\dots\dots\dots, \\ g_m = \dfrac{n_{m-1} p_m}{n_m p_{m-1}}; \end{cases}$$

et les éliminations deviennent très faciles. En ajoutant membre à membre les équations (4), on a

$$(6)\quad \frac{n_m}{p_m} - \frac{n_0}{p_0} = \frac{n_1 - n_0}{R_0} + \frac{n_2 - n_1}{R_1} + \ldots + \frac{n_m - n_{m-1}}{R_{m-1}} = A_m;$$

posant

$$(7)\quad \begin{cases} f_m = \dfrac{n_m}{A_m}, \\ f_0 = -\dfrac{n_0}{A_m}, \end{cases}$$

l'équation (6) se réduit à

$$(8)\quad \frac{f_m}{p_m} + \frac{f_0}{p_0} = 1.$$

D'autre part, on a

(9) $$G_m = g_1 g_2 \ldots g_m = \frac{n_0 p_m}{n_m p_0}.$$

Les équations (6) et (9) sont de même forme que celles qui se rapportent à la réfraction par une surface sphérique unique. On peut, en effet, déterminer le rayon P d'une surface sphérique fictive, séparant les milieux extrêmes d'indice n_0 et n_m et dont le sommet coïncide avec celui des surfaces réfringentes considérées, par la condition que l'on ait

$$\frac{n_m}{p_m} - \frac{n_0}{p_0} = \frac{n_m - n_0}{P};$$

d'où

$$P = \frac{n_m - n_0}{A_m}.$$

et l'on a alors, pour le grossissement relatif à cette réfraction unique,

$$g'_1 = \frac{n_0 p_m}{n_m p_1} = G_m.$$

En donnant à l'équation (6) des foyers conjugués la forme (8), on voit que le système optique considéré admet en général deux plans focaux, dont les distances au sommet commun des surfaces réfringentes sont respectivement f_m et f_0. Ces deux plans focaux sont situés de part et d'autre du sommet, et le rapport des deux distances focales, prises en valeur absolue, est

(10) $$-\frac{f_m}{f_0} = \frac{n_m}{n_0}.$$

Il est égal à l'indice relatif du dernier milieu par rapport au premier.

Cas où les milieux extrêmes sont identiques. — Si les milieux extrêmes sont identiques, les deux distances focales deviennent égales en valeur absolue; l'équation des foyers conjugués se réduit à

(11) $$\frac{1}{p_m} - \frac{1}{p_0} = \frac{1}{f_m},$$

et celle du grossissement à

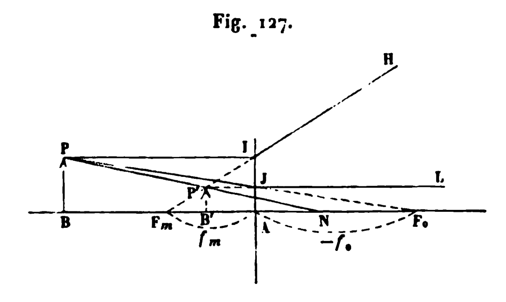
$$(12) \qquad G_m = \frac{p_m}{p_0}.$$

Ces équations sont celles qui conviennent à une lentille infiniment mince de distance focale f_m. Le système est donc équivalent à une telle lentille; suivant que f_m est positif ou négatif, le système est divergent ou convergent.

Le sommet commun des surfaces sphériques est un centre optique, et la construction géométrique des images se fait comme dans le cas d'une lentille infiniment mince. On détermine expérimentalement la distance focale, comme pour une lentille infiniment mince.

CAS OU LES MILIEUX EXTRÊMES SONT DIFFÉRENTS. — Si les milieux extrêmes sont différents, la construction des images s'effectuera au moyen des foyers, comme on l'a montré (page 96*) pour une surface sphérique unique.

Fig. 127.



Soient A (*fig.* 127) le sommet commun des surfaces sphériques, F_m et F_0 les deux foyers. Le rayon PI parallèle à l'axe sort du système en IH, comme s'il était issu de F_m; le rayon PJ dirigé vers F_0 sort en JL, parallèlement à l'axe. Ces rayons prolongés se rencontrent en P' et l'image de PB est P'B'.

Les triangles semblables JAF_m, $P'B'F_m$ d'une part, JAF_0, PBF_0 d'autre part, donnent

$$\frac{\overline{P'B'}}{\overline{PB}} = \frac{f_m - p_m}{f_m} = \frac{-f_0}{p_0 - f_0};$$

d'où

$$\frac{p_m}{f_m} = \frac{p_0}{p_0 - f_0}$$

et, par suite,

$$(13)\quad G_m = \frac{\overline{P'B'}}{\overline{PB}} = -\frac{f_0}{p_0 - f_0} = -\frac{f_0}{p_0}\frac{p_0}{p_0 - f_0} = -\frac{f_0 p_m}{p_0 f_m};$$

c'est une nouvelle expression du grossissement qui se déduit, d'ailleurs, immédiatement de la comparaison des formules (9) et (10).

La droite qui joint le point P au point P′ est la direction d'un rayon émergent, dont le prolongement coïncide avec le rayon incident qui lui a donné naissance. C'est le *rayon sans déviation*. La droite PP′ rencontre l'axe en un point N, dont la distance x au point A peut être déterminée de la manière suivante.

Les triangles semblables P′B′N, PBN donnent

$$(14)\quad \frac{\overline{P'B'}}{\overline{PB}} = \frac{\overline{B'N}}{\overline{BN}} = \frac{p_m - x}{p_0 - x};$$

on a d'ailleurs

$$(15)\quad \frac{\overline{P'B'}}{\overline{PB}} = \frac{f_m - p_m}{f_m} = \frac{-f_0}{p_0 - f_0} = \frac{p_m - (f_m + f_0)}{p_0 - (f_m + f_0)}.$$

En comparant (14) et (15), on voit que

$$(16)\quad x = f_m + f_0;$$

chacune de ces quantités étant, bien entendu, prise avec son signe. La distance x est donc fixe et égale, en valeur absolue, à la différence des deux longueurs focales qui sont, comme on sait, de signe contraire.

Le point N a reçu le nom de *point nodal*. C'est le point qui coïncide avec sa propre image, et l'on peut déterminer x par cette condition, à l'aide de la formule (8). Il jouit, pour un système optique sans épaisseur, des propriétés dont jouit, pour une surface sphérique unique, le centre de courbure de cette surface.

CAS OU A_m EST NUL. — La quantité A_m, du calcul de laquelle dépendent les deux distances focales, est une somme de quantités de la forme $\frac{n_i - n_{i-1}}{R_{i-1}}$, qui peuvent être indifféremment positives ou négatives. Il peut donc arriver que cette somme soit nulle, et alors les distances focales sont infinies ; la formule (8) devient illusoire. Mais la formule (6) prend la forme très simple

$$(17) \qquad \frac{p_m}{p_0} = \frac{n_m}{n_0},$$

et la formule (9) du grossissement se réduit à

$$(18) \qquad G_m = 1;$$

l'image est toujours égale à l'objet et droite; sa distance au sommet des surfaces sphériques est à celle de l'objet dans un rapport égal à l'indice relatif du dernier milieu par rapport au premier. Ce cas est comparable à la réfraction opérée par une surface plane.

II. — SYSTÈMES ÉPAIS.

CAS DE DEUX RÉFRACTIONS SEULEMENT. — L'étude des systèmes infiniment minces nous conduit ainsi, dans tous les cas, à des résultats d'une extrême simplicité. Il est temps de nous occuper des systèmes réels, dans lesquels les épaisseurs e_1, e_2, ... sont des quantités quelconques. Nous nous bornerons d'abord au cas de deux réfractions seulement.

Les équations à résoudre sont

$$(1) \qquad \begin{cases} \frac{n_1}{p_1} - \frac{n_0}{p_0} = \frac{n_1 - n_0}{R_0}, \\ \frac{n_2}{p_2} - \frac{n_1}{p_1 + e_1} = \frac{n_2 - n_1}{R_1}; \end{cases}$$

$$(2) \qquad \begin{cases} g_1 = \frac{n_0 p_1}{n_1 p_0}, \\ g_2 = \frac{n_1 p_2}{n_2(p_1 + e_1)}, \end{cases}$$

$$(3) \qquad G_2 = g_1 g_2.$$

Nous é[illegible]rons les équations (1) sous la forme

$$(1\ bis)\qquad \begin{cases} \dfrac{f_1}{p_1}+\dfrac{f_0}{p_0}=1, \\ \dfrac{f_2}{p_2}+\dfrac{f_1'}{p_1+e_1}=1, \end{cases}$$

en posant

$$(4)\qquad \begin{cases} f_1=\dfrac{n_1 R_0}{n_1-n_0}, & f_0=-\dfrac{n_0 R_0}{n_1-n_0}, \\ f_1'=-\dfrac{n_1 R_1}{n_2-n_1}, & f_2=+\dfrac{n_2 R_1}{n_2-n_1}. \end{cases}$$

On remarquera d'ailleurs que

$$(5)\qquad \begin{cases} \dfrac{f_1}{n_1}=-\dfrac{f_0}{n_0}, \\ \dfrac{f_1'}{n_1}=-\dfrac{f_2}{n_2}, \end{cases}$$

ce qui permettra de ne conserver, dans les calculs, que f_0 et f_2.

En éliminant p_1 entre les équations (1 *bis*), on obtient

$$(6)\qquad \frac{e_1}{n_1}=-\frac{1}{n_2}\,\frac{p_2 f_2}{p_2-f_2}+\frac{1}{n_0}\,\frac{p_0 f_0}{p_0-f_0}.$$

Cette équation pourrait être appliquée directement au calcul de p_2, mais il convient de la ramener à une forme plus simple. A cet effet, chassons d'abord les dénominateurs; il vient

$$\left(\frac{e_1}{n_1}+\frac{f_2}{n_2}-\frac{f_0}{n_0}\right)p_2 p_0 \\ -f_2\left[\frac{e_1}{n_1}-\frac{f_0}{n_0}\right]p_0-f_0\left[\frac{e_1}{n_1}+\frac{f_2}{n_2}\right]p_2+\frac{e_1}{n_1}f_0 f_2=0$$

ou, en posant

$$(7)\qquad \left\{\begin{aligned} A &= \frac{e_1}{n_1} + \frac{f_2}{n_2} - \frac{f_0}{n_0}, \\ B &= -f_2\left(\frac{e_1}{n_1} - \frac{f_0}{n_0}\right), \\ C &= -f_0\left(\frac{e_1}{n_1} + \frac{f_2}{n_1}\right), \\ D &= \frac{e_1}{n_1} f_0 f_2; \end{aligned}\right.$$

$$(8)\qquad A p_2 p_0 + B p_0 + C p_2 + D = 0.$$

Je dis que l'équation (8) peut être ramenée à la forme

$$\frac{F_0}{P_0} + \frac{F_2}{P_2} = 1.$$

A cet effet, posons

$$(9)\qquad \left\{\begin{aligned} p_0 &= P_0 + a_0, \\ p_2 &= P_2 + a_2, \end{aligned}\right.$$

ce qui revient à compter les distances P_0 et P_2 à partir de nouvelles origines situées, la première à une distance a_0 en avant de la première courbure, la seconde à une distance a_2 en avant de la deuxième courbure. Substituons à p_0 et p_2 leurs valeurs (9) dans l'équation (8); celle-ci devient

$$(10)\qquad \left\{\begin{aligned} & A P_0 P_2 + (A a_2 + B) P_0 \\ & \quad + (A a_0 + C) P_2 + A a_0 a_2 + B a_0 + C a_2 + D = 0. \end{aligned}\right.$$

Or nous sommes libres de choisir a_0 et a_2. Nous pouvons, en particulier, astreindre ces deux quantités à vérifier l'équation

$$(11)\qquad A a_0 a_2 + B a_0 + C a_2 + D = 0;$$

et alors l'équation (10) devient

$$A P_0 P_2 + (A a_2 + B) P_0 + (A a_0 + C) P_2 = 0$$

ou, en [illegible]nt

$$(12)\qquad \begin{cases} F_0 = -\left(a_0 + \dfrac{C}{A}\right), \\ F_2 = -\left(a_2 + \dfrac{B}{A}\right), \end{cases}$$

$$(13)\qquad \frac{F_0}{P_0} + \frac{F_2}{P_2} = 1.$$

L'équation (13) est de la même forme que chacune des équations (1 *bis*) correspondant à la réfraction par une surface unique; et, pour amener ce résultat, il a suffi d'astreindre a_2 et a_0 à vérifier l'équation (11). Or celle-ci exprime que les nouvelles origines sont deux points conjugués, par rapport au système optique des deux surfaces réfringentes. Ces points conjugués peuvent jusqu'ici être quelconques.

POINTS PRINCIPAUX. — Pour achever de déterminer les origines à partir desquelles il convient de compter P_0 et P_2, il faut astreindre a_0 et a_2 à une condition nouvelle. Par exemple, nous pouvons exiger que, pour les plans conjugués passant par les origines, le grossissement G_2 soit égal à 1. Or on a, d'après les équations (2), (3), (1 *bis*), (5) et (9),

$$(14)\qquad \begin{cases} g_1 = \dfrac{n_0 p_1}{n_1 p_0} = -\dfrac{f_0}{p_0 - f_0}, \\ g_2 = \dfrac{n_1 p_2}{n_2(p_1 + e_1)} = -\dfrac{p_2 - f_2}{f_2}, \\ G_2 = g_1 g_2 = \dfrac{f_0}{f_2}\,\dfrac{p_2 - f_2}{p_0 - f_0} = \dfrac{f_0}{f_1}\,\dfrac{P_2 + a_2 - f_2}{P_0 + a_0 - f_0}. \end{cases}$$

La condition imposée, c'est que, pour $P_0 = 0$, $P_2 = 0$ on ait $G_2 = 1$. Il faut donc que

$$\frac{f_0}{f_2}\,\frac{a_2 - f_2}{a_0 - f_0} = 1,$$

c'est-à-dire que

$$(15)\qquad \frac{a_2}{a_0} = \frac{f_2}{f_0}.$$

Les équations (11) et (15) déterminent complètement a_0 et a_2. On trouve, en rejetant une solution étrangère,

$$(16)\quad \left\{ \begin{aligned} a_0 &= \frac{\dfrac{e_1}{n_1} f_0}{\dfrac{e_1}{n_1} + \dfrac{f_2}{n_2} - \dfrac{f_0}{n_0}}, \\ a_2 &= \frac{\dfrac{e_1}{n_1} f_2}{\dfrac{e_1}{n_1} + \dfrac{f_2}{n_2} - \dfrac{f_0}{n_0}}. \end{aligned} \right.$$

En substituant ces valeurs dans les équations (12), il vient

$$(17)\quad \left\{ \begin{aligned} F_0 &= \frac{\dfrac{f_0 f_2}{n_2}}{\dfrac{e_1}{n_1} + \dfrac{f_2}{n_2} - \dfrac{f_0}{n_0}}, \\ F_2 &= \frac{-\dfrac{f_0 f_2}{n_0}}{\dfrac{e_1}{n_1} + \dfrac{f_2}{n_2} - \dfrac{f_0}{n_0}}. \end{aligned} \right.$$

On remarquera : 1° que a_0 et a_2 sont en général du même ordre de grandeur que la distance e_1 des deux courbures et s'annulent en même temps que cette épaisseur;

2° Que l'on a entre F_0 et F_2 la relation

$$(18)\quad \frac{F_2}{F_0} = -\frac{n_2}{n_0},$$

de même forme que celle qui se rapporte aux deux distances focales d'une surface sphérique unique.

Les plans conjugués pour lesquels le grossissement est égal à 1 se nomment *plans principaux*, et les longueurs F_0, F_2, les *distances focales principales* du système optique.

Les équations auxquelles nous sommes parvenus donnent la solution complète du problème que nous nous étions proposé. D'ailleurs, il est aisé de voir que, quand on aura calculé les expressions (16) et (17), on se trouvera conduit à une

construction géométrique très simple des images, et l'on se trouvera dispensé de faire usage des formules (13) et (14) des foyers conjugués et du grossissement.

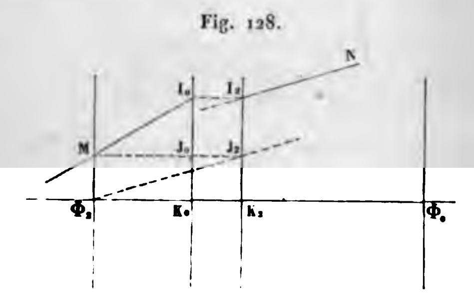
CONSTRUCTION GÉOMÉTRIQUE DES IMAGES AU MOYEN DES PLANS PRINCIPAUX ET DES PLANS FOCAUX. — On désigne sous le nom de *plans focaux* les plans Φ_0 et Φ_2 perpendiculaires à l'axe et dont les distances aux plans principaux correspondants sont respectivement F_0 et F_2.

L'équation (13) des plans conjugués

$$\frac{F_0}{P_0} + \frac{F_2}{P_2} = 1,$$

analogue à celle des systèmes infiniment minces, donne, pour $P_0 = \infty$, $P_2 = F_2$; ce qui signifie que, si le point lumineux est à l'infini, son image se forme dans le plan Φ_2; ou encore qu'un système quelconque de rayons parallèles se réfracte à tra-

Fig. 128.



vers le système, de telle sorte que tous les rayons réfractés (ou leurs prolongements) rencontrent le plan Φ_2 en un même point. De même, pour $P_2 = \infty$, on a $P_0 = F_0$, c'est-à-dire que des rayons issus d'un même point du plan Φ_0 sortent du système optique, en formant un faisceau de rayons parallèles.

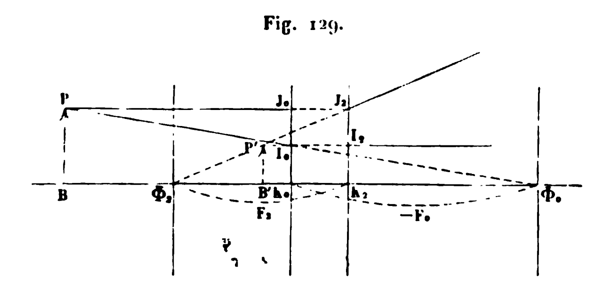
D'autre part, observons que les plans principaux K_0, K_2 (*fig.* 128) sont caractérisés par la propriété que ces deux plans sont conjugués par rapport au système optique, et que l'image d'un objet linéaire K_0I_0, situé dans le premier plan, est droite et égale à l'objet. Cette image K_2I_2 s'obtiendra donc en me-

nant par I_0 une parallèle à l'axe jusqu'au second plan principal. Puisque I_2 est l'image de I_0, tout rayon incident rencontrant le premier plan principal en I_0 fournit un rayon réfracté qui rencontre en I_2 le second plan principal.

Cela posé, soit MI_0 un rayon incident quelconque rencontrant le premier plan focal et le premier plan principal respectivement en M et I_0. Nous connaissons déjà un point I_2 du rayon réfracté; il suffit de trouver la direction de ce rayon : à cet effet, menons par M la parallèle à l'axe MJ_0; le rayon réfracté correspondant à MJ_0 passe par J_2 et par Φ_2, et puisque tous les rayons issus de M sortent du système optique parallèles entre eux, le rayon réfracté I_2N correspondant à MI_0 est parallèle à $\Phi_2 J_2$.

Proposons-nous maintenant de construire l'image d'un point P situé en dehors de l'axe du système. Il suffit de construire

Fig. 129.



les rayons réfractés correspondant à deux rayons incidents issus du point P. Nous choisirons (*fig.* 129) le rayon PJ_0 parallèle à l'axe qui se réfracte suivant $\Phi_2 J_2$, et le rayon PI_0 dirigé vers le foyer Φ_0 qui se réfracte parallèlement à l'axe. Le point de rencontre P' de ces deux rayons est l'image du point P, et P'B' est l'image de l'objet linéaire PB perpendiculaire à l'axe.

Cette construction de l'image ne diffère de celle qui a été appliquée aux systèmes infiniment minces qu'en ce que le plan focal double coïncidant avec le sommet du système optique ($p = 0, p' = 0$) s'est dédoublé en donnant naissance aux deux plans principaux, et que le rayon réfracté part toujours du point du *second plan principal* correspondant au

point où le rayon incident rencontre le *premier plan principal*.

POINTS NODAUX. — La construction précédente fournit une expression très simple du grossissement. Les triangles semblables $P'B'\Phi_2$, $J_2K_2\Phi_2$ et $I_0K_0\Phi_0$, $PB\Phi_0$ donnent en effet [1]

$$(19) \qquad G_2 = \frac{\overline{P'B'}}{\overline{PB}} = \frac{P_2 - F_2}{-F_2} = \frac{-F_0}{P_0 - F_0};$$

d'où, ajoutant les numérateurs et les dénominateurs des deux derniers rapports

$$(20) \qquad G_2 = \frac{P_2 - (F_0 + F_2)}{P_0 - (F_0 + F_2)}.$$

Soient O et O′ les points dont les distances aux points principaux sont égales à $F_0 + F_2$: les distances BO, B′O′ sont respectivement égales à $P_0 - (F_0 + F_2)$, $P_2 - (F_0 + F_2)$, et les triangles PBO, P′B′O′ sont semblables. Il en résulte que les droites PO, P′O′ sont parallèles ; c'est-à-dire qu'un rayon incident quelconque, dirigé vers le point O, donne un rayon réfracté parallèle passant par le point O′. Ces deux points O, O′, conjugués par rapport au système optique, sont désignés sous le nom de *points nodaux* : ils sont séparés l'un de l'autre par la même distance $a_0 - a_2 + e_1$ qui sépare les deux points principaux ; et, de même que ces deux derniers jouent, dans la construction des images, le rôle du sommet d'une surface sphérique unique, pour ainsi dire dédoublé, les points nodaux

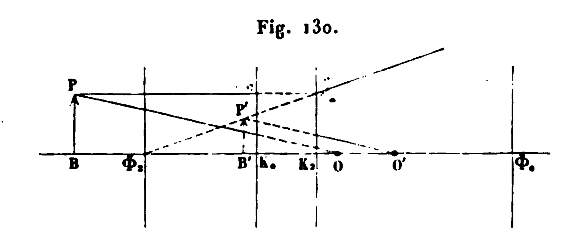
(1) On peut obtenir les mêmes relations à l'aide de la formule (14) en remplaçant a_2 et a_0 par leurs valeurs en fonctions de F_2 et F_0 ; puis substituant soit à P_0, soit à P_2 leurs expressions tirées de la formule (13) des foyers conjugués. Par exemple, en éliminant P_2, on obtient successivement

$$G_2 = \frac{\dfrac{P_2}{f_2} - \dfrac{f_0}{n_0 A} - \dfrac{f_2}{n_2 A}}{\dfrac{P_0}{f_0} + \dfrac{f_0}{n_0 A} - \dfrac{f_2}{n_2 A}} = \frac{\dfrac{P_2}{f_2} - \left(\dfrac{F_2}{f_2} + \dfrac{F_0}{f_0}\right)}{\dfrac{P_0}{f_0} - \left(\dfrac{F_2}{f_2} + \dfrac{F_0}{f_0}\right)}$$

$$= \frac{\dfrac{P_0}{P_0 - F_0}\dfrac{F_2}{f_2} - \left(\dfrac{F_2}{f_2} + \dfrac{F_0}{f_0}\right)}{\dfrac{P_0}{f_0} - \left(\dfrac{F_2}{f_2} + \dfrac{F_0}{f_0}\right)} = \frac{-F_0}{P_0 - F_0}.$$

jouent le rôle du centre de courbure, également dédoublé, et peuvent aussi être employés à la construction des images. Soit, par exemple, à déterminer l'image du point P (*fig.* 130);

Fig. 130.



on joint PO, et l'on mène par le point O' une parallèle à PO; on mène ensuite par le point P le rayon parallèle à l'axe. On construit, comme on l'a vu ci-dessus, le rayon réfracté correspondant, et l'intersection P' des deux rayons réfractés donne l'image du point P.

GROSSISSEMENT. — La formule des foyers conjugués donne

$$\frac{P_2 - F_2}{F_0} = \frac{P_2}{P_0}.$$

Il en résulte que

$$(21) \qquad G_2 = \frac{P_2 - F_2}{-F_2} = \frac{P_2 - F_2}{F_0}\,\frac{F_0}{-F_2} = -\frac{F_0 P_2}{F_2 P_0} = \frac{n_0 P_2}{n_2 P_0}.$$

Cette expression du grossissement est la plus usitée. Elle offre l'avantage d'être identique à celle du grossissement par une surface sphérique unique ([1]).

([1]) Soit une lentille biconvexe de rayons de courbure égaux,

$$R_0 = -R_1 = 5^m,$$

d'indice $n = 1,5$, d'épaisseur $0^m.05$, limitée d'un côté par de l'air, de l'autre par de l'eau dont l'indice est $1,333$. On a $\frac{n_2}{n_0} = \frac{1,5}{1,333}$.

$$a_0 = -0^m,00834 \qquad a_1 = 0^m,03336$$
$$F_0 = 7^m,50625 \qquad F_2 = -10^m,00834.$$

Les plans nodaux sont à une distance $F_1 + F_2 = -2^m,5021$, en arrière des plans principaux.

Si l'on considérait la lentille comme infiniment mince, on porterait le foyer

OMBRE QUELCONQUE DE RÉFRACTIONS. — Nous sommes en mesure d'étudier ce qui se passe quand le réfractions est supérieur à deux. Considérons d'a-le trois réfractions. Le système des équations à ré-oour les foyers conjugués,

$$\frac{F_0}{P_0} + \frac{F_2}{P_2} = 1,$$

$$\frac{n_3}{p_3} - \frac{n_2}{p_2 + e_2} = \frac{n_3 - n_2}{R_3}$$

ou encore

$$(22) \quad \begin{cases} \dfrac{F_0}{P_0} + \dfrac{F_2}{P_2} = 1, \\ \dfrac{f_3}{p_3} + \dfrac{f_2}{P_2 + a_2 + e_2} = 1, \end{cases}$$

en posant

$$(23) \quad \begin{cases} f_3 = \dfrac{n_3 R_2}{n_3 - n_2}, \\ f_2 = -\dfrac{n_2 R_2}{n_3 - n_2}; \end{cases}$$

d'où

$$\frac{f_2}{f_3} = -\frac{n_2}{n_3}.$$

Pour le grossissement, on a

$$(24) \quad \begin{cases} G_2 = \dfrac{n_2 P_0}{n_0 P_2}, \\ g_3 = \dfrac{n_2 p_3}{n_3 (P_2 + a_2 + e_2)}, \\ G_3 = G_2 g_3. \end{cases}$$

---

antérieur à $7^m,5$ en avant de la courbure antérieure, soit à $2^{mm},09$, trop en avant; quant au foyer postérieur, il serait trop éloigné de la courbure postérieure de $2^{mm},026$.

L'erreur sur le grossissement sera tout à fait négligeable.

Les équations (22) et (24) ne diffèrent des équations (1 *bis*), (2) et (3), que par les substitutions suivantes.

Elles contiennent :

F_2	au lieu de	f_1,
F_0	»	f_0,
f_3	»	f_2,
f'_2	»	f'_1,
P_2	»	P_1,
P_0	»	p_0,
p_3	»	p_2,
$a_2 + e_2$	»	e_1,
n_2	»	n_1,
n_3	»	n_2.

On peut donc traiter ces équations de la même manière. Posant

$$(25) \qquad \left\{ \begin{aligned} P_0 &= P'_0 + a'_0, \\ p_3 &= P_3 + a_3, \end{aligned} \right.$$

on déterminera a'_0 et a_3 par la double condition que l'équation des foyers conjugués prenne la forme

$$(26) \qquad \frac{F'_0}{P'_0} + \frac{F_3}{P_3} = 1,$$

et que le grossissement, pour les plans conjugués coïncidant avec les nouvelles origines, soit égal à 1. On obtiendra ainsi pour a'_0, a_3, F'_0, F_3 les valeurs

$$(27) \qquad \left\{ \begin{aligned} a'_0 &= \frac{\dfrac{a_2 + e_2}{n_2} F_0}{\dfrac{a_2 + e_2}{n_2} + \dfrac{f_3}{n_3} - \dfrac{F_0}{n_0}}, \\ a_3 &= \frac{\dfrac{a_2 + e_2}{n_2} f_3}{\dfrac{a_2 + e_2}{n_2} + \dfrac{f_3}{n_3} - \dfrac{F_0}{n_0}}. \end{aligned} \right.$$

$$(\text{:}\quad \left\{ \begin{aligned} F'_0 &= \frac{\dfrac{F_0 f_3}{n_3}}{\dfrac{a_2+e_2}{n_2}+\dfrac{f_3}{n_3}-\dfrac{F_0}{n_0}}, \\ F_3 &= \frac{-\dfrac{F_0 f_3}{n_0}}{\dfrac{a_2+e_2}{n_2}+\dfrac{f_3}{n_3}-\dfrac{F_0}{n_0}}, \end{aligned} \right.$$

qui se calculeront sans peine au moyen de a_0 et de F_0. Le système optique à trois courbures possède donc des plans principaux et des plans focaux, et les deux distances focales principales sont liées entre elles par la relation caractéristique

$$(29)\qquad \frac{F'_0}{F_3} = \frac{-n_3}{n_0}.$$

De même l'expression G_3 du grossissement peut se mettre sous la forme

$$(30)\qquad G_3 = \frac{P_3-(F'_0+F_3)}{P_0-(F'_0+F_3)},$$

et le système admet deux points nodaux situés à une distance $F'_0 + F_3$ en avant des points principaux correspondants.

Enfin on peut écrire

$$(31)\qquad G_3 = \frac{n_0 P_3}{n_3 P_0},$$

et l'expression du grossissement se trouve ainsi ramenée à la même forme que pour une ou deux surfaces sphériques.

En résumé, l'adjonction d'une troisième réfraction aux deux premières n'introduit pas de complication nouvelle : les propriétés générales du système optique ne sont pas modifiées, mais seulement la position des plans principaux et la valeur des distances focales. Il en sera de même si le nombre des réfractions est de 4, 5, ..., m, et l'on calculera de proche en proche la position des points principaux et des points nodaux

et les distances focales principales par l'application répétée des mêmes formules, en opérant à chaque fois les substitutions convenables.

CAS OU LES MILIEUX EXTRÊMES SONT IDENTIQUES. — On a d'une manière générale pour un système optique formé d'un nombre déterminé de surfaces sphériques centrées, et en désignant par f et f' les distances focales principales, P et P' les distances de deux foyers conjugués quelconques aux plans principaux correspondants, par n et n' les indices des milieux extrêmes et par G le grossissement,

$$\frac{f}{P} + \frac{f'}{P'} = 1, \tag{32}$$

$$G = \frac{nP'}{n'P}; \tag{33}$$

d'ailleurs

$$\frac{f}{f'} = -\frac{n'}{n}. \tag{34}$$

Quand les milieux extrêmes sont identiques,

$$n = n'$$

et, par suite,

$$f' = -f.$$

La formule des foyers conjugués devient

$$\frac{1}{P'} - \frac{1}{P} = -\frac{1}{f} = \frac{1}{f'}, \tag{35}$$

identique à celle des lentilles infiniment minces.

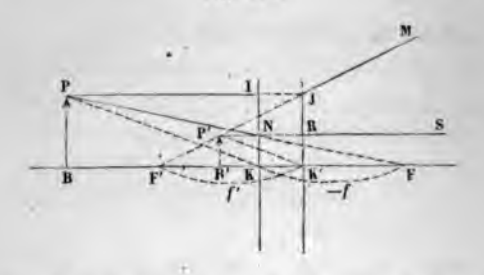
Puisque $f + f' = 0$, la distance de chaque point nodal au point principal correspondant s'annule : ces deux sortes de points se confondent. L'expression du grossissement se réduit à

$$G = \frac{P'}{P}; \tag{36}$$

elle est, comme l'équation des foyers conjugués, identique à celle des lentilles infiniment minces.

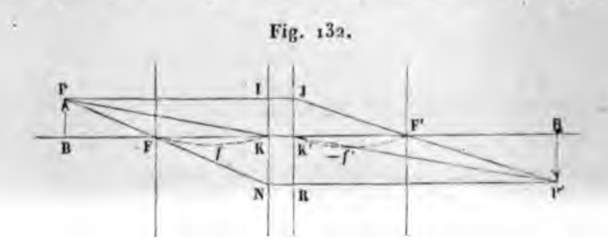
Suiv... ue f' est positif ou négatif, le système optique est comparal... à une lentille infiniment mince, divergente ou

Fig. 131.



convergente. Les *fig.* 131 et 132 montrent la construction géométrique des images. Dans ces deux cas, on peut em-

Fig. 132.



ployer à volonté deux des trois rayons PI, PF, PK, auxquels correspondent les rayons réfractés F'J, RP', K'P'.

LENTILLES ÉPAISSES DONT LES DEUX FACES PLONGENT DANS UN MÊME MILIEU. — CENTRE OPTIQUE. — Le cas pratique le plus fréquent est celui d'une lentille épaisse d'indice n_1, dont les deux faces plongent dans un même milieu d'indice n_0. En faisant $n_2 = n_0$ dans les formules générales relatives à deux réfractions, on trouve

$$\frac{1}{P'} - \frac{1}{P} = -\frac{1}{f}, \tag{37}$$

$$f = F_0 = \frac{\dfrac{f_0 f_2}{n_0}}{\dfrac{e_1}{n_1} + \dfrac{f_2 - f_0}{n_0}}$$

ou, en remplaçant f_0 et f_2 par leurs valeurs,

$$(38)\qquad f=\frac{n_0 R_0 R_1}{(n_0-n_1)\left(\frac{n_0-n_1}{n_1}e_1+R_1-R_0\right)}.$$

On peut encore introduire l'indice relatif $\frac{n_1}{n_0}=n$ de la lentille par rapport au milieu ambiant, et, si l'on suppose, comme de coutume, que ce milieu est de l'air, $n_0=1$,

$$(39)\qquad f'=-f=\frac{-nR_0R_1}{(n-1)[n(R_0-R_1)+(n-1)e]}.$$

On trouve de même

$$(40)\qquad \begin{cases} a=a_0=\dfrac{-eR_0}{n(R_0-R_1)+(n-1)e}, \\ a'=a_2=\dfrac{-eR_1}{n(R_0-R_1)+(n-1)e}. \end{cases}$$

La distance des deux plans principaux qui sont aussi les points nodaux est $a'-a+e$ [1].

---

[1] La quantité $a'-a+e$ est très sensiblement égale à $\frac{e}{n}$. Ainsi, pour une lentille biconvexe dont les rayons de courbure sont de 5^m, l'épaisseur de $0^m,05$, l'indice $1,5$, on a

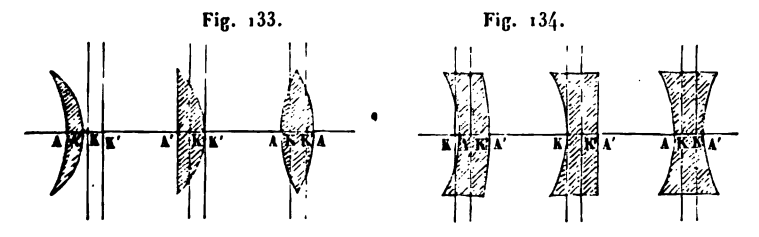
$$\frac{e}{n}=0^m,03333,\qquad a'-a=0^m,03389;$$

les distances des plans principaux aux sommets correspondants sont

$$-a=a'=0^m,01681.$$

La distance focale $f=5^m,00835$; si l'on considérait la lentille comme infi-

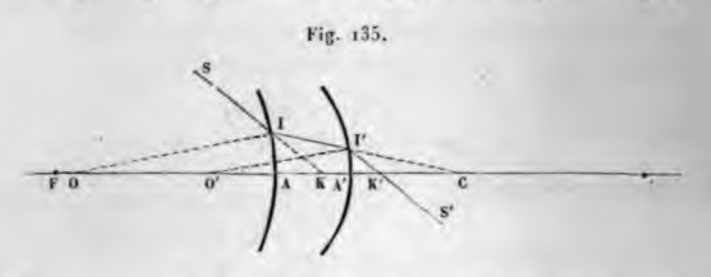
Fig. 133. Fig. 134.



niment mince, on prendrait pour cette distance 5^m en avant de la courbure

On désigne, sous le nom de *Centre optique* d'une lentille un point tel que tout rayon qui traverse la lentille en passant par ce point sort parallèlement à sa direction primitive. Or nous savons que tout rayon dirigé vers le point principal K sort de la lunette dans une direction parallèle passant par le second point principal K'. Soit C (*fig.* 135) le point conjugué

Fig. 135.



de K par rapport à la première courbure, il sera aussi le point conjugué de K' par rapport à la seconde courbure, et tout rayon dirigé vers K, c'est-à-dire jouissant de la propriété d'émerger de la lentille parallèlement à sa direction primitive, traversera la lentille dans une direction qui passe par le point C. Ce point est donc le centre optique.

La position du point C peut se déterminer sans calcul. Menons par les centres O et O' des deux courbures deux droites parallèles OI, O'I' et joignons II'. Cette droite coupe l'axe en un point C, déterminé par la relation

$$\frac{\overline{OC}}{\overline{O'C}} = \frac{R_0}{R_1}.$$

Le point C est fixe et divise extérieurement la droite OO' en segments proportionnels aux rayons. Comme d'ailleurs II' fait, à l'intérieur de la lentille, des angles égaux avec les normales aux faces d'entrée et de sortie, les rayons extérieurs SI, I'S'

---

antérieure et par conséquent $5^{m},01629$ en avant du plan principal antérieur. Le foyer serait donc à $8^{mm},4$ en avant de sa position réelle.

Il est utile de s'habituer à reconnaître la position qu'occupent les plans principaux par rapport aux courbures de la lentille épaisse. Ils sont disposés comme l'indiquent les figures ci-jointes. *

sont parallèles. Le point C jouit donc de la propriété que tout rayon, qui, dans l'intérieur de lentille, est dirigé vers ce point, possède à l'extérieur des directions parallèles. C'est le *centre optique*. La propriété qu'il possède se trouve ainsi établie *rigoureusement*.

Le centre optique étant connu, nous pouvons calculer sans difficulté la position des points principaux K et K'. Soit en effet K le point où le rayon SI rencontre l'axe. Au degré d'approximation où nous avons établi la formule de la réfraction par une surface sphérique, le point C est, par rapport à la surface A, l'image du point K, et par suite le point K est fixe; de même le point K' est fixe, comme image du point C à travers la surface A'; en définitive, les deux points nodaux K et K' sont conjugués par rapport à la lentille. On trouve aisément

$$\mathrm{OC} = \mathrm{R}\left(1 + \frac{e}{\mathrm{R}_0 - \mathrm{R}_1}\right), \qquad \mathrm{OC}' = \mathrm{R}_1\left(1 + \frac{e}{\mathrm{R}_0 - \mathrm{R}_1}\right),$$

et, en appliquant les formules de la réfraction par une surface sphérique,

$$\mathrm{AK} = \frac{-e\mathrm{R}_0}{n(\mathrm{R}_0 - \mathrm{R}_1) + (n-1)e},$$

$$\mathrm{A'K'} = \frac{-e\mathrm{R}_1}{n(\mathrm{R}_0 - \mathrm{R}_1) + (n-1)e}.$$

Ce sont bien les valeurs calculées précédemment.

CAS OU LES FOYERS SONT A L'INFINI. — Reprenons les formules générales d'un système optique formé de deux surfaces réfringentes seulement. Les valeurs de a_0, a_2, F_0, F_2 ont pour dénominateur commun

$$\mathrm{A} = \frac{e_1}{n_1} + \frac{f_2}{n_2} - \frac{f_0}{n_0};$$

si $\mathrm{A} = 0$, les plans principaux et les plans focaux se trouvent rejetés à l'infini; la transformation analytique des formules des foyers conjugués et du grossissement ainsi que la construction des images que nous avons indiquées deviennent illusoires. Pour savoir ce qui se passe, il faut avoir recours aux équations non transformées.

$$A = \frac{e_1}{n_1} + \frac{f_2}{n_2} - \frac{f_0}{n_0} = 0,$$

ı (10)

$$Ap_2 p_0 + Bp_0 + Cp_2 + D = 0$$

à

$$\frac{f_2^2}{n_2} p_0 - \frac{f_0^2}{n_0} p_2 + \frac{e_1}{n_1} f_0 f_2 = 0.$$

Posant

(43) $$\begin{cases} p_0 = P_0 + b_0, \\ p_2 = P_2 + b_2, \end{cases}$$

on peut faire disparaître le terme constant de l'équation foyers conjugués, par la condition

(44) $$\frac{f_2^2}{n_2} b_0 - \frac{f_0^2}{n_0} b_2 + \frac{e_1}{n_1} f_0 f_2 = 0,$$

c'est-à-dire en prenant pour origines deux points conju quelconques. On a alors

$$\frac{f_2^2}{n_2} P_0 - \frac{f_0^2}{n_0} P_2 = 0,$$

(45) $$\frac{P_2}{P_0} = \frac{n_0 f_2^2}{n_2 f_0^2};$$

le rapport $\frac{P_2}{P_0}$ a une valeur finie et constante.

L'expression du grossissement

$$G_2 = \frac{f_0}{f_2} \frac{p_2 - f_2}{p_0 - f}$$

devient, par la même substitution,

$$G_2 = \frac{\frac{P_2}{f_2} + \frac{b^2}{f_2} - 1}{\frac{P_0}{f_0} + \frac{b_0}{f_0} - 1}.$$

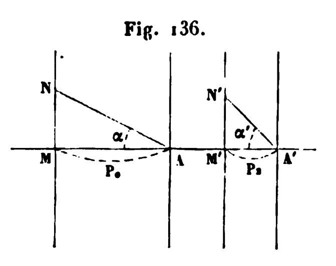
En remplaçant P_2 et b_2 dans cette expression en fonction de P_0 et b_0, on arrive, toutes réductions faites, à l'expression très simple

(46) $$G_2 = \frac{n_0 f_2}{n_2 f_0}.$$

Le grossissement est constant.

Il est aisé de voir qu'un tel système optique jouit de la propriété qu'un faisceau de rayons parallèles incidents donne un faisceau de rayons réfractés parallèles entre eux. En effet, pour $P_0 = \infty$, $P_2 = \infty$; mais l'angle α', que les rayons réfractés forment avec l'axe, n'est pas égal à l'angle α des rayons incidents. Soient en effet (*fig.* 136) A et A' les deux plans conjugués par rapport auxquels nous comptons les distances P_0 et P_2; M et M' deux autres plans conjugués, et considérons un rayon incident NA et le rayon réfracté correspondant N' A'.

Fig. 136.



L'objet MN situé dans le plan M a pour image M' N' et l'on a

$$\tan g\alpha = \frac{\overline{MN}}{P_0}, \qquad \tan g\alpha' = \frac{\overline{M'N'}}{P_2},$$

(47) $$\frac{\tan g\alpha'}{\tan g\alpha} = \frac{P_0}{P_2}\frac{\overline{M'N'}}{\overline{MN}} = \frac{P_0}{P_2}G_2 = \frac{f_0}{f_2}.$$

Le rapport $\frac{\tan g\alpha'}{\tan g\alpha}$, que l'on peut confondre avec $\frac{\alpha'}{\alpha}$ quand les angles sont suffisamment petits, peut être désigné sous le nom de *grossissement angulaire*. Ce grossissement est constant.

Il n'y a aucune difficulté à étendre ces résultats au cas d'un nombre quelconque de réfractions. Quand une des transformations successives que nous faisons subir à l'équation des foyers conjugués amènera une équation

$$APP' + BP + CP' + D = 0,$$

dans laq lle le coefficient A sera nul, l'équation des foyers conjug pourra se ramener à la forme

$$(48) \qquad BP_1 + CP'_1 = 0;$$

le grossissement linéaire et le grossissement angulaire auront des valeurs constantes qu'on obtiendra en effectuant dans les équations (46) et (47) les substitutions convenables. Une lunette, réglée pour une vue infiniment presbyte, fournit un exemple particulier de ces conditions.

Si la condition $A = 0$ se présente pour une transformation intermédiaire, on ramènera l'équation à la forme

$$BP_1 + CP'_1 = 0$$

et l'on éliminera P'_1 entre cette équation, et celle qui correspond à la réfraction suivante, en suivant la marche ordinaire. Les plans principaux seront déterminés sans ambiguïté par la condition que le terme constant disparaisse de l'équation des foyers conjugués, et que le grossissement linéaire dans ces plans principaux soit égal à 1.

NOMBRE DES ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES POUR DÉTERMINER LES EFFETS EXTÉRIEURS D'UN SYSTÈME OPTIQUE. — Dans tous les cas et quelles que soient les origines que l'on adopte pour compter les distances P et P', l'équation des foyers conjugués est de la forme

$$(49) \qquad APP' + BP + CP' + D = 0,$$

les rapports $\frac{B}{A}, \frac{C}{A}, \frac{D}{A}$ étant des constantes déterminées par les rayons de courbure, les distances des surfaces réfringentes et les indices des divers milieux. Pour déterminer ces rapports, il faut connaître trois systèmes de valeurs de P et de P', c'est-à-dire trois couples de plans conjugués. Quand le système admet des plans focaux, à distance finie, chacun d'eux équivaut à un couple de plans conjugués, puisqu'il a son conjugué à l'infini (1).

(1) Quand les plans focaux sont à l'infini, ils n'équivalent plus qu'à une seule condition, puisqu'un seul paramètre s'annule; il suffit de donner le gros-

En ce qui concerne le grossissement, nous n'en avons trouvé l'expression que dans l'hypothèse où l'on prend pour origines les plans principaux. L'équation des foyers conjugués étant alors

(50) $$\frac{f}{P} + \frac{f'}{P'} = 1,$$

on a

(51) $$G = -\frac{P'f}{Pf'}.$$

Transportons les origines en deux points conjugués quelconques ayant pour coordonnées b et b', et soient Q et Q' les coordonnées nouvelles; on a

(52) $$Q = P - b, \qquad Q' = P' - b',$$

et l'équation des foyers conjugués devient

(53) $$\frac{f}{Q+b} + \frac{f'}{Q'+b'} = 1;$$

mais, b et b' étant conjugués, on a

(54) $$\frac{f}{b} + \frac{f'}{b'} = 1,$$

et par suite l'équation (53) se réduit à

(55) $$\frac{f-b}{Q} + \frac{f'-b'}{Q'} = 1.$$

Étant donnés trois couples de plans conjugués, on comptera les distances Q et Q' à partir de l'un deux, et l'on déterminera $f-b, f'-b'$ par deux équations du second degré; on pourra ensuite déterminer le conjugué d'un plan quelconque au moyen de l'équation (54).

L'expression (51) du grossissement devient, grâce à la même substitution,

(56) $$G = -\frac{f(Q'+b')}{f'(Q+b)},$$

---

sissement et le rapport des distances de deux plans conjugués à deux autres conjugués donnés, en tout quatre conditions.

ou, en tenant compte des relations (53) et (54),

$$(57) \qquad G = -\frac{b}{b'}\frac{f' - b' - Q'}{f - b}.$$

Cette expression contient un paramètre $\frac{b}{b'}$, qui n'est pas déterminé par les conditions précédentes. Il est donc nécessaire de donner le grossissement pour un couple de plans conjugués connus. Cette condition angulaire indispensable est donnée implicitement quand on désigne les plans principaux, pour lesquels, comme on sait, le grossissement est égal à 1.

Il y a donc en tout quatre conditions à fournir, dont au moins un grossissement, pour déterminer l'effet extérieur d'un système optique. Les plans principaux ou les points nodaux équivalent à deux conditions; mais les deux couples pris simultanément n'en représentent que trois, à cause de la relation particulière qui subsiste entre ces éléments.

Dans le cas vulgaire où les indices des milieux extrêmes sont identiques, on a $f = -f'$, et il suffit de connaître deux systèmes de plans conjugués et un grossissement.

DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE DES CONSTANTES D'UN SYSTÈME OPTIQUE. — Étant donné un système optique que l'on ne veut pas démonter, on peut déterminer expérimentalement les constantes qui le caractérisent, c'est-à-dire la position des plans focaux et des plans principaux. Nous nous bornerons à considérer le cas où les milieux extrêmes sont identiques.

Quand le système est convergent, il n'y a aucune difficulté à déterminer directement les plans focaux. Quant aux plans principaux, on fixe leur situation à l'aide d'une formule que nous allons démontrer.

Soient PB un objet placé devant un système convergent, P′B′ son image. Désignons par μ la distance FB de l'objet au plan focal le plus voisin, comptée positivement dans la direction KF, c'est-à-dire vers l'extérieur du système optique; par μ' la distance F′B′ de l'image au deuxième plan focal comptée positivement en sens inverse de la précédente, c'est-à-dire aussi vers l'extérieur, on a, en désignant par φ la valeur ab-

solue de la distance focale,

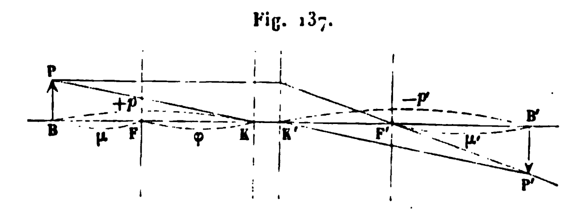
$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = -\frac{1}{\varphi}, \qquad p = \mu + \varphi, \qquad -p' = \mu' + \varphi.$$

Éliminant p et p' entre ces relations, on a

(58) $$\mu\mu' = \varphi^2,$$

relation analogue à l'équation de Newton que nous avons démontrée pour les miroirs. On reconnaît aisément que, grâce

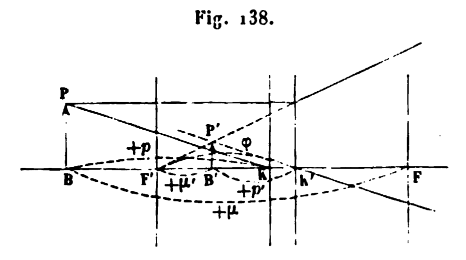
Fig. 137.



aux conventions faites sur les signes, cette formule est générale et s'applique aussi aux systèmes divergents (¹). On me-

(¹) Considérons un système divergent et soit toujours φ la valeur absolue

Fig. 138.



de la distance focale; on a

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{\varphi},$$

et l'on reconnaît sur la *fig.* 138 que l'on a

$$p = \mu - \varphi,$$
$$p' = \varphi - \mu';$$

d'où

$$\mu\mu' = \varphi^2.$$

surera les distances μ et μ' conformément aux conventions, et l'on en déduira φ, c'est-à-dire la distance des plans principaux aux plans focaux. Le système sera alors entièrement connu ([1]).

Au lieu de chercher directement les plans focaux, on aurait pu mesurer un grossissement, et cette dernière méthode est très avantageuse dans certains cas, par exemple celui de la lunette astronomique, ainsi qu'on l'a vu ci-dessus ([2]) [p. 128*].

Si l'on avait affaire à un système divergent A, il serait toujours possible de l'associer à une lentille convergente B connue, de manière à rendre le système convergent. On déterminerait les éléments de ce nouveau système, et par le calcul on en déduirait les éléments du système A.

INSTRUMENTS FORMÉS DE LENTILLES ÉPAISSES. — Les objectifs et les oculaires des lunettes, quelle que soit la complication de leur structure individuelle, forment des systèmes optiques, convergents ou divergents, et dont les deux faces plongent dans le même milieu. On peut les étudier séparément et déterminer leurs constantes, soit par le calcul, d'après la connaissance de leurs éléments, soit par l'expérience, comme on vient de l'indiquer ci-dessus.

Quand on connaît les plans principaux et les plans focaux d'un objectif et d'un oculaire, on peut les associer pour former une lunette, et rien ne s'oppose à ce qu'on réalise la construction géométrique des images, en suivant la même marche qui a été adoptée dans la théorie élémentaire des instruments d'optique. Soient, par exemple, une lunette astronomique (*fig.* 139), K, K′, Φ, Φ' les points principaux et les points focaux de l'objectif, k, k', φ, φ' les points principaux et les points

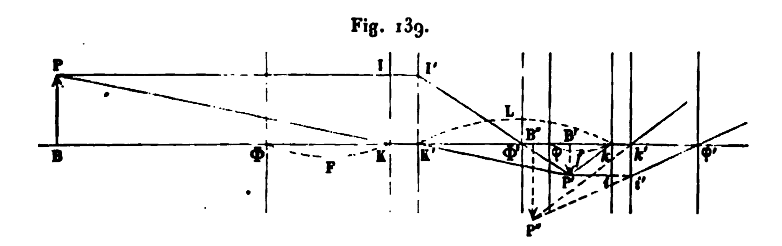
---

([1]) Il est déterminé par quatre conditions, à savoir deux plans focaux et deux plans conjugués, c'est-à-dire trois couples conjugués et la relation $n = n'$ qui remplace la condition angulaire et permet de déterminer les plans principaux.

([2]) La méthode du focomètre, expliquée ci-dessus pour le cas des lentilles infiniment minces, est un cas particulier de la mesure d'un grossissement.

focaux de l'oculaire ; PB l'objet linéaire dont on veut trouver l'image. Nous effectuerons deux fois la construction connue, en nous servant du rayon parallèle à l'axe et du rayon sans

Fig. 139.



déviation, comme le montre la figure, et nous trouvons ainsi l'image P″B″.

La formule qui donne la position de l'image, quand celle de l'objet est donnée, est la même que celle qui conviendrait à une lunette formée de lentilles infiniment minces, de mêmes distances focales que les systèmes épais formant l'objectif et l'oculaire, pourvu que les distances de l'objet et des images successives soient comptées, à partir des plans principaux correspondants. Ainsi la distance de l'objet à la lunette devient celle de l'objet au premier plan principal K de l'objectif; celle de l'image définitive à l'oculaire, la distance de cette image au second plan principal k' de l'oculaire. La longueur L de la lunette devient la distance du second plan principal K′ de l'objectif au premier plan principal k de l'oculaire.

La distance de l'anneau oculaire au plan k' sera toujours

$$x = -\frac{\mathrm{L}f}{\mathrm{L}-f},$$

et le grossissement, évalué pour le point oculaire,

$$\mathrm{G} = \frac{\mathrm{L}-f}{f}.$$

Il aura toujours pour mesure le rapport du diamètre de la partie utile de l'objectif au diamètre de l'anneau oculaire. En un mot, tous les calculs élémentaires réalisés précédemment

conservent leur valeur pratique. Il serait donc superflu d'y revenir ici plus longuement [1].

[1] La question des propriétés optiques de l'œil, envisagées au point de vue purement géométrique, trouvera sa place au Chapitre de la vision, dans le 3e fascicule de l'*Optique*.

FIN DU DEUXIÈME FASCICULE DU TOME TROISIÈME.

TABLE DES MATIÈRES

DU DEUXIÈME. FASCICULE DU TOME TROISIÈME.

OPTIQUE.

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE.

CHAPITRE I.

Instruments généraux de l'Optique.

CHAPITRE II.

Ombres. — Miroirs plans

CHAPITRE III.

Miroirs sphériques.

CHAPITRE IV.

Réfraction. — Prisme.

CHAPITRE V.

Lentilles infiniment minces. — Théorie élémentaire des instruments d'Optique.

CHAPITRE VI.

Lentilles épaisses. — Systèmes optiques.

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES DU DEUXIÈME FASCICULE
DU TOME TROISIÈME.

TABLE DES MATIÈRES,

PAR ORDRE ALPHABÉTIQUE,

DU DEUXIÈME FASCICULE DU TOME TROISIÈME.



TABLE PAR NOMS D'AUTEURS

DU DEUXIÈME FASCICULE DU TOME TROISIÈME.

FIN DU DEUXIÈME FASCICULE DU TOME TROISIÈME.

11420 Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.

ÉTUDE DES RADIATIONS.

COURS
DE PHYSIQUE
DE
L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

OPTIQUE
(SUITE).

ÉTUDE DES RADIATIONS.

CHAPITRE PREMIER.

EXTENSION DES LOIS GÉOMÉTRIQUES DE LA RÉFLEXION ET DE LA RÉFRACTION AUX RADIATIONS CALORIFIQUES ET CHIMIQUES.

Diverses sortes de radiations. — Banc de chaleur rayonnante. — Pile thermo-électrique et galvanomètre. — Bolomètre. — Direction des rayons calorifiques réfléchis. — Réfraction de la chaleur. — Réflexion totale de la chaleur. — Spectre solaire calorifique. — Spectre chimique; raies. — Extension de la loi de Descartes aux radiations calorifiques et chimiques.

DIVERSES SORTES DE RADIATIONS. — La lumière blanche résulte, nous le savons, de la superposition d'un nombre indéfini de radiations colorées de réfrangibilités différentes. Chacune d'elles jouit de la propriété de se propager en ligne droite, de se réfléchir ou de se réfracter suivant des lois que nous avons appris à connaître et dont l'étude purement géo-

métrique a reçu dans les Chapitres qui précèdent un large développement.

Mais les radiations lumineuses sont-elles seules à jouir de ces propriétés, à obéir à ces lois? Nous avons déjà constaté (t. II, p. 169**) que la chaleur se propage en ligne droite dans le vide ou les milieux homogènes, et l'expérience la plus vulgaire nous apprend que la chaleur solaire se réfléchit à la surface des eaux tranquilles, sur les vitres, la glace et, en général, sur toutes les surfaces polies capables de réfléchir la lumière. Plaçons le réservoir d'un thermomètre sensible aux divers points d'un spectre solaire prismatique, et nous constaterons sans peine, comme le fit W. Herschel, que le thermomètre monte et, par suite, que la chaleur a été réfractée par le prisme.

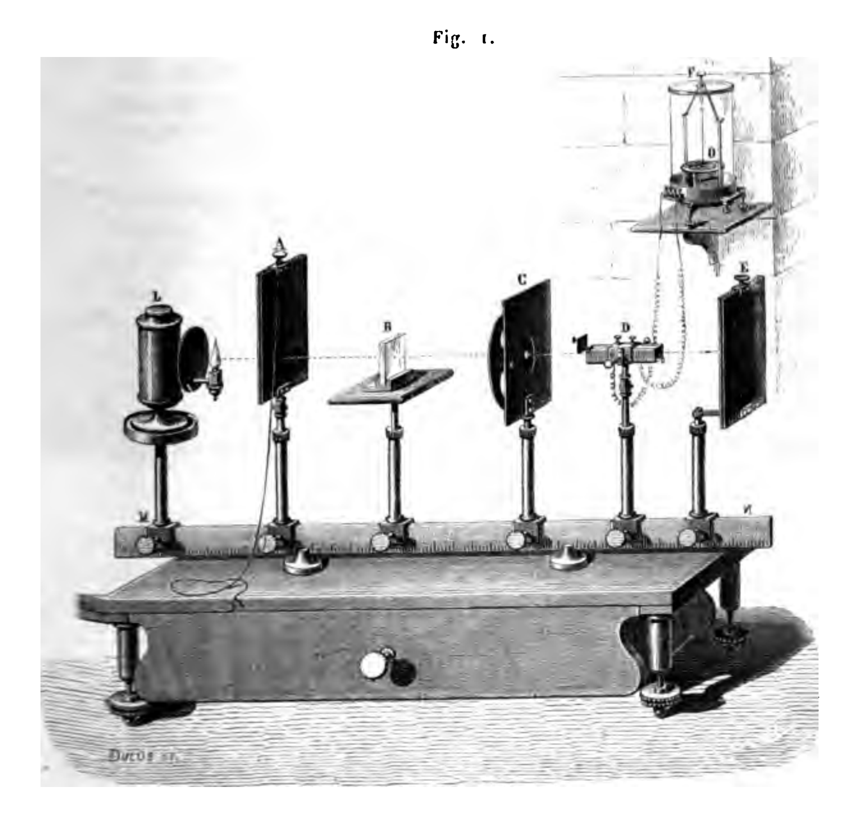
On sait que la lumière provoque certaines réactions chimiques, telles que la combinaison du chlore et de l'hydrogène ou la réduction du chlorure d'argent. Une plaque sensible photographique, un tube mince rempli du mélange de chlore et d'hydrogène, etc., pourront nous servir de réactifs pour reconnaître l'existence de ces propriétés et pour en suivre la trace dans les diverses modifications que nous ferons subir aux rayons qui en jouissent. Nous reconnaîtrons ainsi : 1° que la faculté de provoquer une certaine réaction chimique n'appartient pas indifféremment à toutes les radiations colorées; 2° qu'il existe au delà du violet spectral des radiations invisibles douées au plus haut degré de l'activité chimique; 3° que cette activité subsiste après un nombre indéfini de réflexions ou de réfractions des radiations, visibles ou invisibles, qui la possèdent.

Ainsi les radiations solaires affectent diversement nos organes ou les corps soumis à leur action; mais elles se propagent dans des conditions analogues, et il convient d'abord de nous assurer : 1° si les radiations invisibles se réfléchissent et se réfractent d'après les mêmes lois que les radiations lumineuses; 2° si les propriétés lumineuses, calorifiques, chimiques d'un même rayon simple, caractérisé par sa réfrangibilité, sont ou non séparables par la réflexion, la réfraction, etc.

BANC DE CHALEUR RAYONNANTE. — Dans nos recherches d'Optique géométrique, nous avons fait usage d'un *banc d'Optique* destiné à supporter les appareils qui produisent, arrêtent, réfléchissent ou réfractent la lumière. Le même dispositif va, sous le nom de *banc de chaleur rayonnante*, nous servir à soumettre les radiations calorifiques à des études du même genre.

Sur une table en bois (*fig.* 1) repose une règle métal-

Fig. 1.



lique MN le long de laquelle glissent diverses petites colonnes en laiton que l'on fixe à la place voulue à l'aide de vis de pression. Chacune d'elles est creuse et reçoit dans son intérieur un cylindre métallique qui peut être élevé ou abaissé, ou fixé

à une hauteur quelconque. C'est sur ces cylindres que sont portées toutes les pièces de l'appareil. On voit qu'elles sont alignées parallèlement à MN et qu'on peut les mettre toutes à la même hauteur.

Ces pièces, représentées dans la *fig.* 1, sont : 1° une source calorifique L ; 2° des écrans A, E formés par une double lame de laiton, les uns fixes E, les autres A que l'on peut élever ou abaisser autour d'une charnière horizontale ; on les manœuvre en les tirant par un fil de soie, sans les toucher avec la main, afin de ne pas les échauffer ; 3° une petite table en bois qui supporte les substances que la chaleur doit traverser ; 4° un écran limitateur C, percé d'orifices plus ou moins larges destinés à restreindre l'étendue du faisceau ; 5° l'appareil thermoscopique D, F.

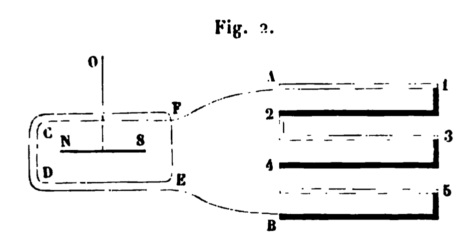
Quand on a besoin de dévier le faisceau calorifique par des réflexions ou des réfractions, on ajoute à l'appareil une règle supplémentaire PG (*fig.* 5). Elle fait avec MN un angle que l'on change à volonté, et qu'on mesure sur un cercle horizontal par une alidade G. C'est sur cette règle qu'on place alors l'appareil thermoscopique, dans la direction du faisceau dévié.

PILE THERMO-ÉLECTRIQUE ET GALVANOMÈTRE. — L'appareil thermoscopique le plus simple pour les études de chaleur rayonnante est le thermomètre différentiel employé par Leslie ; mais on a eu le plus souvent recours, depuis Melloni, à un appareil infiniment plus sensible, une pile thermo-électrique. Nous allons exposer sommairement la construction et l'usage de cet appareil.

I. Supposons que l'on forme une chaîne continue de petits barreaux d'antimoine et de bismuth soudés alternativement l'un à l'autre et repliés de manière à offrir d'un côté toutes les soudures impaires 1, 3, 5, 7, de l'autre toutes les soudures paires 2, 4, 6. Supposons en outre que les deux extrémités A et B de cette chaîne (*fig.* 2) soient reliées entre elles par un fil métallique donné. Toutes les fois que l'on exposera à une cause de réchauffement soit les soudures paires, soit les soudures impaires, il se développera un courant électrique circu-

lant à travers le circuit tout entier, dans un sens ou dans l'autre. En se fondant sur cette propriété, qui a été découverte par Seebeck, Nobili a construit la pile thermo-électrique re-

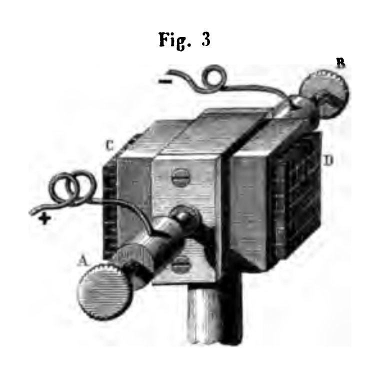
Fig. 2.



présentée *fig.* 3, dont les soudures paires et impaires sont alignées sur deux faces opposées C et D, et dont les extrémités aboutissent à deux pinces A et B, que l'on réunit par un fil métallique destiné à compléter le circuit.

II. Œrsted a découvert ensuite que tout courant électrique circulant dans un fil dévie de sa position d'équilibre une aiguille aimantée placée dans son voisinage, et tend à la diriger perpendiculairement à la direction du circuit. Conséquemment, si l'on enroule le fil qui réunit les deux extrémités A et B (*fig.* 2) autour d'un cadre rectangulaire EDCF placé dans le méridien magnétique, et qu'on suspende à l'intérieur une aiguille aimantée NS, elle se déplacera toutes les fois qu'un courant électrique traversera le fil enroulé, et l'on pourra mesurer sa déviation sur un cercle horizontal divisé. Pour faire cette mesure aisément, on a construit un appareil représenté en FO (*fig.* 1), et qui se nomme *galvanomètre.*

Fig. 3



III. Si maintenant on réunit une pile thermo-électrique avec un galvanomètre, et qu'on dirige un rayonnement calorifique sur les soudures paires ou impaires, il se développera un cou-

rant électrique d'autant plus fort que le rayonnement sera plus intense, et ce courant imprimera à l'aiguille aimantée une déviation d'autant plus grande que lui-même sera plus énergique. Dès lors, sans tenir aucun compte du courant électrique qui sert de lien entre les deux phénomènes extrêmes, on peut dire que tout rayon de chaleur en tombant sur la pile fait marcher l'aiguille aimantée, et l'on conçoit la possibilité de mesurer son intensité par la grandeur de la déviation qu'il occasionne. Nous verrons plus tard comment on adapte à cet appareil une graduation appropriée à l'usage qu'on lui destine.

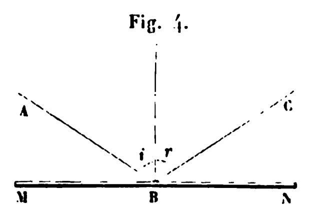
Bolomètre. — Récemment M. Langley (¹) a substitué à la pile thermo-électrique de Melloni un appareil plus sensible encore auquel il a donné le nom de *bolomètre*. Un fil métallique placé sur le circuit d'un courant en affaiblit l'intensité proportionnellement à un coefficient spécifique qu'on nomme sa *résistance électrique;* pour un fil de substance donnée, la résistance est proportionnelle à la longueur du fil en raison inverse de sa section et, de plus, elle croît avec la température suivant une fonction complexe; mais, quand on considère un intervalle de température suffisamment petit, la variation de résistance du fil peut, avec une très haute approximation, être considérée comme exactement proportionnelle à la variation de température. On peut donc substituer à la pile thermo-électrique, comme appareil sensible aux radiations calorifiques, un simple fil métallique que l'on choisira très mince pour que sa résistance par unité de longueur soit très grande, et qu'on repliera plusieurs fois sur lui-même pour l'exposer à la radiation sous la plus grande longueur possible. Pour constater et mesurer la variation d'intensité du courant, on disposera sur le circuit une pile et un galvanomètre, dans des conditions telles que ce dernier demeure au zéro tant que le fil est à la température ambiante, et que sa déviation, quand le fil est exposé à la radiation, soit proportionnelle à la variation de résistance. Ces conditions se trouvent réalisées par une disposition particulière

(¹) Langley, *Sillimann's American Journal*, t. XXI, p. 187; *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. I, p. 148; 1882.

de fils conducteurs connue sous le nom de *pont de Wheatstone*, et dont la théorie trouvera sa place dans le quatrième Volume de cet Ouvrage.

Maintenant que nous possédons des thermoscopes suffisamment délicats, nous allons nous en servir pour chercher la di-

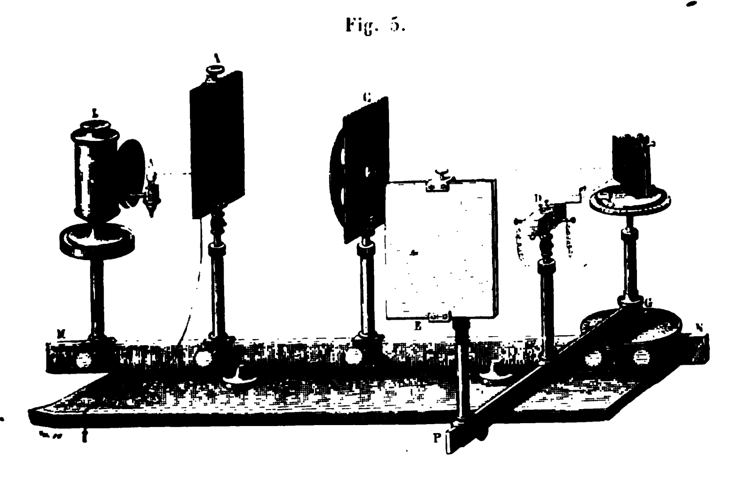
Fig. 4.



rection du faisceau réfléchi BC, correspondant à un faisceau calorifique incident AB (*fig.* 4) donné.

DIRECTION DES RAYONS CALORIFIQUES RÉFLÉCHIS. — Pour trouver les lois géométriques de la réflexion, on peut employer l'appareil de Melloni ([2]), disposé comme le montre la *fig.* 5. Il

Fig. 5.



porte sur la base MN un appareil additionnel composé de deux cercles horizontaux superposés et réunis par un axe commun

---

([1]) MELLONI, *l'Institut*, n° 89; 1835.

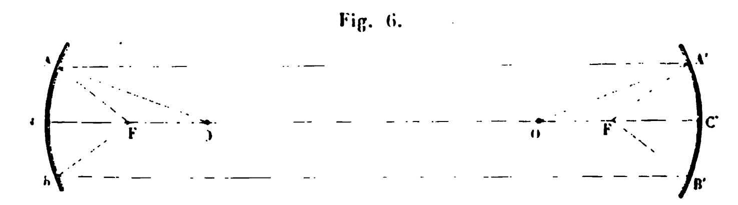
autour duquel tournent, à la base, une règle GP qui soutient la pile de Melloni et, au sommet, un miroir I. Ce miroir et la règle GP peuvent faire avec le rayon incident des angles quelconques que l'on mesure sur les divisions de deux cercles par les deux verniers G et F. Supposons qu'après avoir fixé le miroir dans une position déterminée on fasse tomber sur sa surface un faisceau parallèle de rayons limité par un diaphragme C, puis que l'on dirige la pile jusqu'à recevoir sur elle la lumière réfléchie; on verra que l'aiguille du galvanomètre est déviée et qu'elle cesse de l'être aussitôt que la pile est placée en dehors du faisceau lumineux. La réflexion de la chaleur suit donc les mêmes lois que celle de la lumière. Ces lois sont les suivantes :

1° Le plan d'incidence se confond avec le plan de réflexion.

2° L'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion.

Comme la mesure précédente est encore assez grossière et qu'il n'y a aucun moyen de la rendre plus précise, on a cherché à justifier les lois de la réflexion de la chaleur en montrant que les conséquences auxquelles elles mènent sont toujours exactes. Par exemple, on sait que, en faisant tomber sur un miroir sphérique concave des rayons lumineux parallèles à son axe OC (*fig.* 6), ils se concentrent après la réflexion en

Fig. 6.



un foyer F situé au point milieu de CO. Si (¹) la chaleur suit les mêmes lois de réflexion que la lumière, elle devra se concentrer au même foyer. On sait en effet que cela a lieu, et c'est sur cette propriété que se fonde la construction des *miroirs ardents* qui peuvent liquéfier les métaux ou enflammer les corps combustibles.

(¹) MARIOTTE, *Traité des couleurs*, t. II. — SCHEELE, *Chemische Abhandlungen von Luft und Feuer.*

Pour continuer ce genre de démonstration *a posteriori*, on fait dans les Cours publics l'expérience des miroirs conjugués. Ces miroirs concaves, en laiton poli, et qui ont au moins $0^m,60$ d'ouverture, sont placés l'un vis-à-vis de l'autre, à 10^m ou 15^m de distance et dirigés de manière que leurs axes OC, O'C' soient confondus (*fig.* 6). Il est clair qu'une bougie allumée placée en F enverra sur le premier miroir un cône de rayons AFB; ceux-ci se réfléchiront, seront renvoyés parallèlement à l'axe et formeront un faisceau cylindrique AA', BB' qui se transmettra dans l'espace sans s'affaiblir, puisque sa section ne varie pas. Arrivé sur le second miroir, il se réfléchira de nouveau et viendra se concentrer en F' où il formera une petite image très limitée et très brillante. On en détermine exactement la place et l'on y fixe la mèche d'une fusée. Après cela on remplace la bougie F par une lampe électrique qui envoie des rayons de même direction, mais plus intenses, que ceux de la bougie, et qui suffit pour enflammer la fusée; mais, si l'on avait placé celle-ci à une distance même très petite de F', on n'aurait pas réussi à l'allumer. La chaleur, en se réfléchissant, suit donc la même route que la lumière.

RÉFRACTION DE LA CHALEUR. — RÉFLEXION TOTALE DE LA CHALEUR. — On établira de même la loi de la réfraction des rayons calorifiques en montrant que la chaleur solaire se concentre au foyer d'une lentille convergente (verres ardents) et peut enflammer du papier, du bois, etc. Cette propriété appartient aussi à la chaleur obscure, comme on peut le montrer en concentrant à l'aide d'une lentille de sel gemme la chaleur de l'arc électrique rendue invisible par son passage à travers une solution d'iode dans le sulfure de carbone, qui, sous une épaisseur suffisante, est parfaitement opaque pour la lumière. On constatera que la distance de ce foyer à la lentille est plus grande que celle du foyer des rayons rouges, et par conséquent que la réfrangibilité des rayons obscurs est moindre que celle des rayons lumineux.

Quand on fait tomber sur un prisme de sel gemme les rayons envoyés par un foyer calorifique quelconque, lumineux ou obscur, on constate la déviation produite par le prisme, et, si

l'on augmente peu à peu l'incidence, on voit apparaître le phénomène de la réflexion totale de la chaleur. D'ailleurs le prisme produit en général une dispersion de la chaleur incidente, et l'on reconnaît ainsi, comme on l'a déjà fait pour la lumière, qu'il y a diverses sortes de radiations calorifiques, caractérisées par un indice de réfraction invariable pour chaque radiation particulière. Ces radiations possèdent des *thermochroses* ou *couleurs calorifiques* différentes.

SPECTRE SOLAIRE CALORIFIQUE. — En particulier, on peut prendre le Soleil comme source calorifique. W. Herschel ([1]) observa le premier que cette chaleur se réfracte et se disperse en traversant un prisme. En promenant dans le spectre solaire prismatique au minimum de déviation un thermomètre très sensible, il reconnut que la température s'élève de plus en plus quand on le transporte du violet vers le rouge, qu'elle s'élève encore au delà du rouge visible pour diminuer ensuite à une assez grande distance de cette limite. Cette expérience prouvait : 1° qu'il y a des chaleurs de diverses réfrangibilités, puisqu'elles se séparent en un spectre dilaté comme le spectre lumineux ; 2° qu'il en existe une infinité dont l'indice est le même que celui des diverses lumières simples, puisqu'elles sont confondues avec elles dans leur réfraction : on les nomme *chaleurs lumineuses ;* 3° qu'il y a enfin un nombre infini d'autres radiations invisibles, lesquelles ont un indice de réfraction moindre que le rouge extrême et décroissant à mesure que leur déviation diminue.

Longtemps après Herschel, Melloni ([2]) refit la même expérience; mais, comme il avait prouvé que le flint absorbe certaines chaleurs, il se servit d'un prisme et d'une lentille de sel gemme (*fig.* 7), et promena sa pile dans le plan focal où était étalé l'ensemble des images réelles de la fente. Cette pile était assez mince pour ne recevoir, en chaque position qu'on lui donnait, que des chaleurs de réfrangibilité très peu différente. Melloni reconnut, comme Herschel, que dans le

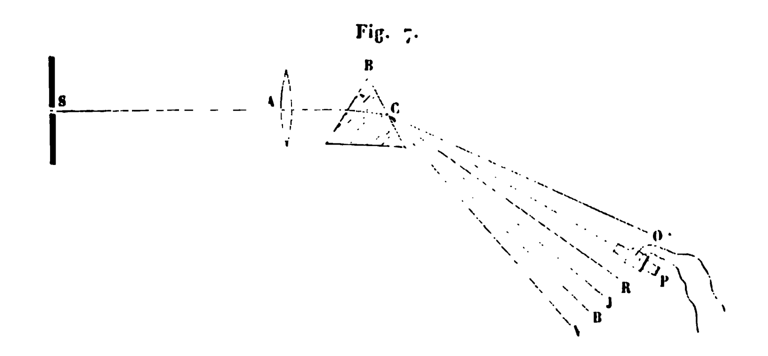
---

([1]) W. Herschel, *Transactions philosophiques pour* 1800.

([2]) Melloni, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 2e série, t. LIII, p. 5.

spectre prismatique la propriété calorifique existe et croît depuis le violet, où elle est faible, jusqu'au rouge limite. Il vit ensuite qu'elle continue de croître au delà du rouge, jusqu'à atteindre un maximum en P, et qu'elle disparaît progressive-

Fig. 7.



ment en O, à une très grande distance de R : une forte proportion de la chaleur solaire consiste donc en radiations obscures beaucoup moins réfrangibles que les lumières qui le sont le moins.

W. Herschel avait annoncé l'existence de maxima et de minima d'intensité dans le spectre calorifique. Cette observation, qui n'avait pas été confirmée par Melloni, demeura isolée jusqu'au travail de MM. Fizeau et Foucault ([1]). Ces savants reconnurent, dans le spectre infra-rouge, obtenu au moyen d'un prisme de flint, l'existence d'une large bande sans chaleur à peu près à la même distance de A que la ligne D. Depuis lors M. Lamansky ([2]) a reconnu, à l'aide d'une pile thermo-électrique linéaire, l'existence de plusieurs maxima et minima d'intensité, et ses expériences ont été confirmées par Desains ([3]) et par M. Langley ([4]). Enfin M. Edmond Becque-

([1]) Fizeau et Foucault, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XXV, p. 447; 1847.

([2]) Lamansky, *Annales de Poggendorff*, t. CXLVI, p. 200; 1872.

([3]) Desains, *Journal de Physique*, 1re série, t. I, p. 335; 1882.

([4]) Langley, *Sillimann's american Journal*, t. XXV, 1883; et *Journal de Physique*, 2e série, t. II, p. 371.

rel ([1]), par un procédé dont nous parlerons à propos des phénomènes de phosphorescence, est arrivé à rendre *visibles* les bandes sans chaleur du spectre infra-rouge. Il y a donc là, comme dans le spectre lumineux, des radiations qui manquent, de véritables *raies* ou *bandes noires*. On ne peut d'ailleurs attribuer leur production à une absorption dont la matière du prisme serait le siège, car on obtient les mêmes bandes en remplaçant le prisme et la lentille de flint par un prisme et une lentille de sel gemme ou de spath fluor, ou même un prisme de sulfure de carbone.

SPECTRE CHIMIQUE, RAIES. — Scheele ([2]) découvrit, en 1781, que le chlorure d'argent noircit dans le spectre et particulièrement dans le violet extrême. Reprenant cette observation, Wollaston ([3]) reconnut que cette propriété se continue bien au delà du spectre visible, jusqu'à une distance du violet au moins égale à celle qui sépare le violet du rouge. Depuis lors on admit l'existence de radiations ultra-violettes, plus réfrangibles que les lumières qui le sont le plus, et on les nomma *radiations chimiques*; mais c'est M. Edm. Becquerel ([4]) qui réussit le mieux à les isoler, en 1842. M. Becquerel prépara un spectre réel très pur, avec un prisme et une lentille de flint (il vaudrait mieux un prisme et une lentille de quartz). Ce spectre fut recueilli sur un écran au foyer conjugué de la fente et au minimum de déviation pour les rayons violets extrêmes; il était sillonné de toutes les raies de A en H.

Il fut reçu enfin sur une plaque daguerrienne ou sur une feuille de papier sensible, et, après quelque temps d'exposition, on développa l'image par les procédés photographiques.

Cette image s'étendait très loin au delà du spectre visible. Il y a donc des rayons ultra-violets obscurs.

Mais ce qu'il y eut de remarquable, c'est que toutes les raies du spectre solaire y étaient marquées à leur place et avec leurs caractères, et qu'un nombre immense d'autres raies se dessi-

([1]) E. Becquerel, *Journal de Physique*, 1re série, t. VI, p. 137.
([2]) Scheele, *Chemische Abhandlungen von Luft und Feuer.*
([3]) Wollaston, *Transactions philosophiques*, 1802.
([4]) E. Becquerel, *La lumière, ses causes, ses effets.*

naient à la suite de H dans toute l'étendue du spectre ultraviolet.

Elles sont très nombreuses et aussi irrégulièrement distribuées que dans le spectre visible; elles sont aussi constantes dans leur succession et dans leurs places. Dès lors, continuant la nomenclature de Fraunhofer, M. Becquerel a désigné celles qui suivent le violet par les lettres qui suivent H, c'est-à-dire par L, M, N, O, P, Q, R, S, T; mais ces lettres ne représentent que les plus apparentes, et il y en a un très grand nombre. M. Muller en a photographié environ soixante-dix et M. Mascart plus de sept cents.

EXTENSION DE LA LOI DE DESCARTES AUX RADIATIONS CALORIFIQUES ET CHIMIQUES. — Pour prouver que les radiations calorifiques et chimiques obéissent à la loi de Descartes, nous n'avons d'autre ressource que de considérer la partie moyenne du spectre, où se trouvent superposées les trois propriétés calorifique, lumineuse et chimique.

Recevons à cet effet, comme nous l'avons fait précédemment, une raie quelconque, D par exemple, sur le collimateur du cercle divisé (*fig.* 68, p. 89*); faisons-la réfracter par un deuxième prisme EFG, et recevons son image lumineuse au centre du réticule dans la lunette HK, que nous fixerons dans cette situation. Nous placerons ensuite en J″ un verre collodionné derrière le réticule, et nous verrons l'image chimique de la raie D se former à l'endroit précis où se voit l'image lumineuse. Nous enlèverons enfin la plaque pour y substituer une pile linéaire de Melloni, qui montrera que les rayons calorifiques eux-mêmes se concentrent dans le même lieu. Comme cette triple coïncidence persiste pour toutes les incidences et se reproduit avec toutes les raies, il faut que la lumière, la chaleur et la radiation chimique qui arrivent au même point du spectre obéissent à la même loi de réfraction, c'est-à-dire à la loi de Descartes. Par extension, on l'admet pour les radiations qui dépassent le spectre visible.

Ainsi, chaque raie du spectre, possédant un indice unique, présente trois propriétés inséparables par la réfraction.

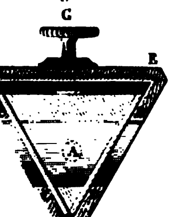
CHAPITRE II.

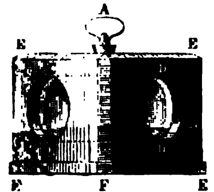
MESURE DES INDICES DE RÉFRACTION

Solides et liquides. — Méthodes du duc de Chaulnes et de M. Bertin. — Méthode de la réflexion totale. — Variation des indices de réfraction avec la température et la densité. — Loi de Gladstone. — Indices des mélanges et des dissolutions.
Gaz. — Méthode de Biot et Arago. — Méthode de Dulong. — Expériences de M. Le Roux. — Variation de l'indice de réfraction des gaz avec la température. — Indice de réfraction des gaz liquéfiés. — Constante de réfraction. — Cas des radiations chimiques et calorifiques.

SOLIDES ET LIQUIDES. — La méthode la plus parfaite pour déterminer les indices est celle qui consiste à mesurer la déviation minima pour chaque raie et à calculer n par la formule

Fig. 8.





$$n = \frac{\sin\left(\frac{A+\delta}{2}\right)}{\sin\frac{A}{2}}.$$

Nous avons donné tous les détails de l'opération (p. 81*) et nous n'avons rien à y ajouter, si ce n'est que, pour opérer sur les liquides, on les enferme dans des prismes de verre creux (*fig.* 8), fermés par des glaces parallèles CC, DD, que l'on serre par une enveloppe métallique EFE au moyen d'une vis G.

MÉTHODES DU DUC DE CHAULNES (¹) **ET DE BERTIN** (²). — Il peut être avantageux de savoir mesurer l'indice d'une substance dont on ne possède qu'une lame à faces parallèles de faible épaisseur e.

Soient ABCD (*fig.* 9) cette lame, O un point situé sur sa face inférieure. L'œil placé sur la normale ON verra l'image de O en un point O′ plus rapproché. On a dans les triangles EO′N, EON, formés par la normale en O avec les rayons incident et réfracté infiniment voisins,

$$NE = e \tang r = O'N \tang i,$$

$$O'N = e \frac{\tang r}{\tang i},$$

et à la limite, pour $i = 0$,

$$O'N = \frac{e}{n}.$$

L'effet de l'interposition de la lame est de relever l'image du point O d'une quantité

$$OO' = e - \frac{e}{n} = \frac{n - 1}{n} e.$$

On emploie comme mire O une croix opaque ou une division micrométrique tracée sur une lame de verre. Le micromètre est placé sur le porte-objet d'un microscope et l'on met au point de manière à voir le plus nettement possible les divisions. Cette opération comporte un haut degré de précision, puisqu'il suffit d'un déplacement insignifiant de l'objectif du microscope pour faire disparaître l'image.

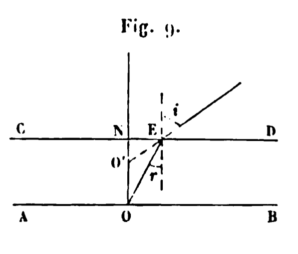


Fig. 9.

Si le tube du microscope était commandé par une vis micrométrique, il suffirait de placer la lame ABCD sur le micromètre et de relever le tube du microscope, au moyen de la vis, jusqu'à voir nettement l'image O′. La course de la vis serait égale

(¹) *Mémoires de l'Académie des Sciences pour* 1767.

(²) BERTIN, *Annales de Chimie et de Physique*, 3ᵉ série, t. XXVI, p. 288; 1849.

à OO'. C'est ainsi qu'opérait le duc de Chaulnes; mais avec les microscopes ordinaires ([1]) on est obligé d'avoir recours à un artifice. On vise d'abord le micromètre, et l'on mesure le grossissement G_1 de l'appareil par le procédé connu ([2]); on installe la lame ABCD, et, sans toucher au tube du microscope, on se borne à mettre au point par un déplacement convenable de l'oculaire et l'on mesure le nouveau grossissement G_2. Enfin on mesure le grossissement G_3 en plaçant le micromètre au-dessus de la lame.

Rappelons que le grossissement total G est le produit du grossissement g de l'objectif par le grossissement g' de l'oculaire. Ce dernier demeure invariable dans les trois opérations qui précèdent; car, pour voir distinctement, on a dû placer l'oculaire à une distance fixe de l'image réelle observée. Il n'en est pas de même du grossissement g. Soient d la distance du micromètre à l'objectif, f la valeur absolue de sa distance focale; le grossissement g_1 dans la première expérience est

$$g_1 = \frac{f}{d-f};$$

dans la seconde, où l'objet n'est plus qu'à une distance $d - \frac{n-1}{n} e$, le grossissement g_2 est

$$g_2 = \frac{f}{d - \frac{n-1}{n} e - f};$$

enfin

$$g_3 = \frac{f}{d - e - f}.$$

On a

$$\frac{G_2}{G_1} = \frac{g_2}{g_1} = \frac{d-f}{d-f-\frac{n-1}{n} e},$$

$$\frac{G_1}{G_3} = \frac{g_3}{g_1} = \frac{d-f}{d-f-e}.$$

([1]) Bertin, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XXVI.

([2]) Voir *Optique géométrique*, p. 164*.

Entre ces deux relations il ne reste plus qu'à éliminer $\frac{d-f}{e}$, ce qui donne

$$\frac{n-1}{n}=\frac{G_3}{G_2}\frac{G_2-G_1}{G_3-G_1},$$

$$n=\frac{G_2}{G_1}\frac{G_1-G_3}{G_2-G_3}.$$

Cette méthode ne s'applique pas aux liquides. Elle est moins précise que celle du prisme et ne peut guère donner que l'indice de réfraction moyen.

MÉTHODE DE LA RÉFLEXION TOTALE. — Une méthode entièrement différente, et dont on commence à faire un fréquent usage, est fondée sur l'observation de l'angle limite α à la surface de séparation de deux milieux : connaissant l'indice n_0 de l'un, on en déduit l'indice n_1 de l'autre par la formule

$$\frac{n_1}{n_0}=\frac{1}{\sin\alpha}.$$

Wollaston (1) appliqua d'abord cette méthode aux liquides. Elle a été perfectionnée en particulier par MM. Terquem et Trannin (2), E. Wiedemann (3), F. Kohlrausch (4). Son avantage est de ne pas exiger l'emploi de prismes : en particulier, dans le cas des solides, on peut se contenter d'une lame mince de la substance à étudier, ou enfin se servir des faces naturelles d'un cristal, sans le détériorer.

1° Pour déterminer l'indice n_1 d'un liquide, MM. Terquem et Trannin emploient l'air comme second milieu ($n_0=1$). Deux lames de verre à faces bien parallèles, collées sur leurs bords par un peu de gomme ou de baume de Canada, enferment une mince lame d'air; on les immerge dans une cuve contenant le liquide à étudier, où leur système peut être in-

(1) WOLLASTON, *Phil. Trans.*, p. 365; 1802.
(2) TERQUEM et TRANNIN, *Journal de Physique*, 1re série, t. IV, p. 232; 1875.
(3) E. WIEDEMANN, *Pogg. Ann.*, t. CLVIII, p. 375; 1876.
(4) F. KOHLRAUSCH, *Wied. Ann.*, t. IV, p. 1; 1878.

cliné à volonté autour d'un axe vertical jusqu'à produire la réflexion totale.

La cuve est fixée sur la plate-forme centrale d'un goniomètre, entre un collimateur et une lunette. L'appareil étant réglé, la lumière parallèle émanée du collimateur tombe normalement sur la cuve, puis est reçue dans la lunette pointée à l'infini. On introduit les lames, on les fixe à une alidade mobile sur le cercle du goniomètre, et on les incline jusqu'à ce que la réflexion totale se produise et, par suite, que le champ de la lunette devienne entièrement sombre; puis on les incline en sens contraire : la lumière reparaît pour s'éteindre une seconde fois. L'angle dont a tourné le système des deux lames est égal à 2α. On tire n_1 de la formule

$$n_1 = \frac{1}{\sin\alpha}. \tag{1}$$

2° Pour déterminer l'indice n_0 d'un solide monoréfringent dont on ne possède qu'une lame mince, M. E. Wiedemann immerge cette lame dans un liquide d'indice connu $n_1 > n_0$, et, par un dispositif tout à fait analogue à celui de MM. Terquem et Trannin, il mesure l'angle 2α et calcule n_0 par la formule

$$\frac{n_1}{n_0} = \frac{1}{\sin\alpha}. \tag{2}$$

M. F. Kohlrausch emploie aussi un liquide d'indice $n_1 > n_0$; mais, au lieu de placer la lunette sur le trajet de la lumière transmise, il reçoit, au contraire, la lumière réfléchie, ce qui lui permet de substituer à une lame mince une face plane quelconque du solide étudié, que, pour plus de simplicité, nous supposerons monoréfringent. Si l'on incline peu à peu la face plane, le champ de la lunette s'éclaire aussi peu à peu, mais très lentement, jusqu'au voisinage de la réflexion totale. A un moment donné, le champ se trouve divisé en deux plages, l'une d'un éclat uniforme, l'autre sombre et d'éclat rapidement décroissant. La séparation de ces deux plages correspond à l'angle α de réflexion totale; sa position peut être fixée avec une grande exactitude, à la condition d'employer

une lumière homogène. On évalue 2α comme dans les méthodes précédentes et on calcule n_1 par la formule (2).

La même méthode est applicable aux corps biréfringents; elle permet le calcul des indices à l'aide d'observations sur une seule face cristalline d'orientation connue.

Quand on veut mesurer l'indice n_0 d'un solide très réfringent, on est parfois obligé d'avoir recours à des liquides d'indice n_1 exceptionnellement grand. On peut se servir du sulfure de carbone, dont l'indice pour la raie D est 1,63; d'une solution de phosphore dans le sulfure de carbone ($n_1 = 1,95$) et mieux encore d'une solution dans l'eau d'iodure double de mercure et de potassium, dont l'indice peut atteindre 2,72.

VARIATIONS DE L'INDICE DE RÉFRACTION AVEC LA TEMPÉRATURE ET LA DENSITÉ. — LOI DE GLADSTONE. — Quand on comprime un corps ou qu'on l'échauffe, on fait varier en même temps sa densité d et son indice de réfraction n. D'après M. Gladstone [1], ces deux quantités seraient liées par la relation très simple

$$\frac{n-1}{d} = \text{const.} \tag{1}$$

On peut interpréter cette *loi de Gladstone* en admettant que les corps transparents se composent de molécules réfringentes distribuées dans un milieu identique à l'éther du vide. Ces molécules, susceptibles seulement de se rapprocher ou de s'éloigner, conserveraient un indice de réfraction invariable; l'excès de réfraction $n-1$, dû à leur présence, serait donc proportionnel à leur nombre, c'est-à-dire à la densité d.

1. On possède, relativement aux variations d'indice des liquides comprimés, des expériences de Jamin [2] et de

[1] Dale et Gladstone, *On the influence of temperature in the refraction of light* (*Phil. Trans.*, p. 887; 1858.) *Researches on the refraction, dispersion and sensitiveness of liquids* (*Phil. Trans.*, p. 317; 1863).

[2] Jamin, *Sur la variation de l'indice de réfraction de l'eau à diverses pressions* (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. LII, p. 163; 1858.)

M. Quincke ([1]). Jamin avait trouvé que, pour l'eau, on a sensiblement

$$\frac{n^2-1}{d} = \text{const.};$$

mais ses expériences sont encore mieux représentées par la loi de Gladstone. M. Quincke a étudié l'eau, le sulfure de carbone, l'essence de térébenthine, le pétrole, l'alcool et l'éther, et vérifié, dans tous les cas, la loi de Gladstone : pour l'eau en particulier, le coefficient de compressibilité, calculé d'après cette loi, est un nombre sensiblement constant pour les raies spectrales de C à G, et ce nombre concorde très bien avec celui qui a été déterminé directement par Grassi.

2. En ce qui concerne la température, il résulte des travaux de MM. Rühlmann ([2]), Wüllner ([3]) et Dufet, que la loi de Gladstone s'écarte davantage d'être exacte. Ici les expériences sont beaucoup plus nombreuses, les variations d'indice et de densité plus considérables, et l'on ne peut imputer le défaut d'accord qu'à l'inexactitude même de la loi.

Différentiant (1), on en tire

$$(2)\qquad \frac{1}{n-1}\frac{\partial n}{\partial t} - \frac{1}{d}\frac{\partial d}{\partial t} = 0$$

ou, en appelant v le volume occupé à t° par le volume 1 mesuré à 0°,

$$(3)\qquad \frac{1}{n-1}\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial t} = 0.$$

A l'aide de données tirées soit de ses expériences propres ou de celles de ses devanciers, M. Dufet ([4]) a pu calculer, pour un grand nombre de corps, le premier membre M de l'é-

---

([1]) Quincke, *Ueber die Aenderung des Volumens und der Brechungsexponenten von Flüssigkeiten durch hydrostatischen Druck* (*Wied. Ann.*, t. XIX, p. 401 (1883); *Journal de Physique*, 2e série, t. II, p. 279.

([2]) Rühlmann, *Pogg. Ann.*, t. CXXXII, p. 1 et 177.

([3]) Wüllner, *Pogg. Ann.*, t. CXXXIII, p. 1.

([4]) Dufet, *Sur la loi de Gladstone et la variation de l'indice moléculaire* (*Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 477). Un index bibliographique très complet, accompagnant le Mémoire, sera consulté avec fruit.

quation (3). A des quantités près beaucoup trop grandes pour pouvoir être attribuées aux erreurs de l'expérience, M ne s'est pas trouvé nul.

1° Pour tous les liquides étudiés, M est *négatif;* les valeurs de cette quantité sont d'ailleurs assez voisines pour des liquides de dilatation et de réfrangibilité très différentes, tels que l'eau, l'alcool, l'éther, la benzine, le chloroforme, la glycérine, etc.

2° Pour les corps solides, M est positif et s'écarte peu d'une certaine valeur moyenne.

L'indice moléculaire n'est donc pas constant, comme le voudrait la loi de Gladstone : pour les liquides, cet indice décroît quand la température s'élève; pour les solides, au contraire, il augmente; d'où il résulte : 1° que, dans les solides peu réfringents et moyennement dilatables, l'indice de réfraction décroît quand la température s'élève, comme dans les liquides; 2° que, dans des solides peu dilatables et moyennement réfringents, une sorte de compensation s'établit et l'indice ne varie pas (crown); enfin 3° que, dans des solides très réfringents ou très peu dilatables, l'indice augmente.

INDICES DES MÉLANGES ET DES DISSOLUTIONS. — La loi de Gladstone s'applique très bien au calcul de l'indice d'un mélange dont les deux éléments n'exercent pas d'action chimique l'un sur l'autre. Soient v et v' les volumes, d et d' les densités, n et n' les indices des composants A et B; w, δ, ν le volume, la densité et l'indice du mélange. On a évidemment

$$\delta = \frac{vd + v'd'}{w},$$

et l'on peut dire que $\frac{v}{w}d$, $\frac{v}{w}d'$ sont les densités que chacun des corps possède dans le mélange. Soient μ et μ' les indices assignés aux corps A et B par la loi de Gladstone; on a

$$\frac{\mu - 1}{d}\,\frac{w}{v} = \frac{n-1}{d},$$

$$\frac{\mu' - 1}{d}\,\frac{w}{v'} = \frac{n'-1}{d'}.$$

L'indice total ν sera donné par la relation

$$(4) \qquad \nu - 1 = (n-1)\frac{v}{w} + (n'-1)\frac{v'}{w}.$$

MM. Landolt [1], Wüllner [2] et Damien [3] ont effectué des mesures sur l'indice de mélanges liquides. Leurs expériences vérifient très sensiblement la formule (4). Cette formule est également applicable aux mélanges cristallisés de sels isomorphes, ainsi que M. Dufet [4] l'a établi le premier et que l'ont reconnu, après lui, tous les minéralogistes qui se sont occupés de cette curieuse question.

Mais, si l'on passe du cas des mélanges à celui des dissolutions salines, la loi de Gladstone cesse de nouveau d'être exacte, et le premier membre M de la formule (3) se trouve tantôt négatif et tantôt positif. D'après les expériences de MM. Wüllner [5], Fouqué [6] et Goldschmidt [7], M. Dufet [8] a établi que le premier cas se présente pour les dissolutions étendues : elles se rapprochent des liquides; le second caractérise les dissolutions concentrées : elles se comportent comme des solides. On peut s'en rendre compte, si l'on admet que les molécules d'un sel conservent leurs propriétés optiques dans les dissolutions.

---

(1) Landolt, *Pogg. Ann.*, t. CXVII, p. 353, et t. CXXII, p. 545; 1862-64.

(2) Wüllner, *Pogg. Ann.*, t. CXXXIII, p. 1; 1868.

(3) Damien, *Annales de l'École Normale*, 2e série, t. X, p. 233, et *Journal de Physique*, 1re série, t. X, p. 198, 394, 431; 1881.

(4) Dufet, *Variation des indices de réfraction dans les mélanges de sels isomorphes* (*Comptes rendus*, t. LXXXVI, p. 881 (1878); *Journal de Physique*, 1re série, t. VII, p. 325. — *Sur les propriétés optiques des mélanges de sels isomorphes* (*Comptes rendus*, t. XCI, p. 286; 1880). — Voir aussi l'index bibliographique, *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 536.

(5) Wüllner, *Pogg. Ann.*, t. CXXXIII, p. 1.

(6) Fouqué, *Mémoire sur les relations qui existent entre le pouvoir réfringent, la densité et le titre des dissolutions salines* (*Ann. de l'Observatoire de Paris*, t. IX, 1867).

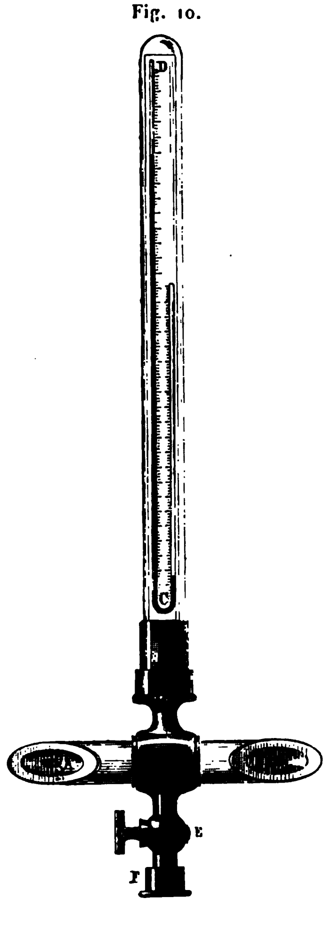
(7) Goldschmidt, *Neues Jahrbuch für Min., Geol. und Pal.*, Beilageband, t. I, p. 179; 1881.

(8) Dufet, *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 502.

GAZ.

INDICE DE RÉFRACTION DES GAZ. — La loi de Gladstone peut, comme nous venons de le voir, être admise à titre d'approximation plus ou moins grossière pour les solides et les liquides, sans qu'on soit en droit pour cela d'y voir l'expression exacte d'une loi naturelle, car les limites dans lesquelles on peut faire varier d sont par trop restreintes.

Fig. 10.



Un autre cas particulièrement intéressant, à cause du rapport considérable dans lequel on peut faire varier d, est celui des gaz; mais alors $n-1$ est toujours très petit, et, bien que la loi de Gladstone paraisse mieux s'appliquer que pour les solides ou les liquides, on ne peut non plus en tirer de conclusion théorique; car, dans ce cas, $n-1$ est extrêmement petit et la relation

$$(1) \qquad \frac{n-1}{d} = \alpha = \text{const.}$$

n'est pas la seule qui vérifie suffisamment bien les expériences.

Multiplions les deux membres de la relation (1) par $n+1$, elle devient

$$\frac{n^2-1}{d} = (n+1)\alpha;$$

mais, si l'on considère $n-1$ comme un infiniment petit du

premier ordre, $n+1$ peut être confondu avec 2, et l'on a avec une grande approximation

$$(2) \qquad \frac{n^2-1}{d} = 2\alpha = \text{const.}$$

La théorie de l'émission conduisait à admettre que, pour tous les corps de la nature, la quantité n^2-1, qu'on appelait *puissance réfractive*, était proportionnelle à la densité, c'est-à-dire que $\frac{n^2-1}{d}$, ou le *pouvoir réfringent*, devait être constant. C'est pour vérifier la théorie de l'émission qu'ont été entreprises les premières recherches sur l'indice de réfraction des gaz, et, bien que la relation (2), loin d'être une loi naturelle, ne s'applique certainement pas aux corps solides, nous la supposerons exacte dans le cas des gaz, pour donner à l'exposé de ces anciens travaux la forme la moins éloignée possible des Mémoires originaux.

EXPÉRIENCES DE BIOT ET ARAGO (1) (*fig.* 10). — Pour trouver l'indice des gaz, Biot et Arago employaient un prisme de verre AB formé par un tube épais qu'on avait rodé, et sur lequel étaient collées deux glaces parallèles formant un angle de 145° environ. Un baromètre CD couvert d'une cloche mesurait la pression du gaz à l'intérieur. On pouvait fixer l'appareil par un pas de vis inférieur F sur une machine pneumatique, faire le vide plusieurs fois et laisser rentrer le gaz qu'on voulait étudier; ensuite on fermait le robinet E, et l'on montait l'appareil sur un axe vertical autour duquel il pouvait tourner.

Soit AABB (*fig.* 11) une première position du prisme. La lumière envoyée par une mire éloignée, un paratonnerre par exemple, arrive en un faisceau de rayons parallèles à LI, se réfracte et sort parallèlement à PM, après avoir subi une déviation δ. En retournant le prisme de 180°, le sens de la déviation change et les rayons émergents P′, M′ font avec les

(1) Biot et Arago, *Mémoires de l'Académie des Sciences*, t. VII; 1806.

premiers P, M un angle égal à 2δ. Si l'on place en O le centre d'un cercle répétiteur, on peut, en visant la mire dans les deux positions du prisme, mesurer 2δ et, comme cet angle est très petit, augmenter la précision en répétant la mesure. Le prisme est sensiblement dans la position du minimum de déviation, et les formules connues permettront de calculer l'indice moyen k pour le passage de l'air atmosphérique au gaz contenu dans le prisme. Nous disons l'indice moyen, car la dispersion des couleurs n'est pas sensible.

Fig. 11.

Occupons-nous d'abord de l'air. Nous voulons trouver l'indice n_0 en passant du vide dans ce gaz pris à zéro et à 760^{mm}, et dont la densité est d_0. A cet effet, nous ferons le vide dans le prisme; mais, comme ce vide n'est pas complet, il restera à t_0, sous une pression h', de l'air dont la densité sera d' et l'indice n'. D'après la loi approximative admise tout à l'heure, nous aurons

$$\frac{n'^2-1}{d'}=\frac{n_0^2-1}{d_0},$$

d'où

$$n'^2=1+(n_0^2-1)\frac{d'}{d_0}=1+(n_0^2-1)\frac{h'}{760(1+\alpha t)}.$$

D'autre part, l'air atmosphérique extérieur est à t^o, à une pression h; sa densité est d et son indice est n. On a, comme précédemment,

$$\frac{n^2-1}{d}=\frac{n_0^2-1}{d_0},$$

$$n^2=1+(n_0^2-1)\frac{d}{d_0}=1+(n_0^2-1)\frac{h}{760(1+\alpha t)}.$$

Mais l'expérience a donné l'indice k de passage de l'air ex-

térieur à celui du prisme :

$$k^2 = \frac{n'^2}{n^2} = \frac{1 + (n_0^2 - 1)\dfrac{h'}{760(1+\alpha t)}}{1 + (n_0^2 - 1)\dfrac{h}{760(1+\alpha t)}},$$

$$n_0^2 = 1 + \frac{(k^2 - 1)\,760(1+\alpha t)}{h' - k^2 h}.$$

Si la température t était égale à zéro, h à 760^{mm}, et que h' fût nul, c'est-à-dire le vide parfait, on aurait

$$n_0 = \frac{1}{k}.$$

Comme l'expérience s'éloigne fort peu de ces conditions, les corrections que l'on fait sont toujours peu importantes.

Passons au cas d'un gaz quelconque. On veut trouver l'indice ν_0 à 0° et à 760^{mm}, la densité étant δ_0. On emplit le prisme de gaz à t° et à h'; sa densité est δ' et son indice ν'. On a, comme précédemment,

$$\frac{\nu'^2 - 1}{\delta'} = \frac{\nu_0^2 - 1}{\delta_0},$$

$$\nu'^2 = 1 + (n_0^2 - 1)\frac{\delta'}{\delta_0} = 1 + (\nu_0^2 - 1)\frac{h'}{(1+\alpha t)\,760}.$$

L'air qui entoure le prisme à la pression h et à la température t a un indice n déjà calculé

$$n^2 = 1 + (n_0^2 - 1)\frac{h}{(1+\alpha t)\,760}.$$

L'expérience mesure k_1, c'est-à-dire le rapport entre ν' et n, et il est donné par la relation

$$k_1^2 = \frac{\nu'^2}{n^2} = \frac{1 + (\nu_0^2 - 1)\dfrac{h'}{(1+\alpha t)\,760}}{1 + (n_0^2 - 1)\dfrac{h}{(1+\alpha t)\,760}},$$

formule qui ne contient d'autre inconnue que ν_0.

Expériences de Dulong (¹). — Voulant traiter certaines questions relatives à la théorie de la lumière, Dulong reprit ces expériences par une autre méthode. Il introduisait successivement dans le prisme deux gaz qu'il voulait comparer, et il diminuait la pression du plus réfringent jusqu'à rendre égales les deux déviations produites par chacun d'eux; cela suffisait pour obtenir l'indice de l'un en fonction de l'indice de l'autre.

Introduisons d'abord de l'air sous une pression h', à une température t, pendant que la pression extérieure est h; k est donné par la formule

$$k^2 = \frac{1 + (n_0^2 - 1)\dfrac{h'}{(1+\alpha t)760}}{1 + (n_0^2 - 1)\dfrac{h}{(1+\alpha t)760}}.$$

Emplissons ensuite le prisme du gaz que nous voulons examiner, et, pendant que la température est t_1 et la pression extérieure h_1, faisons varier celle du prisme jusqu'à h'_1; l'indice de passage k_1 sera

$$k_1^2 = \frac{1 + (\nu_0^2 - 1)\dfrac{h'_1}{(1+\alpha t_1)760}}{1 + (n_0^2 - 1)\dfrac{h_1}{(1+\alpha t_1)760}},$$

et, si nous avons fait en sorte que les deux déviations soient égales ou que k soit égal à k_1, nous trouverons

$$\frac{(1+\alpha t)760 + (n_0^2 - 1)h'}{(1+\alpha t)760 + (n_0^2 - 1)h} = \frac{(1+\alpha t_1)760 + (\nu_0^2 - 1)h'_1}{(1+\alpha t_1)760 + (n_0^2 - 1)h_1},$$

ce qui permettra de trouver ν_0 en fonction de n_0, qui est connu. Si l'on admet que la pression et la température extérieures n'ont point changé pendant les deux mesures, ou plutôt si l'on néglige les changements apportés par leurs variations, la relation précédente se réduit à

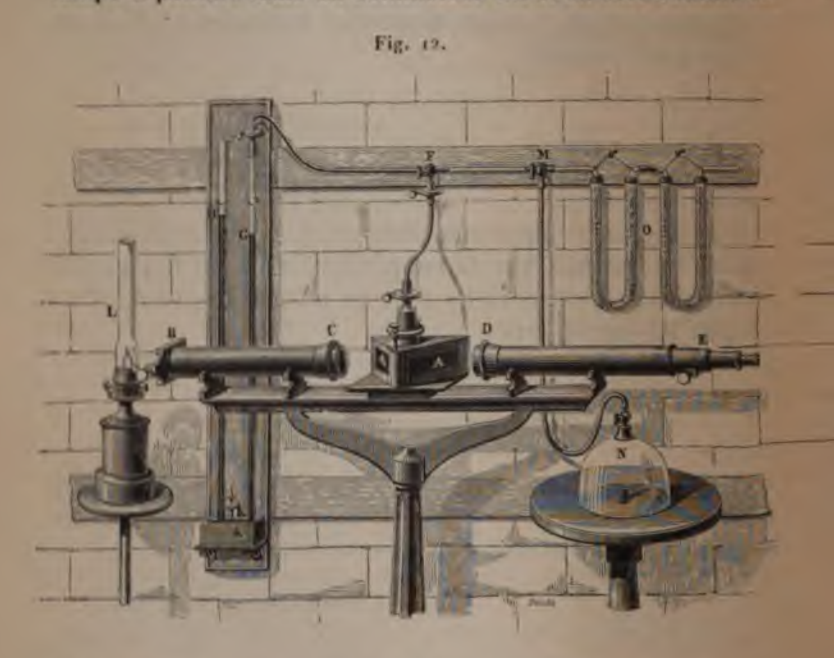
$$(n_0^2 - 1)h' = (\nu_0^2 - 1)h'_1;$$

(¹) Dulong, *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. XXXI, p. 154; 1826.

d'où l'on voit que les puissances réfractives sont inversement proportionnelles aux pressions qu'il faut donner aux deux gaz pour qu'ils produisent des déviations égales.

Voici une disposition d'appareils qui ne diffère pas essentiellement de celle de Dulong et qui permet d'opérer très commodément (*fig.* 12). AA est un prisme creux de porcelaine de 160°, fermé par des glaces. La lumière envoyée par une lampe L pénètre dans un collimateur BC et en sort comme si

Fig. 12.



elle venait d'une fente située à l'infini. Elle se réfracte dans AA; elle est reçue dans une lunette DE, et il est facile de déplacer la fente B jusqu'à mettre son image en coïncidence avec le réticule de DE quand le prisme est rempli d'air à la pression atmosphérique. On fait alors le vide par une machine pneumatique au moyen d'un tube MN dans le prisme A et dans un manomètre différentiel HGK; puis on laisse rentrer du gaz par les tubes O, et l'on répète l'opération plusieurs fois. Supposons que le gaz dévie plus que ne le faisait l'air; alors on fera par-

tiellement et lentement le vide jusqu'à ramener la nouvelle déviation à la valeur qu'elle avait dans le cas de l'air. Si le gaz était moins réfringent que l'air, on changerait l'ordre des deux opérations.

M. Jamin (1) a exécuté, par un procédé que nous décrirons quand nous nous occuperons des interférences, des recherches sur la réfraction des gaz dont les résultats concordent très exactement avec ceux obtenus par Dulong.

Expériences de M. Le Roux (2). — M. Le Roux admet, ce qui n'est pas rigoureusement exact, que le rapport des indices de réfraction de deux substances gazeuses reste le même à toute température, et, partant, qu'il suffit de mesurer ce rapport entre une vapeur et l'air chauffés dans une même enceinte, et de le multiplier ensuite par l'indice normal n_0 de l'air pour avoir celui qu'aurait cette vapeur à zéro et à 760mm, si elle pouvait être maintenue gazeuse jusque-là.

Pour faire l'expérience, il emploie un prisme à gaz en porcelaine, fermé par des glaces lutées au moyen d'un verre fusible et placé au milieu d'une caisse qu'on chauffe directement par un fourneau. Deux tubes opposés, fermés par des glaces, permettent de viser à travers le prisme. La lumière part d'un collimateur; elle est reçue dans une lunette qui mesure la déviation. On commence par viser le collimateur et par mettre l'image en contact avec le réticule quand le prisme est échauffé et plein d'air : c'est le zéro des déviations. On place ensuite dans le prisme la substance qu'on veut étudier, soufre, mercure, arsenic, iode, phosphore, etc., et, quand la vapeur est formée, on observe une déviation qui demeure constante. On la mesure, puis on retourne le prisme de 180° pour recommencer cette observation dans le sens opposé. Connaissant δ, on calcule le rapport des indices de la vapeur et de l'air.

Ces expériences ont montré que l'oxygène et le soufre d'une part, l'azote et le phosphore de l'autre, ont sensiblement le même pouvoir réfringent $\frac{n^2-1}{d}$ quand ils sont en vapeur :

---

(1) Jamin, *Annales de Chimie de Physique*, 3e série, t. XLIX, p. 282; 1857.

(2) Le Roux, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LXI, p. 385; 1861.

Oxygène (d'après Dulong)............	0,4924
Soufre (d'après M. Le Roux)..........	0,4923
Azote (d'après Dulong)...............	0,6187
Phosphore (d'après M. Le Roux)......	0,6264

Elles ont montré, en outre, que les vapeurs, notamment cell du soufre, offrent une très grande dispersion, et que l'iode, s comportant tout autrement que les autres corps, réfracte plı fortement le rouge que le violet, de sorte que le spectre de c corps est opposé à celui des substances communes. Ce fai extrêmement curieux, est le premier exemple connu d'un dispersion anomale (¹).

Voici les résultats des observations de Dulong et de M. L Roux :

D'après Dulong.

	Indices.	Densités
Air...........................	1,000294	1,000
Oxygène......................	1,000272	1,103
Hydrogène....................	1,000138	0,068
Azote........................	1,000300	0,976
Chlore.......................	1,000772	2,476
Protoxyde d'azote.............	1,000503	1,527
Bioxyde d'azote...............	1,000303	1,039
Acide chlorhydrique...........	1,000449	1,254
Oxyde de carbone.............	1,000340	1,992
Acide carbonique..............	1,000449	»
Cyanogène....................	1,000834	1,818
Gaz oléfiant..................	1,000678	0,990
Gaz des marais...............	1,000443	0,559
Éther chlorhydrique...........	1,001095	2,234
Acide cyanhydrique...........	1,000451	0,944
Ammoniaque..................	1,000385	0,591
Gaz chloroxycarbonique........	1,001159	3,442
Acide sulfhydrique............	1,000644	1,178
Acide sulfureux...............	1,000665	2,247
Éther........................	1,000153	2,580
Sulfure de carbone............	1,000150	2,644
Phosphure d'hydrogène gazeux.	1,000789	1,256
Vapeur d'eau, d'après Jamin (²).	1,000261	0,622

(¹) *Voir* le Chapitre relatif à la dispersion.

(²) JAMIN, *Annales de Chimie et de Physique*, 3ᵉ série, t. LII, p. 171 ; 18



D'après M. Le Roux.

	Indices.	Densités.
Soufre	1,001629	6,617
Phosphore	1,001364	4,355
Arsenic	1,001114	10,39
Mercure	1,000556	6,97

On remarquera que l'indice de l'air peut être calculé, à l'aide de ceux de l'oxygène et de l'azote, par l'application de la loi de Gladstone.

On ne connaît pas de loi permettant de calculer l'indice d'un gaz composé à l'aide des indices des gaz composants.

VARIATION DE L'INDICE DE RÉFRACTION DES GAZ AVEC LA TEMPÉRATURE. — Les expériences de Biot et Arago furent réalisées entre les limites de température — 1°,5 et 12°, et étendues ensuite par Biot jusqu'à 25°. D'après ces physiciens, la puissance réfractive $n^2 - 1$ de l'air demeurait proportionnelle à sa densité, c'est-à-dire que l'on avait, en désignant par n_0 l'indice correspondant à la température de zéro, par α le coefficient de dilatation,

(1) $$\frac{n^2 - 1}{n_0^2 - 1} = \frac{1}{1 + \alpha t}.$$

Les idées théoriques qui faisaient supposer que la quantité $\frac{n^2 - 1}{d}$ est constante étant aujourd'hui abandonnées, à cette relation on peut substituer

$$\frac{n - 1}{n_0 - 1} = \frac{1}{1 + \alpha t},$$

ou, au même degré d'approximation,

$$n = n_0 - (n_0 - 1)\alpha t = 1,002945 - 0,000001081\, t.$$

On peut aussi se borner à considérer n comme une fonction de la température variant très lentement, et par conséquent employer des formules empiriques à deux ou plusieurs termes

$$n = n_0 - (n_0 - 1)(at + bt^2 + \ldots).$$

Les recherches que M. Mascart [1] a publiées sur ce sujet ont été exécutées par une méthode fondée sur l'observation de phénomènes d'interférence et qui ne peut être décrite ici. Elles ont permis de déterminer le coefficient a d'une formule réduite à deux termes, pour un certain nombre de gaz et pour des variations de température ne dépassant pas 40°. Ce coefficient est supérieur au coefficient de dilatation α, comme on le voit par le Tableau suivant; nous y joignons les valeurs de l'indice de réfraction à zéro n des mêmes gaz, d'après M. Mascart :

	a.	α.	$1000\,(n-1)$.
Hydrogène	0,00381	0,003661	0,1388
Air	0,00383	0,003670	0,2923
Azote	0,00332	»	0,2972
Protoxyde d'azote	0,00388	0,003676	0,5084
Bioxyde d'azote	0,00367	»	0,2967
Oxyde de carbone	0,00367	0,003667	0,3336
Acide carbonique	0,00406	0,003688	0,4494
Acide sulfureux	0,00471	0,003845	0,6820
Cyanogène	»	»	0,8202

INDICE DE RÉFRACTION DES GAZ LIQUÉFIÉS. — CONSTANTE DE RÉFRACTION. — On possède quelques expériences sur l'indice de réfraction moyen des gaz liquéfiés. Les plus récentes, celles de M. Bleekrode [2], ont été effectuées par la méthode de M. Bertin, à l'aide de l'appareil figuré ci-contre. Un tube de M. Cailletet (*fig.* 13) présente sur sa partie effilée *ch* un renflement cylindrique *a*, que l'on a usé à l'émeri par ses deux extrémités *e*, *g*. Sur les ouvertures ainsi pratiquées sont appliquées deux rondelles de plomb ou d'étain, puis des glaces de verre trempé de 1mm d'épaisseur, des rondelles de cuir et enfin des pièces circulaires d'acier que l'on serre fortement l'une à l'autre par des vis. On a ainsi une fermeture étanche sans mastic, et le gaz liquéfié ne se trouve en contact avec aucune autre matière susceptible d'en altérer la pureté. Le

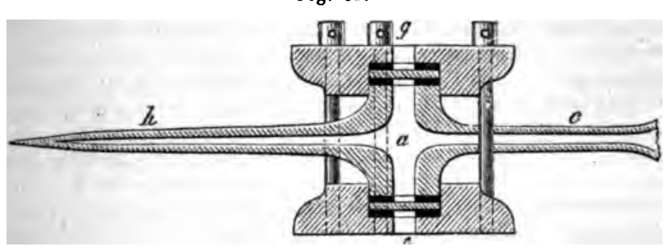
(1) MASCART, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXXVIII, p. 617. *Voir* aussi un travail de M. V. von Lang sur le même sujet, *Ann. de Pogg.*, t. CLIII, p. 448; 1874.

(2) BLEEKRODE, *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 109; 1885.

gaz est liquéfié dans le tube soit par la méthode de Faraday, soit à l'aide d'une pompe et d'un réservoir de M. Cailletet.

On détermine d'abord l'épaisseur *eg* du récipient à l'intérieur des lames de verre en pointant un microscope sur la surface inférieure du disque *g* et sur la surface supérieure de *e* : ces surfaces sont rendues visibles en y faisant adhérer, par

Fig. 13.



simple contact, des écailles de lépidoptère. On observe ensuite le déplacement d'un objet vu soit directement, soit à travers le récipient, ce qui donne la correction relative aux lames de verre; enfin on fait la même observation quand la cuve se remplit de gaz liquéfié : un calcul facile donne alors l'indice de réfraction.

Le Tableau suivant, emprunté au Mémoire de M. Bleekrode, résume les résultats obtenus par lui et par divers autres expérimentateurs :

SUBSTANCES.	LIQUIDE.		TEMPÉRATURE.	GAZ.		$\frac{n-1}{d}$.		DIFFÉRENCE.	$\frac{(n^2-1)}{(n^2+2)}$[illegible]	
	Densité.	Indice.		Densité.	Indice.	Liquide.	Gaz.		Liquide.	Gaz.
Acide sulfureux......	1,359	1,351	15°,0	2,234	1,000686	0,252	0,236	16	0,153	0,1[illegible]
Cyanogène...........	0,866	1,327	18,0	1,806	1,000822	0,378	0,350	28	0,234	0,2[illegible]
Acide cyanhydrique..	0,697	1,264	19,0	0,944	1,000451	0,379	0,368	11	0,238	0,24[illegible]
Protoxyde d'azote....	0,870	1,204	15,0	1,520	1,000503	0,235	0,255	20	0,150	0,17[illegible]
Acide carbonique....	0,863	1,196	15,0	1,529	1,000440	0,227	0,221	6	0,145	0,14[illegible]
Acide chlorhydrique..	0,854	1,257	10,5	1,247	1,000449	0,300	0,277	23	0,190	0,18[illegible]
Chlore..............	1,330	1,367	14,0	2,470	1,000772	0,270	0,240	30	0,169	0,16[illegible]
Ammoniaque.........	0,616	1,325	16,5	0,586	1,000373	0,528	0,490	38	0,327	0,32[illegible]
Éthylène............	0,361	1,180	6,0	0,978	1,000669	0,498	0,526	28	0,321	0,35[illegible]
Hydrogène phosphoré.	0,622	1,323	18,0	1,214	1,000789	0,519	0,500	19	0,322	0,33[illegible]
Acide sulfhydrique...	0,910	1,390	18,5	1,191	1,000639	0,429	0,413	16	0,262	0,27[illegible]

Il est à remarquer que le quotient $\frac{n-1}{d}$ a presque exactement la même valeur pour un même corps pris soit à l'état gazeux, soit à l'état liquide, ce qui constitue une remarquable extension de la loi de Gladstone, considérée comme loi approximative.

Le quotient $\frac{n^2-1}{(n^2+2)d}$ a été désigné par MM. Lorentz et Prytz [1] sous le nom de *constante de la réfraction*. Ces physiciens avaient opéré sur dix-sept substances, appartenant pour la plupart à la Chimie organique, et vérifié que cette quantité conserve très sensiblement la même valeur pour chacune d'elles prise soit à l'état liquide ou à l'état de vapeur.

Voici, par exemple, les résultats obtenus par M. Lorentz : ils se rapportent à la lumière du sodium.

[1] Lorentz, *Ueber die Refractionsconstante* (*Wied. Ann.*, t. XI, p. 70). — Prytz, *Experimentelle Untersuchung über die Refractionsconstante* (*ibid.*, p. 104; 1880).



SUBSTANCES.	$\frac{n^2-1}{(n^2+2)d}$.		
	LIQUIDE.		VAPEUR.
	10°.	20°.	100°.
Éther	0,30264	0,30287	0,3068
Alcool	0,28042	0,28066	0,2825
Eau	0,20615	0,20608	0,2068
Chloroforme	0,17902	0,17909	0,1796
Iodure d'éthyle	0,15571	0,15578	0,1571
Acétate d'éthyle	0,25466	0,25493	0,2683
Sulfure de carbone	0,28052	0,28086	0,2898

On voit, par les dernières colonnes du Tableau de M. Bleekrode, que la loi de M. Lorentz s'applique mieux encore que la loi de Gladstone aux gaz liquéfiés et aux liquides résultant de leur condensation. Mais ces études doivent être considérées comme incomplètes tant qu'on n'aura pas réalisé, sur ces gaz et sur ces liquides et jusqu'au point critique, toute une série de mesures aux diverses températures et sous des pressions inférieures ou supérieures à celles qui produisent la liquéfaction.

Au reste, on n'a encore aucune règle pour calculer avec quelque approximation l'indice de réfraction d'un composé d'après celui des composants. Il y a là tout un Chapitre de la Physique qui est encore à créer et dont on ne peut soupçonner l'importance.

CAS DES RADIATIONS CHIMIQUES ET CALORIFIQUES. — Il est relativement très facile de mesurer les indices correspondant aux diverses raies depuis A jusqu'à H, à travers une substance de composition constante, telle que le spath d'Islande; mais de nouvelles difficultés se présentent pour les raies ultra-violettes. Voici comment a opéré M. Mascart ([1]). Un collimateur (*fig.* 13, p. 80*) amène la lumière sur un prisme de spath ou

([1]) MASCART, *Comptes rendus*, t. LVII, p. 789; t. LVIII, p. 111.

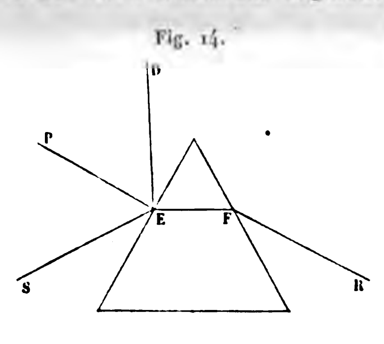
llèlement à l'axe de cristallisation. Chacun éfraction et donne naissance à deux spec- , l'autre extraordinaire (1), qu'on étudie nons comme exemple le spectre ordinaire plus dispersé et le plus dévié. On le reçoit ', qu'on place exactement au minimum de it pour la raie H. Cela étant, on introduit)', derrière et tout contre le réticule, une préparée pour la Photographie. On laisse exposée aux rayons pendant le temps convenable; on y verse de l'acide gallique, ce qui développe une très fine du réticule et des raies qui entourent H. Ce ne portion très restreinte du spectre chimique; il er les autres par le même procédé.

ppelle (2) que, le prisme étant à la déviation minimum, on a

$$\delta = 2i - A \quad \text{ou} \quad 2i = A + \delta;$$

cela veut dire que, si l'on passe de la raie H à une autre et que la déviation minimum augmente ou diminue d'une certaine quantité, l'angle $2i$ ou SED que font les rayons incident et réfléchi augmentera ou diminuera de la même quantité (*fig.* 14). Or, comme le prisme et la lunette viennent d'être placés à la déviation minimum pour la raie H, si l'on tourne cette lunette de 20′ et ce prisme de 10′, de manière à augmenter l'angle SED de 20′, on aura encore placé le prisme à sa déviation minimum pour les radiations, qui se peindront sous le réticule, au foyer de la lunette. On en prendra l'image photographique et l'on continuera de la même manière jusqu'à l'extrémité du

Fig. 14.



(1) *Voir* au Chapitre de la double réfraction.

(2) Voir *Optique géométrique*, p. 97*, formule (4 *ter*).

spectre chimique. Alors, 1° on aura obtenu une série d'images successives ayant toutes, de l'une à l'autre, quelques raies communes qui serviront à les raccorder; on mesurera au micromètre les distances relatives de ces raies et l'on reproduira leurs dispositions dans un dessin général fait à une échelle commune; 2° comme à chaque opération on a mesuré la déviation minimum de la lunette, on a pu calculer l'indice des raies principales [1].

En ce qui concerne le spectre calorifique, les mesures d'indice pourraient être réalisées d'une manière tout à fait analogue, en mettant au foyer de la lunette d'observation non plus une plaque sensible, mais une pile thermométrique linéaire ou un bolomètre. Mais une difficulté spéciale résulte de la largeur de ces instruments, qui ne permettent pas de faire des pointés exacts sur une raie. A défaut de ces repères trop étroits, on en crée d'artificiels plus saisissables, en produisant dans le spectre, comme l'a fait M. Mouton [2], un système de bandes d'interférence au centre desquelles on rapporte les mesures.

Nous reviendrons ultérieurement sur les méthodes employées et sur les résultats de ces mesures, à propos des spectres et de la dispersion.

---

(1) *Voir* pour les résultats le Chapitre de la double réfraction.

(2) Mouton, *Comptes rendus*, t. LXXXVIII, p. 967, 1078 et 1189; 1879.

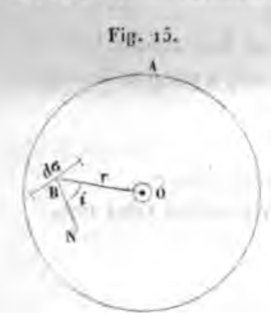
CHAPITRE III.

MESURE DE L'INTENSITÉ DES RADIATIONS.

Intensité des radiations calorifiques. — Cas d'un point rayonnant. — Graduation du galvanomètre. — Cas d'une surface rayonnante. — Intensité intrinsèque. — Loi du cosinus de l'obliquité.
Généralisation de la notion d'intensité. — Comparaison de l'intensité de deux lumières. — Unité de lumière. — Photomètres. — Spectrophotomètres. — Intensité des radiations chimiques. — Actinomètre.

INTENSITÉ DES RADIATIONS CALORIFIQUES. — CAS D'UN POINT RAYONNANT. — Considérons une source de chaleur O de forme sphérique (*fig.* 15), dont la surface est maintenue à une température invariable, par exemple 100°. Elle est entourée d'une enceinte sphérique concentrique A, de rayon R, assez grand pour qu'on puisse confondre la source avec son centre O; cette enceinte est maintenue à 0° par une enveloppe de glace. La source perd dans l'unité de temps une quantité de chaleur Q qui est constante, si l'état permanent est atteint; Q sera mesurée par le poids de glace fondue et pourra être évaluée en calories.

Fig. 15.



Par raison de symétrie, la chaleur rayonnée est reçue en quantités égales dans toutes les directions : une surface égale à l'unité, découpée dans n'importe quelle région de la paroi, recevra une quantité de chaleur $\frac{Q}{4\pi R^2}$, et une surface S une quantité $\frac{QS}{4\pi R^2}$.



Si maintenant nous considérons, à l'intérieur de l'enceinte, une surface fermée quelconque, cette surface sera traversée dans l'unité de temps par la même quantité de chaleur Q qui, finalement, est reçue par l'enceinte. Découpons dans cette surface une portion quelconque par un cône ayant son sommet au centre de la sphère O, et soit Ω l'angle solide soustendu; la quantité q de chaleur traversant cette portion de surface sera

$$(1) \qquad q = \frac{Q}{4\pi}\Omega = I\Omega.$$

$\frac{Q}{4\pi}$ est une constante qui caractérise le rayonnement de la source O; nous le désignerons par la lettre I et nous l'appellerons *intensité totale de la source*. C'est la quantité de chaleur rayonnée pendant l'unité de temps dans un angle solide égal à l'unité.

En particulier, soit un élément de surface $d\sigma$, situé à une distance r du centre de la source et dont la normale fait avec le rayon vecteur OB un angle i. La quantité de chaleur dq qui traverse cet élément dans l'unité de temps est

$$(2) \qquad dq = I\frac{d\sigma \cos i}{r^2};$$

elle est proportionnelle au cosinus de l'angle i (*loi du cosinus*) et en raison inverse du carré de la distance (*loi des distances*).

Imaginons que l'on remplace l'élément $d\sigma$ par une paroi égale maintenue à 0°. Deux cas peuvent se présenter :

1° L'enceinte renferme un milieu capable d'absorber et de rayonner de la chaleur ou doué d'une certaine conductibilité calorifique; alors la substitution d'une paroi froide à la surface idéale $d\sigma$ produit une perturbation dans la distribution des températures; l'état permanent établi fait place à une autre, après une période variable, et le calcul de la quantité de chaleur dq' devient très compliqué; nous écarterons cette première alternative;

2° L'enceinte est vide : en ce cas il résulte des expériences

sur la vitesse du refroidissement, exposées dans une aut Partie de cet Ouvrage ([1]), que la quantité de chaleur Q pe due par la sphère O ne dépend ni de la forme, ni des dimen sions de l'enceinte supposée à température constante : la sub stitution d'une paroi froide à l'élément $d\sigma$ n'introduira don aucune perturbation dans l'état de la source, et la quantité d chaleur reçue dq' sera égale à dq. Cette loi expérimental caractérise les propriétés de l'éther lumineux.

Au reste, pour que les formules (1) et (2) soient pratiquement applicables, il n'est pas indispensable de réaliser absolument les conditions théoriques énoncées ci-dessus. L'enceinte peut contenir un gaz; elle peut même être supprimée. Il suffit que les corps exposés au rayonnement soient assez petits ou assez éloignés de la source, et que leur température s'écarte suffisamment peu de celle des objets voisins. Dans ces conditions, la perturbation qu'ils apportent dans l'état de la source peut être négligée.

Pour vérifier les deux lois exprimées par la formule (2), on remplacera l'élément de surface $d\sigma$ par l'une des faces d'une pile thermo-électrique de Nobili et Melloni, en ayant soin de prendre des sources assez faibles ou des distances assez grandes pour qu'il y ait proportionnalité entre la quantité de chaleur reçue et la déviation de l'aiguille du galvanomètre.

GRADUATION DU GALVANOMÈTRE. — Dans les études qui vont suivre, nous ne pourrons toujours nous maintenir dans les limites où cette proportionnalité est rigoureuse; mais il est aisé de graduer le galvanomètre pour les expériences de chaleur rayonnante ou, si l'on veut, d'en dresser la Table.

Nous placerons la pile entre deux écrans, et derrière chacun d'eux nous disposerons une source calorifique bien régulière, par exemple une lampe de Locatelli. De cette façon nous pourrons ou faire agir une lampe sur une face, ou l'autre lampe sur la face opposée, ou les deux lampes à la fois sur les deux extrémités. Nous désignerons par A et B ces deux lampes et par x_a et x_b les quantités de chaleur qu'elles en-

([1]) *Voir* t. II, 3e fasc., p. 204 et suivantes.

voient à la pile dans l'unité de temps. Voici la série des opérations qu'il faut exécuter :

1° Faire agir la lampe A seule et la placer à une distance telle qu'elle produise une déviation égale à 1°. On prendra arbitrairement pour unité la quantité de chaleur correspondante

$$x_a = 1.$$

2° A et B agissant ensemble, régler la position de B jusqu'à détruire l'effet de A; la quantité de chaleur envoyée par B est alors égale à l'unité

$$x_b = 1.$$

3° Laissant B à la place précédente et faisant agir les deux lampes à la fois, rapprocher A jusqu'à obtenir une déviation de 1°. A ce moment c'est la différence des quantités de chaleur reçues par les deux faces de la pile qui produit la déviation de l'aiguille; cette différence est égale à l'unité, et l'on a

$$x_a - x_b = 1, \qquad x_a = x_b + 1 = 2.$$

4° Enlever B, faire agir A seule. On trouve une déviation égale à 2°.

Ainsi, quand l'intensité du rayonnement est égale à 2 unités, la déviation trouvée est égale à 2° du galvanomètre.

On continue de la même manière :

1° A seule; déviation 2° :

$$x_a = 2.$$

2° A et B agissent ensemble et s'équilibrent :

$$x_b = 2.$$

3° B reste à la même place; A est rapprochée jusqu'à donner 2° de déviation différentielle :

$$x_a - x_b = 2, \qquad x_a = x_b + 2 = 4.$$

4° On éteint B; A donne une déviation de 4°.

Donc, la quantité de chaleur étant 4, la déviation est 4°.

En continuant de la même manière, on reconnaît que jus-

qu'à 25° environ la déviation est proportionnelle à la quantité de chaleur; mais, cette limite passée, la proportionnalité ne se soutient plus, comme on va le voir par l'exemple suivant ([1]).

1° A seule; déviation totale, 25° :

$$x_a = 25.$$

2° A et B ensemble et s'équilibrant :

$$x_b = 25.$$

3° B restant à la même place, A rapprochée; déviation différentielle, 10° :

$$x_a - x_b = 10, \qquad x_a = x_b + 10 = 35.$$

4° A restant au même point, B enlevée. On trouve une déviation égale à 34°.

Ainsi, la quantité de chaleur étant 35, la déviation est 34°. Ces quantités ne sont plus proportionnelles, et la différence s'exagère de plus en plus quand l'angle augmente davantage.

Alors on construira une courbe en prenant les déviations pour abscisses et les quantités de chaleur pour ordonnées. Ce sera une droite passant par l'origine tant que l'abscisse ne dépasse pas 25; elle se relèvera ensuite en une courbe convexe vers l'axe des x. Il est évident d'ailleurs qu'elle variera avec le galvanomètre et qu'elle devra être vérifiée de temps en temps.

Quand on fait tomber des rayons de chaleur sur la pile, ils échauffent aussitôt la surface des soudures; l'aiguille atteint une déviation stable au bout de quelques secondes et revient au zéro dès qu'on cesse l'action. Mais, si l'on a prolongé l'échauffement pendant quelque temps, la pile ne se refroidit ensuite

---

([1]) D'après M. Aymonnet (*Journal de Physique*, 1re série, t. VIII, p. 126; 1879), ce n'est là qu'un cas particulier; par suite de la fente pratiquée dans le disque de cuivre, de la largeur et de la disposition plus ou moins irrégulière des bobines, la proportionnalité des quantités de chaleur aux déviations peut être loin d'être rigoureuse aux environs du zéro; cette proportionnalité existe alors dans une autre région, entre deux déviations angulaires M et M' plus ou moins écartées l'une de l'autre.

que très lentement, et l'expérimentateur est obligé d'attendre que l'aiguille ait repris sa position première. Pour éviter cet inconvénient, il faut diminuer autant qu'on le peut la durée du temps pendant lequel la pile reçoit le rayonnement. Or on observe que l'aiguille se met en marche immédiatement après que l'écran est abaissé, qu'elle parcourt un arc d'impulsion considérable, et qu'ensuite elle atteint sa position d'équilibre après une série d'oscillations. Melloni (¹) remarqua que l'arc d'impulsion est toujours le même pour une déviation définitive, et il dressa une Table de correspondance entre chaque déviation stable et l'arc d'impulsion qui la précède. Grâce à cette Table, il n'est plus nécessaire d'attendre que l'aiguille devienne stationnaire, et, la durée de chaque expérience étant considérablement diminuée, l'échauffement permanent de la pile ne se produit plus. Nous admettrons, dans ce qui va suivre, que l'on ait construit les deux Tables dont nous venons de parler, et nous ne donnerons dans les Tableaux que des nombres proportionnels aux quantités de chaleur reçues.

CAS D'UNE SURFACE RAYONNANTE. — INTENSITÉ INTRINSÈQUE. — Revenons actuellement au cas théorique représenté par la fig. 15, et désignons par ρ le rayon de la source O. Chaque élément de sa surface prend part au rayonnement et la quantité rayonnée par l'élément $d\sigma_1$ est

$$(3) \qquad dq_1 = \frac{d\sigma_1}{4\pi\rho^2} Q = \frac{I}{\rho^2} d\sigma_1 = I_1 d\sigma_1 ;$$

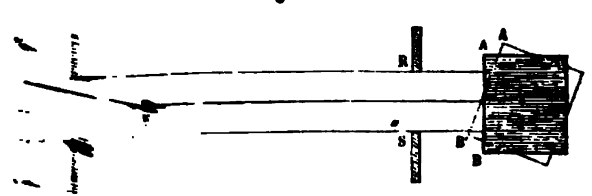
I_1 est la quantité de chaleur rayonnée dans l'unité de temps par l'unité de surface de la source. Nous l'appellerons *intensité intrinsèque* de la source.

LOI DU COSINUS DE L'OBLIQUITÉ. — Soit maintenant une source limitée par une surface plane indéfinie et dont la température est uniforme. Le flux de chaleur rayonnée est normal à la surface et il est le même en tous les points. Soit I_1 l'intensité

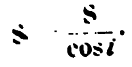
(¹) MELLONI, *Annales de Chimie et de Physique*, 2ᵉ série, t. LIII, p. 5.

[illegible] source; la quantité de chaleur rayonnée p[illegible]
[illegible] surface sera égale à $I_1 S$.
[illegible] approximativement la condition que no[illegible]
[illegible] en prenant comme source un cube AB ren[illegible]
[illegible] et dont la surface était recouverte de no[illegible]
[illegible] la surface rayonnante par un trou perc[illegible]
[illegible] imperméable à la chaleur (*fig.* 16). En u[illegible]

Fig. 16.



[illegible] à la radiation l'une des boules de son ther-
[illegible] et plaçait un miroir concave MN avec son
[illegible] à concentrer sur F les rayons paral-
[illegible] des écrans RS et Q. En donnant
[illegible] diamètres aux trous des écrans, on vé-
[illegible] reçue par le thermomètre est bien propor-
[illegible] rayonnante.
[illegible] la surface AB, d'abord perpendicu-
[illegible] rayons incidents et amenons-la en A'B'.
[illegible] quantité de chaleur reçue par le ther-
[illegible] Désignons par S la section droite du
[illegible] la portion de surface du cube com-
[illegible] et soient i l'angle des plans AB, A'B', I_1
[illegible] de la source. On a



$$S' = \frac{S}{\cos i}.$$

[illegible] chaleur reçue n'a pas varié, la quantité

[illegible] into the nature and propagation of heat.

de chaleur I'_1, émise obliquement par l'unité de surface, a donc diminué dans un rapport égal à $\cos i$

$$(4) \qquad I'_1 = I_1 \cos i.$$

La loi empirique exprimée par la formule (4) est connue sous le nom de *loi du cosinus :* elle a été énoncée pour la première fois par Lambert ([1]).

De la Provostaye et Desains ([2]) recommencèrent l'expérience de Leslie en employant aussi une surface enduite de noir de fumée ; mais le faisceau cylindrique PQRS avait exactement la même section qu'une pile de Melloni, sur laquelle on le recevait. Voici les Tableaux des déviations comparées quand l'angle i était de 0° ou 80° :

Inclinaisons. i.	Déviations.			Intensité intrinsèque.
	Noir de fumée mat.			
0°......	22°,35	20°,15	35°,03	100,0
80......	22,03	22,02	34,95	100,0
	Noir de fumée déposé à l'essence.			
0......	13,5	12,65	»	100,0
80......	13,02	9,55	»	74,8

Le premier de ces Tableaux justifie la loi de Lambert ; le second montre que le noir de fumée commence à s'en écarter aussitôt qu'il cesse d'être mat et qu'il commence à réfléchir la chaleur.

Pour aborder enfin le cas général, de la Provostaye et Desains ont appliqué une lame de verre sur l'une des faces du cube. Les résultats furent en discordance complète avec la loi du cosinus. Les nombres qui suivent expriment le rapport de

---

([1]) LAMBERT, *Pyrométrie*, n° 349.

([2]) DE LA PROVOSTAYE et DESAINS, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. XXIV, p. 60, et *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XXII, p. 393 ; 1848.

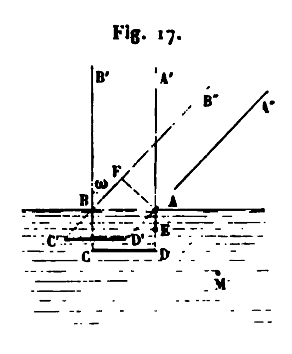
la chaleur envoyée par la lame à celle qui est émise par le noir de fumée :

Inclinaisons i.	Chaleur émise par $S = \frac{S}{\cos i}$.
0°	90,00
60	83,60
70	75,01
80	54,44

Ainsi, la loi de Lambert n'est vraie que dans le cas particulier d'un corps absolument dénué de pouvoir réflecteur.

On peut interpréter la loi de Lambert par le raisonnement suivant, dû à Fourier (¹). On admet que, dans l'intérieur d'un corps (*fig.* 17), une molécule M envoie dans toutes les directions des rayons qui s'affaiblissent rapidement par des absorptions ou des réflexions et s'éteignent à la surface d'une sphère limite décrite du point M comme centre avec un rayon très petit. C'est l'hypothèse dite du *rayonnement particulaire*, que nous avons déjà invoquée à propos de la conductibilité de la chaleur. D'après cette hypothèse, les radiations émises à l'extérieur dans une direction normale AA′ se composeront des rayons partis de A qui s'échappent en totalité et des rayons qui viennent de toutes les molécules E situées à une distance de A moindre que la distance limite AD; ceux-ci seront de plus en plus faibles à mesure que E sera plus près de D. Soit I_1 l'intensité totale de cette somme de rayons; chaque file de molécules situées au-dessous de la surface enverra un faisceau égal à I_1, et la quantité totale de chaleur dq_1, émise par l'élément AB de surface $d\sigma$ au bout de l'unité de temps et dans la direction normale, sera proportionnelle à $I_1 d\sigma$. Si l'on considère maintenant une direction oblique AA″, faisant avec

Fig. 17.



(¹) FOURIER, *Théorie de la chaleur.*

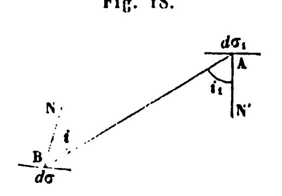
la normale un angle i, chacun des rayons particulaires se composera de radiations venues des mêmes profondeurs et aura la même intensité I_1 que précédemment; mais, le faisceau total ayant une section AF égale à $d\sigma \cos i$, la quantité de radiation dq'_1 envoyée dans cette direction pendant l'unité de temps sera proportionnelle à $I_1 \, d\sigma \cos i$. On aura donc

$$\frac{dq'_1}{dq_1} = \frac{\cos i}{1}.$$

Cette interprétation est, il est vrai, loin d'être une démonstration. Elle suppose que les rayons qui se présentent pour sortir n'éprouvent pas d'absorption, ne se réfléchissent pas intérieurement, ou se réfléchissent également sous toutes les incidences, ce qui n'est guère admissible dans le cas général. On s'explique donc très bien pourquoi la loi du cosinus n'est confirmée par l'expérience que dans des cas particuliers.

La loi du cosinus étant admise, on peut calculer la quantité de chaleur reçue par un élément de surface exposé à la radiation d'une source quelconque de forme connue et dont l'intensité intrinsèque varie d'un point à un autre d'une manière quelconque. On nommera *intensité intrinsèque d'une source en un point* A la limite I_1 du rapport de la quantité de chaleur émise dans la direction normale, par un élément placé en ce point, à la surface $d\sigma_1$ de cet élément, quand $d\sigma_1$ tend vers zéro.

Fig. 18.



Cela posé, soient i et i_1 les angles que le rayon vecteur, $BA = r$ allant du centre B de l'élément $d\sigma$ au centre A d'un élément quelconque $d\sigma_1$ pris à la surface de la source, forme avec les normales à ces éléments. La quantité de chaleur émise par $d\sigma_1$ et reçue par $d\sigma$ sera

$$dq = I_1 \frac{d\sigma \, d\sigma_1}{r^2} \cos i \cos i_1,$$

et la quantité totale de chaleur reçue par $d\sigma$

$$(5) \qquad q = d\sigma \int \frac{I_1 \, d\sigma_1}{r^2} \cos i \cos i_1.$$

Cette formule devrait être remplacée par une autre, plus compliquée, si la loi du cosinus n'était pas applicable à la source de chaleur employée.

Généralisation de la notion d'intensité. — Jusqu'ici la notion d'intensité, appliquée aux seules radiations calorifiques, ne laisse rien d'obscur dans l'esprit. Qu'il s'agisse de la chaleur émise par un cube plein d'eau bouillante, par une plaque métallique rougie, par une lampe ou par le Soleil, sa détermination se ramènera toujours à la mesure d'une quantité de chaleur qui, nous le savons, est l'équivalent d'une certaine quantité d'énergie.

Il n'en est pas de même quand on vient à parler de l'*intensité d'une radiation lumineuse*. Notre œil nous donne, il est vrai, l'impression d'un éclat plus ou moins vif des sources lumineuses, d'un éclairement plus ou moins marqué des surfaces dépolies ; mais ces sensations ne suffisent pas à fournir une définition et une mesure exactes de l'intensité lumineuse.

Occupons-nous d'abord de la définition. Soit O (*fig.* 19) une source lumineuse très petite, telle que, si on la place au centre d'une enceinte sphérique recouverte d'un enduit mat de blanc de céruse, toutes les parties de la paroi paraissent également éclairées. Soit $d\sigma$ un élément d'une paroi opaque. D'après les lois de l'Optique géométrique, tout point P, situé dans le cône ayant son sommet en O et s'appuyant sur le contour de $d\sigma$, ne recevra pas de lumière du point O; si l'on enlève l'élément de paroi $d\sigma$ et qu'on le remplace par un autre placé en arrière et sous-tendant au point O le même angle solide $d\Omega$, on peut dire qu'il reçoit la même *quantité de lumière* qu'aurait reçue le premier, et, à cause de la symétrie supposée de la source lumineuse, on peut représenter cette quantité de lumière par $\mathrm{I}\,d\Omega$. I sera *l'intensité lumineuse totale* de la source ; c'est la quantité de lumière envoyée dans un angle solide égal à l'unité.

Fig. 19.

Soient r la distance OA, i l'angle de OA et de la normale AN à l'élément; on a

$$d\Omega = \frac{d\sigma \cos i}{r^2},$$

et la quantité de lumière reçue par l'élément est

$$(2\ bis) \qquad dI = I\frac{d\sigma \cos i}{r^2};$$

elle est proportionnelle au cosinus de l'obliquité et en raison inverse du carré de la distance. Ce sont les mêmes lois que pour la chaleur.

De même, nous pouvons arriver à définir l'intensité intrinsèque I_1 d'une source lumineuse étendue : c'est la quantité de lumière émise normalement par l'unité de surface d'un plan lumineux d'éclat uniforme.

Imaginons que l'on possède une source lumineuse AB de cette espèce, par exemple une lame de platine incandescente, et qu'on limite par des écrans RS, Q (*fig.* 16) le faisceau lumineux émané de cette surface. On constate que l'éclairement d'un carton blanc placé au delà de Q n'est pas modifié quand on incline la surface en A′B′ d'un angle i_1 quelconque. Si l'on regarde directement le plan lumineux, son éclat ne paraît pas non plus modifié. La loi du cosinus de l'obliquité est donc applicable à l'émission de la lumière par une surface incandescente, comme elle l'est à l'émission de la chaleur par le noir de fumée.

On donne souvent une autre preuve de l'exactitude de la loi du cosinus pour la lumière : c'est qu'une sphère métallique incandescente apparaît dans l'obscurité comme un disque lumineux d'un éclat uniforme. Un élément quelconque pris à la surface de l'hémisphère, exposé à la vue, envoie donc à l'œil la même quantité de lumière qui émanerait de sa projection sur la base de l'hémisphère. Remarquons, d'ailleurs, que les impressions transmises par l'œil n'ont pas le caractère de mesures rigoureuses : elles ne suffisent pas à décider si la loi du cosinus est exactement ou approximativement vraie.

Dans les cas où cette loi est rigoureusement applicable, on

calculera la quantité de lumière envoyée par une source à un élément de surface, comme on calculerait la quantité de chaleur, par la formule

$$l = d\sigma \int \frac{I_1\, d\sigma_1}{r^2} \cos i \cos i_1. \tag{5 bis}$$

COMPARAISON DE L'INTENSITÉ DE DEUX LUMIÈRES. — Pour passer de la définition des intensités lumineuses à leur mesure, nous sommes obligés de faire appel aux propriétés de l'œil. Cet organe est, par lui-même, incapable de fournir des mesures; car, si l'on juxtapose deux cartons éclairés, l'un par une bougie placée à 1^m, l'autre par n bougies à 1^m, l'œil indique seulement que celui-ci est plus éclairé que celui-là, sans permettre de déterminer n, même avec la plus grossière approximation : en particulier, dès que n est un peu grand, on serait porté à lui attribuer une valeur beaucoup trop voisine de l'unité.

En revanche, l'œil jouit d'une propriété précieuse, celle de reconnaître que deux surfaces adjacentes sont également éclairées. Cette appréciation, comme tous les jugements de nos organes, est loin d'être bien rigoureuse; elle comporte une tolérance plus ou moins variable, que l'on évalue en général à $\frac{1}{60}$ et dont on est bien forcé de se contenter. D'ailleurs cette appréciation n'est bien nette que si les deux surfaces éclairées ont *exactement* la même teinte; on ne peut guère comparer l'éclat d'une lumière rouge et d'une lumière bleue. Les observations d'intensité faites dans les diverses régions du spectre ne sont donc pas comparables entre elles; il leur manque la commune mesure que le calorimètre fournit pour toutes les radiations calorifiques.

Bornons-nous à comparer des lumières de même teinte. Pour cela nous devons avoir recours à un dispositif expérimental qui ramène cette comparaison à l'appréciation de l'égalité d'éclairement de deux surfaces adjacentes. On conçoit que l'on puisse y parvenir de diverses manières, en particulier en faisant usage de la loi des distances.

Si l'on a affaire à des lumières de teinte différente, les méthodes directes ne peuvent plus fournir que des renseignements pratiques sans portée; on est obligé de décomposer la

lumière émanée de ces sources et de faire porter successivement la comparaison sur toutes les radiations simples qu'elles contiennent.

Unité de lumière. — Pour que les mesures d'intensités lumineuses soient comparables, il faut faire choix d'une unité à laquelle on les rapporte toutes. Jusqu'à ces dernières années, on a employé à peu près exclusivement :

1° La bougie française de l'Étoile ou la bougie anglaise de spermaceti (*candle*);

2° La lampe de Carcel.

Ces sources lumineuses ont l'avantage d'être à la portée de tous les expérimentateurs et d'avoir une teinte comparable à celle de la plupart des sources artificielles. La dernière, étudiée avec le plus grand soin par Dumas et Regnault (1), offre de plus l'avantage d'être constante, à peu près au même degré d'exactitude que comportent les mesures, mais à la condition expresse de se conformer scrupuleusement à certaines indications. *La lampe Carcel doit brûler à l'heure 42gr d'huile de colza épurée.* Au voisinage de cette dépense, l'intensité varie proportionnellement à la quantité d'huile brûlée, et il est toujours possible, en élevant ou abaissant soit la mèche, soit le verre, de régler l'appareil pour l'amener dans la condition de proportionnalité. La lampe Carcel est beaucoup plus constante que la bougie et constitue une unité pratique très convenable.

M. Violle a proposé une unité de lumière plus rationnelle, adoptée par la Conférence internationale des Unités électriques (2) : *c'est la quantité de lumière émise normalement par 1cq de surface de platine à la température de sa fusion.* La nature de la surface rayonnante et sa température étant ainsi fixées rigoureusement, la quantité de lumière émise par l'unité de surface est entièrement déterminée.

---

(1) Audouin et Bérard, *Études sur les divers becs employés pour l'éclairage au gaz et recherches des conditions les meilleures pour la combustion* (*Ann. de Chim. et de Physique*, 3e série, t. LXXV, p. 427; 1862).

(2) Violle, *Journal de Physique*, 2e série, t. III, p. 229; 1884.

D'après les expériences de M. Violle (¹), la nouvelle unité de lumière a une intensité totale un peu plus de deux fois, et une intensité intrinsèque onze fois plus considérable que celle de la lampe Carcel. Elle se prête, au même titre, à la comparaison directe avec les foyers lumineux usuels, mais offre jusqu'ici l'inconvénient d'être infiniment moins maniable. Voici, d'ailleurs, comment M. Violle a disposé son étalon lumineux.

Un bain de platine pur, fondu dans un creuset de chaux vive rempli à pleins bords, est recouvert d'un diaphragme noirci et percé d'une ouverture rectangulaire à laquelle on donne telle dimension que l'on veut. Ce diaphragme est constitué par une sorte de boîte en platine à l'intérieur de laquelle circule un courant d'eau froide. Des écrans convenablement disposés masquent exactement toute autre lumière que celle qui passe à travers l'ouverture du diaphragme. Avant de procéder à une mesure, on supprime les gaz du chalumeau à gaz oxyhydrique et on laisse le métal liquide se refroidir librement; l'intensité lumineuse diminue d'abord rapidement, puis de moins en moins vite, devient ensuite stationnaire pour reprendre enfin, quelques instants plus tard et après un *éclair*, une marche de nouveau décroissante: c'est pendant que l'intensité lumineuse est stationnaire que la mesure doit être réalisée.

Si les lumières à étudier ont une teinte notablement différente de celle du platine en fusion, on fera porter la comparaison sur les radiations simples des diverses couleurs et l'on prendra pour unité de lumière d'une couleur quelconque la quantité de cette lumière qui est contenue dans la radiation émise par l'étalon lumineux. Il y a donc une infinité d'unités de lumières différentes suivant la couleur, c'est-à-dire, comme nous le verrons bientôt, suivant la longueur d'onde, tandis qu'il n'y avait qu'une seule unité d'intensité calorifique; de plus, la relation établie conventionnellement entre les unités

(¹) VIOLLE, *Note sur les expériences effectuées pour la détermination de l'étalon absolu de lumière*; Gauthier-Villars, 1884 (*voir* aussi *Journal de Physique*, 2e série, t. III, p. 241.)

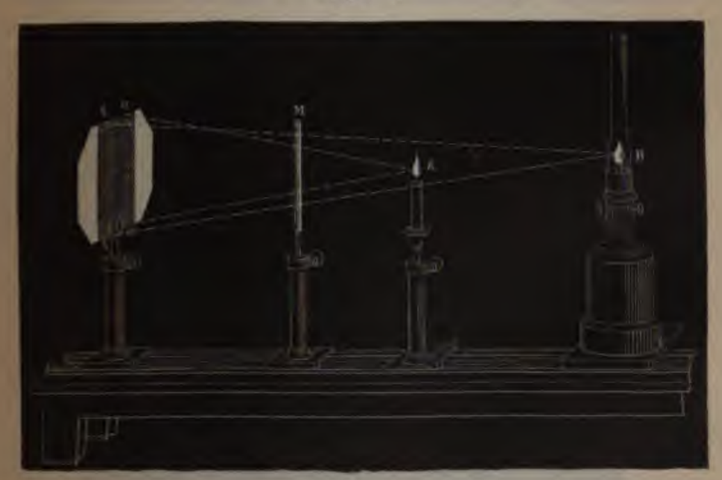
des diverses lumières par le choix du platine en fusion comme corps rayonnant est absolument arbitraire et ne nous fournit aucun renseignement sur l'énergie transportée par les radiations correspondantes.

Ainsi les mesures d'intensité lumineuse ont pour condition la sensibilité de l'œil aux radiations que l'on considère; elles ont pour caractère de se relier à la loi d'émission d'une certaine substance; elles ne renseignent pas directement sur l'énergie mise en jeu; elles ne constituent pas de véritables mesures absolues.

Il est temps d'arriver aux procédés pratiques de mesure des intensités lumineuses. Nous nous occuperons d'abord des comparaisons de lumières de même teinte.

PHOTOMÈTRES. — Plaçons sur le banc d'optique (*fig.* 20) : 1° les deux luminaires A et B que nous voulons comparer;

Fig. 20.



2° une tige verticale opaque M; 3° un écran blanc $aa'bb'$. La bougie A projette en aa' une ombre qui ne sera éclairée que par B; la lampe B détermine une deuxième ombre bb' illuminée seulement par A. En réglant les distances de A et de B, on arrive à produire la même illumination en aa' et en bb', et l'œil

accuse avec netteté le moment où cette condition est réalisé c'est-à-dire où *aa'* et *bb'* semblent avoir le même éclat. On mesure alors les distances r et r' de A et de B à l'écran; en désignant par I et I' les intensités totales des deux lumières, on aura, pour déterminer les rapports de ces intensités, la formul

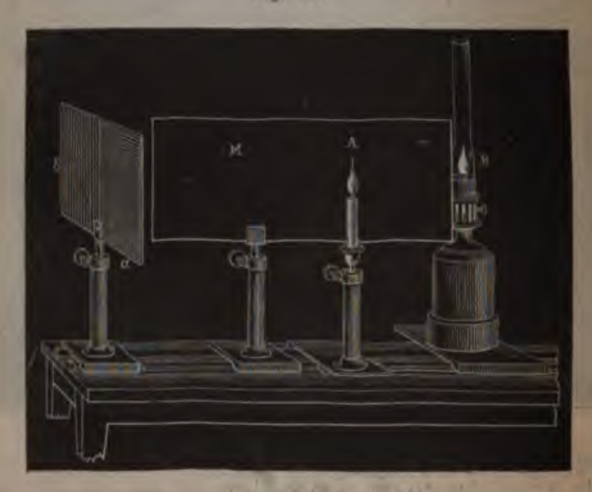
$$\frac{I}{r^2} = \frac{I'}{r'^2}.$$

Si l'on veut passer des intensités totales aux intensités intrinsèques I_1, I'_1, il faudra mesurer les surfaces S, S' des deux luminaires, et l'on aura

$$I = I_1 S,$$
$$I' = I'_1 S',$$
$$\frac{I_1}{I'_1} = \frac{IS'}{I'S} = \frac{r^2 S'}{r'^2 S}.$$

L'instrument que nous venons de décrire est dû à Rum-

Fig. 21.



ford (¹); le suivant, qui n'en est qu'une modification, a été

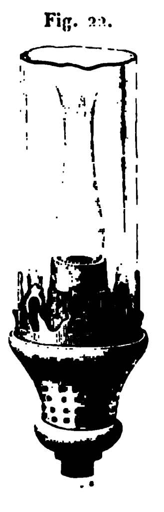
(¹) RUMFORD, *Ann. de Gilbert*, t. XLV et XLVI.

disposé par Bouguer [1] (*fig.* 21). Plaçons toujours sur le banc d'optique une lame de carton noirci longitudinale M et un écran perpendiculaire ab en verre dépoli, ou, comme le fit avec avantage Foucault [2], en verre transparent sur lequel on a laissé déposer une couche de lait qu'ensuite on a séchée. La bougie est placée en avant de ab à une distance r; son intensité intrinsèque est I_1 et sa surface S; elle éclaire la portion antérieure a. La lampe est fixée derrière M, elle illumine b; les données de distance, de surface et d'éclat sont r', I'_1, S. Au moment où les éclairements sont égaux, on a

$$\frac{I_1 S}{r^2} = \frac{I'_1 S'}{r'^2}.$$

La détermination de l'intensité totale suffit dans la plupart des cas, par exemple s'il s'agit de comparer, au point de vue économique, l'éclairement d'un bec de gaz et celui d'une lampe Carcel. Voici d'ailleurs comment sont effectuées à Paris les expériences de vérification du pouvoir éclairant du gaz. Celui-ci est brûlé dans un bec type, du système Bengel (*fig.* 22), sous la pression de 2mm ou 3mm d'eau, et doit dépenser au plus 27lit,5 de gaz pendant que la lampe Carcel étalon consomme 10gr d'huile. Le photomètre employé est celui de Foucault. La lampe étalon et le bec de gaz sont fixés à une distance invariable du photomètre et l'on règle à chaque instant la dépense de gaz du bec par la manœuvre d'un robinet spécial, de manière que les deux moitiés de la plaque du photomètre soient également éclairées. La lampe est placée sur le plateau d'une balance (*fig.* 23) et équilibrée par un contrepoids J, un peu trop faible. Après qu'une petite quantité d'huile a été brûlée, la lampe se trouve exactement équilibrée, et le fléau, en s'inclinant en sens contraire,

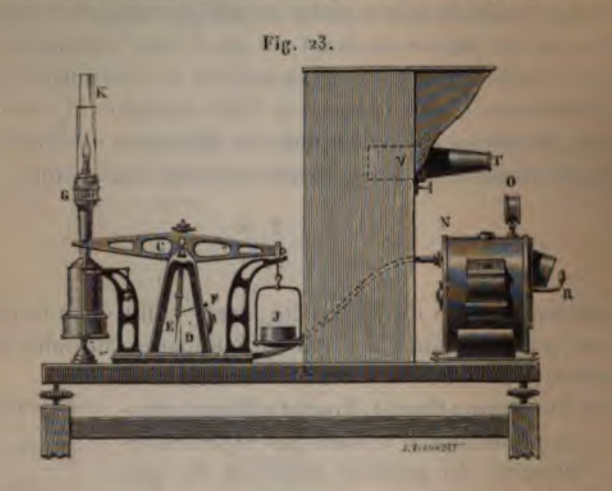
Fig. 22.



(1) BOUGUER, *Traité d'Optique : Sur la gradation de la lumière;* Paris, 1760.
(2) FOUCAULT, *Œuvres complètes*, p. 100.

fait tomber sur le timbre F un marteau en équilibre sur l'aiguille CE de la balance. Le bruit produit marque le commencement de l'expérience. On ouvre à ce moment le compteur marquant la dépense du bec Bengel, puis on supprime 10^{gr} du

Fig. 23.

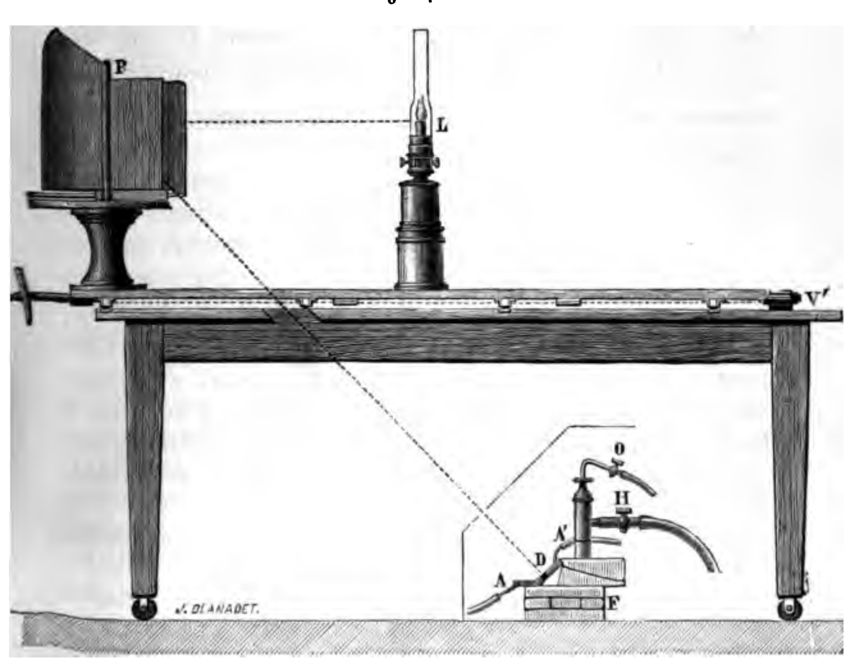


côté du contrepoids J; on remet en place le marteau, et l'on est prévenu de la fin de l'expérience par un second choc du marteau, après que 10^{gr} d'huile ont été brûlés. On arrête alors le compteur et on lit directement le nombre de litres de gaz qui ont été consommés.

Nous indiquerons encore par la figure ci-jointe (*fig.* 24) la disposition photométrique employée par M. Violle pour évaluer en valeur absolue l'intensité de la lampe Carcel. Le photomètre employé P est le photomètre de Rumford, tel que MM. Sautter et Lemonnier le disposent pour le service des phares. Sur l'une des moitiés de l'écran translucide tombe la lumière de la lampe Carcel L placée sur un chariot, que l'opérateur peut, au moyen d'une vis sans fin V, avancer ou reculer, de façon à égaliser les éclairements produits par la lampe et l'étalon. La seconde moitié de l'écran reçoit, sous l'angle de 45°, la lumière émanant du platine sous le même angle. Le diaphragme D qui porte l'orifice limitateur est normal au faisceau et, par suite, si l'on admet la loi du cosinus de l'émis-

sion, il suffit de mesurer la section droite du faisceau par la grandeur de l'orifice du diaphragme : la lumière étalon représente un nombre d'unités égal au nombre de centimètres carrés contenus dans cet orifice.

Fig. 24.



Quand, au lieu des intensités totales, on veut comparer les intensités intrinsèques de deux lumières, le plus simple sera de les limiter par deux ouvertures égales entre elles et à S. On aura, en opérant avec les mêmes photomètres,

$$\frac{I_1 S}{r^2} = \frac{I'_1 S}{r'^2},$$

$$\frac{I_1}{I'_1} = \frac{r^2}{r'^2}.$$

Connaissant les intensités totales et intrinsèques, il sera désormais facile de calculer les éclairements produits dans toutes

les circonstances possibles, soit que l'on fasse varier l'étendue des flammes, soit qu'on change leur distance à la surface éclairée.

Pour montrer l'utilité de ces recherches, supposons que l'on compare la Lune à une bougie : le rapport des effets varie considérablement avec la distance de la bougie. Si l'on emploie l'appareil de Bouguer, la Lune donnera l'éclairement constant $I'_1 \operatorname{tang}^2\alpha$, en désignant par $\operatorname{tang}\alpha$ son diamètre apparent; la bougie donnera $I_1 \frac{S}{r^2}$. On fera varier r jusqu'à ce qu'on ait

$$I'_1 \operatorname{tang}^2\alpha = I_1 \frac{S}{r^2},$$

$$\frac{I'_1}{I_1} = \frac{S}{r^2 \operatorname{tang}^2\alpha} = \mu.$$

On trouvera de cette façon que l'éclat de la Lune est plus petit que celui de la bougie et que le rapport μ est voisin de 0,675. Ce rapport est à peu près constant, et il importait de le déterminer; mais, si l'on veut trouver le rapport des pouvoirs éclairants de la Lune et d'une bougie, il est très variable. En effet, ce rapport a pour valeur

$$\frac{I'_1 \operatorname{tang}^2\alpha}{\frac{I_1 S}{r^2}} = \frac{\mu . r^2 \operatorname{tang}^2\alpha}{S}.$$

L'éclairement produit par la bougie est d'autant plus grand que la distance r est plus petite, tandis que celui de la Lune reste constant.

SPECTROPHOTOMÈTRES. — Quand on veut comparer l'éclat des radiations simples émises par deux sources, on peut employer deux procédés : l'un, approximatif et grossier, consiste à tamiser les rayons émis par les sources à travers des verres colorés livrant passage à une portion du spectre plus ou moins considérable, et à comparer, à l'aide d'un photomètre ordinaire, les intensités des lumières de même teinte transmises à travers ces verres. Trois expériences, faites avec un verre



rouge, un verre jaune ou vert et un verre bleu, fixeront à peu près la composition relative des deux lumières, et l'on pourra parfois se contenter de ce renseignement. Mais, si l'on veut mettre dans la comparaison toute la rigueur possible, il faut avoir recours à la seconde méthode. Elle consiste essentiellement à combiner l'emploi d'un photomètre et d'un spectroscope, d'où le nom de *spectrophotomètres* que l'on donne aux appareils ainsi constitués. On s'arrange pour juxtaposer, dans le champ de vision, et de telle manière que les couleurs de même réfrangibilité soient superposées, les spectres des deux lumières à comparer, *obtenus avec un même prisme;* une disposition convenable, soit l'emploi d'une fente de largeur variable, soit celui d'un appareil de polarisation, permet d'affaiblir l'une des deux lumières dans un rapport arbitraire mais connu, dont on dispose de manière à obtenir l'égalité d'éclat successivement dans les diverses régions du spectre. Si l'une des deux sources est l'étalon lumineux, on pourra construire une courbe en prenant pour abscisses les indices de réfraction (et mieux les longueurs d'onde) des diverses couleurs et pour ordonnées le rapport des intensités qui, dans ce cas, est la valeur conventionnelle de l'intensité de la radiation dans la lumière étudiée : cette courbe déterminera complètement la *qualité* de la lumière.

La description détaillée des spectrophotomètres trouvera sa place ailleurs, quand nous aurons étudié le phénomène de la polarisation.

INTENSITÉ DES RADIATIONS CHIMIQUES. — L'existence des radiations chimiques est manifestée par l'emploi de diverses substances et en particulier de plaques sensibles aux sels haloïdes d'argent. Considérons une plaque de nature donnée : elle reçoit dans les diverses régions du spectre visible une impression qui se manifeste par une action chimique plus ou moins profonde et qui se continue avec le même caractère au delà du violet. Les limites extrêmes entre lesquelles sont compris les rayons actifs changent avec la nature de la substance impressionnable ; par exemple, on est parvenu à étendre jusqu'à la raie B et au delà l'action photographique sur les sels

d'argent, qui se limite habituellement vers la raie D, du côté des rayons les moins réfrangibles : il a suffi pour cela d'ajouter aux préparations d'argent certaines matières colorantes exerçant une absorption marquée sur les rayons rouges. M. Abney (¹) est même parvenu à photographier, à l'aide du bromure d'argent, une portion notable de la région infra-rouge.

Cela posé, on voit qu'il y a autant de spectres chimiques différents qu'il y a de substances impressionnables. Après avoir fait choix de l'une quelconque d'entre elles, on peut, par des raisonnements analogues à ceux que nous avons employés pour la lumière, définir l'intensité totale d'une source pour une radiation de réfrangibilité déterminée et son intensité intrinsèque; mais les résultats obtenus n'auront pas une grande portée, puisqu'ils changeront avec la substance impressionnable aussi bien qu'avec la source d'où les radiations émanent.

Au reste, il est assez difficile, même avec ces réserves, de passer de la définition aux mesures. Supposons qu'on emploie le chlorure d'argent comme substance impressionnable, on obtiendra à une place fixe du spectre un noir d'autant plus vif que la durée d'exposition ou que l'intensité sera plus grande, mais sans qu'il y ait proportionnalité entre ces quantités : au bout d'un temps suffisant ou au delà d'une certaine intensité, le noir ne se foncera plus. Pour des radiations d'indice différent, la loi de variation sera elle-même différente, de telle sorte qu'en diminuant la durée de pose ou en affaiblissant dans un même rapport l'intensité de toutes les radiations (par exemple, par un rétrécissement de la fente du spectroscope), on obtiendra des photographies du spectre d'un aspect différent : l'intensité relative des impressions ne sera pas demeurée la même.

On peut, il est vrai, affaiblir ces inconvénients en diminuant le plus possible la durée de l'exposition et l'intensité de la lumière excitatrice, ce qui rétablit pour chaque radiation une proportionnalité au moins approchée entre la durée, l'intensité

(¹) W. Abney, *Sillimann's American Journal*, t. XXVII, p. 15; 1883. — *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. III, p. 48.

et l'action chimique. On peut aussi avoir recours à la disposition suivante, imaginée par M. Becquerel.

Actinomètre. — Ce savant prend deux lames identiques d'argent poli; il expose une de leurs faces à la vapeur d'iode jusqu'à produire une teinte violette, puis il les plonge toutes deux parallèlement dans une auge en verre pleine d'un liquide peu conducteur, en tournant la face iodée en dehors, et il les réunit par un galvanomètre de trois mille tours au moins. Aussitôt un courant se produit, qui tient à des inégalités perturbatrices; mais au bout de vingt-quatre heures il a cessé, sans que les dépôts d'iodure soient détruits. Si à ce moment on éclaire l'une de ces plaques par le soleil, il se produit un courant très intense, et même avec une bougie la déviation atteint 15° ou 20°. Elle indique que la plaque éclairée est négative et le liquide positif. Elle est la même quand on éclaire également les diverses parties de la plaque, et, en répétant plusieurs fois de suite la même expérience en un même endroit, on trouve la même déviation, pourvu qu'on ne prolonge pas l'expérience au delà du temps nécessaire pour obtenir l'arc d'impulsion primitive. Cette constance est susceptible de fournir une définition de l'intensité des radiations chimiques; on la considérera comme proportionnelle aux déviations de l'actinomètre, c'est-à-dire à l'intensité des courants et, par suite, à la force électromotrice développée par l'action chimique. Il est à remarquer que l'actinomètre fournit une sorte de commune mesure aux radiations chimiques de réfrangibilité différente; mais cette mesure se rapporte à l'énergie des actions chimiques développées, non à l'énergie intrinsèque des rayons excitateurs. Il suffirait, en effet, de changer la nature des plaques et, par conséquent, de l'action chimique, pour modifier tous les résultats obtenus.

En résumé, les radiations calorifiques sont seules susceptibles d'une commune mesure représentative de leur énergie. Il reste à savoir si les radiations lumineuses ou chimiques superposées aux précédentes dans le spectre ont réellement une existence distincte; en un mot, s'il est permis de leur attribuer une *énergie propre*. Il est plus naturel de supposer que

c'est aux dépens de l'énergie calorifique disponible des radiations que se produisent, soit l'impression lumineuse sur la rétine, soit l'impression photographique sur les plaques daguerriennes; car, dans cette hypothèse, on s'explique parfaitement, et de la manière la plus simple, le défaut de proportionnalité que ces impressions présentent entre elles et la multiplicité des spectres chimiques. Cette opinion, de plus en plus répandue parmi les physiciens, est en parfait accord avec l'ensemble des observations. Nous aurons fréquemment l'occasion d'y revenir.

CHAPITRE IV.

SPECTRE SOLAIRE. — LIMITES DU SPECTRE.

Spectres prismatiques. — Longueurs d'onde. — Spectre solaire normal. — Spectre visible. — Spectre solaire ultra-violet. — Spectres métalliques ultra-violets. — Spectre solaire infra-rouge. — Limites des radiations infra-rouges. — Intensités calorifiques dans le spectre solaire. — Intensités lumineuses conventionnelles.

Spectres prismatiques. — Le Soleil est la source lumineuse dont nous ferons le plus fréquent usage. Avant d'étudier les actions si multiples et si complexes que les corps exercent sur la lumière, il convient donc de nous familiariser d'abord avec la composition de la lumière solaire, d'en définir les éléments d'une manière précise et d'en mesurer l'intensité.

A cet effet il faut d'abord nous procurer un spectre pur; si nous nous bornons à l'observation de la partie visible, nous pouvons employer un prisme de sel gemme, de verre, de flint, de spath, de quartz, etc., ou encore un prisme liquide d'eau distillée, d'alcool, de sulfure de carbone, etc. On reconnaît dans tous ces spectres les *mêmes* couleurs sillonnées des *mêmes* raies, qui nous ont servi de repères pour la détermination des indices; mais on ne tarde pas à être frappé du défaut de proportionnalité entre l'espacement de ces raies dans les spectres solaires donnés par des prismes d'espèce différente.

Par exemple, si l'on choisit deux prismes, l'un de flint, l'autre de sulfure de carbone, d'angles tels que les raies B et G de leurs spectres coïncident, les raies intermédiaires ne coïncident pas. Il peut même arriver, avec certaines substances, que le spectre devienne méconnaissable, l'ordre même des couleurs se trouvant renversé : c'est ce qui arrive quand on emploie un prisme de fuchsine, un prisme de vapeur d'iode, etc.

Ainsi les spectres prismatiques d'une même lumière ne sont

comparables entre eux qu'à la condition d'être fournis par une même substance. C'est ce que nous pouvions prévoir d'après ce que nous savons des indices de réfraction : non seulement il n'y a pas proportionnalité entre les indices des divers corps pour les raies spectrales ; mais, pour un même corps, l'indice varie d'une manière complexe avec la température et la densité.

Si l'on veut faire choix d'un prisme particulier pour obtenir les spectres, ce choix aura toujours l'inconvénient d'être arbitraire. Il serait donc préférable de renoncer aux spectres prismatiques et de chercher, par d'autres moyens, à se procurer des spectres dont les propriétés ne dépendent pas des appareils employés à les produire. C'est justement ce à quoi l'on parvient par l'usage des réseaux de diffraction, dont nous établirons ultérieurement la théorie.

On appelle *réseau* le système formé par une série de traits parallèles équidistants et très rapprochés, transparents sur un fond opaque ou inversement. Quand on éclaire un tel appareil par un faisceau normal de rayons parallèles, et qu'on observe obliquement, à l'aide d'un collimateur, la lumière réfléchie ou transmise, on observe une série de spectres. Ils se distinguent des spectres prismatiques : 1° en ce que le rouge est la couleur la moins déviée ; 2° en ce que l'espacement des raies spectrales est indépendant de la matière du réseau. Les spectres sont plus ou moins étalés suivant que le réseau présente un nombre de traits plus ou moins considérable ; mais les déviations de toutes les raies correspondantes demeurent proportionnelles.

Le spectre des réseaux est connu sous le nom de *spectre normal*.

LONGUEURS D'ONDE. — Nous établirons plus tard qu'on doit considérer la lumière comme résultant des vibrations d'un milieu universel nommé l'*éther*. L'état vibratoire tout le long d'un même rayon de lumière simple est représenté par la formule

$$(1)\qquad v = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right),$$

analogue à celle qui donne les vitesses vibratoires aux divers points d'un cylindre élastique propageant une vibration so-

nore. La constante a représente l'amplitude maximum de la vitesse vibratoire, T la durée d'une vibration complète, enfin λ la longueur d'onde. En désignant par V la vitesse de propagation de la vibration dans le milieu considéré, on a

$$\lambda = VT. \tag{2}$$

De même que la longueur d'onde différencie en Acoustique les sons de diverse tonalité, elle caractérise en Optique les rayons de couleur différente, que nous avons jusqu'ici distingués par leur réfrangibilité. Mais, tandis que l'indice de réfraction d'un rayon dépend à la fois de sa nature et de celle du milieu qui le transmet, la longueur d'onde dans le vide est une propriété du rayon lumineux lui-même et suffit à le caractériser sans ambiguïté.

Les phénomènes d'interférence, que nous étudierons plus tard, fournissent une mesure exacte des longueurs d'onde.

La théorie des réseaux fait prévoir et l'expérience confirme que les déviations des diverses raies dans un même spectre sont proportionnelles à leurs longueurs d'onde. Tel est le caractère distinctif des spectres que nous avons appelés *normaux*.

SPECTRE SOLAIRE NORMAL. — SPECTRE VISIBLE. — La *Pl. IV* représente le spectre lumineux du Soleil, obtenu à l'aide d'un prisme de flint-glass de Merz, d'après un beau travail de M. van der Willigen ([1]). On peut y apercevoir un très grand nombre de raies parmi lesquelles 51 raies ou groupes de raies plus remarquables ont été marqués d'un numéro.

Le Tableau suivant donne, d'après le même auteur ([2]), les longueurs d'onde de ces 51 raies, déduites des mesures de MM. van der Willigen, Ditscheiner et Ångström. La seconde colonne du Tableau donne, de A à G, les désignations des raies dans l'échelle de Kirchhoff et Hofmann, et entre G et H les lettres grecques introduites par Ditscheiner. La troisième colonne renferme les lettres et les chiffres adoptés par Fraunhofer et par Ångström pour la désignation des raies les plus remarquables.

([1]) Van der Willigen, *Archives du Musée Teyler*, t. I, p. 64-74; 1867.

([2]) Van der Willigen, *ibid.*, p. 280, 343; 1868.

Longueurs d'onde dans le spectre visible.

DÉSIGNATION DES RAIES.			LONGUEURS D'ONDE en dix-millionièmes de millimètre.		
1.	2.	3.	Van der Willigen.	Ditscheiner.	Ångström.
1^β		A	7609,18		7612,0
4^α	593		6874,83	6883,3	
4^β		B	6871,32		6875,0
5	694	C	6565,57	6571,6	6567,9
6	711,5		6519,61	6525,8	
7	719,5		6498,17	6505,4	
8^α		α	6281,27		6283,4
9	850		6194,23	6200,9	6191,7
10*	860		6172,01	6179,6	6170,8
10	864		6165,10	6171,9	6163,3
11*	874,5		6144,51	6152,0	6143,2
11	877		6139,73	6147,0	6138,6
12	885		6125,59	6132,2	6123,5
13	895		6105,54	6112,8	6104,5
14^α	1002,8	D	5898,44	5905,3	5900,0
14^γ	1006,8		5892,30	5898,9	5894,4
(14)	1135		5713,79	5719,3	5620,0
15	1200,4		5626,96	5633,9	5607,0
16	1207,5	1	5618,09	5624,0	5591,0
(16^α)	1218	2	5605,99	5611,9	
(16^β)	1231,6	5	5589,33	5595,5	
17	1280		5532,14	5536,8	
18	1324,8		5477,88	5485,4	
19*	1337		5465,51	5471,9	
19	1343,5	7	5458,13	5464,6	5459,7
19**	1351,3	8	5449,46	5454,9	5450,8
20	1421,6	12	5374,09	5379,2	5375,5
21	1463	14	5330,70	5336,9	5331,7
22^α	1523,5	E	5272,03	5278,3	5273,9
23	1569,8		5235,20	5241,3	5236,9
24	1577,5		5229,68	5234,9	5231,0
25	1634	*b*	5186,65	5191,2	5187,9
26	1648,8	*b'*	5175,22	5180,9	5176,8

Longueurs d'onde dans le spectre visible (suite).

DÉSIGNATION DES RAIES.			LONGUEURS D'ONDE en dix-millionièmes de millimètre.		
1.	2.	3.	Van der Willigen.	Ditscheiner.	Ångström.
27^{α}		*b'*	5171.55		5173,3
27^{β}	1655.6		5169.85	5175.4	5172,2
28	1750.4		5101.99	5106.8	
29	1777.4		5082.68	5087.9	
30	1834		5043.90	5049.3	
31	1961	*c*	4959.79	4965.3	4961,1
(31)	2005		4922,65	4926.9	4924,3
32	2041,4		4893.78	4899.0	4895,0
33	2067		4874.61	4879.1	4875,5
34	2080.1	F	4864,00	4868.7	4865,2
(35)	2221.7		4745,20	4747.0	
35	2309		4670.26	4674.2	
36^{α}	2489,4		4536.32	4540.9	
(36)	2638.8		4439.24	4441.8	
[36]	2686.6		4407.71	4412.1	4408,3
37	2734.6		4385.48	4390.8	4386,4
38	2797		4342.63	4346.6	4342,8
39	2822.8		4326.91	4331.4	4327,9
40	2854,7	G	4311.37	4317.6	4310,4
40**	2869.7		4301.90	4307.0	
41^{α}	A		4274.77	4278.9	4274,6
42	γ		4263.21	4266.8	4262,7
43	B	*g*	4228.76	4232.5	4229,4
44	ν		4145.44	4149.8	4147,1
45	Γ		4134.44	4139.2	
46	E *ι*	*h*	4104.02	4107.7	4103,5
47	π		4079.79	4082.9	
48	σ		4066.87	4068.5	4065,9
49	Z		4047.72	4050.6	4047,5
50	τ		4036.15	4039.2	4034,5
51^{α}	H	H	3971.46	3974.2	3971,6
51^{β}	H	H'	3938.72	3940.5	3935,9

[illegible] — [illegible] de M. [illegible], dont [illegible] plus récentes, [illegible] ont employé des prismes de [illegible] transparents pour les radiations ultra-violettes. [illegible] ainsi les spectres prismatiques [illegible] mesurer les indices de réfraction [illegible] pour toutes les raies du spectre solaire visibles et invisibles. Ils ont ensuite mesuré les longueurs d'onde des [illegible] raies à l'aide de réseaux et par les méthodes [illegible] ultérieurement.

Les mesures de [illegible] d'onde obtenues par M. Mascart s'arrêtent à la raie R; ce physicien a encore signalé au delà, dans le spectre prismatique, deux autres raies importantes S et T, mais sans [illegible] mesurer la longueur d'onde faute d'une intensité suffisante du spectre donné par les réseaux.

[illegible] que nous devons à l'obligeance de M. Mascart, [illegible] le spectre prismatique obtenu avec le spath [illegible] ordinaire.

Le travail de M. [illegible] deux Planches faisant suite à [illegible] la position des raies dans le spectre [illegible] se rapporte à la portion du spectre [illegible] les spectroscopes ordinaires [illegible] prismes de verre : elle s'étend depuis [illegible] violet extrême [illegible] = [illegible] : la deuxième s'étend depuis la raie [illegible] dernières radiations que l'on peut photographier à l'aide d'un spectroscope dont les objectifs sont en quartz et les prismes en spath d'Islande : elle a pour limite la raie [illegible]. Des précautions minutieuses ont été prises pour pousser le plus loin possible l'étendue et la délicatesse des observations : ainsi le miroir métallique de l'héliostat a été remplacé par un prisme à ré-

---

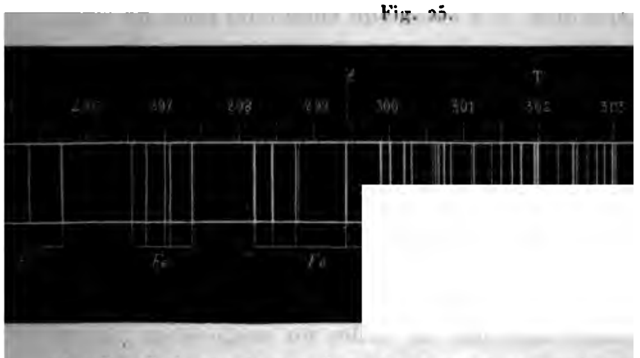
([illegible]) [illegible] *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. LVII, p. 789, et t. LVIII, p. [illegible], [illegible] p. [illegible] de ce fascicule.

([illegible]) [illegible], *Annales de l'École Normale*, 2e série, t. III, p. [illegible], et t. IX; [illegible]

flexion totale en quartz; l'objectif est formé de deux lentilles égales de quartz de pouvoir rotatoire opposé, etc.

La *fig.* 25 montre, d'après M. Cornu, les raies simples principales de la partie extrême du spectre, comprises entre S et U.

Fig. 25.



Dans le Tableau suivant sont inscrites les longueurs d'onde des principales raies solaires ultra-violettes, d'après MM. Mascart et Cornu :

Raies.	Longueurs d'onde (¹).	
	Mascart.	Cornu.
F................	4859,6	
G................	4307,5	
H................	3967,2	
L................	3819,0	
M................	3728,8	
N................	3580,2	
O................	3440,1	3439,7
P................	3360,2	3359,3
Q................	3285,6	3284,9
R................	3177,5	3179,0
r................		3144,2
S_2................		3099,5
T................		3019,7
U................		2948,0

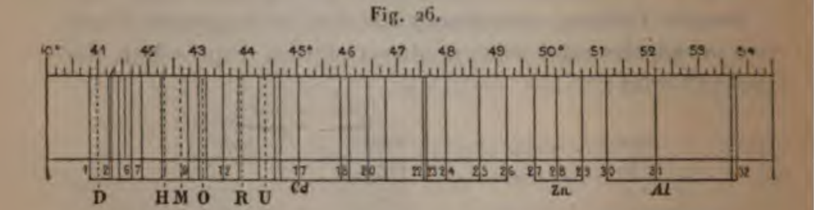
SPECTRES MÉTALLIQUES ULTRA-VIOLETS. — Le spectre solaire ne dépasse guère la raie U, mais d'autres sources ne peuvent-elles fournir des radiations de longueur d'onde moindre en-

(¹) En dix-millionièmes de millimètre.

core? En faisant éclater l'étincelle d'une bobine d'induction entre des électrodes métalliques, M. Mascart a observé que les spectres de lignes brillantes, reproduits par la Photographie, s'étendent parfois bien au delà des limites du spectre solaire. En particulier, il a catalogué vingt-cinq raies du cadmium et M. Soret [1] en a découvert depuis une vingt-sixième encore plus réfrangible. M. Soret a aussi observé dans le spectre du zinc trois raies plus réfrangibles encore auxquelles il a donné les numéros d'ordre 27, 28 et 29, et enfin trois raies de l'aluminium 30, 31 et 32 qui constituent jusqu'ici les radiations les plus réfrangibles connues. La *fig.* 26 montre, d'après M. Soret, la situation qu'occupent ces raies dans le spectre ordinaire fourni par un prisme de quartz de 60°.

M. Cornu [2] a déterminé les longueurs d'onde des principales de ces raies, ainsi que de celles du magnésium. Voici

Fig. 26.



les valeurs de ces longueurs d'onde; elles fournissent une échelle précieuse pour l'étude des spectres ultra-violets :

Magnésium.

Désignation de la raie.		Longueur d'onde.
La moins réfrangible de la raie triple		3096,1
Raie double	forte	2934,9
	faible	2926,7
Raie isolée		2850,3
Raie quadruple	forte	2801,3
	faible	2797,1
	la plus forte	2794,5
	la plus faible	2789,9

(1) Soret, *Archives des Sciences physiques et naturelles*, t. LXI; 1878.
(2) Cornu, *Journal de Physique*, 1re série, t. X, p. 426; 1881.

Cadmium.

Désignation de la raie (notation de M. Mascart).	Longueur d'onde.
9	3609,0
10	3466,8
11	3401,5
12 (triple)	3258
	3248
la plus forte	3247
17	2747,7
18	2572,3
22	2321,8
24	2265,5
25	2194,5
26 (Soret)	2144,1

Zinc.

Désignation de la raie (notation de M. Soret).	Longueur d'onde
Raie du zinc près du n° 26 du cadmium	2138,5
27 Double. La plus forte	2098,8
28 { 28_1 faible	2063,4
28_2 forte	2061,0
29	2024,3

Aluminium.

Désignation des raies (notation de M. Soret).	Longueur d'onde.
30	1988,1
31 { 31_1	1933,5
31_2	1928,7
32 { 32_1	1860,2
32_2	1852,2

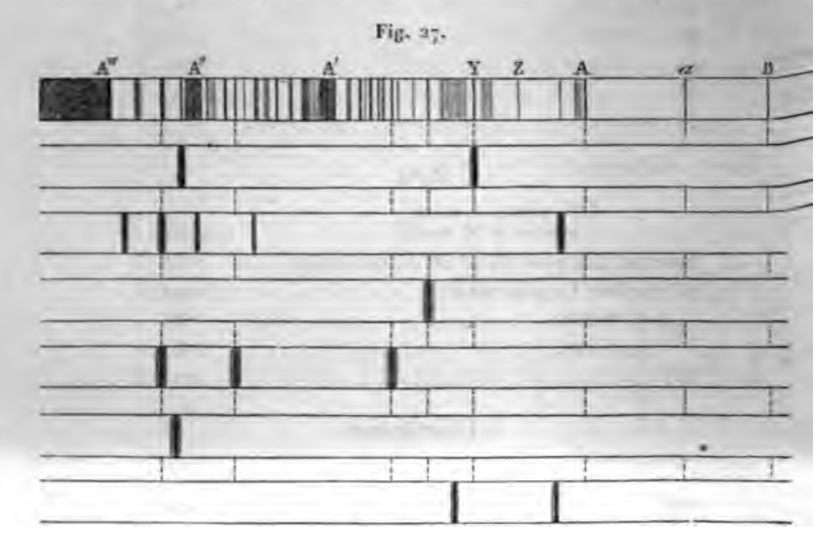
La longueur d'onde de la raie n° 32 est moindre que les $\frac{2}{3}$ de celle de la raie U, et l'on peut dire que l'observation des spectres métalliques double à peu près l'étendue du spectre ultra-violet.

SPECTRE SOLAIRE INFRA-ROUGE. — La plus ancienne mesure de longueur d'onde dans le spectre infra-rouge a été réalisée, en 1847, par M. Fizeau; mais les résultats les plus complets

que l'on possède sont dus à M. H. Becquerel (¹) et à M. Langley (²).

M. H. Becquerel a étudié le spectre infra-rouge par une méthode fondée sur l'emploi des phénomènes de phosphorescence et imaginée par M. E. Becquerel : cette méthode rend visibles les raies infra-rouges ou raies froides du spectre et permet par conséquent d'apporter une grande délicatesse dans les mesures. La première ligne de la *fig.* 27 montre la disposition des principales raies ou bandes observées par M. H.

Fig. 27.



Becquerel, et le Tableau suivant donne les longueurs d'onde correspondantes en dix-millionièmes de millimètre :

7604 A
7710
7830
7910 à 7960

(¹) H. Becquerel, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. XCIX, p. 417; 1884.

(²) Langley, *Philosophical Magazine*, 5ᵉ série, t. XVII, p. 194; 1884. (*Voir* aussi *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. III, p. 214.)



8040
8190
8300
8440
8580 à 8620
8760
8980 à 9000
9170 à 9200. Bande ou groupe de raies.
9340 à 9450 }
9500 à 9650 } A' groupe de raies et bandes très voisines.
9680 }
9920
10250
10690 à 10750
11150 à 11190 } A'' paraît correspondre à φ_1 et à φ_2 de M. Abney
11320 à 11420 }
11420
12000
13510 à 14000 A'''. Bord net à 13510; probablement ψ de M. Abney.
14400. Bande faible.
15100 à 15600. Groupe de bandes.
18000 à 18800. A^{iv} nombres approchés; Ω de M. Langley.

M. Langley, profitant d'un climat favorable, a pu étendre plus loin ses investigations et reconnaître, à l'aide du bolomètre, des bandes froides de longueurs d'onde encore supérieures. Voici les résultats de M. Langley :

Longueur d'onde.
8150
8500
8900
9100
9400
11300
12700
13600 à 13700
15400 χ de M. Abney.
15800 ψ de M. Abney.
18100 à 18700 Ω
19800 ω_1
20400 ω_1

Le bolomètre permet de constater l'existence de radiations obscures encore moins réfrangibles. M. Langley place la limite du spectre solaire infra-rouge vers 27 000, c'est-à-dire à une longueur d'onde près de quatre fois plus grande que celle de la raie A.

LIMITE DES RADIATIONS INFRA-ROUGES. — De même que les sources artificielles nous ont offert des radiations ultra-violettes plus réfrangibles que celles qui existent dans le spectre solaire; de même aussi il y avait lieu de chercher si, dans des conditions convenables, elles ne fourniraient pas des radiations moins réfrangibles que toutes celles que présente le spectre solaire infra-rouge. Les radiations les plus réfrangibles nous ont été données par des corps portés à une très haute température dans l'arc électrique : il faut chercher les moins réfrangibles dans des sources à la plus basse température possible.

M. Langley ([1]) a employé un cube rempli d'aniline ou d'eau bouillante, ou porté à — 20° par un mélange réfrigérant. Les radiations correspondantes étant en majeure partie arrêtées par le verre, le spectre est produit à l'aide de prismes et de lentilles de sel gemme. Entre la face rayonnante du cube et la fente du spectromètre sont des écrans percés d'ouvertures qui laissent passage aux radiations; tout cet espace est maintenu à 0° par une enceinte entourée de glace.

Il n'a pas été possible de mesurer directement la longueur d'onde des radiations ainsi émises par le cube; on constate seulement qu'elles sont beaucoup moins réfrangibles que les dernières radiations solaires. Le maximum de leur intensité correspond à des déviations prismatiques d'autant moins grandes que la température est plus basse.

En employant une formule relative à la dispersion du sel gemme, vérifiée par l'expérience jusqu'aux dernières longueurs d'onde mesurées (27 000), M. Langley a cependant pu

([1]) LANGLEY, *Observations on invisible heat spectra and the recognition of hitherto unmeasured wave-lenghts* (*Phil. Mag.*, 5e série, t. XXI, p. 394, 1885; *Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 377).

calculer les longueurs d'onde correspondant aux plus faibles déviations prismatiques : on trouve ainsi, pour le maximum d'intensité entre 0° et 100°, des longueurs d'onde comprises entre 50000 et 60000. Quant aux radiations les moins réfrangibles dont on ait pu constater l'existence, leur indice dans le sel gemme est environ 1,45, ce qui, d'après la formule de dispersion, indiquerait une longueur d'onde d'environ 150000, vingt fois plus grande que celle de la raie A.

INTENSITÉS CALORIFIQUES DANS LE SPECTRE. — Il ne suffit pas d'avoir mesuré les longueurs d'onde d'un certain nombre de repères dans les diverses parties du spectre. Il est encore nécessaire de savoir dans quelle proportion se trouvent entre elles les radiations de diverses réfrangibilités. A cet effet, il faut posséder une commune mesure, applicable à toutes les radiations : leur intensité calorifique remplit parfaitement et elle remplit seule le but que nous nous proposons; sa mesure est indépendante de nos organes et ne fait appel aux propriétés particulières d'aucune substance impressionnable, enfin elle nous renseigne directement sur la quantité d'énergie disponible apportée par chaque radiation. En effet, si la radiation est absorbée par un corps noir *non phosphorescent, qui n'en réfléchit, n'en diffuse et n'en transmet aucune partie* susceptible d'éveiller l'impression lumineuse ou de produire une action chimique, et, si de plus le corps absorbant est demeuré identique à lui-même après l'action de la lumière, il est évident que la totalité de l'énergie de la radiation a été transformée en chaleur.

Les mesures d'intensité spectrale calorifiques, réalisées jusqu'à ces dernières années, se rapportaient aux spectres prismatiques; par suite, les radiations de longueur d'onde différente se trouvaient plus ou moins étalées, dans les diverses régions du spectre, suivant la loi particulière de dispersion de la substance employée, et les quantités de chaleur reçues par la pile thermo-électrique, de largeur invariable, promenée dans ces diverses régions, dépendaient aussi de la dispersion de la substance : la position du maximum d'intensité changeait avec elle.

Longueurs d'onde dans le spectre visible.

DÉSIGNATION DES RAIES.			LONGUEURS D'ONDE en dix-millionièmes de millimètre.		
1.	2.	3.	Van der Willigen.	Ditscheiner.	Ångström.
1^{β}		A	7609,18		7612,0
4^{α}	593		6874,83	6883,3	
4^{β}		B	6871,32		6875,0
5	694	C	6565,57	6571,6	6567,9
6	711,5		6519,61	6525,8	
7	719,5		6498,17	6505,4	
8*		α	6281,27		6283,4
9	850		6194,23	6200,9	6191,7
10*	860		6172,01	6179,6	6170,8
10	864		6165,10	6171,9	6163,3
11*	874,5		6144,51	6152,0	6143,2
11	877		6139,73	6147,0	6138,6
12	885		6125,59	6132,2	6123,5
13	895		6105,54	6112,8	6104,5
14^{α}	1002,8	D	5898,44	5905,3	5900,0
14^{γ}	1006,8		5892,30	5898,9	5894,4
(14)	1135		5713,79	5719,3	5620,0
15	1200,4		5626,96	5633,9	5607,0
16	1207,5	1	5618,09	5624,0	5591,0
(16^{α})	1218	2	5605,99	5611,9	
(16^{β})	1231,6	5	5589,33	5595,5	
17	1280		5532,14	5536,8	
18	1324,8		5477,88	5485,4	
19*	1337		5465,51	5471,9	
19	1343,5	7	5458,13	5464,6	5459,7
19**	1351,3	8	5449,46	5454,9	5450,8
20	1421,6	12	5374,09	5379,2	5375,5
21	1463	14	5330,70	5336,9	5331,7
22^{α}	1523,5	E	5272,03	5278,3	5273,9
23	1569,8		5235,20	5241,3	5236,9
24	1577,5		5229,68	5234,9	5231,0
25	1634	*b*	5186,05	5191,2	5187,9
26	1648,8	*b'*	5175,22	5180,9	5176,8

Longueurs d'onde dans le spectre visible (suite).

DÉSIGNATION DES RAIES.			LONGUEURS D'ONDE en dix-millionièmes de millimètre.		
1.	2.	3.	Van der Willigen.	Ditscheiner.	Ångström.
27^{α}		*b'*	5171.55		5173,3
27^{β}	1655.6		5169.85	5175.4	5172,2
28	1750.4		5101.99	5106.8	
29	1777.4		5082.68	5087.9	
30	1834		5043.90	5049.3	
31	1961	*c*	4959.79	4965.3	4961,1
(31)	2005		4922.65	4926.9	4924,3
32	2041,4		4893.78	4899.0	4895,0
33	2067		4874.61	4879.1	4875,5
34	2080.1	F	4864.00	4868.7	4865,2
(35)	2221.7		4745,20	4747.0	
35	2309		4670.26	4674.2	
36^{α}	2489.4		4536.32	4540.9	
(36)	2638.8		4439.24	4441.8	
[36]	2686.6		4407.71	4412.1	4408,3
37	2724.6		4385.48	4390.8	4386,4
38	2797		4342.63	4346.6	4342,8
39	2822.8		4326.91	4331.4	4327,9
40	2854.7	G	4311.37	4317.6	4310,4
40^{**}	2869.7		4301.90	4307.0	
41^{α}	A		4271.77	4278.9	4274,6
42	γ		4263.21	4266.8	4262,7
43	B	*g*	4228.76	4232.5	4229,4
44	ν		4145.44	4149.8	4147,1
45	Γ		4134.44	4139.2	
46	E*ι*	*h*	4104.02	4107.7	4103,0
47	π		4079.79	4082.9	
48	σ		4066.87	4068.5	4065,9
49	Z		4047.72	4050.6	4047,5
50	τ		4036.15	4039.2	4034,5
51^{α}	H	H	3971.46	3974.2	3971,6
51^{β}	H	H'	3938.72	3940.5	3935,9

SPECTRE ULTRA-VIOLET. — Nous devons notre connaissance du spectre ultra-violet aux recherches de M. Mascart, dont nous avons déjà fait mention ([1]), et à celles, plus récentes, de M. Cornu ([2]). Ces physiciens ont employé des prismes de spath ou de quartz, parfaitement transparents pour les radiations ultra-violettes, et obtenu ainsi des spectres prismatiques à l'aide desquels ils ont pu mesurer les indices de réfraction de ces deux substances pour toutes les raies du spectre solaire visibles ou invisibles. Ils ont ensuite mesuré les longueurs d'onde des mêmes raies à l'aide de réseaux et par des méthodes sur lesquelles nous reviendrons ultérieurement.

Les mesures de longueur d'onde obtenues par M. Mascart s'arrêtent à la raie R; ce physicien a encore signalé au delà, dans le spectre prismatique, deux autres raies importantes S et T, mais dont il n'a pu mesurer la longueur d'onde faute d'une intensité suffisante du spectre donné par les réseaux.

La *Pl. IV bis*, que nous devons à l'obligeance de M. Mascart, reproduit le spectre prismatique obtenu avec le spath (spectre ordinaire).

Le travail de M. Cornu contient deux Planches, faisant suite à l'Atlas d'Ångström; elles donnent la position des raies dans le spectre normal. La première se rapporte à la portion du spectre ultra-violet observable avec les spectroscopes ordinaires, munis d'objectifs et de prismes de verre; elle s'étend depuis la raie *h'*, située dans le violet extrême ($\lambda = 0^{mm},0004101$), jusqu'à la raie O ($\lambda = 0^{mm},00034397$); la deuxième s'étend depuis la raie O jusqu'aux dernières radiations que l'on peut photographier à l'aide d'un spectroscope dont les objectifs sont en quartz et les prismes en spath d'Islande; elle a pour limite la raie U ($\lambda = 0,0002948$). Des précautions minutieuses ont été prises pour pousser le plus loin possible l'étendue et la délicatesse des observations; ainsi le miroir métallique de l'héliostat a été remplacé par un prisme à ré-

---

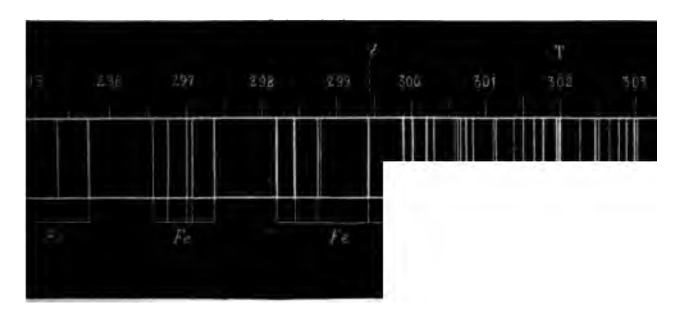
([1]) MASCART, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. LVII, p. 789, et LVIII, p. 111; *voir* p. 37** de ce fascicule.

([2]) CORNU, *Annales de l'École Normale*, 2e série, t. III, p. 421, et t. IX; 1874-1880.

flexion totale en quartz; l'objectif est formé de deux lentilles égales de quartz de pouvoir rotatoire opposé, etc.

La *fig.* 25 montre, d'après M. Cornu, les raies simples prin-

Fig. 25.



cipales de la partie extrême du spectre, comprises entre S et U.

Dans le Tableau suivant sont inscrites les longueurs d'onde des principales raies solaires ultra-violettes, d'après MM. Mascart et Cornu :

Raies.	Longueurs d'onde (1) Mascart.	Cornu.
F	4859,6	
G	4307,5	
H	3967,2	
L	3819,0	
M	3728,8	
N	3580,2	
O	3440,1	3439,7
P	3360,2	3359,3
Q	3285,6	3284,9
R	3177,5	3179,0
r		3144,2
S_2		3099,5
T		3019,7
U		2948,0

SPECTRES MÉTALLIQUES ULTRA-VIOLETS. — Le spectre solaire ne dépasse guère la raie U, mais d'autres sources ne peuvent-elles fournir des radiations de longueur d'onde moindre en-

(1) En dix-millioniemes de millimètre.

plus sombres à mesure que l'on s'approche des extrémités du spectre. Du côté du violet, cette impression de l'œil coïncide avec une diminution rapide de l'énergie des radiations, tandis que du côté opposé l'impression lumineuse décroît beaucoup plus rapidement que cette énergie et s'éteint même absolument dans une région où l'énergie calorifique est encore très considérable. Cet affaiblissement est lié, comme nous le verrons plus tard, à l'absorption exercée par les milieux de l'œil sur les radiations les moins réfrangibles.

Si l'on veut traduire en mesures les impressions d'éclat plus ou moins vif laissées par les diverses couleurs spectrales, il faut avoir recours à des expériences de comparaison réalisées dans des conditions bien déterminées.

On peut, par exemple, avoir recours à l'emploi du photomètre à baguette (p. 55**). Dès que les deux ombres colorées voisines présentent des teintes différentes, il devient impossible de bien préciser les conditions dans lesquelles elles paraissent avoir le même éclat : les impressions formulées à cet égard par divers observateurs ne coïncident pas. Mais si, comme le conseille M. Macé de Lépinay (1), on prend une baguette très déliée et qu'on se place à une distance suffisante du photomètre, l'impression de couleur disparaît, et l'on peut régler l'intensité des deux sources colorées, de manière à produire une égalité d'éclat des deux ombres, dont tous les observateurs ju[illegible] [illegible] conditions, on se trouve [illegible] par une propriété spéciale de l'œil, connue sous [illegible] *de Purkinje*, et d'où il résulte que [illegible] une fois établie, ne se maintient pas en [illegible] altère dans un même rapport l'intensité des [illegible] Dans le Tableau suivant, se trouvent indiquées [illegible] dans lesquelles il faut employer les couleurs [illegible] diverses longueurs d'onde pour leur commu[illegible] qu'à la lumière voisine de la raie D; [illegible] sont représentées par des coefficients qui, à [illegible] dans la région la moins réfrangible du

(1) [illegible] et Nicati, *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, [illegible] *de Physique*, 2e série, t. II, p. 64; 1883.

spectre, croissent, avec l'intensité Q, dans la région la plus réfrangible.

Longueurs d'onde.	Q = 0,25.	Q = 0,50.	Q = 1,00.	Q = 1,25.	Q = 2,50.
6700.......	44,33	44,33	44,33	44,33	44,33
6250.......	3,405	3,405	3,405	3,405	3,405
5890.......	1,315	1,315	1,315	1,315	1,315
5610.......	1,015	1,015	1,015	1,015	1,015
5370.......	1,100	1,100	1,100	1,100	1,100
5170.......	1,933	1,933	1,933	1,933	1,933
5000.......	5,174	5,259	5,345	5,369	5,461
4850.......	11,49	11,82	12,26	12,40	12,87
4710.......	18,80	19,87	21,00	21,41	22,59
4590.......	35,94	38,56	41,36	42,40	45,38
4490.......	49,63	54,07	58,91	60,73	65,97
4390.......	71,02	78,41	86,57	89,59	98,67
4300.......	116,1	130,0	145,5	151,3	168,9

On peut convenir que les inverses de ces coefficients (*coefficients d'égale clarté*) représenteront les intensités lumineuses relatives dans le spectre, entre les limites où ils sont indépendants de l'intensité absolue, c'est-à-dire entre les longueurs d'onde 6700 et 5170; ils permettront de construire une courbe caractéristique analogue à celle des intensités calorifiques; mais cette courbe perd toute signification objective pour les longueurs d'onde inférieures.

Au reste, les indications photométriques obtenues pour une condition particulière de la vision, telle que nous l'avons réalisée dans le photomètre à baguette, ne suffisent pas à déterminer la valeur relative que prendront les intensités des couleurs dans des conditions différentes. Ainsi, l'on peut se proposer de régler l'intensité d'une source colorée de façon que des caractères noirs, de dimension fixe, tracés sur une page blanche, puissent être nettement distingués par l'œil à une distance déterminée. Deux lumières simples réglées pour l'égalité photométrique (clartés égales) se montrent inégales sous ce point de vue, surtout dans la région la plus réfrangible du spectre : à clarté égale, l'*acuité visuelle* est plus grande

dans le jaune que dans le violet, et cela dans un rapport variable avec l'éclairement (¹).

Ces indications suffisent pour établir qu'il est impossible de représenter par une courbe unique la distribution des intensités lumineuses dans le spectre, ainsi qu'on avait l'habitude de le faire depuis les travaux de Fraunhofer.

(¹) Macé de Lépinay et Nicati, *loc. cit.*



CHAPITRE V.

TRANSMISSION DES RADIATIONS.

Transmission de la chaleur. — Transmission des chaleurs lumineuses. — Transmission des chaleurs obscures. — Loi générale de la transmission. — Transmission d'un faisceau multiple.

Transmission de la lumière et de l'action chimique. — La loi générale de la transmission leur est applicable. — La chaleur, la lumière et l'action chimique sont trois propriétés inséparables d'un même rayon.

TRANSMISSION DE LA CHALEUR.

Un faisceau émané du Soleil ou de toute autre source lumineuse ou calorifique est en général composé d'une infinité de radiations de longueurs d'onde différentes : tous les effets qu'il pourra éprouver pendant sa propagation seront la résultante des actions individuellement exercées sur chacun de ses éléments. Nous allons en conséquence examiner séparément les propriétés de chaque radiation simple, et nous commencerons par chercher les lois de leur transmission à travers diverses substances transparentes. Ce sujet a été traité d'abord par W. Herschel [1], Melloni [2], et plus tard par Masson et Jamin [3]. C'est le travail de ces derniers expérimentateurs que nous allons d'abord faire connaître.

Au moment où il fut entrepris, les mesures de longueurs d'onde, dans le spectre infra-rouge, n'avaient pas encore été exécutées et l'on n'avait pas senti la nécessité de rapporter toutes les déterminations au spectre normal. Les auteurs em-

---

[1] W. Herschel, *Philosophical Transactions*, 1840.

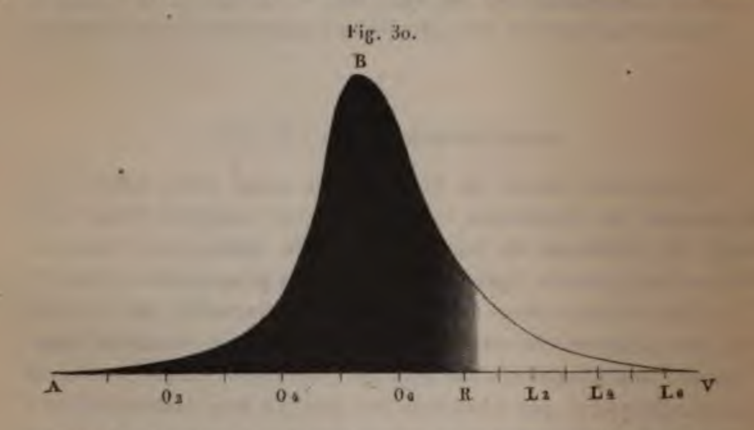
[2] Melloni, *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. LIII, p. 5, et t. LV, p. 337; 1833.

[3] Masson et Jamin, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. XXXI, p. 14; 1850.

ployèrent comme source le Soleil, dont ils décomposèrent les radiations par un prisme de sel gemme.

Faute de repères plus commodes, ils divisent le spectre prismatique infra-rouge en sept parties d'égale longueur et le spectre lumineux aussi en sept parties correspondant aux sept couleurs traditionnelles, et ils désignent par O_1, O_2, ..., O_7, L_1, L_2, ..., L_7 les intensités totales des quatorze faisceaux correspondants. Chacun d'eux est assez étroit pour qu'on puisse, dans une première étude, admettre que les propriétés des radiations spectrales qu'il comprend sont sensiblement uniformes. La *fig.* 30, dont les ordonnées repré-

Fig. 30.



sentent les intensités calorifiques dans le spectre prismatique employé, montre la situation assignée par Masson et Jamin à ces différents groupes.

Cela posé, plaçons dans le spectre une pile assez mince pour ne recevoir à la fois que des chaleurs d'un même groupe et fixons-la successivement dans chacune des portions du spectre depuis L_7 jusqu'à O_1. Nous mesurerons d'abord l'intensité I du faisceau direct; puis, sans toucher à la pile, nous placerons en avant la substance transparente que nous voudrons essayer. L'effet galvanométrique s'affaiblira, l'intensité se réduira à I' et le rapport de I' à I représentera la proportion de chaleur transmise. Commençons par étudier ainsi les chaleurs lumineuses depuis le violet L_7 jusqu'au rouge L_1.

TRANSMISSION DES CHALEURS LUMINEUSES. — Trois lames de sel gemme, de verre et d'alun, d'une épaisseur commune, égale à $0^{cm},8$, ont été d'abord placées dans le trajet des radiations verte, jaune et rouge. Elles ont donné les nombres suivants :

NATURE des radiations.	CHALEURS TRANSMISES.		
	Sel gemme.	Verre.	Alun.
Vert..................	0,92	0,91	0,92
Jaune..................	0,92	0,93	0,94
Rouge limite...........	0,93	0,85	0,84

Voulant reconnaître l'effet dû à l'épaisseur des substances traversées, M. Jamin prit deux auges en verre à faces parallèles ; la plus mince avait $0^{m},10$, la plus épaisse $0^{m},50$ de longueur. Il les remplit successivement d'eau ou de diverses dissolutions salines incolores, et il trouva qu'elles laissaient passer une proportion de chaleur constante et égale à 0,92.

Or, puisque le faisceau transmis ne s'affaiblit pas quand l'épaisseur augmente, il est évident qu'il n'est point absorbé par les substances interposées dans son trajet et que la perte très faible de chaleur éprouvée ne tient qu'aux réflexions qui ont lieu aux faces d'entrée et de sortie. Par conséquent, les chaleurs lumineuses, pourvu qu'elles ne soient pas à la limite rouge extrême du spectre, sont transmises à peu près en totalité par les substances transparentes, comme la lumière correspondante.

Pour étendre cette identité d'effet, M. Jamin répéta les mêmes expériences avec des substances colorées ou noircies. Des lames de verre ou de sel gemme, sur lesquelles on avait déposé du noir de fumée, et qui ne laissaient pas passer la lumière, éteignirent également toute la chaleur contenue dans la partie visible du spectre. Un verre coloré en rouge par le protoxyde de cuivre, qui éteint, comme on le sait, toutes les lumières du spectre, excepté la lumière rouge, se comporta de la même manière avec la chaleur, c'est-à-dire qu'il ne laissa passer que la radiation calorifique rouge. En général, un

corps quelconque qui éteint ou transmet certaines coule
simples éteint ou transmet les chaleurs correspondantes.

Il ne suffit point d'avoir constaté que les radiations cal
fiques et lumineuses de même réfrangibilité sont transmi
ou absorbées en même temps; il faut encore comparer nu
riquement les proportions de chaleur et de lumière concor
tantes qui traversent un même corps. Dans cette intenti
M. Jamin choisit trois verres, l'un vert, l'autre bleu, le tr
sième violet, qui agissent très différemment sur les lumiè
simples. Le premier éteint absolument le rouge, le secc
l'orangé et le vert; mais ils laissent passer tous les aut
rayons en proportion plus ou moins grande; enfin le dern
verre arrête toutes les couleurs, à l'exception du rouge et
violet. Ces verres furent successivement placés dans les
verses parties du spectre, et en même temps on mesurait,
la pile de Melloni, la proportion transmise d'une chal
donnée, et l'on déterminait, par un procédé photométrique
proportion transmise de la lumière correspondante.

Le Tableau suivant renferme le résultat de cette com
raison; on y verra que la chaleur et la lumière éprouvent
effet égal :

SUBSTANCES.	RADIATIONS calorifiques et lumineuses étudiées.	PROPORTIONS TRANSMISES de lumière.	PROPORTIONS TRANSMISES de chaleur.
Verre vert	Rouge	0,000	0,000
	Orangé	0.044	0,040
	Jaune	0,080	0,093
	Vert	0,217	0,209
Verre bleu	Rouge	0,390	0,375
	Orangé	0,000	0,006
	Jaune	0,008	0,0012
	Vert	0,004	0,002
	Bleu	0,132	0,131
	Violet	0,455	0,461
Verre violet	Rouge	0,025	0,032
	Vert	0,000	0,000
	Violet	0,045	0,046



Quand un faisceau de rayons traverse une substance transparente, la propriété lumineuse et la propriété calorifique sont transmises en proportions égales.

TRANSMISSION DES CHALEURS OBSCURES. — Si, après avoir étudié les chaleurs lumineuses, nous voulons maintenant examiner les radiations obscures, nous prendrons, comme précédemment, des lames également épaisses de sel gemme, de verre et d'alun, que nous placerons dans le trajet des radiations O_7, O_6, ..., O_1, et nous chercherons les rapports des intensités du faisceau transmis à celles du faisceau direct. Nous trouvons ainsi :

NATURE des radiations.	CHALEURS TRANSMISES.		
	Sel gemme.	Verre.	Alun.
Rouge limite L_1	0,93	0,85	0,84
Obscur limite O_7	0,92	0,88	0,41
Obscur O_6	0,92	0,54	0,29
Obscur O_4	0,91	0,22	0,00
Obscur O_2	0,90	0,00	0,00

Les trois substances que nous venons d'employer, le sel gemme, le verre et l'alun, sont incolores et transparentes, c'est-à-dire qu'elles laissent passer également et en totalité les diverses lumières et la chaleur correspondante. Elles agissaient donc identiquement sur toutes les radiations comprises entre L_7 et L_1; mais les expériences qui précèdent prouvent qu'elles ont une action très inégale sur les divers rayons obscurs depuis O_7 jusqu'à O_1.

Le sel gemme les laisse passer en totalité; nous dirons qu'il est *diathermane* et *athermochroïque*. Le sens de ces deux mots nouveaux s'explique de lui-même : ils correspondent exactement aux mots *diaphane* (transparent pour la lumière) et *incolore*, et se rapportent à la chaleur. Le sel gemme est donc diathermane et athermochroïque, aussi bien

pour le groupe des chaleurs obscures que pour celui des chaleurs lumineuses.

Cette propriété n'appartient qu'à un très petit nombre de substances; reconnue d'abord par Melloni ([1]) pour le sel gemme, elle été étendue par Magnus ([2]) à la sylvine (chlorure de potassium naturel); enfin M. Godard ([3]) a été conduit, par une méthode indirecte, à l'attribuer aussi au salmiac (chlorhydrate d'ammoniaque naturel) ainsi qu'aux bromure et iodure de potassium anhydres.

Le verre commence à exercer une absorption sensible sur les radiations aussitôt qu'elles commencent à devenir obscures, et il les absorbe en proportion d'autant plus considérable que leur longueur d'onde est plus grande.

L'alun se comporte comme le verre, avec cette différence que la proportion de chaleur absorbée augmente beaucoup plus rapidement.

En général, tous les corps transparents et incolores agissent comme le verre et l'alun; ils sont *thermochroïques* (colorés pour la chaleur) pour les radiations obscures, c'est-à-dire qu'ils les absorbent ou les transmettent inégalement; celles qu'ils éteignent le plus possèdent les plus grandes longueurs d'onde, celles qu'ils transmettent le mieux sont les plus voisines du rouge. Il en résulte que leur interposition dans le spectre tend à en diminuer l'étendue et à le réduire progressivement aux seuls rayons visibles.

Si l'alun éteint le groupe des chaleurs obscures, il y a des substances qui agissent inversement, c'est-à-dire qui sont opaques pour la lumière et transparentes pour la chaleur obscure. Si l'on noircit avec du noir de fumée le verre, la fluorine et le sel gemme, ils éteignent toute lumière, mais ils laissent passer la totalité des chaleurs obscures que ces mêmes

---

([1]) Melloni, *Ann. de Pogg.*, t. XXXV, p. 112, 277, 385, 530.

([2]) Magnus, *Ann. de Pogg.*, t. CXXXIV, p. 302, et *Ann. de Chim. et de Phys.*, 4e série, t. XV, p. 470; 1868. *Voir* aussi Knoblauch, *Ann. de Pogg.*, t. CXXXVI, p. 66, et *Ann. de Chim. et de Phys.*, 4e série, t. XVII, p. 470; 1869. La propriété du sel gemme n'est d'ailleurs pas absolue. *Voir* ci-dessous, p. 96**.

([3]) Godard, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CII, p. 1233; 1886, et Thèse de doctorat.

substances transmettaient. Il en est de même pour la variété de quartz noir qu'on nomme *quartz enfumé*. D'après M. Langley [1], une couche épaisse de noir de fumée transmet plus de 50 pour 100 des radiations très peu réfrangibles émises par un cube rempli d'eau bouillante ou d'un mélange réfrigérant. Le chlorure et le bromure d'argent, le sélénium vitreux, les chlorures d'étain et de soufre, transmettent aussi très bien la chaleur obscure [2]. Il en est de même de la dissolution concentrée d'iode dans le sulfure de carbone ou dans l'iodure d'éthyle. Cette dernière dissolution est complètement opaque pour la lumière.

LOI GÉNÉRALE DE LA TRANSMISSION. — Quand une radiation simple, obscure ou lumineuse, d'intensité I_0, traverse une substance quelconque d'épaisseur égale à l, elle s'affaiblit et se réduit à I'. On peut trouver théoriquement le rapport de I' à I_0: en effet, négligeons la perte produite par la réflexion et décomposons la lame en tranches successives d'épaisseur égale à dx. L'intensité lumineuse s'affaiblit, en traversant cette couche, d'une quantité $-dI$, proportionnelle à l'intensité reçue I et à l'épaisseur dx

$$-dI = aI\,dx,$$

et, comme toutes les couches se comportent de la même manière, on a, en intégrant,

$$I = Ae^{-ax};$$

A est une constante que l'on détermine par la condition que, pour $x = 0$, on ait $I = I_0$. On a donc

$$A = I_0,$$
$$I = I_0 e^{-ax}$$

---

(1) LANGLEY, *Observations on invisible heat spectra and the recognition of hitherto unmeasured wave-lengths* [*Philosophical Magazine*, 5e série, t. XXI, p. 394 (1885); *Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 377].

(2) SCHULTZ SELLACK, *Ann. de Pogg.*, t. CXXXIX, p. 182, et *Ann. de Chim. et de Phys.*, 4e série, t. XIX, p. 475; 1870.

et, pour $x = l$,

$$I' = I_0 e^{-al}.$$

On pose habituellement

$$e^{-a} = \alpha;$$

α est une constante qu'on nomme *coefficient de transmission :* sa valeur change avec la substance et la longueur d'onde des radiations.

Pour vérifier cette loi, M. Jamin prend un verre jaune, d'une épaisseur l égale à $0^{cm},1$ environ, le coupe en plusieurs morceaux et fait passer la chaleur jaune du spectre à travers une, deux ou trois de ces plaques superposées. Quand il n'y en a qu'une, le faisceau s'affaiblit, d'abord par la réflexion aux deux surfaces, et il devient IR, puis par l'absorption à travers la lame et il devient $IR\alpha^l$. En traversant deux ou trois plaques il se réduit à $IR^2\alpha^{2l}$ ou à $IR^3\alpha^{3l}$. Pour éliminer l'effet des réflexions, M. Jamin faisait ensuite passer le même rayon simple à travers un, deux ou trois verres blancs superposés; la perte par la réflexion était la même que précédemment, l'absorption par la substance était nulle, et le faisceau transmis devenait dans ces trois cas IR, IR^2, IR^3. En divisant les intensités du faisceau après le passage à travers les verres jaunes par l'intensité après le passage à travers le même nombre de verres blancs, on trouve les quotients α^l, α^{2l}, α^{3l}; enfin, en extrayant les racines carrée et cubique des deux derniers résultats, on doit obtenir un nombre constant α^l. C'est, en effet, ce que montre le Tableau suivant :

Nombre des verres jaunes.		Proportion transmise.	α^l.
1	α^l........	0,4970	0,497
2	α^{2l}.......	0,2097	0,458
3	α^{3l}.......	0,0940	0,455

TRANSMISSION D'UN FAISCEAU MULTIPLE. — Considérons maintenant le faisceau des radiations solaires pris en bloc, et recevons-le sur une substance diathermane. Chaque radiation simple se conduira comme si elle était isolée et l'intensité calorifique transmise sera égale à la somme des intensités de

toutes les radiations simples qui auront individuellement traversé la lame.

Soient, d'après la notation convenue, $O_1, O_2, O_3, \ldots, O_7$, $L_1, L_2, \ldots, L_7$ les intensités des sept groupes de chaleurs obscures et des sept groupes de chaleurs lumineuses qui composent le faisceau multiple; la chaleur répartie dans le spectre ultra-violet pouvant être négligée, nous aurons

$$I = (O_1 + O_2 + \ldots + O_7) + L_1 + (L_2 + \ldots + L_7).$$

La composition de ce faisceau changera avec la nature de la source; il ne contiendra que des chaleurs obscures s'il provient d'un corps échauffé au-dessous du rouge; il renfermera, au contraire, des chaleurs obscures et lumineuses si ce corps est incandescent; elles seront mêlées en proportions inégales si la nature et la température du foyer changent, et, en général, le faisceau calorifique considéré pourra varier par la qualité et par la quantité de ses radiations élémentaires.

En passant à travers une lame diathermane, chaque radiation simple se transmettra suivant la loi $I\alpha^l$, avec des coefficients de transmission différents de l'une à l'autre; nous les désignerons par $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_7$ pour les chaleurs obscures et par α_1, $\alpha_2, \ldots, \alpha_7$ pour les radiations lumineuses. Le faisceau total deviendra donc

$$I' = (O_1\beta_1^l + O_1\beta_2^l + \ldots + O_7\beta_7^l) + L_1\alpha^l + L_2\alpha + \ldots + L_7\alpha_7^l),$$

et le rapport du faisceau incident au faisceau transmis sera représenté par la formule

$$(1) \qquad \frac{I'}{I} = \frac{(O_1\beta_1^l + \ldots + O_7\beta_7^l) + (L_1\alpha_1^l + \ldots + L_7\alpha_7^l)}{(O_1 + \ldots + O_7) + (L_1 + \ldots + L_7)}.$$

Il est évident, d'après cette formule, que le rapport $\frac{I'}{I}$ doit changer : 1° avec la composition primitive du faisceau incident, c'est-à-dire avec les sources calorifiques; 2° avec la nature de la substance traversée, puisque les coefficients de transmission changent avec le milieu; 3° avec l'épaisseur l; 4° la composition du faisceau primitif sera altérée, puisque

chacune des radiations qui le composaient aura diminué dans des proportions différentes. Voici maintenant le résultat des expériences exécutées à cet égard par Melloni (1).

Melloni étudia les sources de chaleur les plus différentes et les plus constantes qu'il put trouver : 1° le rayonnement solaire ; 2° la lampe d'Argant ; 3° la lampe de Locatelli L (*fig.* 1, p. 3), qui n'a point de cheminée, mais qui porte un réflecteur métallique ; 4° une spirale de platine placée au-dessus d'une lampe à alcool (*fig.* 31) ; elle y devient incandescente et se maintient au rouge quand on souffle la lampe ; 5° une lame de cuivre noirci (*fig.* 32), que l'on chauffe à 400° par une flamme d'alcool ; 6° enfin un cube plein d'eau toujours en ébullition (*fig.* 33).

Fig. 31. Fig. 32. Fig. 33.



Pour exécuter les expériences, on dispose l'appareil comme il est représenté dans la *fig.* 1. Après avoir déterminé d'abord l'intensité I du faisceau envoyé directement sur la pile, on interpose en B une substance diathermane qui réduit l'intensité à I'. On évite les erreurs qui viendraient d'une variation de la source pendant l'intervalle des deux mesures en croisant les observations du faisceau direct et transmis. Ainsi l'on mesure I, I', I_1, I'_1, ..., et l'on compare I' à $\frac{I + I_1}{2}$, I_1 à $\frac{I' + I'_1}{2}$, et ainsi de suite. En supposant le faisceau incident égal à 100, on a calculé, dans le Tableau suivant, l'intensité de ce faisceau réduite par l'absorption de la lame et par les réflexions aux faces

(1) MELLONI, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 2e série, t. LIII, p, 5, et t. LV, p. 337 ; 1833-34.



d'entrée et de sortie. Si l'on voulait corriger ces nombres de l'effet des réflexions, il faudrait encore les multiplier par $\frac{100}{92}$.

	LAMPE de Locatelli.	PLATINE incandescent.	CUIVRE à 400 degrés.	CUBE à 100 degrés.
Rayonnement direct..	100	100	100	100
Sel gemme..........	92	92	92	92
Fluorure de calcium..	78	69	42	33
Spath d'Islande......	39	28	6	0
Verre de glace.......	39	24	6	0
Cristal de roche......	37	28	6	0
Acide citrique.......	11	2	0	0
Alun................	9	2	0	0
Glace très pure......	6	0	0	0

Ces résultats justifient les conclusions auxquelles nous avons été conduits; nous allons les reproduire et les compléter.

1° Les rayonnements provenant de diverses sources sont inégalement transmissibles, ce qui suffirait à démontrer qu'ils sont diversement composés, sans qu'il fût nécessaire d'avoir recours à l'usage du prisme.

Nous voyons, en effet, que les rayons émis par le cuivre à 400° et par le cube à 100° sont absorbés en plus grande proportion que ceux de la lampe de Locatelli ou du platine incandescent. Cela était évident, puisque les premiers sont exclusivement composés de radiations obscures et que les seconds renferment à la fois des chaleurs lumineuses et des chaleurs obscures superposées.

De plus, l'alun, éteignant absolument toutes les chaleurs obscures, arrête en totalité celles qui viennent du cuivre à 400° et du cube à 100°, et il décompose le rayonnement de la lampe de Locatelli ou du platine incandescent en deux parts : les chaleurs obscures qu'il absorbe et les chaleurs lumineuses qu'il laisse passer. Or, comme pour ces deux sources la pro-

portion du faisceau transmis est égale à 0,09 ou 0,02, nous devons conclure que le faisceau total, bien que visible, ne contenait cependant que 0,09 ou 0,02 de chaleurs lumineuses, et qu'il est presque totalement composé de radiations obscures.

En comparant les propriétés des quatre sources précédentes, nous voyons que leurs rayonnements sont de moins en moins transmissibles de la première à la dernière; et, comme les radiations obscures sont absorbées d'autant plus qu'elles sont moins réfrangibles, il faut admettre que, de la dernière à la première source, les rayons de très grande longueur d'onde deviennent de moins en moins abondants, tandis que ceux qui avoisinent le rouge augmentent en proportion.

2° Le même Tableau nous montre en second lieu que diverses substances éteignent inégalement un même rayonnement, et cela prouve par conséquent que les coefficients de transmission sont différents pour les divers corps.

Jusqu'à présent nous n'avons trouvé qu'un très petit nombre de substances parfaitement diathermanes et en première ligne le sel gemme. Nous nous servions d'ailleurs d'un prisme de sel gemme pour décomposer le flux des radiations solaires, et il est à remarquer que ce prisme devait déjà éteindre tous les rayons incapables de le traverser, s'il en existe; les radiations qui se trouvaient dans le spectre calorifique ainsi produit étaient évidemment aptes à se transmettre de nouveau dans une seconde lame de sel gemme placée dans leur trajet. Mais les nombres contenus dans le Tableau précédent démontrent que les rayonnements des diverses sources traversent le sel gemme sans s'y affaiblir notablement.

Nous avons vu que c'est au sel gemme que s'est adressé M. Langley [1] pour obtenir le spectre de sources à très basse température et qu'il a ainsi pu mettre en évidence l'existence de radiations de longueur d'onde vingt fois plus grande que celle de la raie A.

Cependant, est-on en droit d'affirmer que le sel gemme est *absolument transparent* pour toutes les radiations? Il n'est

---

[1] Langley, *Philosophical Magazine*, 5e série, t. XXI, p. 394; 1885.



guère vraisemblable, *a priori*, qu'une substance particulière jouisse de cette propriété qui fait défaut à toutes les autres, et il semble bien démontré, par les recherches de MM. de la Provostaye et Desains, et surtout de Magnus ([1]), que certaines radiations sont fortement absorbées par le sel gemme. D'après Magnus, cette absorption s'exercerait particulièrement sur les radiations émises par le sel gemme lui-même à des températures inférieures à 150°.

3° En discutant la formule (1), nous avons vu que l'intensité du faisceau transmis doit diminuer avec l'épaisseur des lames traversées. Melloni fit à ce sujet des expériences très nombreuses sans pouvoir les résumer par une loi simple. Cette impossibilité était évidente, car chaque rayon individuel se transmet suivant la loi $I\alpha^l$ avec un coefficient de transmission variable de l'un à l'autre, et, pour calculer l'effet total, il faudrait que l'on connût la valeur de ces coefficients et les intensités de chaque espèce de radiations. Tout ce que l'on peut dire, c'est que, pour les substances transparentes autres que le sel gemme, le groupe des chaleurs obscures finit par s'éteindre, tandis que celui des chaleurs lumineuses passe sans être sensiblement affaibli. Après une certaine limite d'épaisseur, le rapport $\frac{I'}{I}$ de la chaleur lumineuse seule transmise à la chaleur incidente totale deviendra donc indépendant de l'épaisseur. C'est ce que l'expérience justifie.

4° Puisque le coefficient de transmission varie d'une radiation à une autre, les intensités relatives des radiations élémentaires sont changées, et par conséquent les propriétés du faisceau total sont transformées après qu'il a traversé une substance autre que le sel gemme. Généralement il contiendra proportionnellement moins de chaleurs obscures et plus de chaleurs lumineuses, et il se transmettra mieux à travers l'alun, le verre, etc.

Une expérience, qui est due à Delaroche ([2]) et qui alors

([1]) Magnus, *Ann. de Pogg.*, t. CXXXIV, p. 102, et *Ann. de Chim. et de Phys.*, 4° série, t. XV, p. 470; 1858.

([2]) Delaroche, *Ann. de Gilbert*, t. XLVI, et *Journal de Physique*, t. LXXX.

était inexplicable, justifie cette conséquence. Delaroche ayant interposé dans le trajet d'un faisceau calorifique une lame de verre et mesuré la proportion qu'elle transmettait, dirigea le faisceau sortant sur une deuxième lame pareille à la première, et il trouva qu'elle l'affaiblissait beaucoup moins. En continuant la même action à travers plusieurs verres successifs, il vit que le dernier laissait passer en totalité les rayons qui sortaient des précédents.

Une lame de sel gemme noirci ne transmet que des radiations obscures et l'alun les éteint; par conséquent, la superposition de ces deux substances réalise un système imperméable à la chaleur. En général, si deux substances sont placées en succession et qu'elles aient une thermochrose identique, la deuxième sera franchie par le rayonnement qui aura traversé la première; mais elle les arrêtera en plus ou moins forte proportion, si les thermochroses sont notablement différentes.

Les résultats suivants démontrent cette conclusion :

Première substance.	Deuxième substance.	Proportion transmise
Sel gemme noirci........	Alun.	0,00
Sel gemme..............	»	0,09
Verre de glace..........	»	0,27
Acide citrique..........	»	0,85
Alun..................	»	0,92

TRANSMISSION DE LA LUMIÈRE ET DE L'ACTION CHIMIQUE.

LOI DE LA TRANSMISSION. — I. Nous avons prouvé qu'une radiation calorifique simple, de longueur d'onde donnée et d'intensité C, s'affaiblit et devient C′ quand elle traverse un milieu d'épaisseur l. Nous avons démontré la relation

$$C' = C\gamma^{l}. \tag{1}$$

γ est une fraction plus petite que l'unité qui se nomme le *coefficient de transmission*. Quand il est égal à 1, $C' = C$, et le milieu est absolument diathermane. S'il diminue de plus en plus, la substance transmet de moins en moins. Quelle que



soit la valeur de γ, C' diminue jusqu'à devenir insensible quand l'épaisseur e de l'écran interposé augmente suffisamment.

II. On peut étudier de la même manière la transmission de la propriété chimique. Faisons tomber une radiation déterminée, celle qui correspond à la raie H par exemple, sur l'actinomètre de M. Becquerel, et mesurons la déviation galvanométrique A, puis recommençons immédiatement l'expérience en interposant dans le trajet des mêmes rayons la lame d'épaisseur l dont nous voulons connaître le pouvoir absorbant : nous trouverons une deuxième déviation A'. En opérant ainsi, M. Becquerel a vérifié la loi déjà démontrée pour la chaleur :

(2) $$A' = A\alpha^{l}.$$

Le nouveau coefficient de transmission α change évidemment avec la nature des radiations observées et des lames interposées.

III. La propriété lumineuse est limitée vers A et H. Si l'on isole une radiation simple, en D par exemple, et qu'on la transmette à travers une lame d'épaisseur e, elle s'affaiblit de L à L'. Or, en employant des photomètres, qui seront décrits dans la suite (1), MM. Masson et Jamin ont trouvé la relation

(3) $$L' = L\lambda^{l}.$$

(1) Soit AOB (*fig.* 34) la couleur simple qu'on veut éprouver. Si on la regarde à travers un prisme biréfringent D et un nicol N, le prisme donne deux images égales AOB, A'O'B' polarisées dans des plans rectangulaires, et le nicol permet d'affaiblir l'une ou l'autre dans une proportion qu'on sait calculer.

Fig. 34.

Or, si l'on interpose un verre blanc devant A'B', un verre coloré devant AB, les deux images ordinaire AB et extraordinaire A'B' ont des éclats différents qu'on rend égaux en faisant tourner N d'un angle α qu'on mesure; l'une des images est $L\cos^2\alpha$, l'autre $L'\sin^2\alpha$, et l'on a

$$L\sin^2\alpha = L'\cos^2\alpha.$$

Ainsi la même formule convient à la transmission de la chaleur, de la lumière et de l'action chimique. Cela posé, si nous voulons comparer les absorptions calorifiques, lumineuses et actinométriques, il suffira de choisir une radiation comprise entre A et H et de comparer les coefficients γ, α et λ. M. Jamin a fait cette comparaison entre la chaleur et la lumière et M. Edm. Becquerel l'a réalisée pour la lumière et la propriété actinométrique.

Or il est résulté de ces diverses études que, dans tous les cas, α, γ et λ étaient égaux, et l'on a pu énoncer la loi générale qui suit : *Quand une radiation de longueur d'onde déterminée se transmet à travers un milieu, les trois propriétés lumineuse, calorifique et chimique sont affaiblies dans une proportion égale.*

LA CHALEUR, LA LUMIÈRE ET L'ACTION CHIMIQUE SONT TROIS PROPRIÉTÉS INSÉPARABLES D'UNE MÊME RADIATION. — Il résulte de là que, dans le spectre visible, les trois propriétés qui nous occupent sont absolument inséparables. On ne peut en effet les dissocier ni par la réfraction prismatique, puisqu'elles ont la même longueur d'onde et le même indice, ni à l'aide des milieux absorbants, qui agissent proportionnellement sur chacune d'elles. Il était aisé de prévoir qu'on ne les différencieait pas davantage en les polarisant ou en les faisant interférer; c'est ce que de la Provostaye et Desains ont démontré surabondamment; dans tous les cas, chaque propriété d'une lumière simple se retrouve avec la même intensité que les deux autres propriétés qui l'accompagnent dans le spectre.

L'interprétation philosophique de cette loi générale ne saurait être douteuse. On a supposé autrefois que trois agents distincts émanaient du Soleil : la chaleur, la lumière et les rayons chimiques, et que chacun d'eux donnait lieu à un spectre partiellement superposé aux deux autres, mais distinct dans sa nature autant que dans ses propriétés. Mais on a été conduit par la force des choses à rejeter cette hypothèse compliquée, puisque tous les procédés se montraient impuissants à réaliser pratiquement la séparation que l'on supposait possible en théorie. Tout le monde admet aujourd'hui que le Soleil envoie



des vibrations qui sont toutes de même nature, qui ne se distinguent que par leur longueur d'onde et qui se séparent en traversant un prisme, parce que leur réfrangibilité est différente, de telle sorte qu'en un lieu donné du spectre il n'y en a qu'une seule et qu'elle est réellement simple. Tombe-t-elle sur un thermomètre, il l'absorbe et s'échauffe. Rencontre-t-elle certains composés chimiques, elle les altère. Enfin pénètre-t-elle dans l'œil, elle y développe l'effet lumineux. Ces actions diverses s'exécutent toutes aux dépens de l'énergie des vibrations; mais l'action calorifique en fournit la seule mesure rationnelle.

CHAPITRE VI.

ABSORPTION EXERCÉE PAR LES CORPS TRANSPARENTS. SPECTRES D'ABSORPTION.

Solides et liquides. — Absorption de la chaleur obscure. — Absorption des radiations ultra-violettes. — Transparence des milieux de l'œil. — Transparence actinique de l'argent. — Absorption de la lumière. — Couleur de l'eau. — Spectres d'absorption.

Gaz et vapeurs. — Absorption de la chaleur par les gaz et les vapeurs. — Spectres d'absorption des gaz et des vapeurs. — Raies telluriques. — Absorption atmosphérique aux limites du spectre.

Du moment que, d'un bout à l'autre du spectre, il n'y a plus que des radiations simples ordonnées par rapport à leurs longueurs d'onde, peu importe qu'on apprécie les absorptions par l'effet lumineux, calorifique ou chimique. Il suffit de mesurer le coefficient d'extinction α dans la formule $I' = I\alpha^l$ soit par un photomètre, soit par une pile de Melloni ou un bolomètre, etc., et de chercher comment il varie d'une extrémité à l'autre du spectre. La mesure de α n'a été exécutée que dans des cas assez rares, mais on possède des renseignements nombreux sur la nature et l'étendue de l'absorption exercée par les diverses substances. Nous allons résumer brièvement l'état actuel de nos connaissances sur ce sujet.

SOLIDES ET LIQUIDES.

I. **ABSORPTION DE LA CHALEUR OBSCURE.** — Nous avons peu de chose à ajouter à ce sujet, après ce que nous avons dit dans le Chapitre précédent.

1. Seuls le sel gemme et les substances voisines laissent passer toutes les radiations infra-rouges, lumineuses ou ultra-violettes. Tous les autres corps éteignent les rayons extrêmes,



soit du côté des chaleurs obscures, soit du côté des rayons chimiques, et cette extinction augmente à mesure que l'on s'approche des limites infra-rouge et ultra-violette du spectre.

Après le sel gemme, les corps qui laissent le mieux passer la chaleur sont le fluorure de calcium, le spath, le quartz et le verre. Au contraire, l'alun, l'acide citrique, la glace et l'eau sont remarquables par la qualité inverse d'arrêter tous les rayons de grande longueur d'onde jusqu'au voisinage du rouge.

2. Certains corps noirs éteignent entièrement la lumière et aussi les rayons ultra-violets, mais sont plus ou moins transparents pour la chaleur obscure. Le sel gemme noirci, le quartz enfumé éteignent à la fois tous les rayons voisins du rouge A, ainsi que les rayons placés à la limite extrême de l'infra-rouge; mais ils sont transparents dans l'intervalle et le maximum de transparence change suivant la substance. Si l'épaisseur de l'écran augmente, la chaleur transmise finit par être à peu près simple.

M. Tyndall a fait connaître une substance qui jouit à un haut degré de cette propriété : c'est la solution d'iode dans le sulfure de carbone, dont le spectre d'absorption a été récemment étudié par MM. Abney et Festing (1). Étendue, elle est rouge et laisse passer, outre le spectre infra-rouge, une bande qui s'étend jusque vers la raie D, et une autre bande qui commence vers G et se continue dans le spectre ultra-violet; mais, quand on concentre peu à peu la liqueur, la bande ultra-violette se rétrécit rapidement et se réduit à une petite région voisine de *h* qui finit par disparaître entièrement; en même temps, les rayons orangés et rouges s'éteignent, et la dissolution, complètement opaque pour les rayons visibles et ultra-violets, laisse encore passer assez de chaleur obscure pour enflammer de l'amadou au foyer d'un miroir.

II. ABSORPTION DES RADIATIONS ULTRA-VIOLETTES. — Le quartz est le corps le plus transparent pour les radiations de haute

(1) ABNEY et FESTING, *Proceedings of the royal Society*, t. XXXIV, p. 480; 1883; *Journal de Physique*, 2e série, t. III, p. 145.

réfrangibilité. Cependant M. Stokes a observé que cette substance exerce une action absorbante sur la dernière raie double de l'aluminium (32), et M. Soret ([1]) a reconnu qu'en employant une épaisseur de quartz suffisante (10^{cm}), les raies 32, 31 et 30 sont interceptées et la raie 29 très affaiblie. L'eau pure se rapproche du quartz par sa transparence pour les rayons ultra-violets.

Le spath est moins transparent que le quartz. En remplaçant le prisme de quartz de son spectroscope par un prisme de spath, M. Soret a constaté que le spectre est transmis sans affaiblissement sensible jusqu'à la raie 25, mais la raie 26 est très affaiblie, et l'on ne distingue 27 qu'en faisant passer les rayons tout près de l'arête du prisme.

M. E. Becquerel avait reconnu depuis longtemps que, si l'on tamise les radiations solaires à travers diverses substances prises sous une épaisseur commune de 15^{cm}, l'effet électrochimique, évalué à l'actinomètre, cesse d'être appréciable :

De N en O avec l'essence de térébenthine et l'huile de naphte ;

En M avec l'eupione, l'aldéhyde, l'iodure d'amyle, l'essence de citron, les acides azotique et chlorhydrique ;

Vers I avec le chlorure et le sulfure de carbone et l'huile d'élémi ;

Enfin en H avec la créosote et l'essence d'amandes amères.

Le bisulfate de quinine, la dissolution d'écorce de marronnier d'Inde (esculine), le verre jaune d'urane absorbent à peu près complètement les radiations chimiques.

M. Soret ([2]) a étudié, sous le même point de vue, un grand nombre de substances liquides, à l'aide de la disposition suivante : le liquide à étudier est contenu dans une sorte de cuve profonde, évasée à sa partie supérieure et fermée à sa partie inférieure par une lame de quartz A. Un tube, mobile dans le sens vertical, est fermé à sa partie inférieure par une lame de

([1]) Soret, *Recherches sur l'absorption des rayons ultra-violets* (*Archives des Sciences physiques et naturelles*, 2e Période, t. LXI).

([2]) Soret, *Recherches sur l'absorption des rayons ultra-violets*, 1er, 2e, 3e, 4e et 5e Mémoires (*Archives des Sciences physiques et naturelles*, 2e Période, t. LXI, LXII ; 3e Période, t. IV, IX, X ; 1878-1883).



quartz B et s'enfonce à volonté dans le liquide, de telle sorte que la couche comprise entre les lames A et B possède une épaisseur, variable à volonté, de 0^{cm} à 10^{cm}. Cet appareil est interposé entre la source lumineuse et le spectroscope, et l'on réalise l'observation, comme de coutume, à l'aide d'un oculaire fluorescent. On règle l'épaisseur du liquide de manière à faire disparaître successivement les raies ultra-violettes de l'aluminium, du zinc et du cadmium, dans l'ordre de réfrangibilité décroissante.

Les observations les plus intéressantes se rapportent aux milieux dont l'œil de l'homme et des animaux se trouve formé. D'accord avec M. de Chardonnet (1), M. Soret démontre que la cornée, l'humeur aqueuse et l'humeur vitrée sont transparentes à peu près pour toutes les radiations solaires ultra-violettes jusqu'à la raie U, mais que le cristallin éteint ces radiations à partir de L ou de M : la rétine ne peut donc recevoir d'impressions de toute la partie du spectre correspondant à des longueurs d'onde plus petites. Il paraît, en effet, que dans un spectre suffisamment intense, un œil normal est impressionné, quoique faiblement, jusqu'aux mêmes raies, de telle sorte que nos impressions lumineuses seraient limitées non par le défaut de sensibilité de la rétine, mais par l'opacité des milieux oculaires. Cette interprétation est confirmée par des observations remarquables de M. de Chardonnet sur des sujets atteints d'*aphakie*, c'est-à-dire ayant subi l'opération de l'ablation du cristallin; ils se sont montrés sensibles à l'action de lumières plus réfrangibles que la raie M, jusque vers la raie U, et qualifiaient de *bleu* ou de *gris bleu* la couleur qui les impressionnait.

Nous signalerons encore des expériences de M. Soret sur les dissolutions salines et en particulier sur les azotates : l'acide azotique libre ou combiné aux bases alcalines, qui sont très transparentes, est opaque pour presque toutes les radiations ultra-violettes; 1 millionième d'acide azotique dans l'eau distillée peut être mis en évidence par l'observation des dernières raies du zinc et de l'aluminium à travers une couche de li-

---

(1) De Chardonnet, *Journal de Physique*, 2e série, t. II, p. 219; 1883.

quide de 10^{cm} d'épaisseur : la raie 29 est encore interceptée et les précédentes sont très affaiblies.

L'ammoniaque pure et ses sels, sous une épaisseur de 10^{cm}, laissent passer toutes les raies du cadmium jusqu'à 24 inclusivement. Des traces d'impuretés (picoline, naphtaline), du genre de celles que contient l'ammoniaque du commerce, se révèlent par une bande d'absorption sur les raies 18 et 20. L'observation des spectres ultra-violets fournit donc un véritable procédé analytique qui, dans des circonstances particulières, l'emporte par sa sensibilité sur les méthodes purement chimiques.

TRANSPARENCE ACTINIQUE DE L'ARGENT. — Nous terminerons par une observation curieuse de M. de Chardonnet (¹) sur l'argent métallique. M. Stokes avait remarqué que les miroirs en argent poli, employés comme réflecteurs, ne peuvent être utilisés pour l'étude du spectre ultra-violet, parce qu'ils éteignent les rayons les plus réfrangibles. D'après M. Cornu, l'argent déposé chimiquement en couche très mince ne vaut pas mieux, tandis que le platine, même en couche transparente, réfléchit très bien les mêmes rayons. Il faut en conclure que l'argent jouit d'une certaine transparence pour les rayons ultra-violets. Et, en effet, M. de Chardonnet a réussi à établir qu'il en est ainsi en tamisant la lumière de l'arc électrique à travers une lame mince de crown-glass très blanc ou une glace mince de Saint-Gobain argentée sur l'une de ses faces. Pour éviter l'introduction de la lumière par les piqûres inévitables du dépôt d'argent, deux glaces disposées de la même manière sont superposées, et leur ensemble est employé comme obturateur d'une lanterne de Duboscq, à l'intérieur de laquelle on produit la lumière électrique. Un appareil photographique reçoit les radiations, complètement invisibles, qui traversent les deux couches d'argent et fournit une photographie très nette de l'arc électrique. On peut aussi éclairer par la lumière solaire une statuette en marbre de Carrare et en obtenir une photographie à travers l'obturateur

(¹) De Chardonnet, *Journal de Physique*, 1re série, t. I, p. 305; 1882.



argenté; mais, dans ce dernier cas, la durée de pose ne doit pas descendre au-dessous de quinze minutes. Il est donc bien établi que l'argent en couche mince, complètement opaque pour la lumière, conserve une certaine tranparence pour les radiations comprises entre O et T.

III. ABSORPTION DE LA LUMIÈRE. — COULEUR DE L'EAU. — Quand un corps exerce une absorption sélective sur les rayons lumineux et qu'on l'éclaire par de la lumière blanche, la lumière transmise est colorée : la lumière réfléchie ou diffusée par la substance présente, en général, la même teinte. Ainsi, un verre rouge ou bleu transmet, réfléchit, diffuse de la lumière rouge ou bleue, etc. *La couleur d'un corps transparent est celle de la lumière qu'il laisse passer.*

1. Il est probable que la plupart des corps transparents réputés incolores ne nous paraissent tels que parce qu'ils sont observés sous une épaisseur insuffisante. L'eau fournit à cet égard un exemple fort curieux.

On sait que l'eau des lacs de la Suisse paraît d'un beau bleu par réflexion, tandis que d'autres eaux, moins pures, sont d'un bleu verdâtre. On peut observer les mêmes couleurs par transparence en regardant une feuille de papier blanc à travers un long tube rempli d'eau et fermé par des glaces à ses extrémités. Quand on emploie de l'eau distillée ou de l'eau du lac de Genève, aussi bien débarrassée que possible de particules solides en suspension, le papier paraît teinté de bleu, et cette teinte est d'autant plus pure que la couche d'eau est plus épaisse ([1]). L'eau absorbe donc inégalement les lumières de diverses réfrangibilités. D'après M. Boas ([2]), les coefficients d'absorption, rapportés au centimètre, auraient les valeurs suivantes :

Rouge (verre rouge).................	0,9966
Jaune (raie D)......................	0,99745
Bleu (solution de sulfate de cuivre)....	0,9986

([1]) BUNSEN, *Ann. der Chemie und Pharmacie*, t. LXII, p. 44; TYNDALL, *Glaciers of the Alps*, p. 254; BEETZ, *Pogg. Ann.*, t. CXV, p. 137, etc. *Voir* à ce sujet un Mémoire de M. Soret, *Sur la couleur de l'eau* (*Journal de Physique*, 2e série, t. III, p. 217; 1884).

([2]) BOAS, *Beiblätter*, t. V, p. 297; 1881.

Plusieurs physiciens ont étudié le spectre de la lumière transmise par une épaisse couche d'eau pure et constaté que les rayons rouges et orangés sont éteints ou très affaiblis. La diminution de l'absorption avec la réfrangibilité n'est cependant pas continue; on remarque dans l'orangé une bande obscure, voisine de D, dont le centre correspond à $\lambda = 6000$ et qui est déjà nettement visible pour une épaisseur d'eau de 2^m; une autre bande plus faible avoisine la raie C.

Les résultats sont très différents quand l'eau n'est pas d'une pureté parfaite, en particulier quand elle contient des matières organiques dont la teinte propre est jaune ou brune. Alors l'eau absorbe plus ou moins complètement les rayons bleus et violets, et la teinte de la lumière transmise est verte, jaune ou brune, suivant la proportion de ces matières. C'est ce qui explique d'anciennes observations de Hassenfratz, qui avaient fait attribuer à l'eau, mais à tort, une couleur propre voisine du rouge.

2. Un grand nombre de milieux transparents éteignent d'abord le spectre chimique, et l'extinction s'étend progressivement vers la raie A à mesure que l'épaisseur augmente; en même temps les rayons calorifiques obscurs s'affaiblissent aussi progressivement, et d'autant plus qu'ils sont plus voisins de A. Pour ces corps, la teinte dominante, qui est jaune, passe à l'orangé et finit par se réduire à un rouge pur. On constate ces changements avec les vins vieux, l'eau-de-vie, le verre jaune, etc., et l'on conçoit pourquoi cette dernière substance est employée à garnir les fenêtres des ateliers de photographie, puisqu'elle laisse passer assez de lumière pour éclairer l'opérateur dans les manipulations, tandis qu'elle éteint les rayons chimiques.

3. Les milieux colorés en bleu ou en violet offrent des propriétés inverses. Ils transmettent très abondamment les rayons très réfrangibles de E en P; ils éteignent les groupes des chaleurs obscures et des lumières jusqu'au vert. Quand leur épaisseur augmente, le vert et le bleu disparaissent peu à peu, puis le violet et les rayons chimiques continuent encore de passer quand déjà toute lueur est éteinte.

4. Les sels de nickel et les verres verts ont des coefficients



de transmission croissant du rouge au vert, décroissant du vert au violet; pour une épaisseur suffisante le vert passe seul.

5. Avec les sels de manganèse et de chrome, il y a un minimum de transmission dans le jaune orangé et deux maxima, l'un dans l'infra-rouge, l'autre dans l'ultra-violet. Quand l'épaisseur est moyenne, la teinte est verte. Si cette épaisseur croît suffisamment, l'orangé et le vert s'éteignent et la teinte devient violette.

6. On trouve enfin des cas où les coefficients de transmission se distribuent très irrégulièrement. Le verre bleu de cobalt réduit le spectre à quatre bandes brillantes : l'une de B en A, la deuxième entre C et D, la troisième un peu après D, la quatrième de E en H. Elles sont séparées par trois raies obscures : en C, un peu avant D, et enfin tout près de E. Les rayons obscurs ultra-violets se transmettent aisément.

SPECTRES D'ABSORPTION. — Enfin les solutions de quelques sels métalliques présentent des bandes assez nettes et assez nombreuses pour constituer de véritables spectres d'absorption, analogues à ceux que vont nous présenter les gaz et les vapeurs. Les sels les plus remarquables sous ce rapport sont le permanganate de potasse, les sels d'urane et ceux des métaux des familles du cérium et de l'yttria.

Une solution de permanganate de potasse, contenant $0^{gr},1$ de sel par litre et observée sous une épaisseur de 9^{mm} à 10^{mm}, fournit un spectre composé de sept bandes situées dans le vert et le bleu. D'après M. Lecoq de Boisbaudran, les milieux de ces bandes correspondent aux longueurs d'onde suivantes :

5703, 5465, 5246, 5045, 4861, 4964, 4543.

On sait qu'on a longtemps confondu, sous les noms de *didyme* et d'*yttrium*, un assez grand nombre de métaux voisins, que l'analyse chimique, aidée de l'analyse spectrale, arrive à différencier peu à peu ; parmi ces métaux nouveaux il en est plusieurs qui présentent des spectres d'absorption caractéristiques, et comme ils se trouvent habituellement unis avec

des métaux voisins qui n'en possèdent pas, on juge des progrès que l'on a faits dans leur séparation par l'intensité plus ou moins grande que prennent les bandes d'absorption correspondantes. Nous devons à l'obligeance de M. Didier le Tableau suivant où se trouvent classés les métaux de la famille du cérium et de l'yttria, suivant qu'ils possèdent ou non un spectre d'absorption (⋮⋮⋮) ou un spectre d'émission (!!) caractéristique. On a marqué du signe o les métaux qui ne présentent rien de particulier au point de vue spectral.

Famille du cérium (1).	Cérium (Ce)	o	
	Lanthane (La)	o	
	Didyme (Dy) dédoublé en. Néodyme (Nd).. Praséodyme (Pr)	⋮⋮⋮	
	Samarium (Sm)	⋮⋮⋮	(Y_β de M. Marignac)
	Décipium	o	(Probablement Y_α de M. Marignac)
Famille de l'yttria....	Mosandrum ou Terbium nouv. (Tb).	o	
	Yttrium (Y)	o	
	Erbium nouveau (Er)	⋮⋮⋮	... !!!
	Holmium (de Clève) *x* de Soret	⋮⋮⋮	
	Thulium (de Clève)	⋮⋮⋮	... !!
	Ytterbium (Yb) (découvert par Marignac)	o	
	Scandium (de Nilson)	o	

GAZ ET VAPEURS.

TRANSMISSION DE LA CHALEUR PAR LES GAZ ET LES VAPEURS. — L'étude directe de la transmissibilité de la chaleur à travers les corps gazeux est entourée de très grandes difficultés. Magnus (2) essaya de les résoudre en évitant d'interposer aucune

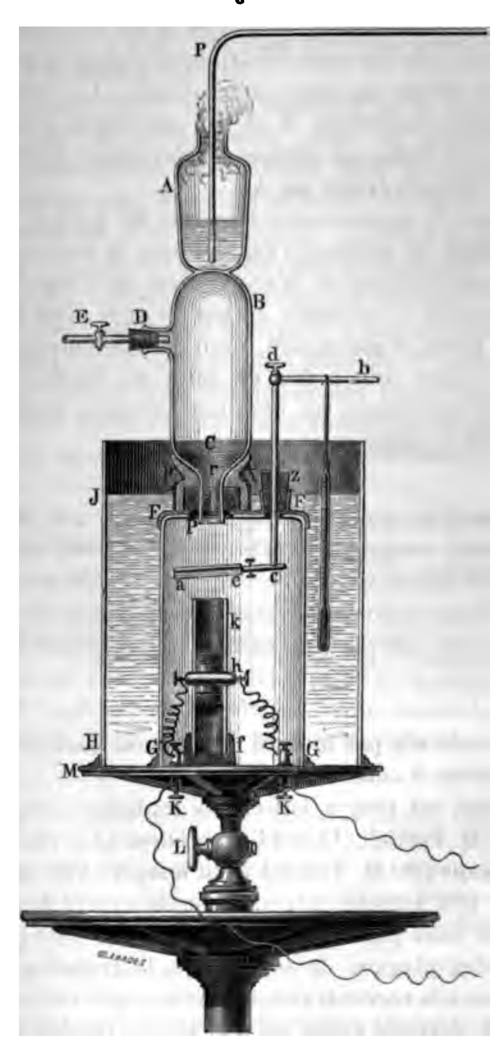
(1) Les deux familles se touchent par le décipium et le mosandrum, et leurs éléments sont souvent associés. A ces métaux il faut encore joindre le dysprosium, signalé par M. Lecoq de Boisbaudran, et dont la place n'est pas suffisamment indiquée.

(2) MAGNUS, *Ann. de Pogg.*, t. CXII, p. 351 et 497.



matière absorbante autre que celle que l'on étudie entre la

Fig. 35.



source de chaleur et l'appareil thermoscopique. La *fig*. 35 montre la disposition qu'il a employée.

La source rayonnante est un vase A en verre, contenant de l'eau bouillante et susceptible de s'appliquer exactement sur une cloche de verre B où le gaz à étudier est introduit par un tube E, muni d'un robinet. Cette cloche est elle-même adaptée sur un autre vase de verre FFGG dans lequel on peut faire le vide à l'aide d'une machine pneumatique. Le vase FF reçoit la pile thermo-électrique *h* et est maintenu à température constante. Un écran *aec* permet d'intercepter à volonté la radiation calorifique émise par A.

On mesure le rayonnement transmis de A en *h* par le vase vide ou rempli de différents gaz. Comme la source de chaleur est à la partie supérieure, la convection calorifique opérée par les mouvements d'ensemble du gaz ne peut avoir lieu, et il ne reste que l'effet d'absorption, qu'il est malheureusement difficile de séparer tout à fait de celui de conductibilité. Ces expériences ont fourni les résultats suivants pour divers gaz étudiés sous la pression atmosphérique :

Gaz.	Chaleur transmise.	Gaz.	Chaleur transmise.
Vide................	100,00	Protoxyde d'azote.....	74,06
Air atmosphérique....	88,88	Gaz des marais.......	72,21
Oxygène.............	88,88	Cyanogène...........	72,21
Hydrogène...........	85,79	Gaz oléfiant..........	46,29
Acide carbonique.....	80,23	Ammoniaque.........	38,88
Oxyde de carbone....	79,01		

L'air humide n'a pas montré un pouvoir absorbant notablement supérieur à celui de l'air sec.

Ce résultat est tout à fait en contradiction avec des expériences de M. Tyndall (¹) sur l'absorption de la chaleur par les gaz et les vapeurs. M. Tyndall avait imaginé une méthode différentielle très sensible et, en apparence, irréprochable, qui consistait à faire passer à travers un tube, fermé à ses extrémités par des plaques de sel gemme, la radiation d'un foyer quelconque, à la recevoir ensuite sur une pile de Nobili et Melloni, et à en détruire l'effet par une source compensatrice agis-

(¹) Tyndall, *Philosophical Transactions*, p. 201 et 327; 1864.



sant sur l'autre face de la pile. Le tube, vide d'abord, recevait ensuite un gaz ou une vapeur, et l'on ramenait l'aiguille du galvanomètre au zéro au moyen de la source compensatrice. On pouvait espérer d'évaluer ainsi une absorption équivalente à $\frac{1}{100}$ de la radiation incidente.

Mais Magnus a établi que la réflexion de la chaleur sur les parois latérales du tube exerce, dans ces expériences, une influence perturbatrice considérable, hors de proportion avec les effets à mesurer. Aussi les résultats de M. Tyndall, déjà très différents de ceux de Magnus quand il s'agit des gaz, deviennent absolument erronés pour les vapeurs, dont on ne peut éviter la condensation partielle sur les parois. C'est ainsi que M. Tyndall a attribué à la vapeur d'eau un pouvoir absorbant excessif, tandis que, d'après Magnus, il suffit de noircir avec un très grand soin l'intérieur des tubes employés par M. Tyndall, ou de les revêtir d'une couche de coton, pour que l'effet de l'air humide se confonde très sensiblement avec celui de l'air sec (¹).

Toutefois, des expériences plus récentes ne peuvent laisser aucun doute sur l'existence d'une absorption élective, d'ailleurs assez faible, exercée par la vapeur d'eau (²). Nous signalerons particulièrement les résultats obtenus par M. Röntgen (³). Il constate l'absorption des rayons calorifiques par la variation de pression qui en résulte et enregistre celle-ci à l'aide du tambour de M. Marey. Cette méthode, employée d'abord par M. H. Heine (⁴), permet de distinguer sûrement

(¹) Au sujet des expériences de MM. Tyndall et Magnus, *voir* MAGNUS, *Ann. de Pogg.*, t. CXVIII, p. 575; t. CXXI, p. 186; t. CXXVII, p. 613; t. CXXX, p. 207; et *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3ᵉ série, t. LXIV, p. 489; t. LXVII, p. 375 et 378; 4ᵉ série, t. XIII, p. 436; 1864-1868. — TYNDALL, *Philosophical Magazine*, 4ᵉ série, t. XXII, XXIII, XXV, XXVI, XXXII. — BALFOUR STEWART, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 4ᵉ série, t. I, p. 307; 1864.

(²) HOORWEG, *Ann. de Pogg.*, t. CLV, p. 385, et *Journal de Physique*, t. V, p. 22, 97; 1ʳᵉ série, t. VI, p. 153; 1877. — HAGA, Thèse soutenue le 28 juin 1876 à l'Université de Leyde; voir *Journal de Physique*, 1ʳᵉ série, t. VI, p. 21.

(³) ROENTGEN, *Wied. Ann.*, t. XXIII, p. 1 et 259; 1884; *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. III, p. 529.

(⁴) H. HEINE, *Inaugural Dissertation*, Giessen, 1881; *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. I, p. 380.

entre l'échauffement du gaz résultant de l'absorption directe et celui qui serait la conséquence d'un échauffement préalable des parois; car, si l'on supprime l'action de la source calorifique, la loi de variation de la pression dans les deux cas est absolument différente : dans le premier, le gaz, plus froid que la paroi, continue à s'échauffer; dans le second, il se refroidit immédiatement.

Les expériences de M. Röntgen établissent que le pouvoir absorbant de la vapeur d'eau pour les rayons calorifiques est très supérieur à celui de l'hydrogène pur ou de l'air sec et dépouillé d'acide carbonique. L'hydrogène et l'air paraissent parfaitement diathermanes pour la chaleur d'un bec Bunsen, d'une lampe Drummond ou d'un ballon à 182° (aniline en ébullition). Au contraire, l'acide carbonique et la vapeur d'eau exercent une absorption sélective bien marquée : l'acide carbonique absorbe relativement moins bien que la vapeur d'eau la chaleur des deux dernières sources, mais absorbe au moins autant celle du bec Bunsen.

Des expériences de M. Keeler ([1]), faites en laissant passer ou interceptant la chaleur lumineuse d'une même source, paraissent établir que l'absorption de l'acide carbonique s'exerce surtout sur la chaleur obscure.

M. Heine a montré qu'on peut utiliser l'absorption exercée par l'acide carbonique pour l'analyse de mélanges d'air sec et d'acide carbonique, même à la proportion très faible où l'acide carbonique existe d'ordinaire dans l'air. D'autres mélanges binaires, par exemple d'air et de gaz oléfiant, etc., ont pu être analysés d'une manière analogue par M. Mac-Gregor ([2]).

Les gaz et les vapeurs sont surtout opaques pour les radiations qu'ils sont susceptibles d'émettre. M. Tyndall ([3]) avait annoncé que la vapeur d'eau est presque opaque pour la chaleur provenant de l'hydrogène en combustion, et nous voyons, en effet, par les recherches de M. Röntgen, que les radiations

([1]) G.-L. Keeler, *Sillimann's American Journal*, t. XXVIII, p. 190; 1884.

([2]) Mac-Gregor, *Proceedings of the royal Society*, Edinburgh, t. XII, 1883; et *Beiblätter*, t. VIII, p. 303.

([3]) Tyndall, *Proceedings of the royal Society*, 3 mars 1864, et *Ann. de Chim. et de Phys.*, 4e série, t. III, p. 506; 1864.

du bec Bunsen, émises par l'acide carbonique et la vapeur d'eau incandescents, sont absorbées très notablement soit par la vapeur d'eau, soit par l'acide carbonique. Il convient d'ajouter que M. Tyndall avait indiqué la possibilité d'analyser les gaz de la respiration par l'absorption qu'ils exercent sur la flamme de l'oxyde de carbone.

M. Tyndall a encore remarqué que les liquides fortement absorbants donnent, en général, des vapeurs absorbantes. La faculté d'absorber la chaleur serait donc liée aux propriétés de la molécule elle-même plutôt qu'à l'état physique des corps.

ABSORPTION DES RAYONS CHIMIQUES. — MM. Bunsen et Roscoë ont étudié l'absorption des rayons chimiques, mais seulement dans le cas particulier du mélange de chlore et d'hydrogène, obtenu en électrolysant l'acide chlorhydrique de densité 1,148.

La partie essentielle de leur appareil est un tube de verre gradué, horizontal, communiquant par l'une de ses extrémités avec un flacon de verre dit *insolateur*, dans lequel le mélange gazeux est exposé à la lumière, et, par l'autre extrémité, avec une boule remplie d'eau qui pénètre dans le tube lorsque le gaz diminue de volume. L'insolateur contient lui-même de l'eau qui le remplit à moitié, et il est noirci jusqu'au niveau du liquide, afin de protéger celui-ci contre l'action de la lumière. L'observation se fait de la manière suivante : on ferme le robinet par lequel les gaz arrivent dans l'insolateur; on expose ce dernier à l'action d'un faisceau de rayons pendant un temps donné. Il se forme alors une certaine quantité d'acide chlorhydrique, aussitôt absorbée par l'eau de l'insolateur. En même temps, le mélange gazeux éprouve une diminution, que l'on mesure par le volume d'eau qui pénètre dans le tube horizontal gradué. L'action ne se produit pas immédiatement : il faut quelques minutes d'attente, après lesquelles le retrait du gaz devient proportionnel à la durée de l'exposition.

---

(1) Bunsen et Roscoe, *Pogg. Ann.*, t. XCVI, p. 373; t. C, p. 43 et 481; t. CI, p. 235; t. CVIII, p. 193; CXVII, p. 529; *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. LV, p. 352; 1859.

Soient v le volume de l'acide chlorhydrique formé après un temps t, et s la surface antérieure de l'insolateur; $\frac{v}{ts}$ est le volume du gaz qui serait obtenu pendant l'unité de temps sur chaque unité de surface, ou bien l'épaisseur de la couche uniforme d'acide chlorhydrique formé sur toute la surface insolée. Désignons-la par e'.

L'intensité de la radiation incidente étant égale à C, une portion seulement, C', traverse l'insolateur, dont l'épaisseur est égale à h, et l'on a entre C' et C la relation connue (¹)

$$C' = C\alpha^h;$$

la quantité qui est absorbée est

$$C - C' = C(1 - \alpha^h);$$

c'est celle-là qui a déterminé l'action chimique et qui a produit une couche d'acide chlorhydrique d'épaisseur e'.

Ce n'est pas e' qu'il faudrait trouver, c'est l'effet qui serait produit si toute la radiation était absorbée, c'est-à-dire si elle traversait un insolateur d'épaisseur h infinie; dans ce cas, C — C' serait égal à C, e' deviendrait e, et l'on aurait

$$\frac{e}{e'} = \frac{C}{C - C'} = \frac{1}{1 - \alpha^h},$$

$$e = \frac{e'}{1 - \alpha^h}.$$

On trouvera donc l'épaisseur e si l'on a mesuré e' avec un insolateur d'épaisseur h et si l'on a déterminé le coefficient de transmission α de la radiation considérée à travers le mélange à volumes égaux de chlore et d'hydrogène.

MM. Bunsen et Roscoë se sont surtout préoccupés de l'effet total; ils ont fait tomber sur l'insolateur l'ensemble de la radiation solaire, mais en la limitant par un trou très fin percé dans une plaque de cuivre; la section du faisceau ainsi limité n'était que les 0,0001 de la section S. Ils ont mesuré ainsi une

(¹) Voir p. 98**.



épaisseur e', l'ont multipliée par 10000, et, connaissant α, ils ont calculé e, c'est-à-dire l'épaisseur correspondant à l'effet total du Soleil après que ses rayons ont traversé l'atmosphère.

Si l'on a mesuré le coefficient de transmission moyen de la radiation solaire dans l'air, on pourra calculer ce que deviendrait e aux limites de l'atmosphère. On a trouvé $35^m,3$, ce qui s'énonce ainsi : « Si les rayons solaires arrivaient à la terre sans rencontrer d'atmosphère et s'ils étaient intégralement absorbés par le mélange à volumes égaux d'hydrogène et de chlore, ils détermineraient, pendant chaque minute, la formation d'une couche uniforme d'acide chlorhydrique qui aurait une épaisseur égale à $35^m,3$. Elle se réduirait à 15^m pour les rayons qui traverseraient l'atmosphère dans la direction du zénith, à 11^m lorsque le Soleil serait incliné à 45°, etc. »

MM. Bunsen et Roscoë ont ensuite comparé, sous le même point de vue, la lumière solaire avec diverses sources terrestres. Ils ont découvert que la lumière émise par un fil de magnésium brûlant à l'air libre possède un très grand pouvoir photochimique. En effet, l'*éclat chimique* du fil de magnésium incandescent n'est que cent vingt-huit fois moindre que celui du Soleil avant l'entrée des rayons dans notre atmosphère. Ce magnésium, en brûlant, produit autant d'effet chimique que le Soleil élevé d'environ 10°, en supposant, bien entendu, que les deux sources offrent la même surface apparente, ce qui aurait lieu, par exemple, si un disque de magnésium de $0^m,1$ de diamètre était placé à $10^m,7$ de distance. L'éclat optique du fil de magnésium a été trouvé cinq cent vingt-cinq fois plus faible que celui du Soleil, élevé de 22°,40. A la même élévation, le rapport des éclats chimiques eût été égal à $\frac{1}{15}$. La lumière du magnésium conviendra donc éminemment aux usages photographiques.

SPECTRES D'ABSORPTION DES GAZ ET DES VAPEURS. — En faisant passer à travers un prisme et une lentille les rayons solaires tamisés à travers une couche épaisse de vapeur d'acide hypoazotique, Brewster [1] trouva un spectre interrompu par de

(1) Brewster, *Pogg. Ann.*, t. XXVIII; 1832.

larges bandes obscures à peu près équidistantes. Daniell et Miller [1] firent des observations analogues en prenant comme source de lumière une lampe à gaz et découvrirent les spectres d'absorption des vapeurs de brome et d'iode, et de la vapeur d'oxychlorure de chrome. Plus tard, une étude plus approfondie des spectres d'absorption des gaz colorés fut réalisée par M. W.-A. Miller [2] et montra en particulier que le nombre et l'intensité des lignes observées croissent avec l'épaisseur et la densité de la couche gazeuse traversée.

Le spectre d'absorption de la vapeur d'iode est particulièrement remarquable. Il se compose d'un grand nombre de bandes nettement tranchées du côté le plus réfrangible et régulièrement dégradées du côté opposé; pour de la vapeur d'iode à 100° (densité 0,157), ces bandes, étudiées par M. Morghen [3], sont au nombre de 96; elles commencent un peu au delà de la raie B ($\lambda = 6799,4$) et sont de plus en plus nombreuses et intenses jusque vers le milieu de l'intervalle des raies *b* et *c* ($\lambda = 5038,6$) où elles cessent brusquement.

Le spectre de la vapeur de brome est analogue. Quant au chlore, son spectre d'absorption, découvert par Morren [4], est beaucoup moins net; il est entièrement compris entre 1800 et 2110 de l'échelle de Kirchhoff [5] vers les raies *c* et F.

Les bandes de l'acide hypoazotique sont incomparablement plus nombreuses et plus fines que celles de l'iode. Brewster évaluait leur nombre à 2000.

MM. Chappuis et Hautefeuille ayant observé que l'ozone est bleu par transparence, M. Chappuis [6] a eu l'idée d'étudier le spectre d'absorption de l'ozone en employant un tube de $4^m,50$ de long, plein d'oxygène ozonisé, préparé à la température de 15° et sous la pression atmosphérique. Le Tableau

---

(1) Miller, *Pogg. Ann.*, t. XXVIII, XXXII; 1832-33.

(2) W.-A. Miller, *Pogg. Ann.*, t. LXIX; 1846.

(3) Morghen, *Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani*, t. XIII; 1884.

(4) Morren, *Comptes rendus*, t. LXXXVIII, p. 376; 1879.

(5) *Voir* p. 67**, 68**.

(6) Chappuis, *Comptes rendus*, t. XCI, p. 985 (1880); *Journal de Physique*, 2e série, t. I, p. 494.

suivant donne les limites de longueur d'onde entre lesquelles se trouvent comprises les bandes observées par M. Chappuis.

Spectre d'absorption de l'ozone.

Numéros.	λ.	
1	6285	»
2	6095	5935
3	5770	5600
4	5470	5445
5	5350	5270
6	5085	5020
7	4925	4910
8	4845	4790
9	4700	4685
10	4645	4600
11	4400	»

En cherchant à ozoniser un mélange d'azote et d'oxygène, MM. Chappuis et Hautefeuille (1) ont observé de nouvelles bandes d'absorption, et ils ont établi que ces bandes sont produites par un composé d'oxygène et d'azote, l'acide *pernitrique*, demeuré inconnu jusque-là.

Spectre d'absorption de l'acide pernitrique.

Numéros.	λ.	
1	6680	6650
2	6390	»
3	6320	6280
4	6280	6250
5	6170	»
6	6060	»
7	5980	»
8	5885	5900

Les vapeurs métalliques présentent aussi de remarquables

(1) Chappuis et Hautefeuille, *Comptes rendus*, t. XCII, p. 80, 1881; *Journal de Physique*, 2e série, t. I, p. 498.

spectres d'absorption. MM. Roscoë et Schuster ([1]) ont étudié la vapeur du potassium dont la couleur verte était connue depuis longtemps. Ils placent des fragments secs et bien nets de ce métal dans des tubes de verre remplis d'hydrogène, qu'ils échauffent ensuite progressivement, et examinent le spectre de la lumière de Drummond tamisée à travers le tube. Ils ont obtenu un spectre d'absorption compliqué, formé de bandes analogues à celles du spectre de l'iode. La vapeur de sodium, qui, vue en couches minces, paraît presque incolore, présente elle-même un spectre d'absorption et contient, outre une bande remarquable dans le vert, comprenant la raie D du spectre solaire, diverses autres bandes d'absorption dans le rouge et le bleu.

Enfin, MM. J. Norman Lockyer et Chandler Roberts ([2]) ont découvert les spectres d'absorption d'un grand nombre de vapeurs métalliques, argent, cuivre, aluminium, zinc, cadmium, manganèse, cobalt, nickel, fer, chrome, étain, antimoine, bismuth, plomb, thallium, or, palladium, sélénium. Ces métaux, introduits dans la courbure d'un tube en U creusé dans un bloc de chaux, sont chauffés par la flamme d'un chalumeau à gaz oxygène et hydrogène pénétrant dans l'une des branches. L'autre branche du tube vient déboucher dans un tube horizontal T creusé dans le même bloc et fermé aux deux extrémités par des lames de verre. Tout le système est chauffé dans un fourneau au charbon. Sur le prolongement de l'axe du tube T et de part et d'autre, se trouvent une lampe électrique et un spectroscope dans lequel on aperçoit les bandes d'absorption du métal volatilisé dans un courant d'hydrogène.

RAIES TELLURIQUES. — Il n'a été question dans ce qui précède que de gaz ou de vapeurs colorées; mais, de même que l'eau, incolore en apparence, présente cependant une couleur

---

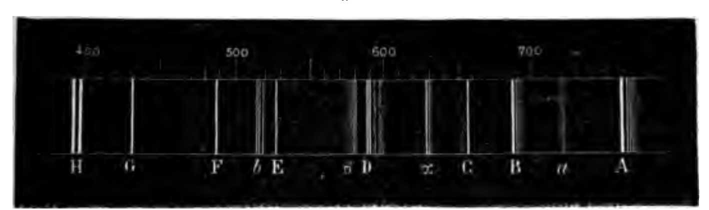
([1]) Roscoe et Schuster, *Proceedings of the royal Society*, t. XXII, p. 362, et *Journal de Physique*, 1re série, t. III, p. 344; 1874.

([2]) N. Lockyer et Ch. Roberts, *ibid.*, t. XXXIII, p. 844 (1875), et *Journal de Physique*, 1re série, t. IV, p. 344.



marquée et un spectre d'absorption défini quand on l'observe sous une épaisseur suffisante, de même il est vraisemblable que la plupart des gaz réputés incolores auraient une coloration si on les observait sous une épaisseur différente, comparable, par exemple, à celle de l'atmosphère terrestre. En ce cas, les rayons émanés d'une source extra-terrestre, comme le Soleil, fourniront, en traversant notre atmosphère, un spectre sillonné de raies ou de bandes d'absorption; et comme l'épaisseur de la couche d'air traversée varie avec le lieu, l'heure et la saison, ces raies auront pour caractère essentiel de changer d'intensité avec la hauteur du Soleil et avec l'état de l'atmosphère. C'est en effet ce qu'on a observé depuis fort longtemps. Brewster (¹) avait déjà remarqué au moment du lever et du coucher du Soleil, dans la partie la moins réfrangible du spectre, des bandes sombres et larges, résolues depuis par M. Janssen (²) en une multitude de raies brillantes, dont la *fig.* 36 représente, d'après M. Cornu, la disposition générale dans le spectre solaire normal.

Fig. 36.



A l'extrême rouge, la raie A de Fraunhofer est d'origine atmosphérique; il en est de même du groupe *a* et de la raie B; plus loin, entre C et D, se trouvent d'abord un groupe moins intense, nommé α par Ångström, puis une série remarquable de raies voisines de D et enfin une dernière bande δ.

Toutes ces raies sont faibles quand le Soleil est élevé sur l'horizon; elles s'accentuent et s'élargissent sans changer de

(¹) Brewster, *Transactions philosophiques d'Édimbourg*; 1833.

(²) Janssen, *Ann. de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XXIII, p. 274, et t. XXIV, p. 215; 1871.

place quand il baisse et que la couche atmosphérique traversée par les rayons augmente d'épaisseur. Par contre, elles s'éteignent presque complètement au sommet des montagnes.

Enfin M. Janssen a constaté directement la présence de la plupart de ces raies dans la lumière émanée de sources terrestres, et ayant traversé une épaisseur atmosphérique considérable.

Ces observations viennent heureusement confirmer l'explication que Brewster avait donnée des raies atmosphériques au moment même où il les a découvertes.

Mais il nous reste un autre problème à élucider : à quels éléments de l'atmosphère convient-il d'attribuer telle ou telle raie tellurique? Et d'abord comment reconnaître avec certitude si une raie du spectre solaire appartient ou non à cette catégorie? Nous avons dit que les raies telluriques changent d'éclat avec la hauteur du Soleil; pour les plus importantes d'entre elles, ces changements sont si évidents qu'on ne peut se méprendre sur leur origine; mais, pour des raies très faibles, il est parfois nécessaire de faire de véritables comparaisons photométriques entre des raies voisines, d'origine différente, ce qui rend les observations longues et pénibles ([1]). Heureusement M. Cornu a découvert un procédé beaucoup plus certain et en tout cas plus expéditif, fondé sur le changement de réfrangibilité des raies d'origine solaire, qui résulte du mouvement propre de la source lumineuse et ne peut, par conséquent, appartenir aux raies telluriques ([2]). Ce procédé consiste à promener sur la fente d'un spectroscope une très petite image du spectre solaire produite par un objectif animé d'un rapide mouvement oscillatoire : les raies telluriques restent immobiles dans le spectre, tandis que les raies solaires oscillent suivant que le mouvement de l'objectif amène sur la fente l'image de régions du Soleil qui s'éloignent ou se rapprochent de nous. Cet ingénieux procédé a été appliqué par

---

([1]) Cornu, *Journal de l'École Polytechnique*, LIIIe Cahier, 1883, et *Journal de Physique*, 2e série, t. II, p. 58; 1883.

([2]) Cornu, *Journal de Physique*, 2e série, t. III, p. 109; 1884. (*Voir*, pour la théorie de ce déplacement, le Chapitre spécial sur l'*Entraînement de l'éther lumineux*.)

M. Cornu à l'étude de l'un des plus importants des groupes telluriques, le groupe α, dans lequel les raies solaires mêlées aux raies atmosphériques ne se distinguent de ces dernières ni par leur éclat, ni par leur netteté.

Certains groupes telluriques, A et B par exemple, ne changent pas d'aspect avec le degré d'humidité de l'atmosphère; on les observe avec toute leur intensité pendant l'hiver et aux plus hautes latitudes : l'élément atmosphérique auquel elles sont dues ne saurait donc être la vapeur d'eau.

Le groupe *a* présente le caractère inverse : Ångström ([1]) a observé sa disparition à peu près complète pendant les hivers de la Suède, et M. Egoroff ([2]) est parvenu, par des expériences directes, à établir que c'est bien à la vapeur d'eau qu'il faut en attribuer la production. A cet effet, il observait le spectre de la lumière électrique, tamisée par une couche de vapeur d'eau de 18^m d'épaisseur, dont on pouvait à volonté faire varier la pression. Même au-dessous de 1^{atm} le groupe *a* se produisait de la façon la plus nette; de 2^{atm} à 6^{atm} apparurent successivement les groupes de raies voisins de C et D. Ces divers groupes appartiennent donc bien à la vapeur d'eau.

Par un procédé analogue, M. Egoroff([3]) a démontré que les groupes A et B appartiennent à l'air sec et aussi à l'oxygène employé seul. Une colonne d'oxygène de 20^m de long, placée sur le trajet du faisceau lumineux émané d'une lampe Drummond, produit assez nettement la raie A dès la pression de 1^{atm}. A la pression de 6^{atm}, au groupe A très développé vient s'ajouter le groupe B; ce dernier se renforce ensuite de plus en plus, à mesure que la pression augmente davantage.

En ce qui concerne le groupe α, M. Cornu lui assigne une origine mixte. Certaines des raies de ce groupe, variables avec l'humidité atmosphérique, appartiennent bien certainement à la vapeur d'eau; les autres présentent une disposition particulière qu'on retrouve dans les goupes A et B ([4]); elles sont

---

([1]) Ångström, *Recherches sur le spectre solaire*, p. 39; 1869.

([2]) Egoroff, *Comptes rendus*, t. XCIII, p. 385; 1881.

([3]) Egoroff, *Comptes rendus*, t. XCVII, p. 555; 1883.

([4]) *Voir* à ce sujet : *Monographie du groupe* B, par M. Thollon, *Journal de Physique*, 2e série, t. III, p. 421; 1884.

réunies par couples ou doublets dont l'espacement augmente d'une manière régulière, en même temps que leur intensité diminue, de la partie la plus réfrangible à la moins réfrangible du groupe. Il est donc naturel d'attribuer ces raies au même élément qui produit A et B, c'est-à-dire à l'oxygène. La *fig.* 37 montre, d'après M. Cornu, la disposition des raies telluriques des deux espèces et des raies solaires dans le groupe α.



Fig. 37.

Aucun groupe de raies du spectre visible n'a pu être attribué jusqu'ici avec quelque certitude, soit à l'azote, soit à l'acide carbonique ou à l'ozone atmosphériques. Mais il est très vraisemblable que plusieurs des bandes froides du spectre infra-rouge appartiennent, soit à la vapeur d'eau, soit à l'acide carbonique dont nous avons constaté le pouvoir absorbant pour la chaleur obscure.

ABSORPTION ATMOSPHÉRIQUE AUX LIMITES DU SPECTRE. — On s'est demandé si la limitation du spectre solaire vers l'infra-rouge et l'ultra-violet extrêmes ne tiendrait pas plutôt à l'absorption atmosphérique qu'à l'absence des radiations correspondantes dans la lumière émanée du Soleil, telle qu'elle parvient aux limites de notre atmosphère.

En ce qui concerne les radiations infra-rouges, les recherches

de M. Langley ne fournissent pas de réponse précise à cette question. Des observations comparées faites soit à l'observatoire d'Allegheny, avec différentes hauteurs solaires, soit au mont Whitney, démontrent seulement que l'absorption atmosphérique diminue quand la longueur d'onde augmente. Il résulte de là que le maximum de chaleur dans le spectre, tel qu'on l'observerait aux limites de l'atmosphère, doit correspondre à une longueur d'onde moindre qu'à la surface du sol. Toutefois, malgré la faiblesse relative du coefficient d'absorption des éléments de l'air pour les rayons de très grandes longueurs d'onde, il est bien vraisemblable que les radiations les moins réfrangibles du spectre solaire, sans doute déjà fort peu intenses aux limites de l'atmosphère, arrivent à nous trop affaiblis pour agir sur le bolomètre; on doit donc admettre que le spectre solaire s'étend au delà de la longueur d'onde 27000, que M. Langley n'a pu dépasser qu'à l'aide de sources terrestres.

Quant au spectre ultra-violet, M. Cornu (1) a démontré directement que l'atmosphère exerce une absorption considérable sur les radiations les plus réfrangibles du spectre de l'aluminium. Un tube de 4^m de longueur, fermé à ses deux extrémités par des lames de spath fluor, a été intercalé entre le collimateur et le prisme d'un spectroscope dont les objectifs et les prismes sont en quartz. Lorsque le tube est plein d'air, on ne voit aucune trace de la raie 32; mais, si l'on fait progressivement le vide, la raie 31 augmente en intensité, la raie 32 apparaît et finalement surpasse en éclat 31; l'air saturé d'humidité se comporte exactement comme l'air sec. L'absorption énergique que nous venons de constater appartient donc à l'un des éléments de l'air sec; la vapeur d'eau, comme l'eau liquide, serait parfaitement transparente pour les radiations ultra-violettes.

M. Cornu a, d'ailleurs, établi que la limite ultra-violette du spectre solaire recule très lentement à mesure que la couche d'air traversée diminue, d'après la formule

$$\log \sin h = m\left(\lambda + \frac{z}{q}\right) + n, \qquad (1)$$

(1) Cornu, *Sur l'absorption atmosphérique des radiations ultra-violettes* (*Journal de Physique*, 1re série, t. X, p. 5; 1881).

dans laquelle h représente la hauteur du Soleil à l'horizon, z l'altitude, λ la longueur d'onde limite; m, n et q sont trois constantes. Cette formule s'interprète comme l'a montré M. Cornu, en admettant que la matière absorbante, à laquelle est due la limitation du spectre, est contenue dans notre atmosphère en quantité proportionnelle à la pression, ce qui écarte encore une fois l'hypothèse où cette matière absorbante serait la vapeur d'eau.

Au reste, l'étendue dont augmenterait le spectre solaire aux plus grandes altitudes qu'il soit pratiquement possible d'atteindre serait certainement très faible : c'est ce qui résulte de la valeur de la constante q de la formule (1) (860^{m} environ pour une variation de λ de 1 millionième de millimètre) déterminée par les expériences de M. Cornu, à Viège (altitude 660^{m}), au Righi (1650^{m}) et au Riffelberg (2570^{m}).

CHAPITRE VII.

ABSORPTION PAR LES CORPS OPAQUES. — DIFFUSION. MÉLANGE DES COULEURS.

ABSORPTION.

PROBLÈME GÉNÉRAL DE L'ABSORPTION ET DE L'ÉMISSION. — Quand un faisceau complexe, tel que celui des radiations solaires, tombe sur un corps, une partie s'y réfléchit, une autre s'y diffuse, une troisième le traverse s'il est transparent, et, en faisant la somme des quantités de chacune des radiations réfléchie, diffusée et transmise, on trouve, en général, qu'elle est moindre que la quantité de chaleur incidente. Une fraction de celle-ci a conséquemment disparu dans le corps qui l'a reçue : on dit qu'elle est *absorbée*.

En même temps que cette absorption se produit, des phénomènes concomitants apparaissent. Le plus habituellement, la substance s'échauffe lentement et de proche en proche. Il est évident que cet échauffement est l'effet de cette absorption.

C'est là un phénomène remarquable et sur lequel il convient d'insister. Tant qu'une radiation simple ne fait que se réflé-

ser ou se transmettre, elle ne modifie pas l'état
lle fournit plusieurs faisceaux de directions et
lifférentes, mais de réfrangibilité identique. La
t absorbée, au contraire, a subi dans son mode
ne transformation complète, mais dont le méca-
nous est inconnu. Nous voyons seulement que
rbant se dilate, fond ou se vaporise, en emmaga-
e vive des radiations absorbées.
l s'est échauffé et par un phénomène inverse, le
ant à son tour émet des radiations dans l'espace.
apport connu entre la qualité des radiations
é orbées. Si le faisceau reçu était lumineux, le
ntient le plus souvent que des radiations ob-
te circonstance est aussi peu expliquée que les
l résulte de là qu'on ne peut rationnellement
c radiations absorbées et émises, puisque toutes
deu aussi différentes entre elles que la lumière rouge
est différente de la lumière verte, par exemple.

Dans l'ignorance manifeste où nous sommes des conditions essentielles de ces phénomènes, nous n'avons d'autres ressources que de rechercher des relations empiriques; c'est ce que nous allons faire, en exposant les expériences exécutées sur ce sujet, sans leur donner aucune autre valeur que celle qu'il faut attribuer à des faits disjoints.

ABSORPTION PAR LES CORPS OPAQUES. — ÉNERGIE DES RADIATIONS ABSORBÉES. — Peu de corps sont parfaitement opaques sous de faibles épaisseurs; mais, dès que l'épaisseur limite, à partir de laquelle toute radiation est interceptée, est suffisamment petite, l'étude de l'absorption ne peut plus être pratiquement réalisée par les procédés mis en œuvre dans le Chapitre précédent; aussi nos connaissances, à cet égard, sont-elles des plus bornées. On n'a guère réussi à étudier l'absorption propre exercée par un corps sur les radiations de chaque espèce, et l'on s'est borné à considérer en bloc le rapport de l'énergie calorifique totale absorbée à l'énergie calorifique incidente.

Sous ce point de vue, on nomme *pouvoir absorbant* d'une

substance le rapport de la chaleur totale qu'elle absorbe à la chaleur qu'elle reçoit.

Soit Q la quantité de chaleur reçue dans l'unité de temps et sous une incidence quelconque i par une surface opaque. Cette surface, plus ou moins mate, plus ou moins polie, réfléchit spéculairement une proportion Qr de cette chaleur qui, comme cas particulier, pourra être très faible, ou nulle. Une autre portion est renvoyée dans toutes les directions possibles : c'est là un phénomène nouveau, celui de la *diffusion*, que nous étudierons spécialement dans la suite de ce Chapitre. Soit Qd la quantité de chaleur ainsi dispersée dans le milieu ambiant pendant l'unité de temps. Soit enfin Qa la quantité de chaleur absorbée. Puisqu'il n'y a, par hypothèse, d'autres phénomènes que la réflexion, la diffusion et l'absorption, on a évidemment

$$Q = Q(r + d + a),$$
$$a = 1 - r - d.$$

1° Si le corps possède un poli spéculaire parfait, l'expérience montre que la diffusion est tout à fait négligeable. On a donc

$$a = 1 - r.$$

Alors le pouvoir absorbant est complémentaire de la proportion de chaleur réfléchie.

2° Si, au contraire, la surface considérée est parfaitement mate, elle ne réfléchit pas régulièrement, et, r étant nul,

$$a = 1 - d.$$

Dans ce cas, le pouvoir absorbant est complémentaire de la proportion de chaleur diffusée dans tous les sens.

3° Enfin, quand la substance sera imparfaitement polie, on aura généralement

$$a = 1 - r - d.$$

On trouvera donc le pouvoir absorbant a quand on connaîtra les proportions réfléchies et diffusées r et d.

ntité *a* de chaleur absorbée étant variable avec les rayons, nous allons chercher quelle est sa va- s l'incidence normale, 2° sous une incidence quel- ° quand le corps considéré reçoit des rayons de irections à la fois.

BSORBANT. — 1. *Sous l'incidence normale.* — ovostaye et Desains ayant déterminé la quantité *r* éfléchie par les métaux polis sous l'incidence nor- n a calculé dans le Tableau suivant la valeur de nte le pouvoir absorbant.

	CHALEUR ABSORBÉE.				
	SOLAIRE.	LAMPE d'Argant.	LAMPE de Locatelli.	ALCOOL salé.	OBSCURE à 400°.
Acier	0,40	0,34	0,175	0,15	//
Métal des miroirs	0,34	0,30	0,145	//	//
Platine	0,39	0,30	0,17	0,14	0,105
Zinc	//	0,32	0,19	//	//
Étain	//	0,32	0,15	//	//
Laiton	//	0,16	0,07	0,06	0,055
Or	0,13	//	0,045	//	0,045
Plaqué	0,08	0,035	0,045	//	//

On voit par ces résultats que, les métaux réfléchissant en proportions inégales les rayons provenant de diverses sources, *leurs pouvoirs absorbants sous l'incidence normale sont différents pour les diverses chaleurs simples.*

2° Au contraire, le verre noir et toutes les substances opaques qui ne sont point métalliques réfléchissent et, par suite, absorbent en proportions sensiblement égales ces diverses radiations. On peut calculer, au moyen de la formule de Fresnel (2), la quantité de chaleur réfléchie par ces substances et, par suite, leurs pouvoirs absorbants.

---

(1) De la Provostaye et Desains, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. XXII, p. 348 et suiv.; 1848.

(2) *Voir*, dans l'*Optique physique*, la Théorie de la réflexion.

3° Nous montrerons bientôt comment on a pu mesurer la quantité totale *d* de chaleur diffusée par quelques substances non polies, quand elles reçoivent normalement le faisceau solaire. $1-d$ représente la somme des proportions qu'elles absorbent de toutes les radiations simples contenues dans le faisceau solaire.

Chaleur absorbée.

Céruse	0,18
Argent en poudre	0,24
Chromate de plomb	0,34
Cinabre	0,52

Si l'on étudiait individuellement chaque radiation simple, on trouverait que le pouvoir absorbant de ces substances varie, comme pour les métaux, d'une chaleur à une autre. Par exemple, Melloni a trouvé que la céruse diffuse en très grande proportion les rayons solaires, en quantités décroissantes ceux des sources dont la température diminue, et qu'elle se conduit comme le noir de fumée avec la chaleur provenant de l'eau bouillante. Il en résulte nécessairement que le pouvoir absorbant de la céruse est faible pour les radiations lumineuses, qu'il augmente quand la température des sources décroît, et qu'il devient égal à celui du noir de fumée pour la chaleur de l'eau bouillante.

Melloni a confirmé cette conclusion par une expérience plus directe. Il couvrit de blanc de céruse une des faces de la pile thermo-électrique et laissa sur l'autre le noir de fumée dont elle est habituellement garnie ; puis il exposa la face noire de cette pile à diverses sources, qu'il plaçait à des distances telles que leur effet fût le même. Mais, en retournant l'instrument de manière à recevoir les radiations sur la céruse, l'effet fut très inégal. La pile s'échauffait à peine par l'effet d'un faisceau solaire filtré à travers l'alun ; elle éprouvait une action de plus en plus vive avec des sources à température de plus en plus basse, et le cube plein d'eau bouillante produisait autant d'effet sur la céruse que sur le noir de fumée.

Enfin des expériences de M. Knoblauch ont démontré que la composition d'un flux calorifique mixte est altérée d'une

manière très diverse quand il a été diffusé par une surface. Tous ces résultats prouvent donc que le pouvoir absorbant d'une substance sous l'incidence normale dépend de la nature des radiations qu'elle reçoit.

Il résulte de là que, si dans les expériences sur la chaleur rayonnante on peignait avec de la céruse les faces d'une pile de Melloni, elles absorberaient une fraction variable des diverses radiations incidentes, et l'effet galvanométrique ne serait pas proportionnel à l'intensité de ces radiations. Il faut évidemment couvrir les soudures avec une substance qui absorbe les chaleurs ou totalement ou également. Or il n'existe point de corps qui ait la propriété d'absorber en totalité les radiations qui tombent sur sa surface, pas même le noir de fumée; mais cette substance satisfait entièrement à la condition d'absorber également toutes les espèces de chaleur, car, d'après Melloni, elle les diffuse en proportion identique : c'est donc avec du noir de fumée qu'il faut garnir les soudures d'une pile.

2. *Sous une incidence oblique.* — 1° Quand il s'agit d'une substance spéculairement polie, le pouvoir absorbant sous une incidence quelconque i est toujours donné par la relation

$$a = 1 - r.$$

Or on sait qu'en général la quantité de chaleur réfléchie r augmente depuis l'incidence normale, où elle est minimum, jusqu'à l'incidence rasante, où elle est égale à l'unité. Le pouvoir absorbant diminuera donc progressivement à mesure que les rayons tomberont plus obliquement sur la surface et sera nul pour l'incidence de 90°. De plus, on pourra calculer r par les formules qui seront démontrées ultérieurement ([1]) et, par suite, on aura la valeur du pouvoir absorbant sous une incidence quelconque. Cette valeur changera en général avec la nature des radiations et particulièrement pour les métaux.

2° Pour les substances parfaitement mates, $a = 1 - d$. Il est certain que la proportion totale de chaleur diffusée augmente

([1]) *Voir*, dans l'*Optique physique*, la Théorie de la réflexion.



et, par conséquent, que le pouvoir absorbant diminue quand l'incidence augmente. Mais on ne connaît pas la loi générale qui exprime la valeur de d, et par suite on ne sait rien *a priori* de celle que suit le pouvoir absorbant.

8. ***Pouvoir absorbant total.*** — Quand un corps est placé dans une enceinte qui lui envoie de la chaleur, chaque élément ds de sa surface reçoit de chaque direction un faisceau égal à $Q ds \cos i$ et en absorbe $Q ds \cos i (1 - r - d)$. Par suite, il reçoit $\Sigma Q ds \cos i$ de tous les points de l'enceinte ; il absorbe $\Sigma Q ds \cos i (1 - r - d)$, et le pouvoir absorbant total, que nous représenterons par A, sera

$$A = \frac{\Sigma Q ds \cos i (1 - r - d)}{\Sigma Q ds \cos i}.$$

Il différera, en général, du pouvoir absorbant sous l'incidence normale, et ne pourra être calculé *a priori*.

COMPARAISON DES POUVOIRS ABSORBANTS. — Au lieu de chercher quelle est la proportion du faisceau incident qui disparaît par absorption, on peut aussi, par des expériences directes, comparer les pouvoirs absorbants des divers corps à celui du noir de fumée pris pour unité.

Leslie dirigeait sur un miroir concave le rayonnement provenant d'un cube plein d'eau bouillante, et il plaçait au foyer conjugué la boule focale de son thermomètre, qu'il recouvrait successivement d'abord de noir de fumée, ensuite de la substance qu'il voulait étudier. La boule s'échauffait et arrivait, dans les deux cas, à des excès de température finale t_1 et t. Leslie admit que les pouvoirs absorbants A_1 et A sont proportionnels à t_1 et à t :

$$\frac{A}{A_1} = \frac{t}{t_1}.$$

Ce procédé n'est point exact et, pour s'en convaincre, il suffit d'analyser ce qui se passe dans cette expérience. La boule du thermomètre, couverte du corps à essayer, reçoit une quantité de chaleur Q, en absorbe une fraction QA et rayonne à son tour dans l'espace. Quand l'état stationnaire est atteint,

yonnée est égale à l'énergie absorbée. Or l'énergie rayonnée par le thermomètre est proportionnelle à té caractéristique de sa nature, que nous appelle- *ouvoir émissif total* E, et à l'excès de sa tempé- lle peut s'exprimer par SEt, et l'on a

$$QA = SEt.$$

r de fumée,

$$QA_1 = SE_1 t_1$$

et

$$\frac{A}{A_1} = \frac{Et}{E_1 t_1}.$$

On voit que le rapport des pouvoirs absorbants n'est pas égal à celui des excès t et t_1, parce que le pouvoir émissif de la boule change en même temps que les corps dont on la recouvre.

Après Leslie, Melloni [1] essaya de comparer sous l'incidence normale les pouvoirs absorbants des corps à celui du noir de fumée. Le procédé qu'il a suivi n'est pas meilleur. Il interposait entre la pile et une source constante des lames de cuivre mince, dont la face antérieure était couverte de la substance qu'on voulait étudier; elle absorbait les rayons incidents, la lame s'échauffait, arrivait à une température stationnaire et, par son côté postérieur qui était noirci, rayonnait vers la pile. A ce moment la chaleur absorbée et la chaleur perdue étaient équivalentes. La première est égale à Qa; la deuxième se compose de deux parties : l'une SEt perdue dans toutes les directions par la face antérieure, l'autre $SE_1 t$ par la face postérieure. On a l'équation

$$Qa = S(E + E_1)t.$$

Si l'on opère ensuite avec une lame couverte de noir de fumée sur ses deux faces, a se change en a_1, E en E_1, et l'on trouve

$$Qa_1 = 2SE_1 t_1$$

(1) MELLONI, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 2e série, t. LXXV, p. 337 et suiv.

et, en prenant les rapports,

$$\frac{t}{t_1} = \frac{a}{a_1} \frac{2E_1}{E + E_1}.$$

On voit que le rapport des excès t et t_1, qui est celui des déviations galvanométriques, n'est pas égal au rapport des pouvoirs absorbants a et a_1, mais que néanmoins il augmente avec $\frac{a}{a_1}$. On a calculé sa valeur dans le Tableau qui suit :

Pouvoirs absorbants.

SUBSTANCES.	LAMPE d'Argant.	LAMPE de Locatelli.	PLATINE incandescent	CUIVRE à 400°.	CUIVRE à 100°.
Noir de fumée...	100	100	100	100	100
Encre de Chine..	100	96	95	87	85
Céruse.........	24	53	56	89	150
Colle de poisson.	45	52	54	64	91
Gomme laque...	30	43	47	70	72
Métal..........	17	14	13,5	13	13

Mais, si cette méthode est défectueuse quand il s'agit de comparer les pouvoirs absorbants des diverses substances à celui du noir de fumée, elle est parfaitement exacte si l'on veut trouver les rapports des pouvoirs absorbants d'une même substance exposée successivement à des sources différentes.

En effet, si la nature du faisceau incident change, le pouvoir absorbant du noir de fumée reste constant et égal à a_1 ; mais celui d'un autre corps quelconque prend des valeurs différentes a, a', a''. La composition du flux calorifique rayonné ne change pas sensiblement avec les excès t, t', t'' de température finale, et les pouvoirs émissifs E et E_1 restent très sensiblement les mêmes.

On aura donc, en comparant une substance au noir de fumée, avec une première source,

$$\frac{t}{t_1} = \frac{a}{a_1} \frac{2E_1}{E + E_1}$$

et, avec une deuxième source,

$$\frac{t'}{t'_1} = \frac{a'}{a_1} \frac{2 E_1}{E + E_1},$$

d'où il suit que les valeurs du rapport $\frac{t}{t_1}$, $\frac{t'}{t'_1}$, ..., qui se trouvent dans les mêmes lignes horizontales du Tableau précédent, sont entre elles comme les pouvoirs absorbants a, a', ... de chaque substance pour les diverses sources employées.

De la Provostaye et Desains (¹) ont suivi une méthode qui n'est point sujette à ces objections. Supposons qu'on fasse arriver un faisceau calorifique sur un thermomètre couvert de la substance à essayer et que la quantité totale de chaleur reçue pendant l'unité de temps soit Q ; celle qui est absorbée pourra se représenter par QA, en désignant par A le pouvoir absorbant total de la surface. Ce thermomètre prendra un excès de température t, une vitesse de refroidissement v et perdra PCv pendant l'unité de temps. On aura donc

$$QA = PCv.$$

On pourra, par des expériences préliminaires, mesurer la loi du décroissement des températures de cet instrument ; elle sera sensiblement donnée par la loi de Newton $t = t_0 e^{-kx}$, et l'on se servira de cette formule pour trouver la vitesse v correspondant à l'excès de température t.

En couvrant ensuite l'instrument avec du noir de fumée, il prendra dans les mêmes circonstances un excès de température t', une vitesse de refroidissement v', et l'on aura

$$QA_1 = PCv'.$$

On mesurera de la même manière la vitesse v', et l'on trouvera enfin

$$\frac{A}{A_1} = \frac{v}{v'}.$$

(¹) De la Provostaye et Desains, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3ᵉ série, t. XXX, p. 431; 1850.



Pour faire l'expérience, on plaçait le thermomètre dans une caisse fermée dont la température était connue ; sur l'une des faces de cette caisse était enchâssée une lentille de verre, à travers laquelle on faisait arriver soit les faisceaux solaires, soit ceux d'une lampe, et l'on fixait à son foyer le réservoir du thermomètre. Voici les résultats :

	Pouvoir absorbant $\frac{A}{A_1}$.	
	Chaleur solaire.	Chaleur de la lampe d'Argant.
Noir de fumée..........	100,0	100,0
Noir de platine..........	»	100,0
Blanc de céruse.........	9,0	21,0
Cinabre..........	»	28,5
Argent en poudre........	»	21,0
Or en feuilles...........	13,0	4,0
Argent en feuilles.......	7,5	»

VARIATION DES POUVOIRS ABSORBANTS. — L'état des surfaces exerce une grande influence sur la valeur du pouvoir absorbant. Leslie, qui ne connaissait pas la diffusion, admettait que l'absorption est complémentaire de la réflexion, et, comme celle-ci augmentait avec le poli, il croyait que l'absorption diminue toujours en même temps. On ne peut plus raisonner d'une manière aussi absolue. Quand on polit une substance, on voit croître la quantité r de chaleur réfléchie spéculairement, mais la proportion d de chaleur diffusée décroît en même temps : ces deux effets agissent en sens contraire, et l'on ne peut prévoir le signe de l'effet résultant. Suivant Melloni (1), le pouvoir absorbant est indépendant du degré de poli pour le marbre ; il augmente pour un métal poli, quand on le raye (2), tandis qu'il diminue pour une lame d'argent coulée sur un plan de marbre poli, et sur laquelle on fait des stries avec une lime ou un burin.

(1) MELLONI, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 2e série, t. LXX, p. 435.

(2) En partie à cause des réflexions multiples qu'éprouve un même rayon avant de quitter la surface absorbante (CHRISTIANSEN, *Wied. Ann.*, t. XXI, p. 364, 1884 ; *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 528).

Masson et Courteépée (¹) ayant pris des précipités chimiques très différents par leur nature et par leur couleur, et les ayant fixés avec un peu de colle sur des lames métalliques, avaient cru reconnaître que leurs pouvoirs absorbants étaient très sensiblement égaux entre eux et à celui du noir de fumée; mais ce résultat n'est pas confirmé par les recherches de M. Tyndall (²), et par celles, toutes récentes, de M. Godard (³). Toutefois, il demeure démontré que les corps pulvérulents sont ceux qui absorbent le mieux, tandis que les métaux polis absorbent mal.

Leslie avait cru pouvoir énoncer comme loi que les matières blanches absorbent moins qne les noires; mais cela n'est pas vrai, comme on le voit par l'exemple de la céruse et du noir de fumée. Il en tirait comme conséquence qu'il faut toujours se couvrir de vêtements blancs : en été pour être moins échauffé par l'absorption des rayons solaires, en hiver pour être moins refroidi par le rayonnement; mais ces conséquences sont loin d'être admissibles sans restriction.

Supposons, en effet, qu'une lame conductrice assez mince pour qu'on puisse la considérer comme ayant en tous ses points une température égale, reçoive normalement une quantité de chaleur Q pendant l'unité de temps sur l'unité de surface. Soit S l'étendue de cette lame ; elle recevra QS, absorbera QSa, a étant le pouvoir absorbant normal pour l'espèce particulière de rayons qui lui arrivent. Après qu'elle aura atteint un excès final t, elle perdra dans toutes les directions, par ses deux faces dont l'étendue est 2S, une quantité de chaleur $2SEt$, E étant son pouvoir émissif total; on aura

$$QSa = 2SEt, \qquad t = \frac{Q}{2}\frac{a}{E}.$$

E est constant, si t n'est pas très élevé, mais a est variable avec la nature du faisceau incident. Par exemple, si la lame

(¹) MASSON et COURTEÉPÉE, *Comptes rendus*, t. XXV, p. 936 et t. XXVII, p. 532; 1847-48.

(²) TYNDALL, *Philosoph. Magazine*, 4ᵉ série, t. XXXII.

(³) GODARD, Thèse de doctorat; 1887.

est couverte de céruse et qu'elle reçoive de la chaleur solaire, a sera faible et l'échauffement peu considérable; mais, si la chaleur incidente est obscure, le pouvoir absorbant a sera égal à celui du noir de fumée et l'échauffement plus grand. Comme d'ailleurs le pouvoir émissif du noir de fumée et celui de la céruse se trouvent égaux, il en résulte qu'au soleil la céruse s'échauffera moins que le noir, tandis que sous l'action d'une source obscure, elle prendra la même température.

DIFFUSION.

Nous avons annoncé que, quand un faisceau de radiations rencontre une surface mate, il est renvoyé dans toutes les directions à la fois, et qu'on donne le nom de *diffusion* à cette action particulière : c'est à elle que tous les corps dont la transparence ou le poli n'est pas absolu, doivent d'être visibles; et par suite la diffusion ne caractérise pas seulement les surfaces mates; elle appartient plus ou moins à tous les corps solides ou liquides.

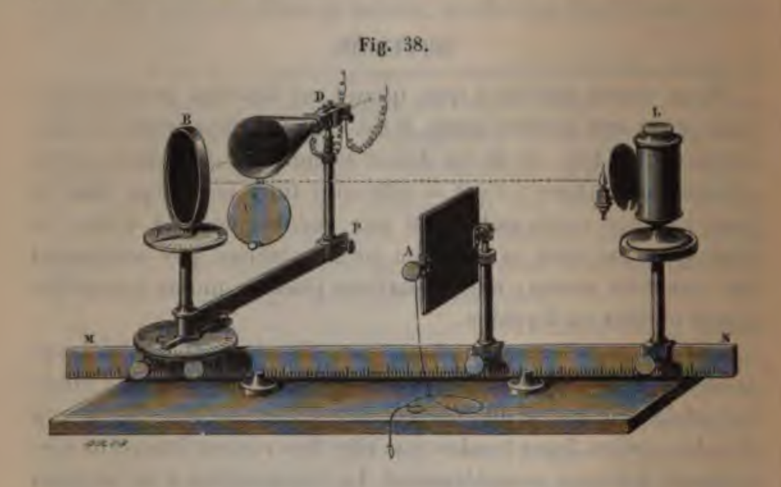
Les rayons de diverses longueurs d'onde sont inégalement traités par la diffusion. Par exemple, si l'on place une étoffe rouge dans le rouge du spectre, elle s'illumine avec beaucoup d'éclat; qu'on fasse tomber sur elle des rayons bleus, ils s'éteignent presque complètement. La composition d'un faisceau complexe diffusé diffère donc essentiellement de celle du faisceau incident. S'il s'agit des radiations lumineuses, les corps diffusants éclairés par la lumière blanche paraîtront plus ou moins colorés; de là les *couleurs* des corps mats; s'il s'agit de rayons obscurs, le même mécanisme doit en général produire une *thermochrose* de la chaleur diffusée. C'est ce que nous aurons bientôt l'occasion de constater.

ÉNERGIE DES RADIATIONS DIFFUSÉES. — Melloni (1) prend une plaque B de nature quelconque, la couvre de blanc de céruse, par exemple, et l'expose sous une incidence quelconque à l'action d'une source calorifique L (*fig.* 38), puis il place la

(1) MELLONI, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 2e série, t. LXXV, p. 39.

pile sur la règle mobile GP et la dirige vers la plaque B. L'effet se manifeste aussitôt; mais, comme il est extrêmement faible, on a soin, pour le mieux constater, d'armer la pile avec un large cône de laiton poli qui recueille une grande quantité de rayons et les concentre sur les soudures; alors le galvanomètre marque plusieurs degrés, et l'on en conclut que la plaque B, qui a reçu le faisceau calorifique, renvoie de la chaleur vers la pile. Cette action se produit dans toutes les directions.

Fig. 38.



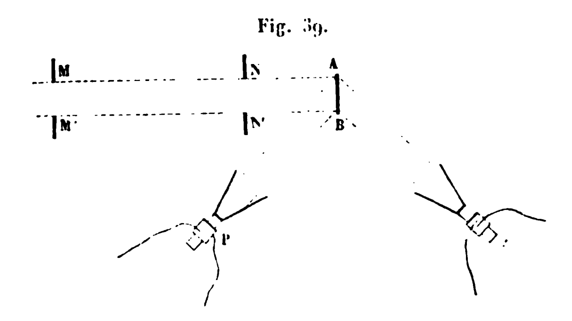
Il n'y a que deux manières possibles d'expliquer cet effet : ou bien il prouve l'existence de la diffusion, ou bien il doit être attribué à l'échauffement de la plaque qui rayonnerait vers l'espace, après l'avoir absorbée, une portion du flux incident. Melloni démontre que la première explication seule est acceptable.

Il remarque d'abord que l'effet est instantané, qu'il est indépendant de l'épaisseur de la plaque et qu'il devient à peu près nul lorsqu'elle est couverte de noir de fumée, c'est-à-dire lorsqu'elle absorbe le plus. Il fait observer en outre que, si la plaque s'échauffait, elle rayonnerait exclusivement de la chaleur obscure; que, si elle diffuse, elle renverra en plus ou moins forte proportion les seuls rayons qu'elle reçoit et conséquemment que la question revient à savoir si, dans l'expé-

rience précédente, un faisceau de chaleur lumineuse est ou non changé en rayons obscurs. Alors Melloni opéra avec le rayonnement solaire dont il éteignit les chaleurs obscures par l'interposition de plusieurs lames de verre; il mesura l'intensité du faisceau renvoyé par B dans une direction déterminée, il vit que, en plaçant ensuite entre la plaque et la pile une nouvelle lame de verre, on diminuait très peu l'effet thermoscopique. Il en conclut que, la chaleur renvoyée n'étant point devenue obscure, elle était due à une véritable diffusion.

Il ne reste plus qu'à chercher si la diffusion de la chaleur varie avec la thermochrose des rayons, comme la diffusion de la lumière change avec la couleur. Melloni prépara une lame de cuivre très mince; il la couvrit de noir de fumée sur ses deux faces, puis il fit tomber normalement sur elle les rayons provenant de diverses sources. Deux effets se produisaient : une portion de la chaleur était diffusée par la face antérieure, une autre partie était absorbée, échauffait la lame et à la longue était rayonnée par les deux faces. En plaçant la pile en P′ (*fig.* 39) vis-à-vis de la partie postérieure, elle rece-

Fig. 39.



vait la chaleur rayonnée par suite de l'échauffement; en la disposant symétriquement en P, elle accusait à la fois la chaleur rayonnée et la chaleur diffusée. Melloni modifia ensuite l'expérience en couvrant de blanc de céruse la face antérieure et de noir de fumée la face opposée. Voici les résultats qu'il obtint :

SOURCES.		MÉTAL à 100 degrés.	PLATINE incandescent.	LAMPE de Locatelli.	LAMPE d'Argant.
Face	postérieure noire..	100	100	100	100
	antérieure noire...	118	117	119	118
Face	postérieure noire..	93	84	69	46
	antérieure blanche.	129	152	181	250

Si nous considérons d'abord le cas où la face antérieure est blanche, nous voyons qu'elle émet beaucoup plus de chaleur que le côté opposé qui est noirci; cela prouve qu'elle diffuse. Le Tableau précédent montre en outre qu'elle diffuse inégalement les diverses chaleurs, et d'autant plus que les sources employées envoient des rayons plus réfrangibles.

D'autres substances, et particulièrement les métaux, ont été étudiées par M. Knoblauch (1). Pour s'assurer si la diffusion était accompagnée de thermochrose, il déterminait d'abord la couleur calorifique de la source, en cherchant dans quelle proportion elle était transmissible par diverses lames diathermanes. Il étudiait ensuite de la même manière la radiation diffusée, et trouvait qu'elle possédait souvent une transmissibilité différente. Le changement de thermochrose ne pouvait d'ailleurs être attribué à une variation de la température du corps diffusant, car M. Knoblauch appliquait la substance à étudier sur l'une des faces d'un cube rempli d'eau froide et maintenu à une température invariable.

Le platine, le fer, l'étain, le zinc, le plomb ont paru à M. Knoblauch dénués de thermochrose, ce qui ne peut être qu'approximativement exact, puisque ces métaux, ayant une couleur, possèdent tout au moins la thermochrose correspondante. L'or, l'argent, le mercure, le cuivre, le laiton diffusent mieux les rayons calorifiques qui ont traversé un verre jaune; ces métaux ont donc une thermochrose plus sensible. Il n'y a pas de corps parfaitement *noir* pour la chaleur. Le

(1) Knoblauch, *Ann. de Pogg.*, t. LXXI, p. 1; t. CI, p. 161; t. CIX, p. 595; *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. LI, p. 503; 1858.

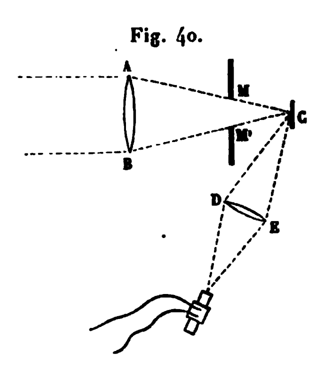


noir de fumée diffuse environ le dixième des rayons émis; conséquemment toute la chaleur qui arrive au noir de fumée n'est pas absorbée, comme les physiciens l'avaient d'abord admis. Mais, quelle que soit la source, c'est-à-dire la thermochrose des rayons incidents, cette diffusion reste identique. On verra bientôt toute l'importance de ce résultat.

LOI DU COSINUS. — EXISTENCE D'UNE ÉPAISSEUR LIMITE. — Il faudrait maintenant chercher les lois numériques de la diffusion. On doit à de la Provostaye et Desains ([1]) quelques résultats que nous allons rapporter.

On couvre de céruse, par exemple, une lame très petite C (*fig.* 40) et l'on dirige normalement sur elle un faisceau concentré par une lentille et limité par un écran MM'. On concentre la chaleur diffusée sur une pile à l'aide d'une lentille de sel gemme DE et l'on trouve que l'effet varie avec l'inclinaison : il est minimum sous la direction normale et augmente progressivement à mesure qu'on incline la pile. En comparant les divers résultats obtenus, on a trouvé qu'ils sont sensiblement proportionnels au cosinus de l'obliquité i et que le rapport de leur intensité à celle I du faisceau direct peut se représenter par $\frac{A \cos i}{I}$; A est une constante que l'on devra déterminer pour chaque substance particulière.

Fig. 40.



D'après de la Provostaye et Desains, cette loi du cosinus de l'obliquité s'applique à la céruse, au chromate de plomb et au cinabre, mais elle ne conviendrait pas à l'argent en poudre.

L'étude de la loi de diffusion a été reprise récemment par

([1]) DE LA PROVOSTAYE et DESAINS, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. XXXIV, p. 192; 1852.

M. K. Angström (¹) et par M. Godard (²). Pour avoir des plaques aussi dénuées que possible de pouvoir réflecteur, M. Godard met en suspension dans l'eau ou dans l'alcool la poudre dont il veut étudier la diffusion, et répand ce liquide sur des plaques de verre bien horizontales : l'eau s'évapore lentement et la poudre demeure à la surface de la plaque en couche régulière et suffisamment adhérente, sans qu'il ait été nécessaire d'ajouter, comme on l'avait fait jusque-là, soit de la colle, soit d'autres substances étrangères à la préparation.

En employant la méthode d'observation de Desains, M. Godard a trouvé que la loi du cosinus ne s'applique, même à la céruse, que si les plaques employées sont suffisamment épaisses. Ainsi, en prenant pour unité le double de la quantité de chaleur diffusée à 45° de la normale, on a trouvé, pour les quantités diffusées dans les divers azimuts, les valeurs consignées dans le Tableau suivant :

OBLIQUITÉ.	COSINUS de l'obliquité.	ÉPAISSEUR DE LA LAME	
		$0^{mm},388$.	$0^{mm},241$.
20°	0,940	0,944	»
25	0,906	0,916	0,860
30	0,866	0,860	0,800
35	0,819	0,800	0,750
40	0,766	0,750	»
45	0,707	0,694	0,720
50	0,640	0,639	0,638
55	0,573	0,550	0,560
60	0,500	0,500	0,500
65	0,422	0,416	0,420
70	0,340	0,333	0,350
75	0,259	0,250	0,250

Tandis que la loi du cosinus s'applique pleinement à la plus

(¹) K. Angström, *Wied. Ann.*, t. XXVI, p. 253 (1885), et *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. V, p. 38 et 286.

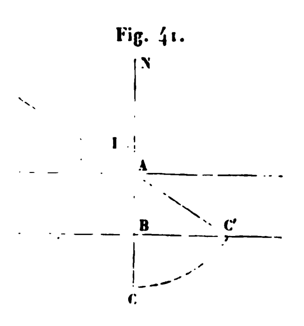
(²) Godard, Thèse de doctorat. Paris, 1887.



épaisse de ces deux plaques, la plus mince n'obéit à cette loi que pour les grandes obliquités : elle s'en écarte très notablement pour les petites. Son épaisseur est inférieure à l'épaisseur limite qui, d'après M. Godard, est nécessaire pour que la loi du cosinus soit rigoureusement applicable.

Si l'on admet que la chaleur diffusée provient non seulement de la surface, mais encore d'une certaine profondeur, on peut interpréter la loi du cosinus pour la diffusion comme nous l'avons interprétée pour l'émission (*voir* p. 48**), et, dans ce cas, il est bien évident que, si l'épaisseur AB de la plaque diffusante est inférieure à la profondeur maximum AC d'où émanent les rayons diffusés (*fig.* 41), le faisceau reçu par diffusion, au voisinage de la normale, sera incomplet ; tandis que, pour de grandes obliquités, le faisceau se trouvera constitué à peu près de la même manière que si l'épaisseur de la plaque était infinie. La proportion de chaleur diffusée aura donc sensiblement la valeur normale pour les grandes obliquités; mais pour les faibles obliquités, elle sera plus petite que ne l'indique la loi du cosinus : c'est bien ce que nous a donné l'expérience.

Fig. 41.



Dans cette hypothèse, on peut déduire l'épaisseur limite AC d'observations sur une plaque trop mince, telle que AB. Il suffit de déterminer l'angle I, à partir duquel la loi du cosinus paraît applicable. On aura

$$AC = \frac{AB}{\cos I}.$$

Appliquant cette méthode à la plaque de céruse de $0^{mm},241$, pour laquelle l'angle I paraît être de 45°, on trouve

$$AC = 0^{mm},345,$$

épaisseur inférieure à celle de la lame de céruse la plus épaisse et, par conséquent, tout à fait acceptable. Deux autres plaques de céruse, d'épaisseurs respectivement égales à $0^{mm},316$ et

$0^{mm},219$, ont donné les valeurs presque identiques $0^{mm},35$ et $0^{mm},342$.

Si l'on prend une plaque diffusante, d'épaisseur inférieure à l'épaisseur limite, et qu'on place une pile thermo-électrique en arrière de la lame, on constate qu'au voisinage de la normale la pile est influencée, ce qui prouve qu'une certaine quantité de chaleur a traversé la couche diffusante. Cette expérience établit que l'épaisseur limite est liée à la transparence plus ou moins grande de la substance diffusante pour la radiation incidente. S'il en est ainsi, on doit s'attendre à ce que, pour une même substance, l'épaisseur limite change avec la nature du faisceau incident.

Fig. 42.



Outre la chaleur solaire, M. Godard a employé celle de la lampe de Bourbouze-Wiesnegg (*fig.* 42). Celle-ci consiste en un capuchon de toile de platine, placé au-dessus d'un chalumeau, qu'on alimente avec du gaz d'éclairage et le jet d'air comprimé d'une trompe. Cette source est proportionnellement plus riche en chaleur obscure que le soleil. M. Godard a employé le faisceau de radiations de cette lampe soit direct, soit tamisé à travers une cuve de chloroforme iodé qui le prive de ses radiations lumineuses. Voici les résultats qu'il a trouvés :

SUBSTANCES.	ÉPAISSEUR LIMITE.		
	Soleil.	Lampe.	Chaleur obscure
	mm	mm	mm
Verre finement pulvérisé.....	0,81	1,00	1,15
Céruse......................	0,346	0,42	»
Cinabre.....................	0,172	0,32	0,36
Chromate de plomb.........	0,252	0,30	»
Bleu Thenard..............	0,163	0,19	0,20



On sait que le sel gemme transmet également bien toute espèce de radiations. Si les variations de l'épaisseur limite sont liées à la thermochrose, on doit donc s'attendre à ce que, pour le sel gemme pulvérisé, l'épaisseur limite soit indépendante de la source de chaleur employée. Le sel gemme, le sel marin cristallisé ou fondu, réduit en poudre fine, ont toujours donné une même valeur de l'épaisseur limite, soit pour la chaleur solaire ou par celle de la lampe Bourbouze. Le chlorure de potassium pur du commerce, le salmiac ont présenté la même propriété. Il en a été de même de l'iodure de potassium dans une atmosphère assez sèche pour que la poudre étudiée n'absorbe pas de vapeur d'eau en quantité sensible.

On saisit très bien quel est le mécanisme de la diffusion exercée par la poudre de corps qui, comme le verre ou le sel gemme, ont, à l'état solide, des coefficients d'absorption très voisins de l'unité, c'est-à-dire jouissent d'une grande transparence. Chaque parcelle de poudre est transparente, mais les radiations incidentes éprouvent une multitude de réflexions irrégulières à l'entrée ou à la sortie de chacun de ces corpuscules. Il en résulte que des rayons, en nombre de plus en plus grand, éprouvent la réflexion totale à mesure qu'ils pénètrent plus profondément dans la masse, et que, sous une épaisseur suffisante, la poudre est complètement opaque. C'est le phénomène que présentent les chutes d'eau, les émulsions, etc.

Il est évident que l'épaisseur d'une même substance, nécessaire pour arrêter ainsi toute radiation, c'est-à-dire l'épaisseur limite, sera d'autant plus grande que les dimensions des particules transparentes seront elles-mêmes plus grandes; c'est d'ailleurs ce que M. Godard a vérifié en employant du verre plus ou moins finement pulvérisé.

Il est naturel d'admettre que, pour beaucoup de corps qu'on n'obtient d'ordinaire qu'en poudre opaque, le mécanisme de la diffusion est le même, c'est-à-dire que chaque parcelle diffusante est par elle-même plus ou moins transparente. Ainsi, l'on connaît dans la nature le carbonate de plomb (céruse) et le cinabre cristallisés et transparents : il est vraisemblable que, par une pulvérisation poussée assez loin,

on leur communiquerait sensiblement les propriétés et l'aspect de la céruse et du cinabre obtenus, par voie chimique, en précipités impalpables, et que, s'il subsiste encore quelque différence dans les propriétés diffusantes des deux sortes de céruse ou de cinabre, elles seront analogues à celles que nous avons observées avec de la poudre de verre plus ou moins ténue.

En ce qui concerne les poudres dont les grains sont certainement opaques, par exemple les poudres métalliques, on ne sait plus rien du mécanisme de la diffusion. Ces poudres ne paraissent jamais parfaitement mates; elles s'écartent de la loi du cosinus et renvoient de la lumière et de la chaleur en excès dans les directions voisines de celle qui correspondrait à la réflexion régulière. On observe le même phénomène avec des poudres à grains transparents fortement tassées.

Pouvoir diffusif total. — Quand on a constaté qu'une substance diffusante obéit à la loi du cosinus et déterminé la constante A, telle que la quantité de chaleur diffusée sous l'angle i par unité d'intensité de la chaleur incidente est $\frac{A \cos i}{1}$, il reste à savoir quelle est la quantité de chaleur diffusée totale. On l'obtient par une intégration. Soit $d\omega$ l'angle solide sous-tendu au centre O de la plaque diffusante par l'orifice de la pile; on peut poser

Fig. 43.

$$A = a\, d\omega,$$

et la quantité de chaleur reçue par la pile est $a\, d\omega \cos i$. Considérons la sphère, de rayon 1, décrite de O comme centre; par définition, $d\omega$ est égal à l'élément $d\sigma$ découpé sur la sphère, et $d\omega \cos i$ (*fig.* 43) est la projection $d\sigma'$ de cet élément sur le plan de la lame diffusante; la quantité totale de chaleur diffusée par la plaque est donc

$$\int_0^{2\pi} a\, d\omega \cos i = a \int d\sigma' = \pi a,$$



et le pouvoir diffusif total d est

$$d = \frac{\pi a}{I}.$$

On voit que, si l'on a calculé le pouvoir diffusif total pour une source donnée et une certaine substance, la céruse par exemple, il suffit d'une seule expérience faite sous un angle de diffusion, toujours le même, pour permettre de calculer le pouvoir diffusif de toute autre substance employée pour une épaisseur supérieure à l'épaisseur limite. Il suffira de multiplier le pouvoir diffusif total de la céruse par le rapport des déviations mesurées sous cet angle, pour la substance étudiée et la céruse, exposées au même rayonnement calorifique.

De la Provostaye et Desains avaient ainsi trouvé, en employant comme source la chaleur solaire :

Substances.	d.
Céruse	0,82
Argent en poudre	0,76
Chromate de plomb	0,66
Cinabre	0,48

M. Godard a trouvé que beaucoup de substances blanches ont le même pouvoir diffusif total que la céruse. Ses expériences relatives au soleil et à la lampe Bourbouze-Wiesnegg fournissent les valeurs suivantes du pouvoir diffusif total. On y a joint les valeurs du pouvoir absorbant total

$$a = 1 - d.$$

	Soleil. — Pouvoir		Lampe. — Pouvoir	
Substances.	diffusif.	absorbant.	diffusif.	absorbant.
Substances blanches, céruse, etc.	0,82	0,18	0,76	0,24
Jaune de chrome	0,69	0,31	0,646	0,354
Soufre (en canons ou en fleurs)	0,738	0,262	0,680	0,320
Iodure de plomb	0,656	0,344	0,61	0,39
Cinabre cristallisé	»	»	0,72	0,28
Cinabre amorphe	0,49	0,51	0,71	0,29
Minium	»	»	0,68	0,32
Iodure de mercure HgI^2	»	»	0,676	0,324

Substances.	Soleil. Pouvoir diffusif.	Soleil. Pouvoir absorbant.	Lampe. Pouvoir diffusif.	Lampe. Pouvoir absorbant.
Oxyde rouge de mercure ([1])	»	»	0,65	0,35
Oxyde jaune de mercure	»	»	0,62	0,38
Vert de Schweinfurth	0,56	0,44	0,58	0,47
Vert de chrome	0,40	0,60	0,42	0,58
Bleu Thenard	0,36	0,64	0,32	0,68
Bleu d'outremer	0,34	0,66	0,32	0,68
Silicate de cobalt	0,33	0,67	0,30	0,70
Oxalate de protoxyde de fer	»	»	0,42	0,58
Trisulfure d'antimoine ([2])	»	»	0,49	0,51
Trisulfure noir ([3])	»	»	0,47	0,53
Sulfure de mercure noir ([4])	»	»	0,19	0,81

D'après M. Godard, on passe, en général, du pouvoir diffusif total relatif au soleil au pouvoir diffusif relatif à la lampe en multipliant tous les nombres de la première colonne par un même coefficient; ce coefficient aurait pour chaque source une valeur particulière. Le Tableau suivant se rapporte à des expériences où l'on a interposé entre la lampe et la plaque diffusante des écrans transparents de diverses thermochroses. Le pouvoir diffusif de la céruse est, dans chaque cas, pris pour unité.

Substances.	Faisceau direct.	Chloroforme iodé.	Verre rouge.	Verre vert.	Verre bleu.
Céruse	1	1	1	1	1
Jaune de chrome	0,84	0,84	0,82	0,86	»
Vert de chrome	0,52	0,50	0,51	0,50	0,54
Bleu Thenard	0,44	0,40	0,42	0,40	0,40

Le cinabre fait exception à la loi de M. Godard.

NATURE DES RADIATIONS DIFFUSÉES. — La diffusion de la lumière a été moins étudiée que celle de la chaleur et elle l'a été sous un autre point de vue. La sensibilité de l'œil permet de

---

([1]) Légèrement pulvérisé; de couleur orangée. Une pulvérisation prolongée l'amène à l'état d'oxyde jaune.

([2]) Amorphe et brun orange; devient noir par une pulvérisation prolongée.

([3]) Plutôt gris bleu.

([4]) Sa couleur n'a pas changé par la pulvérisation.

constater l'existence de la diffusion dans des cas où l'emploi de la pile thermo-électrique ne fournirait pas de résultats; mais, comme il n'y a pas de commune mesure à nos sensations visuelles, on n'a pu avoir en vue que de reconnaître la proportion dans laquelle chaque lumière simple est diffusée.

1. *Diffusion par les corps transparents.* — Quand on projette un faisceau de rayons parallèles sur un solide ou un liquide transparent, placé dans une chambre noire, et qu'on observe dans une direction oblique ou même perpendiculaire à celle des rayons, on voit le trajet du faisceau plus ou moins illuminé.

Hassenfratz [1] avait déjà fait l'expérience sur de longues colonnes d'eau, et elle a été répétée depuis par de nombreux expérimentateurs. D'après M. Soret [2], la lumière ainsi diffusée par l'eau pure est d'un blanc bleuâtre et sa teinte change plus ou moins si l'eau tient en suspension des particules solides de dimensions appréciables. L'intensité de la diffusion varie, d'après M. Lallemand [3], avec la nature de la substance; elle est particulièrement énergique pour les liquides très réfrangibles. Le plus souvent, la diffusion intérieure se complique encore d'un autre phénomène, la *fluorescence*, que nous ne tarderons pas à étudier. La lumière émise par diffusion est toujours polarisée.

2. *Diffusion par les corps opaques.* — On peut l'étudier de deux manières :

1° Contre un écran parfaitement noir, on dispose verticalement sur le prolongement l'une de l'autre deux bandes étroites, l'une de papier blanc, l'autre couverte de la matière qu'on veut essayer, et on les regarde avec un prisme vertical. On voit ainsi deux spectres, l'un, celui du papier, qui contient toutes les couleurs dans les proportions qui réalisent le blanc; l'autre, juxtaposé, où manquent les couleurs absor-

---

(1) Hassenfratz, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 1re série, t. LXVI et LXXVI.

(2) Soret, *Sur la couleur de l'eau* (*Journal de Physique*, 2e série, t. III, p. 427; 1884).

(3) Lallemand, *De l'illumination des corps transparents et opaques* (*Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 329; 1876).

bées et où restent les rayons diffusés par la matière que l'on essaye.

2° Après avoir préparé et fait tomber sur un écran parfaitement noir un spectre réel et vertical bien pur, on en reçoit la partie supérieure sur un papier blanc et la portion inférieure sur la substance à examiner.

Ces deux méthodes permettent également bien de comparer les deux spectres juxtaposés, c'est-à-dire les effets produits par les deux substances sur chacun des rayons qui composent la lumière blanche.

En faisant cette épreuve avec des matières très diverses, Newton reconnut que chaque couleur spectrale conserve sa nuance, c'est-à-dire qu'elle ne change pas de longueur d'onde. L'effet d'une surface opaque se borne à diffuser les rayons dans des proportions qui varient avec la longueur d'onde et que l'on pourrait mesurer à l'aide d'un spectrophotomètre. Supposons que cette mesure ait été faite. Si la même substance reçoit ensuite de la lumière blanche, elle diffusera individuellement chaque couleur simple dans la proportion mesurée, et il en résultera pour l'œil une sensation complexe de couleur, d'après des lois physiologiques que nous ne tarderons pas à étudier.

On n'a réalisé qu'un bien petit nombre de mesures vraiment quantitatives sur la diffusion de la lumière, et l'on ignore encore si la loi du cosinus est applicable à chaque radiation simple diffusée.

M. Godard (¹) a étudié le spectre de diffusion de diverses substances mates, en employant le spectrophotomètre de M. Gouy. Deux sources lumineuses identiques (becs Bengel munis de régulateurs) fournissent les spectres que l'on compare. Après avoir réglé l'appareil de manière que les deux spectres aient la même intensité dans une certaine région, celle de la raie D par exemple, on interpose sur le trajet des rayons de l'une des lampes la plaque diffusante à étudier en l'inclinant à 45° sur l'axe du collimateur. On dispose la lampe de façon 1° que la plaque diffusante reçoive normalement le

(¹) Godard, Thèse de doctorat, Paris; 1887.



faisceau lumineux; 2° que le trajet total de la lumière, avant d'arriver au collimateur, reste le même; puis on fait varier l'éclat de la source de comparaison dans un rapport connu et de manière à rétablir l'égalité d'intensité dans la région des spectres que l'on compare; ce rapport mesure le pouvoir diffusif de la plaque sous l'angle de 45° et pour la lumière correspondant à la raie D.

Voici les résultats relatifs à la céruse :

λ.	d_{45}.
6970..........	0,182
6360..........	0,216
5892,2........	0,233
5520..........	0,189
5210..........	0,140
4960..........	0,097
4751..........	0,078
4570..........	0,060
4410..........	0,049

Bien que la céruse paraisse blanche par diffusion, on voit qu'elle ne diffuse pas toutes les couleurs dans la même proportion; elle diffuse sensiblement mieux les rayons voisins de la raie D, c'est-à-dire la partie la plus éclatante du spectre. Les corps blancs ou jaunes se comportent d'une manière analogue.

Les substances fortement colorées diffusent au contraire en plus forte proportion les rayons voisins des extrémités du spectre, et les valeurs de *d* peuvent même présenter plusieurs maxima (bleu Thenard).

	d_{45}.		
λ.	Jaune de chrome.	Cinabre.	Bleu Thenard.
6970......	0,156	0,1698	0,035
6360......	0,178	0,154	0,018
6060......	0,186	»	»
5890......	0,184	0,049	0,0115
5520......	0,133	»	0,0149
5210......	0,105	0,012	0,0205
4960......	0,060	»	0,044
4750......	0,026	»	0,026
4570......	0,010	0,003	0,0156
4410......	0,005	»	0,0062

MÉLANGE DES COULEURS PIGMENTAIRES. — M. Grassmann (¹) a énoncé la loi empirique suivante, qui ne peut être d'une généralité absolue : *Le pouvoir diffusif d'un mélange de deux pigments, pour une couleur simple, est la somme des pouvoirs diffusifs de chacun d'eux pour la même couleur.* Cette loi exprime que la présence de l'un des pigments ne modifie pas la diffusion exercée par l'autre. Or, si la diffusion est liée à une pénétration plus ou moins profonde de la lumière dans les particules diffusantes et résulte de réflexions irrégulières produites à leur surface, la lumière qui parvient à l'œil se compose : 1° de rayons qui n'ont traversé que l'une ou l'autre des substances diffusantes, et 2° de rayons qui ont traversé l'une et l'autre. Les premiers se superposent dans l'œil pour produire une impression résultante : il est pour ainsi dire évident que la loi de Grassmann leur est applicable. Il n'en est pas de même pour les autres ; car, si l'une des substances diffusantes était un verre rouge qui ne transmet que le rouge spectral, l'autre un verre bleu qui ne transmet que le bleu et le violet, la lumière diffusée à travers des couches successives de l'un et de l'autre, devrait s'éteindre entièrement; en général la teinte dominante sera formée des seules couleurs que les deux substances laissent passer l'une et l'autre. La loi de Grassmann ne peut donc avoir qu'une valeur empirique ; elle doit comporter des exceptions.

M. Godard a vérifié que cette loi s'applique à divers mélanges pigmentaires, par exemple aux mélanges de céruse et de jaune de chrome. Soient C et J les proportions des deux substances, c, j, x leurs pouvoirs diffusants et celui du mélange, pour une certaine longueur d'onde. D'après la loi de Grassmann, on doit avoir

$$Cc + Jj = (C + J)x,$$

et l'on peut calculer x à l'aide des Tableaux précédents. M. Godard a fait l'inverse, c'est-à-dire qu'il a d'abord étudié la diffusion x du mélange et employé les observations à cal-

(¹) GRASSMANN, *Zur Theorie der Farbenmischung* (*Pogg. Ann.*, t. LXXXIX).

culer $\frac{C}{J}$ dont on pouvait d'ailleurs déterminer directement la valeur. Il a trouvé

	λ								
	6970.	6360.	5890.	5520.	5210.	4960.	4750.	4570.	Moyenne.
$\frac{C}{J}$	2,71	2,8	2,76	2,73	2,50	2,70	2,71	2,57	2,685

la valeur de $\frac{C}{J}$ est constante, quelle que soit la radiation qui sert à la calculer : ainsi se trouve justifiée la formule.

Le pouvoir diffusif calorifique total d'un mélange se calcule de la même manière, à l'aide des pouvoirs diffusifs des pigments séparés. Ainsi le pouvoir diffusif de la céruse étant pris égal à 1, celui du jaune de chrome est 0,85, et M. Godard a trouvé, pour le mélange de jaune de chrome et de céruse déjà étudié, un pouvoir diffusif de 0,96. Posant

$$C.1 + J.0,85 = (C + J).0,96,$$

on trouve

$$\frac{C}{J} = 2,75,$$

valeur très voisine de celle qui a été calculée ci-dessus pour les diverses couleurs visibles.

LOIS DU MÉLANGE DES COULEURS.

DU BLANC, DU NOIR ET DES COULEURS. — On désigne sous le nom de *blanc* la couleur de la lumière solaire, et l'on qualifie aussi de *blancs* un certain nombre de corps opaques, tels que la céruse dont nous venons d'étudier la diffusion. Cette dénomination commune fondée sur l'impression physiologique, en dehors de toute mesure exacte, manque absolument de précision.

En ce qui concerne la lumière solaire, sa composition change avec le lieu, l'heure, l'altitude et le degré d'humidité de l'air, en vertu de l'absorption atmosphérique; elle n'est pas la même en hiver et en été, au lever du soleil ou à midi. D'ailleurs notre œil ne peut supporter l'éclat de la lumière solaire directe, et nous attribuons plutôt la qualité de lumière

blanche à celle qui est diffusée par des objets tels qu'un mur peint à la chaux, un carton recouvert de céruse ou un papier blanc exposés au soleil. Nous conservons encore le même nom à la teinte diffusée par ces objets quand on les expose à certaines lumières artificielles, dont la teinte ne s'éloigne pas trop de celle du soleil, et en général chaque fois que nous manquons d'un terme de comparaison invariable, *présent à nos yeux*, et auquel nous puissions rapporter notre impression. L'analyse faite ci-dessus, de la lumière diffusée par la céruse, comparée à celle de la source lumineuse qui l'éclaire, suffit à montrer dans quelles proportions peut varier la composition d'une lumière sans que nous cessions de lui attribuer la dénomination de blanche. Il y a là une cause de confusion qui ne pourra disparaître que quand on aura pris l'habitude de rapporter toutes les mesures d'intensité à une source de constitution invariable, telle que l'étalon lumineux de platine, que nous avons théoriquement adopté.

On appelle *noir absolu* l'absence de toute impression de lumière et par extension on nomme *corps noirs* les corps opaques qui ne diffusent qu'une très faible quantité de lumière, quelle qu'en soit la teinte. La confusion relative au noir est donc au moins aussi grande que pour le blanc.

Enfin, en ce qui concerne les corps colorés, transparents ou opaques, on leur assigne des colorations souvent désignées par les mêmes noms que celles de radiations spectrales simples, sans que ces dénominations puissent nous renseigner sur la composition véritable de la lumière qu'ils transmettent ou diffusent. En général cette composition est très complexe, comme on l'a vu par l'analyse de la lumière diffusée par le jaune de chrome, le cinabre et le bleu Thenard, ou par l'étude des spectres d'absorption des corps transparents. Ainsi le problème purement physique soulevé par l'étude de l'absorption, de la diffusion et de l'émission, se complique d'un problème physiologique qu'il convient maintenant d'aborder et qui se rapporte à l'effet produit sur notre œil par le mélange des couleurs [1].

---

(1) Au sujet de l'historique des couleurs, consulter la *Science des couleurs* (*Farbenlehre*) de Gœthe.

MÉLANGE DES COULEURS SPECTRALES. — On peut réaliser toutes les nuances que notre œil permet de saisir, en combinant de toutes les manières possibles et en toutes proportions les rayons lumineux simples. Nous pourrons obtenir l'une quelconque d'entre elles par une disposition analogue à celle qui a servi à recomposer la lumière solaire (²). Les rayons sortant du prisme se réunissaient tous en CC′, foyer de l'arête A (*fig.* 44); ils y formaient du blanc; mais, si, au moyen d'un obstacle interposé en R′V′, on intercepte un certain nombre de rayons simples, et qu'on les retranche ainsi de la lumière blanche, on voit en CC′ une teinte mixte qui varie à l'infini quand on change les proportions et la nature des éléments simples qu'on a laissé passer.

Supposons qu'on place en R′V′ un prisme d'un angle très aigu et très petit (*fig.* 44); il interceptera certaines couleurs et laissera passer les autres; celles-ci se réuniront en CC′, celles-là se mêleront en $C_1 C'_1$ tout près de CC′; les unes et les autres composeront deux teintes qui se partagent les éléments de la lumière blanche, et qui la reproduiraient si l'on venait à les superposer.

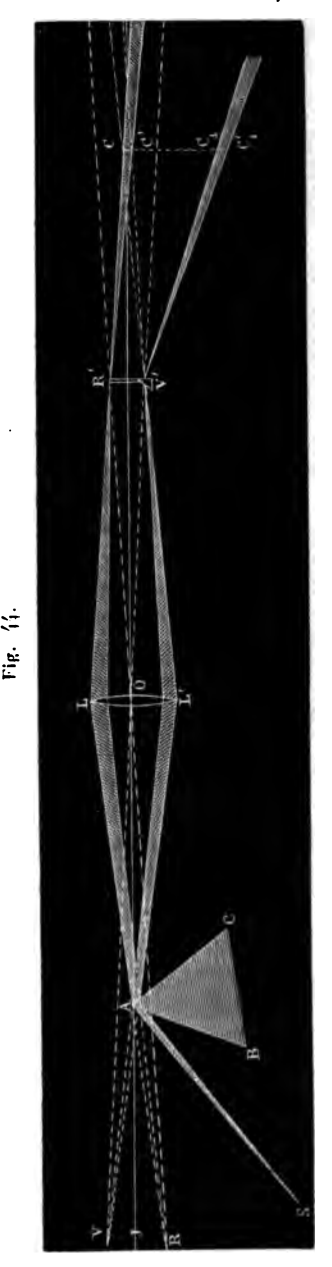


Fig. 44.

(¹) Voir *Optique géométrique*, p. 92*.

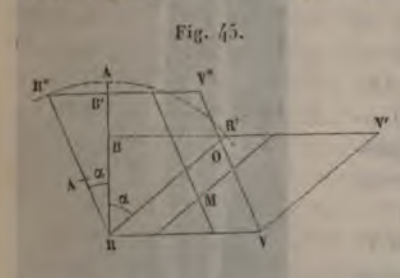
Ces teintes sont complémentaires. Voici comment l'œil apprécie celles qu'on obtient en retranchant successivement de R'V' chacune des couleurs simples :

Couleurs simples...	rouge	orangé	jaune	vert	bleu	violet
Leurs compléments.	vert	bleu	violet	rouge	orangé	jaune

On remarque que les compléments des lumières simples offrent à peu près le même aspect que l'une des couleurs simples; ils en diffèrent en ce que le prisme les décompose.

MÉTHODE DE M. HELMHOLTZ. — On doit à M. Helmholtz [1] un procédé meilleur pour composer deux couleurs simples, celles qu'on veut et dans les proportions qu'on veut. On regarde, à travers un prisme et avec une lunette pointée au foyer virtuel de ce prisme, une fente ayant la forme d'un V, dont les deux branches, de longueur l, font un angle égal à A. Cette fente donne deux spectres RVV'R', RVV''R'' (*fig.* 45), traversés l'un et l'autre par des raies parallèles à RR' et à RR''. Toutes les raies du premier système coupent toutes celles du second dans l'espace RVO, et, par conséquent, tous les mélanges possibles de deux couleurs simples se font dans cet espace avec les intensités qu'elles ont dans les deux spectres. Ces intensités peuvent être variées à volonté. Soit α l'angle que fait l'une des branches AR' avec la verticale AR. Son spectre RVV'R' aura pour surface $RV \times RB = RV \times l \cos\alpha$, surface variable, qui diminue quand α augmente. Au contraire, la fente RR'' fait avec la verticale un angle de $(A - \alpha)$; la surface du spectre qu'elle produit est $RV \times l \cos(A - \alpha)$; elle augmente avec α. Or les intensités de chaque couleur simple seront, toutes choses égales d'ailleurs, en raison inverse des surfaces occupées par les spectres ou des cosinus des an-

Fig. 45.



---

[1] HELMHOLTZ, *Optique physiologique*.

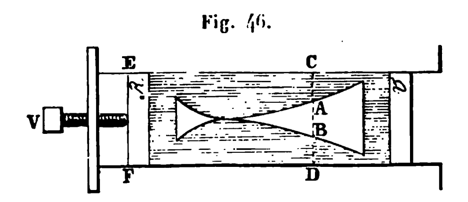
gles α et $(A-\alpha)$. Il suffira donc de faire varier l'angle α, c'est-à-dire de faire tourner la double fente autour du point de rencontre des deux branches, pour augmenter l'éclat I du spectre RVR′V′ et pour diminuer l'éclat I′ de l'autre spectre RVR″V″. On aura, pour le rapport de I à I′,

$$\frac{I}{I'}=\frac{\cos(A-\alpha)}{\cos\alpha}.$$

Afin de bien apprécier les teintes en chaque point de RVO sans que l'œil soit influencé par le contraste des nuances voisines, M. Helmholtz plaçait le réticule de la lunette en contact avec le point de croisement M de deux raies connues, puis il éloignait l'œil de manière à ne recevoir que la lumière envoyée par M ou par les points voisins.

Pour produire des mélanges variés des couleurs spectrales, on peut encore, comme l'a fait par exemple M. Pellat [1], remplacer la fente en V de M. Helmholtz par un écran formé d'une lame de verre rendue opaque par places au moyen d'une couche d'encre de Chine; la courbe de séparation de la partie opaque et de la partie transparente (*fig.* 46) peut être tracée à

Fig. 46.



volonté. La hauteur AB non interceptée est à la hauteur totale CD de l'écran dans le rapport suivant lequel on veut admettre la couleur considérée. On peut comparer la teinte obtenue à une source lumineuse colorée. Il suffit pour cela de placer dans le plan regardé par l'oculaire (supposé positif) la face d'un prisme à réflexion totale qui renvoie dans l'œil la lumière de la source.

---

(1) PELLAT, *Journal de Physique*, 1re série, t. VIII, p. 20; 1879.

DISQUES ROTATIFS. — Au lieu de mêler directement les couleurs spectrales, on peut aussi employer avec fruit une expérience indiquée par Newton (¹) pour recomposer la lumière blanche, et qui se fonde sur une autre propriété physiologique de l'œil, sur la *persistance des impressions* reçues par la rétine. Newton divisait un disque de carton en secteurs inégaux d'étendue proportionnelle à la longueur occupée dans le spectre par les diverses couleurs, puis les recouvrait de pigments rappelant autant que possible les couleurs spectrales. Quand le disque était animé d'un rapide mouvement de rotation, l'œil percevait à la fois toutes les couleurs en un même point de l'espace et la sensation résultante était une teinte grisâtre. Newton admettait que, s'il eût été possible d'imiter exactement sur le carton les couleurs du spectre, cette sensation serait devenue celle du blanc pur.

L'expérience de Newton est évidemment fort complexe, puisque chacun des pigments employés diffuse vers l'œil non une couleur spectrale unique, mais toutes les couleurs spectrales affaiblies dans des rapports déterminés, et variables d'un pigment à l'autre. De plus elle suppose, ce qui n'a jamais été démontré, que les impressions lumineuses des diverses couleurs durent pendant le même temps, ou que l'intensité décroît d'après la même loi pour toutes les couleurs, après que la cause de l'impression a disparu.

Mais, si cette expérience ne peut à aucun degré remplacer l'étude directe du mélange des couleurs simples, elle n'en demeure pas moins très instructive sous le rapport de l'étude des pigments colorés et de la diffusion. Par exemple, nous avons démontré la loi de Grassmann à l'aide du spectrophotomètre : la même démonstration peut être réalisée d'une manière plus simple, quoique moins complète, par l'usage des disques rotatifs. Il suffirait de diviser un disque A en secteurs dont l'étendue serait dans un rapport r arbitraire, et de recouvrir les deux secteurs des pigments à examiner, en réservant au centre une certaine étendue qu'on recouvrirait du mélange effectué dans la même proportion. Par une rotation suffisam-

(¹) NEWTON, *Optique*.

ment rapide, les bords du disque et son centre paraîtraient de la même teinte. La teinte périphérique et la teinte centrale différeraient au contraire plus ou moins, dans le cas où la loi de Grassmann est en défaut.

Supposons maintenant que l'on veuille juger de l'effet du mélange de plusieurs pigments : on divise le disque A en deux, trois secteurs, d'étendue proportionnelle à l'intensité que l'on réserve aux pigments composants, et, après avoir préparé ces secteurs, on communique au disque un mouvement de rotation rapide. On cherche ensuite à reproduire par la peinture, sur un disque B de plus petit diamètre, la couleur résultante, avec sa teinte et son intensité propres; quand on juge que ce résultat est approximativement atteint, on recouvre le centre du disque A avec le disque B et l'on recommence l'expérience, modifiant à chaque fois la couleur B jusqu'à ce que l'œil, placé devant les disques superposés, n'aperçoive plus, pendant la rotation, qu'une teinte uniforme de la circonférence au centre.

On peut obtenir par ce procédé des *gammes* rationnelles passant d'une teinte à une autre par gradation régulière. On peut aussi, ainsi que M. Rosenstiehl (¹) l'a montré, obtenir les *gammes* d'intensité d'une même teinte, en juxtaposant aux secteurs colorés un secteur noir ou blanc d'étendue variable. Pour obtenir le noir, on n'a qu'à évider le disque et à le faire tourner devant l'orifice d'une caisse tendue intérieurement de velours noir; le blanc s'obtient par une peinture à la céruse.

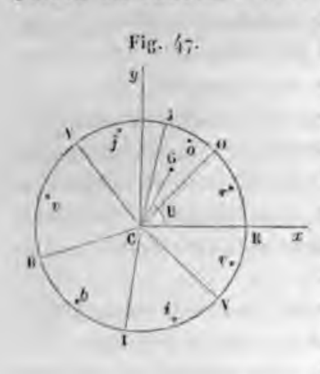
Aucune des théories de l'Optique ne permet de prévoir la nuance qui résulte du mélange de deux couleurs simples dans des proportions données. On ne connaît à ce sujet qu'une règle empirique assez bizarre que Newton indique sans la justifier, et qui résume avec assez d'exactitude les observations qu'il a faites.

CERCLE CHROMATIQUE DE NEWTON (²). — Ayant décrit un cercle de rayon égal à l'unité, divisez sa circonférence en sept

(¹) ROSENSTIEHL, *Journal de Physique*, 1re série, t. VII, p. 5 et 55; 1878.
(²) NEWTON, *Optique*, IIe Partie, prop. 6.

parties proportionnelles aux nombres $\frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{10}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{16}, \frac{1}{9}$ (*fig.* 47). Considérez maintenant ces différents arcs, dans l'ordre où ils se suivent, comme représentant les sept couleurs principales du spectre, en sorte que la circonférence entière reproduise toute la série des nuances par lesquelles ces couleurs passent du rouge au violet; puis, ayant déterminé les centres de gravité successifs des arcs en *r*, *o*, *j*, *v*, *b*, *i*, *v*, placez en chacun d'eux un poids proportionnel à l'arc total qui y correspond, leur centre de gravité commun se trouvera au centre C. Mais supposez que les couleurs de la lumière blanche soient mélangées dans des proportions différentes, il faudra placer sur chaque centre de gravité partiel, non pas le poids total de l'arc correspondant, mais la $n^{\text{ième}}$ partie de ce poids, si le mélange contient le $n^{\text{ième}}$ de toute la lumière qui compose cette couleur dans le spectre. Cela fait, vous prenez le centre de gravité commun, et il tombera quelque part en G à une distance *d* du centre. Or, dit Newton, le mélange aura la nuance de la couleur où tombe le point G; la proportion de cette couleur sera représentée par *d*, et celle du blanc qui y est mêlé le sera par $1 - d$. Quoique cette règle, ajoute-t-il, ne soit pas d'une justesse mathématique, elle est pourtant assez exacte dans la pratique.

Fig. 47.



Pour effectuer les calculs dans chaque cas particulier, il faut d'abord se rappeler que le centre de gravité d'un arc de *a* degrés est sur le rayon mené en son milieu à une distance du centre égale à R, et qui est donnée par la formule

$$R = \frac{360 \sin \frac{a}{2}}{\pi a}.$$

Prenons pour axe des x la ligne OR; calculons les angles u que font avec cette ligne les rayons menés aux centres de gra-



vité r, o, j, v, b, i, v et les distances R de chacun d'eux au centre ; leurs coordonnées x et y seront

$$x = \mathrm{R}\cos u, \qquad y = \mathrm{R}\sin u.$$

En faisant ce calcul pour chacun des secteurs, on trouvera depuis le rouge jusqu'au violet les coordonnées $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, \ldots$.

Appliquons maintenant en *rojvbiv* des forces $r, o, j, \ldots, b, i, v$ égales aux proportions des diverses lumières qui doivent constituer le mélange, et nous obtiendrons les coordonnées du centre de gravité G par le théorème des moments

$$\mathrm{X} = \frac{rx_1 + ox_2 + jx_3 + \ldots + vx_7}{r + o + \ldots + v},$$

$$\mathrm{Y} = \frac{ry_1 + oy_2 + \ldots + vy_7}{r + o + \ldots + v}.$$

En effectuant les calculs indiqués, on a trouvé

$$\mathrm{X} = \frac{(r+u)\,0{,}822840 + (o+i)\,0{,}207398 - (j+b)\,0{,}513992 - v\,0{,}753796}{r + o + \ldots + v},$$

$$\mathrm{Y} = \frac{(r+u)\,0{,}482350 + (o-i)\,0{,}963163 + (j-b)\,0{,}813736}{r + o + \ldots + v};$$

d'où l'on déduit la distance d du centre de gravité G, ainsi que l'angle U formé par CG avec l'axe des x,

$$\operatorname{tang} \mathrm{U} = \frac{\mathrm{Y}}{\mathrm{X}}, \qquad d = \frac{\mathrm{Y}}{\sin \mathrm{U}};$$

U indiquera le secteur dans lequel tombera le centre de gravité, et par conséquent la couleur du mélange, d la proportion de cette couleur, et $(1 - d)$ celle du blanc. Si $r, o, \ldots, v$ sont proportionnels aux arcs RO, OJ, ..., c'est-à-dire aux nombres $\frac{1}{7}, \frac{1}{16}, \frac{1}{10}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{16}, \frac{1}{9}$, le centre de gravité est au centre C.

Newton a vérifié cette règle par diverses méthodes, par exemple celle des disques rotatifs, ou encore le mélange di-

rect de poudres colorées. Il prit, par exemple, un mélange de pourpre, d'orpiment, de vert-de-gris et d'azur, et l'étendit sur un plancher. Ce mélange était gris ; mais, ayant disposé tout auprès une feuille de papier un peu moins éclairée que ses poudres, il trouva qu'il n'y avait aucune différence entre le papier et le mélange. Ce même procédé lui montra que deux couleurs, qui, dans l'ordre du spectre, sont séparées par une troisième, reproduisent cette troisième par leur superposition, et qu'ainsi le jaune et le bleu font du vert, le violet et l'orangé du rouge. Cependant Newton avait quelques doutes sur ce dernier cas.

La troisième méthode employée par Newton est celle des disques rotatifs.

Le cercle chromatique de Newton est en Optique une assez grande ressource, et c'est la seule qu'on ait pour trouver, sans le secours de l'expérience, la teinte d'un mélange à proportions connues. Biot (1), Fresnel (2), Jamin (3) en ont fait usage. Cependant M. Helmholtz (4) a montré qu'en beaucoup de points il conduisait à des inexactitudes.

Ce n'est pas du violet que l'on obtient par le rouge et le bleu, c'est du rose pourpre ; le rouge ne peut être produit par aucune combinaison ; le jaune qui résulte de l'orangé et du vert, et le vert qu'on forme avec le jaune et le bleu verdâtre, sont plus pâles que dans le spectre. La plus grosse différence résulte d'une combinaison de jaune et de bleu indigo, qui devrait produire du vert et qui donne du blanc parfaitement pur. Il faut pourtant observer que dans le cercle de Newton les points j et i sont presque sur le prolongement l'un de l'autre et peuvent donner un mélange très voisin du blanc.

Cependant, si l'on mélange le jaune de chrome et l'outremer porphyrisés, on trouve du vert. M. Helmholtz explique cette contradiction comme il suit. La lumière qui traverse les parti-

(1) Biot, *Traité de Physique*, t. IV, p. 68 et suiv.

(2) Fresnel, notamment dans son *Mémoire sur le calcul des teintes des lames cristallisées* (*Œuvres*), t. I, p. 609 et suiv.

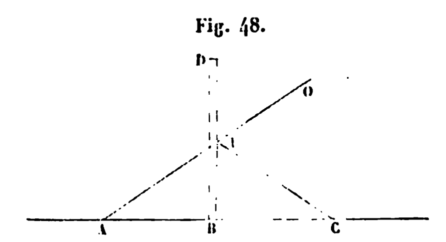
(3) Jamin, notamment dans son *Mémoire sur la couleur des métaux* (*Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XXII, p. 322 ; 1848).

(4) Helmholtz, *Optique physiologique*.



cules diffusantes se compose : pour le jaune de chrome, d'orangé, de jaune et de vert ; pour l'outremer, de vert, de bleu et de violet. La lumière qui a traversé successivement le jaune de chrome et l'outremer ne peut donc plus contenir que du vert. Quant à celle qui est envoyée séparément par deux grains voisins et qui se mêle dans l'œil à cause du voisinage, elle serait blanche par la combinaison du jaune et de l'indigo ; le tout formera donc un vert lavé, ce que l'expérience confirme, contrairement à la loi de Grassmann qui, évidemment, n'est pas applicable à ce mélange. Mais, si (*fig.* 48)

Fig. 48.



l'on couvre deux feuilles de papier, l'une, AB, d'outremer, l'autre, CB, de jaune de chrome, et qu'on dresse entre les deux une glace de verre BD, l'œil placé en O voit le jaune par réflexion en CIO, l'indigo par réfraction en AIO ; ces teintes se superposent, et le mélange est blanc gris.

C'est encore ce résultat qu'on obtient en couvrant deux secteurs d'un disque rotatif des deux teintes en question et en les faisant tourner rapidement autour de leur centre. Si chacun d'eux était seul, on verrait un cercle jaune ou un cercle indigo ; agissant ensemble, ils produisent le même effet que les deux teintes superposées, et cet effet est celui d'un blanc pur.

CHAPITRE IX.

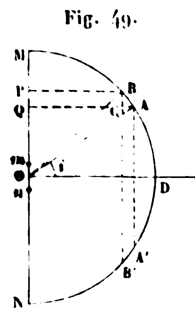
ÉMISSION.

liations émises. — Pouvoir émissif total. — Loi de
Pouvoir émissif absolu. — Comparaison des pouvoirs
...ction des pouvoirs émissifs avec la température. —
...entre les pouvoirs émissifs et absorbants. — Équilibre mobile de température. — Théories de Prévost et de M. Kirchhoff. Nature des radiations émises. — Émission par les solides et les liquides. — Émission par les gaz et les vapeurs. — Spectres de lignes et spectres de bandes. — Variabilité du spectre d'un même corps. — Conséquences et vérifications de la théorie de M. Kirchhoff. — Renversement des raies spectrales.

ÉNERGIE DES RADIATIONS ÉMISES.

POUVOIR ÉMISSIF TOTAL. — Considérons une source lumineuse dont l'émission est régie par la loi du cosinus (1), et un élément mn (*fig.* 49) pris à sa surface. La quantité de chaleur émise pendant l'unité de temps dans un angle solide élémentaire $d\omega$ interceptant un élément AB sur la sphère décrite du milieu O de mn comme centre, avec un rayon égal à l'unité, est $eds\,d\omega\cos i$. Mais $d\omega\cos i$ est l'élément PQ suivant lequel AB se projette sur le plan diamétral MN; et, par suite, la quantité de chaleur rayonnée dans l'angle $d\omega$ est $eds.\overline{\overline{PQ}}$; dans la région de l'espace d'ouverture 2π limitée par l'hémisphère MDN, la quantité de chaleur émise est $eds.\overline{\overline{MN}}$ ou πeds.

Fig. 49.



(1) *Voir* p. 47**.

On appelle *pouvoir émissif* total ε la quantité par laquelle il faut multiplier ds pour avoir la quantité totale de chaleur rayonnée par l'élément dans l'unité de temps. Quand la loi du cosinus est applicable, on a donc

$$\varepsilon = \pi e.$$

La quantité totale de chaleur rayonnée par une source de surface S, identique en tous ses points, est

$$Q = \pi e S = \varepsilon S.$$

LOI DE L'ÉMISSION. — POUVOIR ÉMISSIF ABSOLU. — La loi de l'émission aux diverses températures est liée à celle de la vitesse du refroidissement.

Lorsqu'un corps chaud de poids P, de chaleur spécifique C et de surface S, est abandonné dans le vide, il perd dans le temps dx une quantité de chaleur dq qui dépend de sa température T et de celle de l'enceinte t. Nous supposons que T et t représentent des températures absolues et nous poserons

$$dq = S f(T, t)\,dx.$$

La température de la surface du corps s'abaisse de dt et, si l'expérience est disposée de telle façon que le corps ait en tous ses points la même température, la quantité de chaleur perdue dq a aussi pour expression

$$dq = -PC\,dt.$$

On a donc

$$S f(T, t)\,dx = -PC\,dt$$

$$(1) \qquad -\frac{dt}{dx} = v = \frac{S}{PC} f(T, t).$$

D'après Dulong et Petit (*voir* t. II, p. 218**), on aurait

$$(2) \qquad f(T, t) = A a^{t-273}(a^{T-t} - 1)$$

et la constante a aurait pour tous les corps la même valeur 1,0077.

D'après M. Stefan (¹), on aurait la loi plus simple

$$f(T, t) = B(T^4 - t^4), \tag{3}$$

d'accord avec les expériences de Dulong et Petit, et surtout de la Provostaye et Desains; mais les expériences récentes de M. Rivière (²) et de M. Schleiermacher (³) semblent établir qu'aux températures très élevées ni la loi de Dulong et Petit, ni celle de M. Stefan ne sont en accord avec l'expérience, dont elles s'écartent en sens inverse, la première donnant une vitesse de refroidissement trop grande, la dernière une vitesse trop petite.

D'après l'une ou l'autre formule, la fonction $f(T, t)$ est la même pour tous les corps, à un facteur constant près, et l'on peut poser

$$v = \frac{SE}{PC}\varphi(T, t), \tag{4}$$

$\varphi(T, t)$ étant une fonction identique pour tous les corps. Le facteur E, variable d'un corps à un autre, sera désigné sous le nom de *pouvoir émissif absolu*.

On sait que, pour un excès τ assez faible de la température du corps sur celle de l'enceinte, la loi de Newton peut être substituée aux lois de Dulong et Petit et de Stefan. On aurait alors simplement

$$v = \frac{SE}{PC}\tau. \tag{5}$$

Cette formule (5), qui nous a servi (t. II, p. 27*) à la recherche des chaleurs spécifiques, permet de trouver le pouvoir émissif absolu E quand on suppose la chaleur spécifique connue et qu'on mesure la vitesse du refroidissement.

MM. Donald Mac Farlane (⁴) et Lehnebach (⁵), ont essayé

(¹) Stefan, *Wiener Berichte*, t. LXXIX (II), p. 391; 1879.

(²) Rivière, *Annales de l'École Normale*, 2ᵉ série; 1884.

(³) Schleiermacher, *Wied. Ann.*, t. XXVI, p. 287; 1885.

(⁴) D. Mac Farlane, *Proceedings of the royal Society*, t. XX, p. 90, et *Journal de Physique*, 1ʳᵉ série, t. II, p. 427 (1873).

(⁵) Lehnebach, *Ann. de Pogg.*, t. CLI, p. 96, et *Journal de Physique*, 1ʳᵉ série, t. III, p. 261; 1874.



d'appliquer cette méthode et cette formule. La loi de Newton sur laquelle elle se fonde n'étant pas exacte, M. Mac Farlane a trouvé que la valeur de E ainsi déterminée n'est pas constante, mais croît avec l'excès de la température du corps rayonnant sur celle de l'enceinte. Toutefois il a reconnu que, pour un même corps (sphère de cuivre), poli ou noirci, le rapport des valeurs de E est invariable. Ce double résultat est conforme aux observations de Dulong et Petit sur la loi du refroidissement.

M. Mac Farlane, prenant pour unités la seconde, le centimètre, le gramme et le degré centigrade, trouve que, pour le cuivre noirci, la valeur minimum de E correspondant à un très faible excès est 0,025. M. Lehnebach attribue aux corps noirs un pouvoir émissif égal seulement à 0,015. Ces diverses recherches ne sont pas à l'abri de toute critique.

La plupart des expérimentateurs se sont bornés à comparer entre eux les pouvoirs émissifs des différents corps et n'ont pas opéré dans le vide, de telle sorte que l'effet observé ne résulte pas du rayonnement seul. Nous allons rapporter les principaux travaux auxquels la comparaison des pouvoirs émissifs ainsi effectuée a donné lieu.

COMPARAISON DES POUVOIRS ÉMISSIFS. — Pour comparer les pouvoirs émissifs de diverses surfaces, Leslie [1] plaçait devant un miroir concave un cube rempli d'eau bouillante, dont les quatre faces verticales étaient couvertes, la première de noir de fumée et les autres des diverses substances qu'on voulait étudier. Au foyer du miroir était disposée la boule d'un thermomètre différentiel enduit de noir de fumée; elle s'échauffait et arrivait à un excès final τ de température. Il est facile de voir que les pouvoirs émissifs des diverses faces du cube sont proportionnels à τ. En effet, la chaleur envoyée normalement sur le miroir pendant l'unité de temps par la face du cube qui lui est opposée est μse. Le miroir réfléchit une partie r de cette chaleur et la renvoie sur le thermomètre, lequel en absorbe une fraction A', A' étant le pouvoir absorbant total du

---

[1] LESLIE, *Inquiry into the nature of heat*; Londres, 1804.

noir de fumée. La chaleur qui échauffe le thermomètre est donc

$$\pi ser A'.$$

D'un autre côté, le thermomètre perd pendant le même temps une quantité de chaleur $s'E'\tau$ proportionnelle à sa surface s', à son pouvoir émissif total E' et à l'excès τ de sa température, et, quand il est arrivé à l'état stationnaire, la perte est égale au gain

$$\mu ser A' = s'E'\tau.$$

Si l'on change la face du cube, rien n'est changé que e qui devient e_1 ; alors τ prend la valeur τ_1, et l'on a

$$\mu se_1 r A' = s'E'\tau_1$$

et, en divisant,

$$\frac{e}{e_1} = \frac{E}{E_1} = \frac{\tau}{\tau_1}.$$

Leslie a comparé ainsi le pouvoir émissif des diverses substances à celui du noir de fumée ; il a obtenu les nombres suivants :

Pouvoirs émissifs.

Noir de fumée	100	Plombagine	75
Papier	98	Plomb terne	45
Cire à cacheter	93	Plomb brillant	19
Verre	90	Mercure	20
Encre de Chine	88	Fer poli	15
Glace	85	Étain, argent, cuivre, or	12
Minium	80		

Melloni (1) recommença ces mesures avec son appareil. Il prenait pour source de chaleur un cube plein d'eau porté sur un support au-dessus d'une lampe à alcool qui servait à l'échauffer jusqu'à 100°. Les faces de ce cube étaient couvertes de diverses substances que l'on voulait essayer; on les tournait successivement vers la pile, et l'on prenait pour rap-

(1) Melloni, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 2e série, t. LXXV, p. 337 et suiv.; 1840.



port des pouvoirs émissifs le rapport des déviations galvanométriques observées. Melloni trouva :

Noir de fumée	100
Blanc de céruse	100
Colle de poisson	91
Encre de Chine	85
Gomme laque	72
Métaux	12

De la Provostaye et Desains (¹) ont signalé plusieurs causes d'erreur dans ces expériences. Melloni plaçait un diaphragme entre la pile et le cube, afin de limiter le faisceau incident; or ce diaphragme réfléchissait de la chaleur vers le cube, qui la renvoyait à la pile. Cette cause d'inexactitude est faible lorsque la face rayonnante réfléchit peu de chaleur; mais elle devient considérable quand cette face est polie et qu'elle rayonne peu. On put remédier à cet inconvénient en employant un diaphragme noirci vers le cube et poli vers la pile, et l'on en ajoutait un deuxième pour éviter l'effet de l'échauffement du premier.

Quand on prend ces précautions, on trouve entre le noir de fumée et les métaux des différences très considérables. Si la face du cube qui est noircie donne 33° de déviation, le côté argenté ne donne rien, et, quand la première produit 63°, la deuxième imprime à l'aiguille un déplacement à peine égal à 2°. Ces différences sont trop grandes pour qu'on puisse directement comparer les métaux au noir et nécessitent l'emploi d'une méthode détournée. De la Provostaye et Desains interposaient un diaphragme percé de deux trous qui pouvaient se substituer l'un à l'autre et tels, que l'effet sur la pile était 7,5 fois plus considérable avec le premier qu'avec le second. On recevait à travers ce dernier le rayonnement du noir de fumée, on mesurait son intensité i et on la multipliait par 7,5 pour avoir celle qui aurait été trouvée avec la grande ouverture. Ensuite on faisait passer le faisceau provenant

(¹) De la Provostaye et Desains, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3ᵉ série, t. XXII, p. 358 et suiv.; 1848.

des faces métalliques à travers cette large ouverture, et l'on comparait l'intensité trouvée i' à $i(7,5)$; le rapport donnait le pouvoir émissif du métal rapporté à celui du noir. Voici les résultats obtenus quand la température de la source est égale à 120° :

Noir de fumée	1
Argent vierge	0,030
Argent mat chimiquement déposé	0,054
Platine laminé	0,108
Argent bruni	0,025
Argent chimiquement déposé, bruni	0,022
Or en feuilles	0,043
Platine bruni	0,095
Cuivre en feuilles	0,049

On voit par ces résultats que Leslie et Melloni avaient assigné aux métaux des pouvoirs émissifs trop considérables, et que les erreurs inhérentes à leur mode d'expérimentation les avaient empêchés de reconnaître les inégalités de ces pouvoirs pour les diverses substances métalliques.

VARIATION DU POUVOIR ÉMISSIF AVEC LA TEMPÉRATURE. — Nous avons admis que la quantité de chaleur envoyée par un corps pendant l'unité de temps est $Q = SE\tau$ ou plus généralement $Q = SEf(T, t)$, si l'on n'admet pas la loi de Newton. Tant que cela sera exact, deux surfaces de même étendue, mais de nature différente et portées à une même température, enverront des quantités de chaleur $SE_1 f(T, t)$, $SE_2 f(T, t)$ dont le rapport sera constant et égal à celui de E_1 à E_2. Si donc nous trouvons que ce rapport varie avec t, nous en conclurons que les lois de l'émission ne peuvent être exactement représentées par aucune des formules dont nous avons fait usage.

De la Provostaye et Desains ont pris pour source de chaleur une lame de platine à travers laquelle ils faisaient passer un courant électrique et qui s'échauffait jusqu'à une température plus ou moins élevée suivant l'intensité de ce courant. Après l'avoir couverte de noir de fumée sur ses deux faces, ils la plaçaient entre deux piles de Melloni et ils déterminaient la distance de ces piles à la lame, de manière à rendre égales les



déviations des deux galvanomètres correspondants. Cela fait, ils ont enlevé le noir de fumée de l'une des faces et, l'ayant remplacé par du borate de plomb, ils ont comparé les deux déviations en portant la lame à des températures croissantes. Ces déviations devaient être proportionnelles à $SE_1 f(T, t)$ et $SE_2 f(T, t)$ ou à E_1 et E_2. On trouva qu'elles étaient égales jusqu'à 100°, qu'en chauffant davantage elles différaient l'une de l'autre de plus en plus, et qu'à 550° le rapport du pouvoir émissif du borate à celui du noir n'était plus que 0,75. De là il faut conclure que la loi de l'émission change inégalement pour les divers corps quand t dépasse 100°, et que le pouvoir total d'émission ε est pour chacun d'eux une fonction différente de la température.

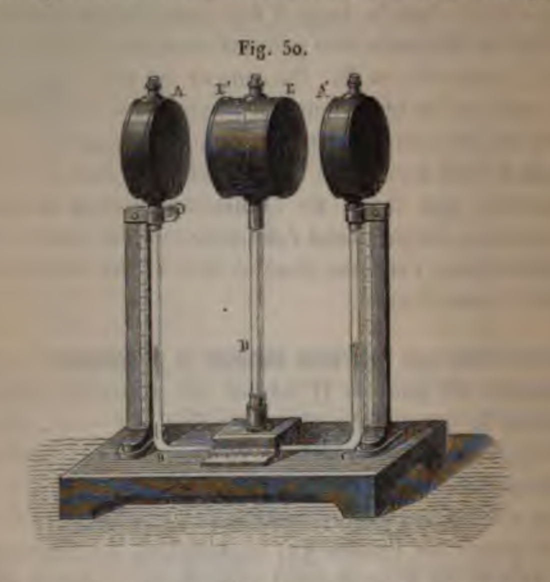
RELATION ENTRE LES POUVOIRS ÉMISSIF ET ABSORBANT. — Quand une quantité de chaleur Q tombe sur la surface extérieure d'un corps, la partie absorbée est $Q(1 - r - d)$, et si une quantité Q', venant de l'intérieur, se présente à la surface pour sortir, la portion qui est émise est $Q'(1 - r' - d')$, en désignant par r' et d' les parties réfléchies et diffusées intérieurement. Or toutes les causes qui augmentent ou diminuent les valeurs de r et de d produisent sans doute le même effet sur r' et d'. On conçoit donc que le pouvoir émissif et le pouvoir absorbant des corps varient dans le même sens. L'expérience a d'ailleurs prouvé qu'il en est réellement ainsi. De plus, les recherches de Leslie et celles de Melloni tendent à faire croire que le pouvoir absorbant rapporté à celui du noir de fumée est *égal* au pouvoir émissif du même corps rapporté aussi à celui du noir de fumée, pourvu que les flux calorifiques absorbés ou émis soient de nature identique.

Pour justifier cette loi, on peut se servir de l'appareil suivant, qui est dû à Ritchie (¹) (*fig.* 50). ABCA' est un thermomètre différentiel dont les boules sont remplacées par des tambours A et A', et entre lesquels on place un cylindre EE' rempli d'eau chaude. Les faces en regard E' et A sont couvertes, la première d'une feuille métallique, la seconde de noir

(¹) RITCHIE, *Ann. de Pogg.*, t. XXXVIII, p. 378; 1835.

de fumée, et inversement les autres faces E et A′ sont garnies, la première de noir, la seconde du même métal que E′. On trouve que les deux réservoirs du thermomètre prennent

Fig. 50.



la même température quand le vase EE′ est à égale distance de chacune d'elles.

Il est évident alors que E′ envoie à A une quantité de chaleur $me't$ proportionnelle à son pouvoir émissif et à son excès de température, et que A absorbe une fraction de la chaleur incidente proportionnelle à son pouvoir absorbant a, et qui est $me'ta$. De même A′ absorbe $meta'$, et l'on a

$$me'ta = meta' \qquad \text{ou} \qquad \frac{a}{a'} = \frac{e}{e'},$$

ce qui veut dire que les pouvoirs émissifs et absorbants, rapportés au noir de fumée et pour des flux calorifiques identiques, sont égaux.

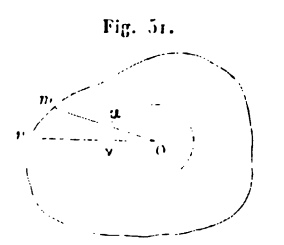
De cette égalité des pouvoirs absorbants et émissifs, il résulte que les variations constatées dans le pouvoir absorbant d'un corps, suivant l'état de sa surface, s'appliquent aussi aux

pouvoirs émissifs. Ainsi, d'après Magnus ([1]), le pouvoir émissif du platine platiné est sensiblement double de celui du platine poli : l'augmentation porte presque entièrement sur la chaleur obscure rayonnée; car, en interposant entre la lame de platine et la pile une lame d'alun, opaque pour la chaleur obscure, l'émission du platine poli se montre égale à celle du platine platiné.

ÉQUILIBRE MOBILE DE TEMPÉRATURE. — THÉORIES DE PRÉVOST ET DE M. KIRCHHOFF. — Nous admettons, depuis Prévost ([2]), que le rayonnement d'un corps, tel que nous pouvons le mesurer, n'est que la différence entre le rayonnement du corps vers l'enceinte et le rayonnement de l'enceinte vers le corps. Dans une enceinte à température uniforme, ces deux rayonnements sont égaux quand le corps est à la même température que l'enceinte, car le corps ne s'échauffe ni ne se refroidit; mais le mécanisme de ce double rayonnement nous est inconnu.

Si l'on admet : 1° que l'enceinte et le corps sont dénués de pouvoirs réflecteur et diffusif et possèdent le même pouvoir absorbant; 2° que la loi du cosinus est applicable rigoureusement, on s'écarte, il est vrai, de toute condition expérimentale réalisable, puisque le noir de fumée lui-même réfléchit ou diffuse une partie de la chaleur incidente, mais le mécanisme de l'équilibre de température devient évident.

Fig. 51.



1° On reconnaît sans peine que la quantité de chaleur reçue en un point quelconque O de l'enceinte (*fig.* 51) est indépendante de la situation de ce point. Décrivons, en effet, du point O une sphère avec un rayon égal à l'unité et considérons un cône élémentaire d'ouverture $d\omega$; il découpe sur la sphère un élément $\mu\nu$ de surface $d\omega$, et dans l'enceinte un élément mn, dont la normale fait avec l'axe du

([1]) Magnus, *Pogg. Ann.*, t. CXXIV, p. 476, et *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. VI, p. 41; 1865.

([2]) Prévost, *Essai sur le calorique rayonnant*; Genève, 1809.

i, et dont la surface est $\frac{r^2 d\omega}{\cos i}$. Soit $f(\mathrm{T})$ la quan-
r émise pendant l'unité de temps par l'unité de
paroi. Nous ne préjugeons rien sur la nature de
f, nous savons seulement qu'elle varie dans le
que la température T de l'enceinte. La quantité
ise par *mn* vers O sera, d'après la loi du cosi-
e la raison inverse du carré des distances,

$$\frac{r^2 d\omega}{\cos i} \frac{\cos i}{r^2} f(\mathrm{T}) = d\omega f(\mathrm{T}).$$

La quantité de chaleur totale envoyée par l'enceinte en O sera

$$f(\mathrm{T}) \int d\omega = 4\pi f(\mathrm{T}).$$

Cette expression est indépendante de la situation du point O.

2° Si l'on considère deux éléments *mn*, *m'n'* de la paroi, les quantités de chaleur qu'ils reçoivent l'un de l'autre ont toutes deux pour expression

$$\frac{ds\, ds'}{r^2} \cos i \cos i' f(\mathrm{T}),$$

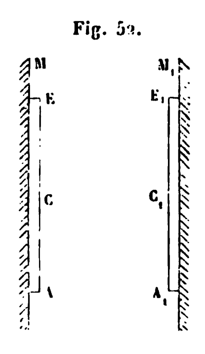
ds et *ds'* représentant les surfaces des deux éléments, *r* leur distance, *i* et *i'* les angles de la droite qui les joint avec les normales aux éléments; il en résulte que l'équilibre de température, une fois établi, ne sera pas détruit. D'autre part, $f(\mathrm{T})$ croissant avec T, si l'un des éléments est plus chaud que l'autre, il lui enverra plus de chaleur qu'il n'en reçoit et, par suite, leurs températures se rapprocheront jusqu'à ce que l'équilibre se réalise.

Mais, si l'on veut passer de ce cas théorique au cas pratique où les divers corps constituant l'enceinte ont des pouvoirs émissifs différents, réfléchissent et diffusent inégalement la chaleur, on se heurte à des difficultés de plus en plus grandes, tenant à notre ignorance des lois du rayonnement. Les raisonnements *a priori* perdent alors toute rigueur, à moins qu'on ne les applique, comme l'a fait M. Kirchhoff, non à la

radiation prise en bloc, mais à chacun des éléments, de longueur d'onde déterminée, dont elle se compose.

Imaginons avec M. Kirchhoff (¹) deux corps C et C_1 (*fig.* 52) placés dans une même enceinte à une température uniforme quelconque, fixés sur deux miroirs M, M_1 qui aient la propriété de réfléchir totalement les rayons qui leur arrivent. Supposons que C_1 émette et absorbe partiellement tous les rayons quels qu'ils soient, tandis que C émettra et absorbera seulement la lumière qui correspond à une certaine longueur d'onde, par exemple celle de la raie D, sans pouvoir émettre ou absorber aucun autre rayon. Considérons en particulier cette lumière D. La lame C en émet une quantité E; la lame C_1 en absorbe EA_1 et en renvoie $E(1-A)$ vers C, qui à son tour en absorbe $E(1-A_1)A$ et en renvoie $E(1-A_1)(1-A)$. Posons cette quantité égale à KE. Les mêmes alternatives vont se reproduire sur KE, et finalement C_1 aura absorbé

Fig. 52.



$$EA_1 + KEA_1 + K^2 EA_1 + \ldots = EA_1(1 + K + K^2 + \ldots) = \frac{EA_1}{1-K}.$$

De même, C_1 émet une quantité de ces mêmes rayons jaunes égale à E_1, et, en répétant les mêmes raisonnements, on trouve qu'il en absorbe finalement une somme égale à

$$\frac{E_1 A_1 (1-A)}{1-K}.$$

Or, pour que l'équilibre ait lieu entre ces deux corps à la même température, il faut que la quantité E_1 des rayons émis par la lame C_1 soit égale à la somme de ceux qui sont absorbés par elle, ou que

$$E_1 = \frac{EA_1}{1-K} + \frac{E_1 A_1 (1-A)}{1-K}$$

(¹) KIRCHHOFF, *Ann. de Pogg.*, t. CIX, p. 245, et *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3ᵉ série, t. LIX, p. 124, et t. LXII, p. 160; 1860-61.

et, en remplaçant K par sa valeur, il faut que

$$\frac{E_1}{A_1} = \frac{E}{A}.$$

On peut maintenant remplacer successivement le miroir C_1 par d'autres, dont les pouvoirs émissifs et absorbants soient $E_2, E_3, \ldots, e$ et $A_2, A_3, \ldots, 1$; et, comme la relation précédente s'applique à tous, on en tirera

$$\frac{E_1}{A_1} = \frac{E_2}{A_2} = \frac{E_3}{A_3} = \ldots = e,$$

ce qui veut dire finalement qu'à la même température, et si l'on considère une radiation quelconque, mais déterminée, le rapport du pouvoir émissif au pouvoir absorbant est le même pour tous les corps et égal au pouvoir émissif e des substances noires dont le pouvoir émissif est égal à l'unité.

Ainsi se trouve justifiée théoriquement et étendue au cas d'une radiation simple l'égalité des pouvoirs émissifs et absorbants, démontrée par l'expérience de Ritchie. M. Kirchhoff a tiré de cette loi des conséquences importantes sur lesquelles nous reviendrons, après avoir étudié expérimentalement la nature des radiations émises par les corps aux diverses températures.

NATURE DES RADIATIONS ÉMISES.

ÉMISSION PAR LES SOLIDES ET LES LIQUIDES. — L'étude des spectres d'émission conduit d'abord à une remarque importante : ces spectres sont *continus* si les substances rayonnantes sont solides ou liquides. C'est ce que l'on peut observer avec la chaux incandescente dans la lampe de Drummond, le platine de la lampe Bourbouze-Wiesnegg, les charbons de l'arc voltaïque, le magnésium en combustion, etc. On le constate encore en étudiant, à l'aide de la pile thermo-électrique ou du bolomètre, le spectre obscur fourni par un cube plein d'eau bouillante, etc.

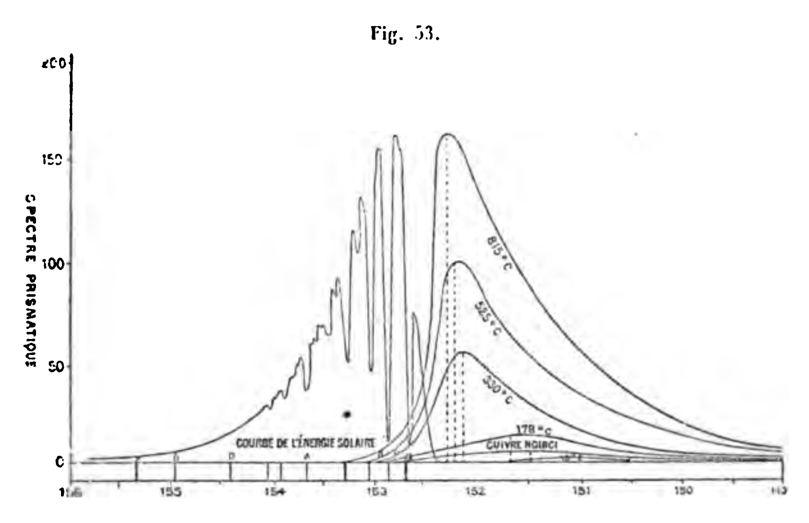
On doit à M. Langley (¹) d'intéressantes observations sur la

(¹) LANGLEY, *Philosophical Magazine*, 5ᵉ série, t. XXI, p. 369; 1886.



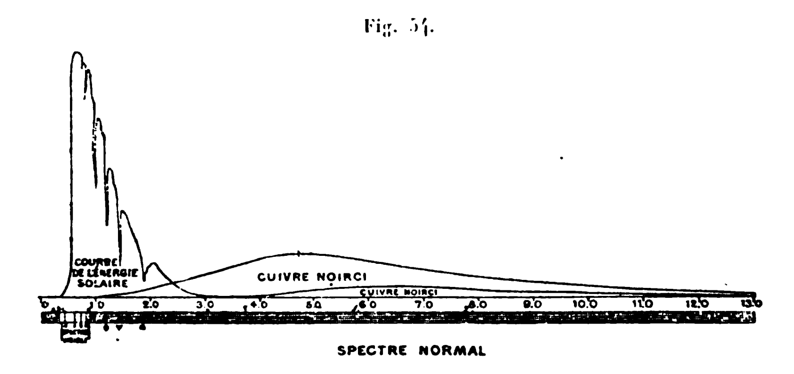
distribution de l'énergie dans les spectres émis par les corps solides à différentes températures. Elles ont été faites en décomposant par un prisme de sel gemme la chaleur émise par

Fig. 53.



un cube noirci, contenant soit un mélange réfrigérant à — 20°, ou de l'eau à diverses températures, ou encore de l'aniline bouillante, ou enfin la chaleur émise par une plaque de cuivre

Fig. 54.



noirci, chauffée à une température plus ou moins élevée. La *fig.* 53 montre la distribution d'énergie observée dans le spectre prismatique, par rapport à celle qui caractérise le

spectre solaire. La *fig.* 54 montre la distribution correspondante dans le spectre normal. On voit qu'à mesure que la température s'élève, des radiations de longueur d'onde de plus en plus petites apparaissent, l'énergie de chaque radiation augmente, mais dans un rapport différent, et, par suite, le lieu du maximum d'intensité se déplace peu à peu dans la direction des longueurs d'onde décroissantes.

Le Tableau suivant donne, d'après M. Mouton (¹), la distribution de l'énergie dans le spectre normal de la lampe Bourbouze-Wiesnegg :

	λ.	I.
G	4310	3
F	4860	5
E	5260	7,2
D	5890	12,5
C	6550	20,1
A	7600	31,4
	9000	47,1
	11500	73,9
	13050	89,6
	14000	96,2
	14800	99,3
	15000	99,7
	15300	100,0
	15500	99,7
	16100	97,5
	16500	95
	17500	84,9
	18500	75,1
	19800	60,7
	21400	40,8

Le maximum, pris arbitrairement égal à 100 et correspondant à une longueur d'onde égale à 15300, est dans la région infrarouge, encore bien loin de la raie D, où vient se placer le maximum de l'énergie solaire, tamisée par l'atmosphère terrestre.

D'après Draper (²) et la plupart des physiciens qui se sont

(¹) MOUTON, *Comptes rendus*, t. LXXXIX, p. 295; 1879.
(²) DRAPER, *Philosophical Magazine*, 3ᵉ série, t. XXX, p. 345; 1847.



occupés de la question, la température à laquelle une radiation de longueur d'onde déterminée commence à apparaître est indépendante de la nature du solide ou du liquide incandescent qui l'émet. Ainsi, tous les solides commenceraient à émettre de la lumière rouge vers 525° (rouge sombre) : le spectre visible s'étend jusque vers C (rouge orange), à 720°; vers G (orange clair), à 781°, et contient toutes les radiations visibles à 1165° (blanc éblouissant). Le platine incandescent (lampe Bourbouze) ou fondu émet un spectre ultra-violet, d'une étendue comparable à celle du spectre ultra-violet solaire.

Cela posé, il serait particulièrement intéressant de savoir d'après quelle loi l'intensité de chaque radiation simple dans le spectre varie à mesure que la température s'élève. Ce problème a été étudié en particulier par MM. Ed. Becquerel (¹), Violle (²) et Garbe (³).

D'après M. Ed. Becquerel, l'intensité d'une radiation simple émise par un corps incandescent varie avec la température, d'après la loi suivante :

$$(1) \qquad r = a[e^{b(T-\theta)} - 1].$$

θ désigne la température à laquelle prend naissance la radiation considérée, e la base des logarithmes népériens, b une constante qui, pour les diverses radiations, paraît varier en raison inverse des longueurs d'onde.

A cette formule, M. Violle substitue, pour les radiations du platine incandescent, la formule

$$(2) \qquad r = m\mathrm{T}b^{\mathrm{T}^2}a^{\mathrm{T}},$$

dans laquelle T est la température absolue du corps, b une constante égale à 0,999938, a une fonction du premier degré,

---

(¹) Ed. Becquerel, *Annales de Chimie et de Physique*, 3ᵉ série, t. LXVIII, p. 49; 1863.

(²) Violle, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. XCII, p. 1206; 1881.

(³) Garbe, Thèse de doctorat (*Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, t. I; *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. V, p. 245; 1886).

$(a = 1{,}03550 - 13\lambda)$ de la longueur d'onde exprimée en millimètres qui s'annule pour $\lambda = 0^{mm},1$ environ, et m un coefficient, fonction de la longueur d'onde qui, dans un flux total, peut servir à caractériser l'intensité calorifique relative de chaque radiation.

M. Violle a établi la formule (2) par des comparaisons spectrophotométriques de la lumière émise par le platine incandescent avec la lumière d'une lampe Carcel. Elles se rapportent à une série de températures échelonnées depuis 775° jusqu'à 1775°, température de fusion du platine. Voici ces comparaisons :

TEMPÉRATURES.	INTENSITÉS.			
	$\lambda = 6560$ C.	$\lambda = 5892$ D.	$\lambda = 5350$ (F = 5270).	$\lambda = 4820$ (F = 4860).
775....	0,00300	0,00060	0,00032	»
954....	0,81544	0,01105	0,00715 (*)	»
1045....	0,0505	0,0402	0,0265	0,0162
1500....	2,371	2,417	2,198	1,894
1775....	7,829	8,932	9,759	12,16

Elles établissent, en particulier, que l'étalon lumineux de platine est proportionnellement plus riche en rayons peu réfrangibles que la lumière de la lampe Carcel.

Puisque le coefficient b de la formule de M. Violle est constant, l'intensité totale de la radiation du platine à une température donnée serait représentée par la formule

$$R = T b^{T^2} \int^{\lambda_1} m a^T \, d\lambda ;$$

mais on ne peut effectuer l'intégration, car les expériences purement spectrophotométriques ne donnent pas les valeurs absolues du coefficient m, mais seulement le rapport des intensités lumineuses que l'on considère à celles que les mêmes radiations possèdent dans la lumière de comparaison.

M. Garbe a démontré que, à mesure que la température d'un



corps solide s'élève, chaque radiation visible forme une proportion de plus en plus grande de l'énergie totale de la radiation émise; d'où résulte nécessairement que les radiations obscures de très grandes longueurs d'ondes forment une partie de moins en moins grande de cette énergie. Chacune des radiations, obscures ou visibles, augmente, il est vrai, d'intensité avec la température, tout au moins dans les limites où ont été poursuivies les expériences de M. Langley par exemple; mais il suffit, pour expliquer la loi de M. Garbe, que la proportion dans laquelle augmente l'intensité des radiations soit d'autant plus rapide qu'elles ont une longueur d'onde plus faible, ce qui est parfaitement d'accord avec les faits observés jusqu'ici.

ÉMISSION PAR LES GAZ ET LES VAPEURS. — Les flammes contenant des parcelles solides incandescentes, telles que la flamme du gaz ou des lampes, fournissent des spectres continus, comme ceux des solides et des liquides. Mais les apparences sont entièrement changées quand on observe le spectre d'un gaz incandescent. Nous nous occuperons d'abord des spectres gazeux produits à très haute température. Ils se composent d'un petit nombre de lignes lumineuses très étroites et irrégulièrement distribuées, mais dont la place est, pour un même gaz, tellement invariable que, dès 1822, Herschel déclarait qu'elles pourraient servir à caractériser et à analyser les matières en combustion. Nous verrons bientôt quelle extension remarquable a reçu depuis l'idée d'Herschel.

A titre d'exemple, nous pouvons rappeler que la lampe à alcool salé émet une lumière jaune composée d'une double raie D. Cette raie brillante avait été déjà signalée par Fraunhofer ([1]) dans la flamme des lampes ordinaires. Swan ([2]) l'avait observée, en 1856, dans toutes les combustions faites en présence d'un sel de soude. Il admit qu'elle caractérise le sodium, et, comme il éprouvait de grandes difficultés pour

([1]) FRAUNHOFER, *Mémoires de l'Académie de Munich*; 1814 et 1815.

([2]) SWAN, *Transact. de la Soc. royale d'Édimbourg* et *Ann. de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LVII, p. 363; 1859.

éviter qu'elle ne prit naissance, il avait conclu que le sodium est répandu partout. En 1883, M. H. Becquerel [1] découvrait que la raie D du sodium est accompagnée de deux autres raies, dans l'infra-rouge, l'une coïncidant avec la raie Y du spectre solaire, l'autre avec une raie moins apparente du même spectre, voisine de A″.

Tous les sels métalliques qu'on mêle à l'alcool offrent, à la simplicité près, des résultats analogues, et sont caractérisés par un plus ou moins grand nombre de raies brillantes dans le spectre visible, infra-rouge ou ultra-violet.

L'étincelle électrique entraînant avec elle, dans les deux sens opposés, la matière volatilisée de ses deux conducteurs, donne leurs raies caractéristiques superposées à celles du gaz dans lequel l'étincelle éclate; mais il est facile de distinguer ces dernières qui sont communes à tous les gaz quand les électrodes restent les mêmes, et qui changent dans un même fluide quand on emploie des conducteurs différents.

On sait, depuis Plücker [2], que la lumière des tubes de Geissler fournit un spectre analogue.

C'est à l'aide d'étincelles qu'ont été obtenus les spectres ultra-violets caractéristiques du magnésium, du cadmium, du zinc et de l'aluminium, décrits précédemment (*voir* p. 72**).

Tels sont les principaux cas dans lesquels on observe les spectres de lignes dus à l'émission par les gaz ou les vapeurs. Il nous reste à faire connaître comment ces spectres se modifient avec la température et la pression du fluide incandescent.

SPECTRES DE LIGNES ET SPECTRES DE BANDES. — VARIABILITÉ DU SPECTRE D'UN MÊME CORPS. — Quand on chauffe la vapeur d'iode dans un courant d'hydrogène, au moyen d'une lampe à alcool, et qu'on enflamme le mélange gazeux à l'orifice d'un tube étroit, M. Wüllner [3] a observé que la flamme d'un

---

(1) H. Becquerel, *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. XXX, 1883; *Journal de Physique*, 2e série, t. III, p. 505.

(2) Plucker, *Pogg. Ann.*, t. CVII, p. 497 et 638; *Ann. de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LVII, p. 497; 1859.

(3) Wullner, *Ueber die Absorption des Lichtes in isotropen Mitteln* (*Pogg. Ann.*, t. CXX, p. 158; 1863).



rouge jaunâtre, examinée au spectroscope, fournit un spectre de bandes brillantes, dont l'analogie avec le spectre d'absorption de l'iode, précédemment étudié (*voir* p. 118**), ne saurait échapper à aucun observateur. Bien plus, des mesures précises établissent qu'aux bandes sombres du second correspondent très exactement les bandes brillantes du premier; on peut dire que le spectre d'émission n'est que le spectre d'absorption renversé.

Supposons maintenant qu'on observe le spectre de l'iode dans un tube de Geissler, c'est-à-dire à une température beaucoup plus haute, et l'on aperçoit nettement un spectre de lignes brillantes et étroites, analogue à ceux que nous connaissons déjà, et entièrement différent du spectre de bandes de la flamme de l'hydrogène iodé. Or la température de la vapeur d'iode sur le trajet de l'étincelle d'induction est beaucoup plus haute que dans la flamme, et l'on voit que dans ce cas l'élévation de la température modifie d'une manière profonde la nature de la lumière émise.

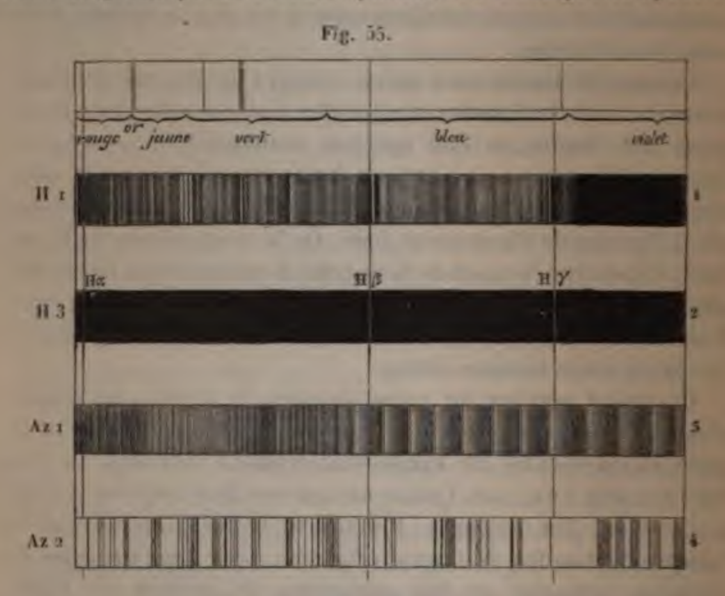
Un grand nombre de corps simples, le brome, le soufre, l'azote notamment présentent comme l'iode un spectre de lignes et un spectre de bandes entièrement distincts, et l'on observe soit l'un, soit l'autre de ces spectres suivant les circonstances. Par exemple, Plücker et Hittorf ont observé le spectre de bandes de l'azote (*fig.* 55, Az1) dans un tube de Geissler ordinaire et fait apparaître le spectre de lignes (*fig.* 55, Az2), en intercalant dans le circuit une bouteille de Leyde. M. Wüllner (¹) a complété et expliqué cette observation en montrant que le spectre de bandes ne se produit que dans l'auréole, le spectre de lignes dans l'étincelle proprement dite; les diverses circonstances qui favorisent la production de l'étincelle, par exemple l'accroissement de la densité, font succéder le spectre de lignes au spectre de bandes.

Il est impossible d'attribuer les spectres de bandes à des impuretés de l'iode, du brome, du soufre ou de l'azote, comme l'avaient d'abord soutenu plusieurs savants. Il faut donc ad-

(¹) Wüllner, *Ann. de Pogg.*, t. CXLVII, p. 321, et t. CXLIX, p. 103; 1876.

mettre, ou bien, comme MM. Ångström et Thalén ([1]), que ces corps sont susceptibles de deux états allotropiques caractérisés l'un par le spectre de bandes, l'autre par le spectre de lignes, et les observations récentes sur les variations de densité de la vapeur d'iode avec la température et la pression donnent un grand poids à cette opinion ; ou bien que le spectre

Fig. 55.



des gaz est susceptible de varier avec la température, comme on l'a constaté ci-dessus pour les corps solides ou liquides : cette opinion est aussi très plausible. M. Wüllner a essayé de prouver qu'elle s'impose, en montrant que l'on peut passer du spectre de bandes au spectre de lignes par une transition continue. Il a obtenu cette transition en observant le spectre de l'azote sous des pressions croissantes dans un tube de Geissler traversé par des décharges induites. Pour une pression de

([1]) Angstrom et Thalen, *Nova acta Reg. Soc. Sc. Upsal.*, t. IX ; voir *Journal de Physique*, 1re série, t. V, p. 125 ; 1876.

([2]) Wullner, *Ann. de Pogg.*, t. CXXXVII, p. 337, et *Ann. de Chim. et de Phys.*, 4e série, t. XVIII, p. 483 ; 1869.

$0^m,010$, on observe un spectre de bandes éclatant; au-dessus de $0^m,500$, on ne voit que le spectre de lignes, et par une variation graduée de la pression entre ces deux limites on observe l'obscurcissement progressif et inégal des diverses parties du spectre de bandes et l'apparition successive des lignes brillantes sur le fond affaibli du spectre de bandes. Dans cette expérience, la décharge électrique change de caractère d'une manière continue, et il en est de même de la lumière émise; mais nous savons aussi que les phénomènes de dissociation, que l'on est en droit d'invoquer dans le cas de l'iode par exemple, suivent la même marche graduelle, et l'on ne peut plus considérer aujourd'hui la question comme définitivement tranchée par les expériences de M. Wüllner.

On remarquera qu'il s'agit ici de spectres dont l'aspect change absolument pour passer d'une forme déterminée à une autre qui paraît non moins bien déterminée. Au contraire, l'effet de la température, dans le cas des solides, ne nous montrait qu'un accroissement d'éclat général, et un déplacement graduel du maximum d'intensité. Le même phénomène se présente aussi pour les gaz, et, dans ce dernier cas, il est bien évident qu'il n'y a pas lieu de recourir, pour l'expliquer, à l'hypothèse d'une modification allotropique. Quand la température s'élève, on voit apparaître des lignes nouvelles d'un éclat progressivement croissant, et, quand on augmente la pression, ces lignes s'étalent et finissent par former un spectre continu, comparable à celui des liquides et des solides incandescents. Frankland [1] avait déjà observé que dans l'oxygène à 10^{atm} la flamme de l'hydrogène est éclatante et fournit un spectre continu (*fig.* 55, II 1). M. Wüllner a étudié la variation de ce spectre [2] et il a constaté, en effet, que dans un tube de Geissler et sous la presssion de 2^{atm} le spectre de l'hydrogène était éclatant et compris entre la raie C et la raie G, mais avec des intensités différentes de celles qu'on observe dans le spectre des corps solides; au contraire, à une pression

---

(1) Frankland, *Ann. de Liebig* (*Supplementband*, VI).

(2) Wüllner, *Pogg. Ann.*, t. CXXXVIII, p. 337; t. CXLIV, p. 481; *Ann. de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XVIII, p. 483, et t. XXVI, p. 258; 1869-1872.

suffisamment faible, on ne reconnaît dans le spectre visible que trois raies H_α, H_β, H_γ (*fig.* 55, H 2); pour une série de pressions croissantes, ces raies s'étalent, se joignent à de nouvelles et peu à peu absorbent tout l'espace intermédiaire.

Il est difficile de faire, dans ces observations, la part de la température, de l'épaisseur ou de la densité de la couche rayonnante; mais il est évident que toutes ces causes interviennent à la fois et que l'analyse chimique ne peut actuellement utiliser que les spectres de lignes correspondant à de très hautes températures. Pour ceux-ci, on n'a jamais pu constater de déplacement des raies, et leur détermination est absolument certaine, dès qu'on obtient des raies suffisamment étroites.

CONSÉQUENCES ET VÉRIFICATIONS DE LA THÉORIE DE M. KIRCHHOFF. — RENVERSEMENT DES RAIES SPECTRALES. — L'étude de l'émission par les corps solides ou liquides et les corps gazeux nous a fourni de nombreuses et remarquables observations que nous compléterons bientôt par des applications plus remarquables encore; mais les faits observés sont jusqu'ici sans lien, et tout ce que nous pouvons faire, en l'absence d'une théorie générale de l'émission que l'on ne possède pas, consiste à formuler quelques remarques précises déduites par M. Kirchhoff de la relation générale établie ci-dessus entre les pouvoirs émissifs et absorbants.

Nous avons démontré que, si l'on désigne par E_1, E_2, E_3, ..., e les pouvoirs émissifs, par A_1, A_2, A_3, ..., 1 les pouvoirs absorbants de milieux quelconques et du noir de fumée pour une radiation de longueur d'onde λ déterminée, on a la relation

$$\frac{E_1}{A_1} = \frac{E_2}{A_2} = \frac{E_3}{A_3} = \ldots = e.$$

Il s'agit d'abord de voir comment cette relation se concilie avec nos observations sur la nature et l'intensité des radiations émises par les corps incandescents.

1° Nous avons vu que le cuivre noirci émet aux températures les plus basses des radiations de très grande longueur

d'onde auxquelles viennent progressivement s'ajouter des radiations de longueur d'onde plus faible; que vers 525° les corps noirs commencent à émettre des radiations rouges, puis, à mesure que la température s'élève encore, des radiations visibles de toutes les couleurs et des radiations ultra-violettes. Le pouvoir émissif e de ces corps, et le rapport $\frac{E}{A}$ pour toutes les substances sont donc une même fonction continue de la température et de la réfrangibilité, fonction nulle à une température basse, qui commence à prendre une valeur sensible à une température déterminée et d'autant plus haute que la réfrangibilité de la radiation considérée est plus grande.

2° $\frac{E}{A}$ étant une fonction commune à tous les corps, le pouvoir émissif E correspondant à une radiation déterminée commencera à prendre une valeur sensible à une température qui sera aussi la même pour tous. Cela veut dire que tous les corps commenceront à rougir au même moment dans la même enceinte et deviendront rouge blanc en même temps; nous avons vu que l'expérience semble vérifier ce résultat.

3° Mais de ce que $\frac{E}{A}$ est une fonction identique pour tous les corps, il ne s'ensuit pas que le pouvoir émissif E soit identique chez tous. A températures égales, E est très grand pour quelques solides, moindre pour les liquides, moindre encore pour les gaz. Le phosphate de soude s'illumine très peu quand on le porte au rouge, tandis que le charbon, les métaux et le verre sont éclatants.

4° Mais la valeur de $\frac{E}{A}$ étant commune à tous les corps, il faut de toute nécessité que ceux qui sont les plus éclatants soient aussi les plus absorbants. Aussi le phosphate de soude reste transparent au rouge, et il en est de même des gaz; mais le verre devient opaque.

5° $\frac{E}{A}$ est une fonction continue de la réfrangibilité. D'un autre côté, le spectre des solides et des liquides est dépourvu de raies, ce qui veut dire que leur pouvoir émissif E est éga-

lement une fonction continue de la réfrangibilité ; donc il en sera de même de A, c'est-à-dire qu'il n'y aura aucune raie tranchée d'absorption. Il n'en résulte pas, bien entendu, que l'intensité relative des diverses portions du spectre soit la même pour les divers corps à la même température.

6° Il est même évident que la composition de la lumière émise pourra changer avec l'épaisseur de la couche rayonnante. Considérons un corps transparent et une radiation dont le coefficient de transmission est α. Une couche infiniment mince située à une profondeur x émet une radiation proportionnelle à son pouvoir émissif E pour la radiation considérée, qui est réduite à sa sortie dans le rapport α^x ; la radiation totale est proportionnelle à $E\int_0^e \alpha^x\,dx$, c'est-à-dire à $\frac{E(\alpha^e - 1)}{\log\alpha}$, quantité essentiellement variable avec e. L'influence de l'épaisseur de la couche rayonnante a été constatée dans le cas des gaz; l'influence de la densité des gaz rayonnants doit tenir à la même cause.

7° Nous avons vu au contraire que les gaz et les vapeurs incandescents donnent des spectres réduits quelquefois à une seule raie, toujours à un petit nombre de raies brillantes, nettes et tranchées. Cela veut dire que E varie d'une manière discontinue, depuis le rouge jusqu'au violet. Les observations de Frankland et de M. Wüllner sur le spectre de l'hydrogène nous apprennent cependant que cette discontinuité est plus apparente que réelle, que les raies brillantes correspondent à des maxima de E, dont la place demeure invariable quelle que soit la pression et entre des limites de température très écartées : ce qui donne à la position de ces maxima une valeur caractéristique. Toutefois, à des températures suffisamment basses, le caractère de la fonction E change, au moins pour les corps qui présentent un spectre de bandes, et la position des maxima lumineux est déplacée. Dans tous les cas, et puisque $\frac{E}{A}$ est une fonction continue, la même pour tous les corps, il faudra que A soit grand ou nul en même temps que E. Donc, « tout gaz incandescent qui a la propriété de rayonner une raie ou bande brillante possède aussi celle de

l'absorber, et il transmet sans l'affaiblir toute lumière qu'il n'émet pas ».

Cette dernière conséquence, la plus curieuse qu'on ait déduite de cette théorie, se justifie par le raisonnement suivant, qu'on doit à M. Stokes (1).

Les molécules d'un gaz incandescent sont en vibration comme celles d'une corde sonore, et, de même que celles-ci ne peuvent produire que certains sons donnés, de même celles-là ne peuvent émettre que des lumières de réfrangibilités déterminées, celles des raies brillantes, qu'on voit dans le spectre. Or on se souvient qu'en produisant loin d'une corde musicale le son qu'elle peut rendre elle vibre aussitôt, parce qu'elle est synchroniquement ébranlée, tandis qu'elle ne vibre pas sous l'influence d'une note qu'elle ne peut donner. Si l'on transporte de tout point cette remarque à la lumière, on voit que l'éther, dans un gaz, sera mis en vibration par les lumières simples qu'il est capable d'émettre, et celles-ci, en le traversant, lui communiqueront leur force vive, qui sera absorbée et se dissipera dans tous les sens. Au contraire, les lumières différentes ne mettront point l'éther en mouvement, ne perdront point leur force vive et continueront leur route sans affaiblissement.

Cette relation entre les facultés émissives et absorbantes des gaz incandescents fut découverte par Foucault (2). Il avait reconnu qu'il y a dans l'arc de la lumière électrique un double trait jaune brillant coïncidant exactement avec la double raie obscure D du spectre solaire. Or, en dirigeant les rayons solaires à travers cet arc, Foucault vit que leur raie noire D devenait bien plus foncée ; il en conclut que l'arc et en général les sources lumineuses qui émettent des rayons d'une réfrangibilité déterminée ont aussi la propriété d'absorber et d'éteindre ces rayons dans les lumières qui les traversent. Voici d'autres démonstrations du même principe.

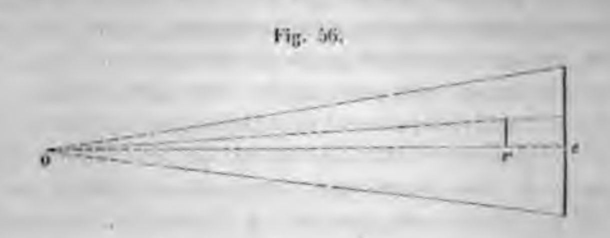
(1) Stokes, *Philosophical Magazine*, 4e série, t. XIX, p. 196 ; voir *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. LIX, p. 505 ; 1860.

(2) Foucault, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XXVIII, p. 198 ; 1849.

On produit un spectre réel avec la chaux rougie de l'appareil de Drummond; il est continu et il le demeure si l'on vient à interposer entre la fente et le prisme une lampe de Bunsen; mais aussitôt qu'on introduit dans cette lampe soit de la soude, soit de la lithine, soit un sel quelconque des métaux alcalins, on voit se manifester en noir les raies brillantes qui caractérisent ces corps.

M. Crookes fit l'expérience plus simplement (*fig.* 56) : il mit

Fig. 56.



devant une grande flamme e une petite lampe e', toutes deux alimentées par l'alcool salé, et regardant de O la grande flamme à travers la petite, il vit que les bords de celle-ci étaient noirs, c'est-à-dire qu'ils absorbaient la lumière jaune de celle-là, lumière qu'ils émettent eux-mêmes.

Signalons encore la parfaite coïncidence du spectre d'absorption de l'iode avec le spectre d'émission que présente le même corps à basse température, coïncidence constatée par Wüllner, comme nous l'avons indiqué ci-dessus.

Pour que le renversement du spectre se produise, il faut cependant satisfaire à certaines conditions qui montrent bien l'influence que peut avoir la température de la couche rayonnante sur la nature du spectre émis.

Admettons que e soit une surface solide chauffée jusqu'à être lumineuse, dont le pouvoir émissif est absolu, égal à e et sensiblement le même pour deux rayons voisins; que e' soit au contraire une flamme incandescente ayant des pouvoirs émissifs et absorbants E′ et A′ très grands pour une raie donnée D par exemple, et nuls pour les couleurs voisines, ce qui est le cas de la lampe à alcool salé. La quantité de lumière de la raie D envoyée par e et transmise par e' sera $e(1 - A')$, à



quoi s'ajoutera celle qui est envoyée par e', c'est-à-dire E'. La somme sera

$$e(1 - A') + E'.$$

Un rayon très voisin de D ne sera ni absorbé ni émis par e' et son intensité sera e. Donc la différence entre les quantités de lumière correspondant à la raie D ou aux parties voisines sera

$$e(1 - A') + E' - e = - eA' + E'.$$

La raie D sera devenue obscure si cette différence est négative, c'est-à-dire si

$$e > \frac{E'}{A'},$$

ce qui aura lieu seulement dans le cas où la température du corps e sera plus grande que celle de la lampe e'.

CHAPITRE X.

ANALYSE SPECTRALE.

Historique. — Recherches de MM. Kirchhoff et Bunsen. — Spectre des métaux alcalins. — Découverte de nouveaux métaux par l'analyse spectrale. — Spectres métalliques infra-rouges. — Spectres métalliques ultra-violets. — Spectre de l'hydrogène.
Application de l'analyse spectrale à la Physique céleste. — Constitution du Soleil. — Planètes. — Étoiles. — Nébuleuses, comètes, etc.

HISTORIQUE. — Nous avons déjà signalé les observations de Fraunhofer (1), de Herschel, de Swan (2), de Plücker, etc., sur les spectres des métaux dans la flamme de l'alcool, dans l'étincelle ou dans les tubes de Geissler. De longues années, pendant lesquelles on n'a recueilli que des observations partielles et isolées, devaient s'écouler avant que l'espoir, émis par Herschel, de la fondation d'une méthode d'analyse par les spectres pût arriver à se réaliser pleinement. C'est à MM. Kirchhoff et Bunsen que revient l'honneur d'avoir réuni en un corps de doctrine et complété par de remarquables découvertes les faits accumulés jusque-là par de nombreux physiciens dont nous allons d'abord rappeler les travaux.

Les spectres obtenus par la combustion de l'alcool en présence de divers sels métalliques ont été étudiés particulièrement par Miller (3) qui en a donné des dessins exacts : la couleur que prend alors la flamme résulte de la superposition des raies brillantes dans lesquelles le prisme la décompose. Cette

---

(1) FRAUNHOFER, *Mémoires de l'Académie de Munich*; 1814 et 1815.

(2) SWAN, *Transact. de la Soc. roy. d'Édimbourg*, et *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. LVII, p. 363; 1859.

(3) MILLER, *Philosoph. Magaz.*, avril 1845; *voir* aussi *Ann. de Pogg.*, t. CX, p. 161, et *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. LXII, p. 452; 1861.



flamme est verte avec les sels de cuivre ou d'argent et montre des raies vertes dont la position pour les deux métaux est différente; elle est rouge avec la strontiane parce qu'elle est principalement formée d'un groupe de raies rouges, etc. La flamme des hydrogènes carbonés, quand on l'observe à sa base dans la partie bleue, le dard d'un chalumeau et la lumière verte éclatante qu'on obtient en brûlant le cyanogène par un courant intérieur d'oxygène donnent toujours un même spectre. On y voit six raies brillantes et équidistantes dans l'orangé, sept dans le jaune verdâtre, trois dans le vert, cinq dans le bleu indigo et enfin un grand nombre de traits équidistants dans le violet. Ce spectre remarquable a été décrit par Morren (¹).

Fraunhofer (²) aperçut le premier les raies brillantes dans le spectre de l'étincelle électrique. Wheatstone reconnut ensuite que leur place change avec la nature des électrodes. Enfin Masson (³) les dessina avec autant de soin que Fraunhofer l'avait fait des raies solaires. Chaque métal a les siennes. Celles qui appartiennent à deux métaux se superposent dans le spectre électrique quand on allie ces deux métaux ou qu'on emploie l'un pour conducteur positif et l'autre pour électrode opposée.

Masson avait encore signalé des raies communes aux spectres de tous les métaux. L'observation était exacte; mais Ångström a montré que ces raies communes sont dues au gaz dans lequel on fait éclater l'étincelle.

En 1838, Plücker (⁴), ayant étudié le spectre des tubes de Geissler, reconnut que les raies provenant de l'illumination du milieu sont fixes, constantes et propres à caractériser le gaz employé. D'après ses recherches, on connaît le spectre de l'oxygène, de l'azote, de l'hydrogène et d'un grand nombre de corps simples gazeux ou volatilisés. Quand on emploie des

---

(¹) MORREN, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 4ᵉ série, t. IV, p. 305; 1865.

(²) *Loc. cit.*

(³) MASSON, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3ᵉ série, t. XIV, p. 219; t. XXX, p. 5; t. XXXI, p. 295; t. LXV, p. 385; 1845, 1862.

(⁴) PLÜCKER, *Ann. de Pogg.*, t. CVII, p. 497 et 638, et *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3ᵉ série, t. LVII, p. 497; 1859.

gaz ou des vapeurs composées, on découvre généralement des raies nouvelles propres à ce composé; mais on peut voir aussi celles qui répondent à ses éléments. C'est ainsi que l'oxyde de carbone possède un ensemble de raies particulier, au milieu duquel on voit naître celles de l'oxygène lorsqu'on atteint une température suffisamment élevée. De même la vapeur d'eau montre les raies de l'hydrogène lorsque le courant est faible et celles de l'oxygène s'il augmente; de même aussi Morren [1] vit apparaître le spectre du charbon dans les hydrogènes carbonés.

L'arc électrique devait produire les mêmes effets. Foucault [2] l'étudia en 1839 et en 1849. Il trouva dans cette lumière les raies qui, dans la suite, furent reconnues pour caractériser le charbon. Il remplaça le crayon inférieur par un creuset dans lequel il déposait un fragment d'argent, de cuivre, de zinc ou de laiton. L'argent donnait, entre autres, deux raies vertes extrêmement lumineuses, le cuivre un groupe de bandes rouges et de raies vertes, le zinc des bandes bleues et le laiton la combinaison des raies particulières du cuivre et du zinc. Avec le fer, on obtint environ soixante-dix raies, et ce qu'il faut remarquer, c'est que tous les métaux reproduisent dans cette nouvelle expérimentation les caractères que Masson avait découverts dans l'étincelle électrique et que Kirchhoff [3] reproduisit ensuite avec plus de soin et de plus grands détails en remplaçant la machine électrique par la bobine de Ruhmkorff.

RECHERCHES DE MM. KIRCHHOFF ET BUNSEN. — Le célèbre travail de MM. Kirchhoff et Bunsen parut en 1855 [4]. Nous allons le résumer brièvement.

---

(1) Morren, *loc. cit.*

(2) Foucault, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XVIII, p. 746 et 860; t. XXVIII, p. 698.

(3) Kirchhoff, *Ann. de Pogg.*, t. CIX, p. 148, et *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. LVIII, p. 254; 1860.

(4) Bunsen et Kirchhoff, *Ann. de Pogg.*, t. CX, p. 161 et t. CXIII, p. 337; voir *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. LXII, p. 452, et t. LXIV, p. 267; 1861-62.

orangé avant D. A son tour, le potassium, à un état de combinaison quelconque, fait naître une raie rouge très voisine de A et une seconde qui est violette. Avec les métaux alcalino-terreux les résultats se compliquent sans cesser d'être aussi caractéristiques. C'est ainsi que l'on voit dans le spectre du strontium plusieurs raies rouges, une autre qui est dans l'orangé, et une dernière, colorée en bleu intense, qui est située entre F et G; dans celui du calcium des bandes orangées et une belle raie verte, et enfin dans celui du baryum, le plus compliqué de tous, un ensemble nombreux de lignes brillantes comprises entre le rouge et le bleu.

En résumé, les métaux alcalins ou alcalino-terreux combinés avec des corps quelconques déterminent, quand on les introduit dans la flamme, certaines raies spectrales qui les caractérisent et qui vont permettre non de les doser, mais de reconnaître leur présence. Tel est le principe de l'analyse spectrale.

Pour prouver qu'elle a de la valeur, il fallait montrer que cette méthode est plus sensible que les autres. On fit détoner dans une chambre de 60^{mc} un mélange de 0^{gr},003 de chlorate de soude avec du sucre de lait; il en résulta un petit nuage contenant du sodium qui se répandit peu à peu dans la pièce. Un spectroscope, placé aussi loin que possible du lieu où s'était faite la détonation, montra, en effet, la raie D au bout de quelques minutes. Or, si l'on suppose que tout le sodium contenu dans le chlorate ait été uniformément répandu dans la salle et apporté peu à peu dans la flamme avec l'air qui entretient la combustion, on trouve qu'il en arrive $\frac{1}{3000000000}$ de gramme pendant chaque seconde, et cette seconde suffit pour qu'on voie la raie D et qu'on reconnaisse la présence de ce métal. On comprend qu'avec sa prodigieuse sensibilité cette méthode doive montrer du sodium à peu près partout. On en trouve, en effet, près des côtes où il est entraîné par les vents, toutes les fois qu'on remue des objets, qu'on bat des étoffes, qu'on ferme un livre, et en général toutes les fois qu'on soulève des poussières. Cela n'est pas particulier au sodium : tous les autres métaux alcalins se décèlent avec la même facilité et la même sensibilité. C'est ainsi qu'on a reconnu le lithium,

qu'on croyait rare, dans les eaux de la mer, dans les cendres des fucus, dans les granites, dans les sols qui sont produits par la décomposition de ces roches, dans les plantes qui y poussent et jusque dans le lait et la viande des bestiaux qui y vivent.

DÉCOUVERTE DE NOUVEAUX MÉTAUX PAR L'ANALYSE SPECTRALE. — 1° *Rubidium.* — Après s'être mis ainsi en possession d'une méthode qui faisait reconnaître, par un simple coup d'œil, les métaux alcalins dans un mélange quelconque, MM. Kirchhoff et Bunsen firent dissoudre 150^{kg} de lépidolite de Saxe. Après avoir précipité successivement tous les métaux que la solution contenait, excepté le sodium et le potassium, ils découvrirent au spectroscope, outre les caractères de ces deux métaux, des raies nouvelles qui n'appartenaient à aucun des alcalis connus. Il y en avait deux dans le rouge et deux autres moins vives dans le violet (*fig.* 57). Ils en conclurent que le liquide devait contenir un métal alcalin jusqu'alors inconnu, caractérisé par ces raies rouges si brillantes, et ils le nommèrent *rubidium*. Ils eurent ensuite quelque peine à l'isoler; néanmoins, comme le chloroplatinate de rubidium est moins soluble à chaud que celui de potassium, on le précipite en versant la solution dans du chloroplatinate de potassium dissous à chaud. Le rubidium a pour équivalent 85; il est isomorphe avec le potassium.

2° *Cæsium.* — Les eaux mères des salines de Durkheim, débarrassées de tous les métaux alcalins, excepté le sodium, le potassium et le rubidium, offrirent encore deux nouvelles raies inconnues, toutes deux bleues, très éclatantes et très voisines. Elles indiquaient un second métal, le cœsium, qu'on parvint à séparer de ses congénères. Il a pour équivalent 123.

3° *Thallium, indium, gallium.* — Dès ce moment de nombreux chimistes ont mis à profit la belle méthode de recherche qui s'était montrée si fructueuse entre les mains de MM. Kirchhoff et Bunsen, et des métaux nouveaux assez nombreux, découverts par l'analyse spectrale, sont venus grossir la liste des corps simples.

En 1861, M. Crookes (¹) découvrit dans le spectre de certains résidus sélénifères une raie verte très brillante; il l'attribua à une substance qu'il nomma *thallium*, mais il ne sut point l'isoler, et l'existence de ce corps était restée douteuse, lorsque M. Lamy (²) le découvrit en abondance à Lille dans les boues des chambres de plomb. C'est un nouveau métal alcalin qui ressemble au plomb par ses caractères physiques et au potassium par ses propriétés chimiques. Son équivalent est égal à 204.

En 1867, MM. Reich et Richter (³) ont extrait l'indium des blendes de Freiberg, qui en renferment 25gr à 30gr par 100kg. Ce métal a été décelé par deux raies : l'une bleu indigo, d'où lui vient son nom; l'autre violette, toutes deux caractéristiques. Ce métal a pour équivalent 37,8 et ses propriétés le rapprochent du zinc et du cadmium; mais il est précipité de ses dissolutions par ces deux métaux.

Enfin M. Lecoq de Boisbaudran (⁴) a découvert le *gallium*, en 1876, dans une blende de Pierrefitte. Ce métal, caractérisé par deux raies violettes linéaires, a pour densité 5,94, fond à 29°,5 et se maintient ensuite liquide à la température ordinaire, grâce à un phénomène de surfusion. Ses analogies chimiques et son équivalent le placent entre l'aluminium et l'indium.

Depuis cette époque, d'assez nombreux métaux, appartenant aux familles du cérium et de l'yttria (*voir* p. 110**) ont été isolés par une patiente analyse chimique, soutenue par l'application répétée du spectroscope. Cet appareil est donc devenu l'auxiliaire indispensable de toutes les recherches analytiques poursuivies en vue soit de découvrir de nouveaux métaux, soit de préparer des composés métalliques à l'état de pureté parfaite.

La méthode spectroscopique est surtout d'une application facile pour les corps dont le spectre se réduit à un petit nombre

---

(¹) Crookes, *Chemical News*; 1861.

(²) Lamy, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. LXVII, p. 385; 1863.

(³) Reich et Richter, *Journ. für prakt. Chemie*, t. LXXXIX, p. 441; *voir* aussi *Ann. de Chim. et de Phys.*, 4e série, t. XIII, p. 490; 1868.

(⁴) Lecoq de Boisbaudran, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXXXI, p. 493 et 1100; t. LXXXII, p. 168, 1046 et 1098; 1875-76.

de raies; aussi les premiers métaux découverts par l'analyse spectrale appartiennent-ils au groupe des substances alcalines pour lesquelles cette condition est satisfaite. Les derniers métaux isolés présentent des spectres beaucoup plus complexes, et il est vraisemblable que ceux qui restent à découvrir en offriront de plus compliqués encore, analogues, par exemple, à celui du fer, dont les raies sont en nombre excessivement considérable.

APPAREILS EMPLOYÉS POUR L'ANALYSE SPECTRALE. — SPECTROSCOPES A VISION DIRECTE. — On doit à M. Kirchhoff d'avoir étudié patiemment les spectres de la plupart des métaux connus, même de ceux qui, par la complication et le peu d'éclat de leurs raies brillantes, devaient comporter les mesures les plus pénibles et les plus fastidieuses. Il employait à cet effet un spectroscope à plusieurs prismes déjà décrit (*fig.* 69, p. 91*). Il faisait arriver les rayons solaires par la moitié inférieure de la fente, pendant qu'au moyen d'un prisme à réflexion totale il éclairait la partie supérieure avec l'étincelle de la bobine de Ruhmkorff. Les électrodes étaient faites avec le métal qu'il voulait étudier, et il comparait ce spectre de traits brillants avec le spectre solaire qui montre des raies obscures. Le dessin qui résume ces observations se trouve dans les *Annales de Chimie et de Physique* (1). Cette longue et pénible comparaison fut exécutée en vue d'une entreprise de haute importance, en vue de savoir quelle est la composition chimique du Soleil. Nous reviendrons bientôt sur ce sujet intéressant.

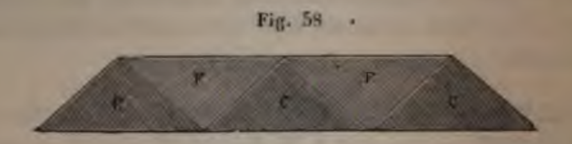
Le spectroscope de MM. Kirchhoff et Bunsen a l'inconvénient de placer la lunette L dans une position oblique par rapport au collimateur K, ce qui est incommode surtout pour les observations courantes. Dans les spectroscopes à vision directe, le collimateur et la lunette sont sur le prolongement l'un de l'autre; le système des prismes est disposé de manière à disperser la lumière sans déviation sensible du rayon moyen.

1° *Solution d'Amici.* — Amici eut le premier l'idée d'an-

(1) KIRCHHOFF, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LXVII.

nuler la déviation d'un prisme de flint, à l'aide de deux prismes de crown dont la dispersion est beaucoup moins considérable (*voir* p. 150*). On obtient de meilleurs résultats en portant à cinq le nombre des prismes, comme l'a fait Hoffmann et comme l'indique la *fig*. 58. Les prismes rectangles **FF** sont

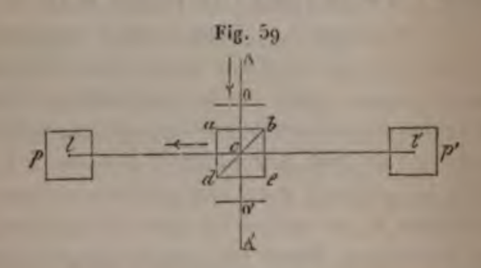
Fig. 58



en flint, les prismes CCC sont en crown. Les spectroscopes construits au moyen de prismes d'Hoffmann sont d'un prix peu élevé et n'exigent qu'une faible quantité de lumière; ils sont très bien appropriés aux besoins de l'analyse chimique courante.

2° *Solution de M. Thollon* (1). — On obtient une dispersion bien plus considérable en diminuant l'angle des crowns associés au flint dans le prisme d'Amici, de manière à faire reparaître la déviation; mais alors, pour renvoyer le rayon sur le prolongement de la direction primitive, il faut avoir recours à une série de réflexions totales. Dans les *fig*. 59 et 60, OO′ est

Fig. 59

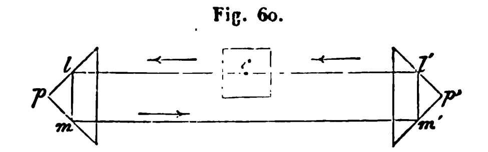


l'axe commun de la lunette et du collimateur, *c* un cube formé par la réunion de deux prismes accolés par leur face hypoténuse, *p* et *p′* deux prismes d'Amici formés d'un flint de 90° entre deux crowns de 18°. Chacun de ces prismes équi-

(1) THOLLON, *Journal de Physique*, 1re série, t. VII, p. 141, et t. VIII, p. 73; 1878 et 1879.

vaut, au point de vue de la dispersion, à un prisme de 60° en sulfure de carbone. Le rayon suit la marche *oclmm'l'co'* (*fig.* 59 et 60). La dispersion produite est assez grande pour

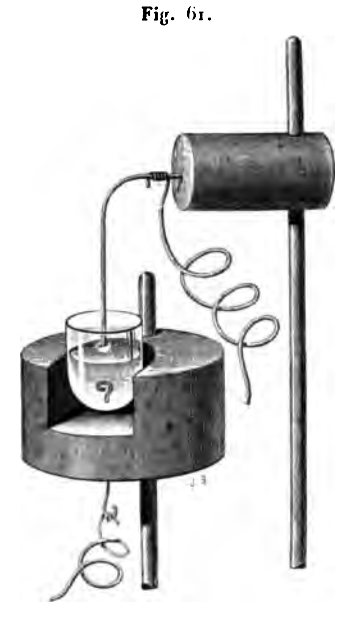
Fig. 60.



que la distance angulaire des deux raies D atteigne 1' 30", c'est-à-dire à peu près la moitié de la dispersion obtenue par M. Gassiot.

On simplifie beaucoup aussi, dans la pratique, la disposition qui porte le métal à l'incandescence. On se borne, le plus souvent, à faire éclater l'étincelle d'induction à la surface d'une solution saline du métal, comme le représente la *fig.* 61,

Fig. 61.



à l'aide d'un gros fil de platine très rapproché de la surface du liquide et d'un second fil immergé.

Principales raies visibles de quelques métaux (¹).

Sodium (dans la flamme)...	5895 5889	Raie double excessivement vive.
Potassium (dans la flamme).	7680 4045	Raie double très vive.
Lithium (dans la flamme)...	6705 6102	Extrêmement vive.
Strontium (étincelle dans la solution de chlore ou sel dans la flamme)..........	6627	Assez vive.
	6497	
	6364	Vive.
	6243	
	6058	Très vive.
	6031	Assez vive.
	4607	Assez vive.
	4215	
Calcium (étincelle dans la solution de chlorure ou sel dans la flamme)..........	6265	
	6202	Très vive.
	6181	Très vive.
	5933	
	5543	Assez vive.
	5517	Assez vive.
	4226	
Baryum (étincelle dans la solution de chlorure ou sel dans la flamme).........	5535	Assez vive.
	5312	
	5242	Très vive.
	5136	Vive.
	4932	
	4556	

En plus, un certain nombre de bandes ombrées vers la gauche.

Rubidium (flamme)........	7800	
	6297	
	4216	Vive.
	4202	Très vive.

(¹) Dans des conditions autres que les conditions indiquées, l'intensité relative des raies peut se trouver modifiée et de nouvelles raies peuvent apparaître. Ainsi, dans le cas du sodium, l'étincelle sur le sel marin fondu ou sur le métal donne en outre 6156 (double), 5687 (double, vive), 4982 (double).

Cœsium (flamme).........	6219	
	6007	
	4597	Vive.
	4560	Très vive.
Thallium (étincelle ou flamme)	5349	Extrêmement vive.
Indium (étincelle ou flamme).	4511	Très vive.
	4101	Vive.
Gallium (étincelle dans la solution de chlorure)......	4170	Assez vive.
	4031	
Argent (étincelle dans la solution d'azotate).........	5464	Très vive.
	5207	Vive.
Bismuth (étincelle dans les solutions).............	5552	
	5208	
	4722	Très vive.
	4118	
Cadmium (étincelle dans les solutions salines)........	6348	
	5085	Très vive.
	4799	Vive.
	4677	
Étain (forte étincelle dans les solutions concentrées des chlorures)..........	6450	
	5798	
	5631	Assez vive.
	4526	Vive.
Fer (étincelle dans la solution de chlorure)........	5370	
	5326	Très vive.
	5267	Très vive.
	5231	Vive.
	5190	
	5168	
	5139	
	4959	Vive.
	4923	Vive.
	4891	
	4406	Assez vive.
	4383	
Magnésium (étincelle dans la solution de chlorure).....	5183	Vive.
	5172	Assez vive.
	5167	Assez vive.

lans les métal).	5789	Assez vive.
	5769	Assez vive.
	5460	Très vive.
	4916	Faible.
	4357	Vive.
	4078	
	4047	
is l'azo-	6001	
	5201	
	5003	Vive.
	4056	Très vive.
s la solu-	6361	Vive.
	4810	Très vive.
	4721	Assez vive.
	4680	

ÉTALLIQUES INFRA-ROUGES. — Les métaux présen- t aussi des raies d'émission caractéristiques dans le spectre ouge (*fig.* 27, p. 74**). Elles ont été découvertes par Becquerel à l'aide d'une méthode analogue à celle qu'il a employée pour l'étude du spectre solaire infra-rouge. Voici les principaux résultats qu'il a obtenus (¹) :

Métaux volatilisés dans l'arc voltaïque.

Potassium...............	7700 10980 11620 12330	Raies très brillantes.
Sodium..................	8190 11420	Visible à l'œil nu.
Strontium...............	8700 9610 10030 10980	Raies et bandes plus faibles, longueurs d'onde approchées.
Calcium.............	De 8580 à 8760 De 8830 à 8880	Larges bandes, probablement groupes de raies.

(¹) *Annales de Chimie et de Physique*, 5ᵉ série, t. XXX, p. 5; 1883, et *Comptes rendus*, t. XCIX, p. 374; 1884.

Magnésium	8990	Très intense, peut-être multiple.
	10470 (?)	Très faible.
	12000	Large et peut-être double.
	12120	
Aluminium	11280	Larges et intenses, peut-être multiples.
	13615	
Zinc	11250	
	13060	
Cadmium	10500	
Plomb	10598	Très intenses.
	10870	
	11330	
	12210	Groupe plus faible, longueur d'onde approchée.
	12290	
Thallium	11500	Longueur d'onde approchée.
Bismuth	8370	Longueurs d'onde approchées.
	9730	
Argent	7710	Visibles à l'œil nu.
	8250	
Étain	10830	
	11990	

Les raies du sodium, du magnésium et du calcium coïncident avec des raies du spectre infra-rouge.

SPECTRES MÉTALLIQUES ULTRA-VIOLETS. — Les raies d'émission ultra-violettes des métaux ont été découvertes et décrites pour la première fois par M. Mascart ([1]) à l'aide de la photographie. Leur étude a été rendue très facile, grâce à l'oculaire fluorescent de M. Soret ([2]). Nous avons dit précédemment que c'est dans le spectre ultra-violet de l'aluminium qu'apparaissent les radiations les plus réfrangibles connues, et nous renverrons le lecteur aux Tableaux des p. 72**, 73** pour l'énumération des plus belles raies.

([1]) MASCART, *Annales de l'École Normale*, 1re série, t. IV, p. 7.

([2]) SORET, *Archives des Sciences physiques et naturelles*, avril 1874.

Spectre de l'hydrogène. — L'hydrogène est caractérisé dans le spectre visible par quatre raies H_α, H_β, H_γ, H_δ, dont les deux premières coïncident avec les raies C, F, la dernière avec la raie *h* du spectre solaire. M. Cornu, étant parvenu, à l'aide de précautions minutieuses, à remplir des tubes de Geissler avec de l'hydrogène raréfié très pur (¹), a obtenu de nombreuses raies ultra-violettes (²), dont la coïncidence avec les raies ultra-violettes des étoiles blanches, signalées par M. Huggins (³), est des plus remarquables. Elles offrent le caractère d'être de moins en moins intenses et de plus en plus resserrées à mesure qu'elles sont plus réfrangibles.

Le Tableau suivant donne les longueurs d'onde de toutes les raies connues de l'hydrogène, visibles et ultra-violettes.

Raies.	Longueurs d'onde.	Raies stellaires.	Calcul.
H_α (C)......	6541,9 (⁴)	»	6561,00
H_β (F)......	4860,87 (⁴)	»	4860,00
H_γ..........	4339,5	»	4339,28
H_δ (*h*)......	4101,0	4101,0	4100,62
H_ε (H)......	3968,9	3968,9	3969,00
α..........	3887,8	3887,5	3888,00
β..........	3834,6	3834,0	3834,35
γ..........	3796,9	3795,0	3796,87
δ..........	3769,4	3767,5	3769,61
ε..........	3749,8	3745,0	3749,10
ζ..........	3733,6	3730,0	3733,30
η..........	3721,6	3717,5	3720,90
θ..........	3710,7	3707,5	3711,0
ι..........	»	3699,0	3702,9

Les nombres de la dernière colonne ont été calculés par

(¹) Cornu, *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. V, p. 100; 1886.
(²) *Ibid.*, p. 341.
(³) Huggins, *Comptes rendus*, t. XC, p. 70.
(⁴) Moyenne de déterminations de Van der Willigen, Ångström, Mendenhall, Mascart, Ditscheiner; à partir de H_γ, les nombres sont ceux de M. Cornu (*Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. V, p. 353; 1886).

M. Balmer (¹) à l'aide de la formule empirique

$$\lambda = 3645 \frac{m^2}{m^2 - 4},$$

dans laquelle il faut donner à m toutes les valeurs comprises entre $m = 3$ (raie C) et $m = 16$ (raie i). C'est le premier exemple connu d'une formule empirique reliant rigoureusement toutes les raies spectrales d'une même substance.

M. Cornu (²) a reconnu que l'aluminium et le thallium donnent un spectre ultra-violet dont l'analogie avec celui de l'hydrogène est frappante. Les raies de l'aluminium sont des raies doubles, dont les longueurs d'onde se déduisent de celles de l'hydrogène (h) par les formules

$$\lambda_1 = 473,0 + 0,43783\,h,$$
$$\lambda_2 = 471,8 + 0,43678\,h;$$

de même, le thallium donne les raies doubles

$$\lambda_1 = 946,1 + 0,29776\,h,$$
$$\lambda_2 = 1113,1 + 0,75294\,h.$$

L'intensité de ces raies décroît d'après la même loi que celle des raies de l'hydrogène. Elles présentent, en outre, le caractère d'être *spontanément renversables*, c'est-à-dire que, si l'on fait croître la température et la densité de la vapeur métallique, la raie s'élargit d'abord en une bande lumineuse, puis se renverse, et l'on voit apparaître dans la bande une raie sombre, à la place occupée primitivement par la raie brillante.

Il est vivement à désirer que le nombre de ces relations empiriques se multiplie. Tôt ou tard elles doivent nous mettre sur la voie des lois mystérieuses de l'émission.

(¹) BALMER, *Wied. Ann.*, t. LXXX; 1885.
(²) CORNU, *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. V, p. 93; 1886.

APPLICATION DE L'ANALYSE SPECTRALE A LA PHYSIQUE CÉLESTE.

CONSTITUTION DU SOLEIL. — Nous avons observé que le spectre solaire n'est pas continu; on ne peut donc admettre que cet astre soit analogue à un gros boulet rougi, fondu ou non. Le spectre solaire n'est pas non plus un spectre de lignes brillantes; donc la lumière du Soleil n'est pas émise par un gaz incandescent. Mais le phénomène du renversement des raies par l'interposition d'une couche gazeuse absorbante nous a appris comment on peut se procurer un spectre lumineux, sillonné de raies sombres, analogue au spectre solaire. Nous pouvons donc imaginer que la lumière du Soleil nous vient d'une masse incandescente solide ou liquide, continue ou précipitée en nuage analogue à celui dont les flammes carbonées nous donnent l'exemple, mais qu'avant de nous parvenir cette lumière est tamisée à travers une couche absorbante de gaz ou de vapeurs métalliques formant l'atmosphère extérieure du Soleil.

Or M. Kirchhoff (1) a reconnu que beaucoup de raies observées que nous trouvons dans le spectre solaire coïncident avec les raies brillantes qui caractérisent plusieurs de nos métaux (2); il en a conclu que ceux-ci existent en vapeur dans l'atmosphère solaire; le sodium s'y trouve, puisque la double raie brillante D, qui le fait reconnaître, se voit en noir dans le spectre; le bismuth, le magnésium, le chrome, le nickel et probablement le cobalt font également partie du Soleil, ainsi que le fer, car les nombreux traits brillants que produit la vapeur incandescente de ce métal se voient transformés en raies obscures dans le spectre de Fraunhofer. D'un autre côté, le mercure, l'or, l'aluminium, le silicium, l'étain, le plomb, l'arsenic, dont les raies manquent au spectre du

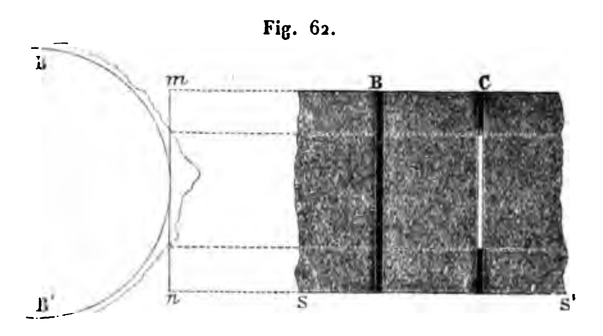
(1) KIRCHHOFF, *Ann. de Pogg.*, t. CXVII, p. 94; *Ann. de Chimie et de Phys.*, 3e série, t. LXVIII, p. 5 (*Mémoires de l'Académie de Berlin*; 1861).

(2) *Voir* les Planches des *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. LXVIII; 1863.

Soleil, doivent manquer à la composition chimique de son atmosphère absorbante.

L'hydrogène libre forme à lui seul l'atmosphère solaire la plus extérieure. Les raies sombres de l'hydrogène, parmi lesquelles se trouve la raie C, sont très nettes dans le spectre ordinaire, et, grâce à certaines précautions, on peut les voir renversées, c'est-à-dire brillantes. C'est ce qui arrive lorsque l'on place la fente du spectroscope (*fig.* 62) sur le bord du disque solaire

Fig. 62.



et en dehors de la zone lumineuse : là où se trouvent des protubérances, on voit apparaître le spectre lumineux de l'hydrogène se détachant nettement entre deux régions à raies sombres, correspondant à la lumière diffusée par le ciel, comme l'indique la figure. M. Janssen ([1]), qui a le premier observé au spectroscope les protubérances solaires, aux Indes, pendant l'éclipse totale de 1868, a indiqué ce procédé pour l'étude des protubérances en temps ordinaire, et à peu près en même temps M. Norman Lockyer arrivait indépendamment au même résultat. M. Young ([2]), de Darmouth, est jusqu'à présent le seul qui ait pu, à la faveur de l'éclipse de 1870, observer d'autres raies brillantes que celles de l'hydrogène. Au moment où le bord du Soleil allait être démasqué, ce savant a vu apparaître dans son spectroscope une multitude de raies brillantes qui ont disparu presque aussitôt.

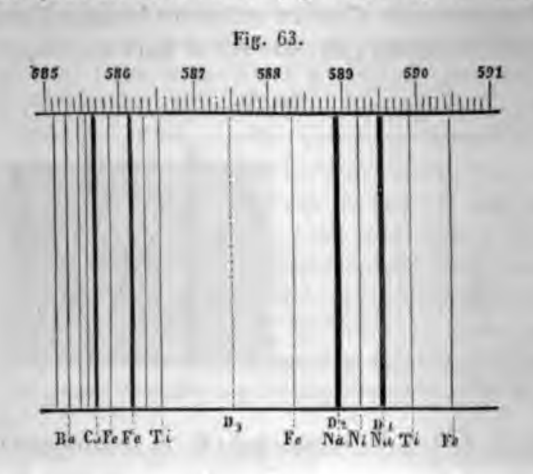
([1]) Janssen, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 4e série, t. XV, p. 414 ; 1868.

([2]) *Voir*, dans le *Soleil* du P. Secchi (t. II, p. 90 et 91), la liste des raies indiquées par M. Young.

L'étude spectroscopique des taches solaires montre que leur spectre, de même nature que le spectre des parties brillantes, ne s'en distingue que par l'intensité des raies d'absorption qui s'élargissent dans la pénombre et surtout dans le noyau, en même temps que l'éclat des parties brillantes diminue.

C'est ce que l'on voit dans les *fig.* 63 et 64, dont la première

Fig. 63.

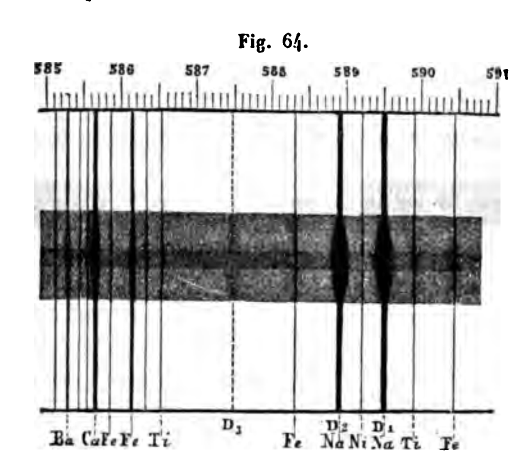


représente une partie du spectre solaire ordinaire, la seconde la même partie du spectre quand la fente du spectroscope traverse une tache.

En résumé, l'analyse spectrale, jointe aux observations d'une autre espèce faites sur les taches, les granulations de la surface solaire, etc., laisse peu de chose d'incertain dans la constitution des couches les plus extérieures du Soleil. La couche brillante ou chromosphère est formée d'une matière assez fluide pour présenter des déchirures qui changent rapidement de forme et disparaissent après avoir livré passage à des torrents d'hydrogène. Ces déchirures sont les taches où domine la matière gazeuse absorbante; les jets d'hydrogène forment les protubérances. Les vapeurs absorbantes environnent immédiatement les gouttelettes liquides de la chromosphère et, à l'exception de l'hydrogène, ne s'étendent pas à plus de 1″ au delà, comme le prouve l'observation de M. Young.

Il faut donc admettre que l'absorption se produit autour de chaque particule des nuages de la chromosphère par la vapeur même qui a engendré cette particule par sa condensation. Les métaux que nous connaissons forment les nuages brillants de la chromosphère, comme l'eau forme ceux qui sont en suspension dans notre atmosphère terrestre : le liquide est accompagné de sa vapeur à faible tension.

Fig. 64.

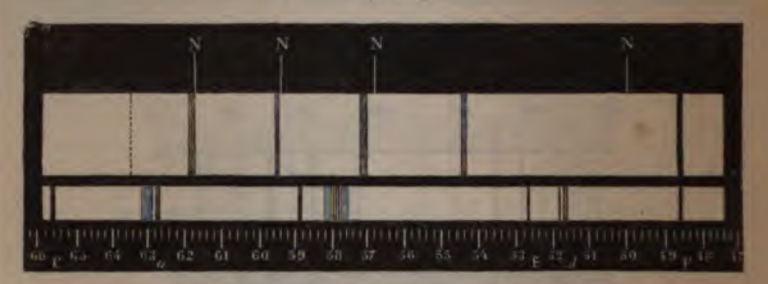


Quant à la masse centrale du Soleil, nous n'avons aucun moyen direct de relation avec elle; l'analogie porte à penser qu'elle contient les mêmes éléments que la photosphère, mais à une température où ces éléments sont dissociés, où les réactions chimiques que nous connaissons sont impossibles. Cette manière de voir, qui appartient à M. Faye, fournit la meilleure explication de l'entretien de la chaleur solaire (*voir* t. II, p. 246**).

PLANÈTES. — Le spectre de la lumière des planètes est identique par sa constitution au spectre solaire. Il n'en diffère que par la présence et la plus ou moins grande intensité des raies ou bandes d'absorption produites par les atmosphères propres des planètes que traverse la lumière solaire réfléchie. Ces raies, insensibles dans le spectre de la Lune, sont d'autant plus marquées qu'on observe des planètes plus éloignées du

Soleil (¹). Mercure et Vénus ne présentent que des bandes d'absorption très faibles dans le rouge et dans le jaune; Mars présente les mêmes bandes, mais plus marquées. Dans les spectres de Saturne et de Jupiter apparaît en outre une bande

Fig. 65.



très intense dans le rouge; le violet et le bleu sont fortement affaiblis. Enfin les spectres d'Uranus et de Neptune sont sillonnés de bandes très nombreuses, répandues un peu partout. La *fig.* 65 représente, d'après M. Huggins, le spectre d'Uranus, en regard des raies telluriques du spectre solaire (²).

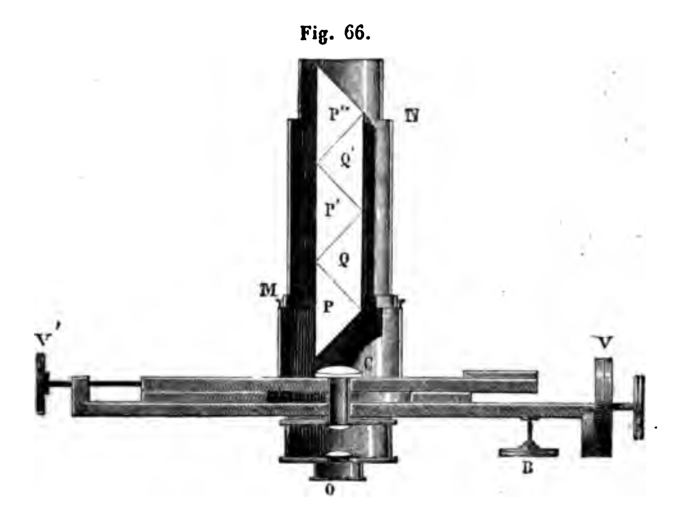
Étoiles. — Fraunhofer se préoccupa le premier d'observer les spectres des étoiles, en disposant en avant du tube oculaire d'une lunette une lentille cylindrique qui transforme l'image réelle de l'étoile en une ligne brillante qu'il observait à travers un prisme. MM. Huggins, Rutherfurd, entre autres, ont poursuivi cette étude avec des appareils plus perfectionnés. La *fig.* 66 représente une des dispositions adoptées par le P. Secchi. PQP′Q′P″ est un prisme à vision directe, C une lentille cylindrique, enfin O un oculaire ordinaire. Les tambours VV′ permettent de faire glisser la lentille C de quantités connues, de manière à amener successivement les diverses portions du spectre sous la croisée de fils du réticule. Un tube latéral, non représenté sur la figure, permet d'introduire

(¹) Vogel, *Annales de Poggendorff*, t. CLVIII, p. 461.

(²) L'indication N correspond aux raies de l'azote, assez voisines des principales raies du spectre d'Uranus.

dans la partie supérieure du champ la lumière émise par une substance terrestre quelconque portée dans l'arc électrique, par exemple, afin de s'assurer des coïncidences dans le spectre stellaire et dans le spectre de comparaison.

Fig. 66.



Toutes les étoiles étudiées ont fourni un spectre continu sillonné de lignes noires, et l'on a pu établir la coïncidence d'un certain nombre de ces traits avec les raies caractéristiques de divers métaux. Ainsi, d'après M. Huggins :

β de Pégase contient du sodium, du magnésium et probablement du baryum;

α de la Lyre (Véga), du sodium, du magnésium et du fer;

α du Petit Chien (Sirius), du sodium, du magnésium, du fer et de l'hydrogène, etc.

Le P. Secchi rapporte les étoiles qu'il a examinées à quatre types principaux. Le premier type est celui des étoiles blanches, comme Sirius, Véga, Altaïr, Régulus, etc. Leur spectre est représenté, d'après le P. Secchi (¹), dans la *Pl. V*, *fig.* 2. Les quatre raies les plus marquées (C, F, V, W) appartiennent au spectre de l'hydrogène et nous avons vu ci-dessus

(¹) Les *Pl. V* et *VI* sont la reproduction des *Pl. L* et *M* de l'Ouvrage du P. Secchi, *le Soleil*, 2ᵉ édition, t. II, p. 451 et 453.

(p. 208**) la merveilleuse coïncidence des raies ultra-violettes de ce gaz avec l'ensemble des raies ultra-violettes des étoiles blanches. La couche absorbante, formée de ce gaz, doit présenter une grande épaisseur et être soumise à une pression considérable. La moitié à peu près des étoiles connues se rapportent à ce type.

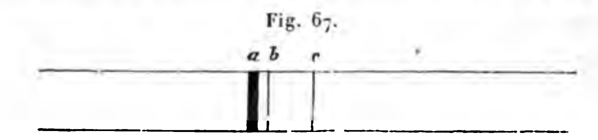
Le deuxième type (*Pl. V, fig.* 1) est celui des étoiles jaunes, comme la Chèvre, Pollux, Arcturus, etc.; leurs raies sont les mêmes que celles du Soleil.

Quant au troisième type, il est caractérisé par un double système de bandes nébuleuses et de raies noires (*Pl. V, fig.* 3, et *Pl. VI, fig.* 1). Ces dernières sont les mêmes que dans les étoiles du second type; la couleur de ces étoiles est généralement rouge et leur température doit être inférieure à celle du Soleil.

Le P. Secchi range dans un quatrième groupe des étoiles assez rares, de couleur rouge sang, et dont le spectre, formé de trois zones fondamentales, jaune, verte et bleue (*Pl. VI, fig.* 2 et 3), présente parfois des lignes brillantes, comme dans la *fig.* 2 de la *Pl. VI* (1). Ces étoiles doivent différer profondément des autres, notamment de notre Soleil, par leur composition chimique et leur état physique. Elles sont à un état de condensation peu avancée, aussi voisines de l'état nébuleux que l'état stellaire proprement dit.

NÉBULEUSES, COMÈTES, ETC. : 1° *Nébuleuses* (2). — Le spectre des nébuleuses est tantôt continu, tantôt formé d'un très petit

Fig. 67.



nombre de raies brillantes, quatre au plus (*fig.* 67); la plus

(1) Les courbes placées au-dessous des spectres sont destinées à donner une idée de l'intensité des diverses radiations.

(2) Étudiées par Huggins, *Philosophical Transactions* (1864), p. 437; *Proceedings of the royal Society*, t. XIV, p. 39; *Philosophical Transactions* (1864), p. 381; *Proceedings of the royal Society*, t. XX.

brillante *a* paraît appartenir à l'azote, deux autres *b* et *c* appartiennent à l'hydrogène. La dernière a été rapprochée d'une raie du baryum. Toutes les nébuleuses qui donnent un spectre de lignes sont irrésolubles au télescope et sont évidemment à l'état gazeux. Toutes les nébuleuses reconnues résolubles au télescope fournissent un spectre continu.

2° *Comètes* (1). — Le noyau, lumineux par lui-même, fournit un spectre de lignes analogue à celui des nébuleuses; la queue n'envoie que de la lumière réfléchie; elle fournit un spectre continu.

3° *Lumière zodiacale* (2). — C'est aussi de la lumière réfléchie (spectre continu).

4° *Aurore boréale* (3). — Le spectre de l'aurore boréale présente un aspect tout à fait caractéristique, qu'il est impossible d'assimiler à un autre et qui appartient peut-être à l'azote très raréfié. Si cette opinion, émise par Vogel, était démontrée, il en résulterait nécessairement que le siège de ce phénomène lumineux est à la partie supérieure de notre atmosphère, comme on l'admet ordinairement d'après les idées de de la Rive.

---

(1) Huggins, *Proceedings of the royal Society* (1866), p. 5.

(2) A.-W. Wright, *American Journal of Sciences and Arts*, t. VIII, p. 59.

(3) Le spectre de l'aurore boréale a été l'objet d'un très grand nombre de travaux, en particulier d'Ångström (voir *Journal de Physique*, 1re série, t. III, p. 210), de Vogel (*Berichte der Gesellschaft der Wissenschaften*, Leipzig, 1871), de Rand Capron *Philosophical Magazine*, t. XLIX, p. 249), de Zöllner (*Berichte der Ges. der Wiss.*, Leipzig, 1870), etc.

CHAPITRE XI.

PHOSPHORESCENCE ET FLUORESCENCE.

Idée générale des phénomènes. — Phosphorescence. — Premier mode d'observation. — Cas des sulfures alcalino-terreux. — Action de la chaleur. — Changement de teinte par la chaleur. — Action des divers rayons. — Rayons très réfrangibles. — Rayons peu réfrangibles. — Action de la lumière blanche. — Durée de la phosphorescence. — Deuxième méthode d'observation. — Spectre prolongé pendant l'insolation. — Spectre de phosphorescence.

Fluorescence. — Diffusion épipolique. — Expériences de M. Stokes. — Troisième mode d'observation. — Phosphoroscope. — Loi de la déperdition de la lumière. — Composition de la lumière émise.

Application de la phosphorescence et de la fluorescence à l'étude du spectre ultra-violet et du spectre infra-rouge.

Dans les phénomènes que nous avons étudiés jusqu'à présent, une radiation simple déterminée éprouvait des changements dans son intensité, mais non dans sa nature; elle restait simple et conservait sa réfrangibilité primitive.

Cependant, nous connaissons déjà un cas où il n'en est pas ainsi : c'est celui où nous faisons tomber sur une plaque métallique noircie, qui les absorbe, des rayons lumineux simples bien définis, par exemple ceux qui avoisinent la raie D. La plaque absorbe la radiation incidente; elle s'échauffe et rayonne elle-même, mais elle ne renvoie pas simplement les rayons jaunes qu'elle a reçus : elle émet de la chaleur obscure, la nature des rayons a été transformée et leur réfrangibilité a été diminuée. Ces phénomènes s'interprètent en admettant que la somme de force vive apportée par ces vibrations est absorbée et s'accumule dans la plaque, laquelle l'abandonne ensuite sous la forme d'un rayonnement nouveau dont la longueur d'onde est différente et qui remet en circula-

tion la quantité de force vive momentanément emmagasinée dans la plaque.

Ce phénomène est plus général qu'on ne l'avait d'abord pensé. Non seulement le groupe des rayons lumineux peut être absorbé et transformé en chaleur obscure, mais toutes les radiations ultra-violettes éprouvent, quand elles rencontrent certaines substances, une action tout à fait comparable : 1° la substance les absorbe; 2° elle devient peu à peu lumineuse; 3° elle continue de luire, même après que le flux incident a cessé; 4° elle ne renvoie pas simplement l'espèce de rayons qu'elle a reçus, elle émet de la lumière, et la réfrangibilité des rayons a été diminuée. Les corps qui jouissent de cette propriété se divisent en deux catégories : les uns peuvent absorber beaucoup de rayons ultra-violets, devenir et rester lumineux pendant longtemps : on dit qu'ils sont *phosphorescents;* les autres ne mettent aucun temps appréciable à transformer les radiations très réfrangibles en d'autres rayons qui le sont moins : ce sont les corps *fluorescents;* nous étudierons d'abord séparément les deux sortes de corps, puis nous montrerons qu'il n'y a point de démarcation tranchée entre les uns et les autres.

PHOSPHORESCENCE.

Un grand nombre de substances peuvent devenir lumineuses à la température ordinaire par des efforts mécaniques, comme en frottant vivement deux morceaux de quartz ou en broyant du sucre, de la craie, du chlorure de calcium, etc., ou encore en clivant du mica. Elles peuvent le devenir au moment où elles cristallisent, comme le font l'acide arsénieux et le sulfate de potasse ou de soude. Quelquefois la phosphorescence résulte d'actions chimiques, de la décomposition des matières organiques, de la combustion lente des bois morts. Enfin, on sait que de nombreux insectes luisent dans l'obscurité; mais, tous ces phénomènes étant encore peu connus, nous étudierons seulement ceux qui sont développés par la lumière, l'électricité ou la chaleur.

On sait, de toute antiquité, que les diamants, après avoir été exposés au soleil, luisent pendant quelque temps dans

l'obscurité. Ce fut le seul exemple connu de phosphorescence jusqu'en 1604, où un artisan de Bologne, Vincenzo Cascariolo [1], découvrit la même propriété dans les coquilles calcinées. Elles la doivent au sulfure de calcium qui prend naissance pendant la calcination, et qu'on nomme, à cause de cela, *phosphore de Bologne*. Le sulfure de baryum [(phosphore de Canton [2])] et celui de strontium se comportent absolument de la même manière.

PREMIER MODE D'OBSERVATION. — Pour observer la phosphorescence, il convient de se placer dans une chambre obscure, de fermer les yeux, d'ouvrir un volet pour exposer au soleil le corps qu'on veut étudier, de le retirer et de rouvrir les yeux pour le regarder au moment même où l'on ferme l'ouverture. On le voit brillant et de différentes couleurs, suivant sa nature, son état physique et son mode de préparation. Les sulfures alcalino-terreux peuvent offrir toutes les teintes, depuis le rouge jusqu'au violet; les diamants sont jaunes ou bleus. L'éclat diminue peu à peu, et la lueur disparaît avec une vitesse très variable suivant les cas. Lorsque la phosphorescence est faible et fugitive, il faut, avant d'observer, demeurer pendant un quart d'heure dans la chambre obscure, afin d'augmenter la sensibilité de l'œil par un repos prolongé. Mais la meilleure méthode consiste à enfermer les substances qu'on veut essayer dans des tubes de Geissler, à travers lesquels on fait passer la décharge d'une bobine de Ruhmkorff, décharge qu'on interrompt au moment où l'on rouvre les yeux pour observer (*fig*. 68).

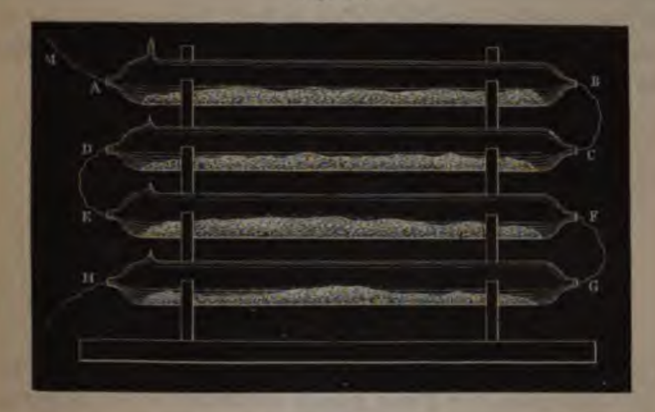
On reconnaît ainsi que la phosphorescence appartient à presque tous les corps : à beaucoup de matières organiques, telles que le papier, le sucre, la soie, le succin, le sucre de lait, les dents, la chlorophylle, etc., aux oxydes et aux sels des métaux alcalins et terreux, principalement à l'alumine. Mais les composés des autres métaux, excepté ceux d'uranium, n'en offrent aucune trace, ni les corps simples, sauf le soufre

---

(1) *Collection académique, partie étrangère*, t. IV.
(2) *Transactions philosophiques*, 1768, p. 337.

t le diamant. Il est à remarquer qu'aucun liquide n'est phos-horescent, tandis que beaucoup de gaz le deviennent dans es tubes de Geissler. Nous citerons l'oxygène, mais surtout

Fig. 68.



es mélanges d'acides sulfureux ou sulfurique avec le bioxyde 'azote.

Parmi ces divers corps, M. Ed. Becquerel ([1]) a spécialement tudié les sulfures de calcium, de baryum et de strontium. ous allons résumer ses recherches.

CAS DES SULFURES ALCALINO-TERREUX. — On prépare ces sul-ures en traitant par le soufre les carbonates ou les oxydes e calcium, de baryum et de strontium, ou bien en calcinant urs sulfates avec du charbon. L'expérience a prouvé que la uantité et la teinte de la lumière émise par les produits obte-us dépendent de la température de l'opération ainsi que du iode de réaction, et aussi, ce qui est contraire à toute prévi-on, de l'état moléculaire primitif des carbonates ou des ılfates employés.

M. Becquerel a dissous dans l'acide azotique divers carbo-

([1]) Ed. Becquerel, *La lumière, ses causes, ses effets*, Paris; 1867. — *Voir* ıssi, pour les recherches de M. Becquerel sur la phosphorescence, *Ann. de him. et de Phys.*, 3e série, t. LV, p. 5; t. LVII, p. 40, et t. LXII, p. 5; 1859-61.

nates de chaux, craie, marbre, arragonite, etc., et, après avoir purifié la solution, il la précipita par du carbonate d'ammoniaque. Il obtint ainsi des carbonates de chaux qui semblaient devoir être identiques et n'avoir conservé aucune trace de leur différence primitive. Il les traita tous par le soufre, dans des creusets pareils, au milieu d'un même fourneau, et les sulfures qu'il obtint, après avoir été exposés au soleil, émettaient dans l'obscurité les lueurs suivantes :

Matière primitive.	Lueur.
Spath.	Jaune orangé.
Craie.	Jaune.
Chaux de spath.	Vert.
Arragonite fibreuse.	Vert.
Marbre.	Violet rose.
Arragonite de Vertaison.	Violet rose.

Ces différences, qu'il est actuellement impossible d'expliquer, vont nous être d'une grande ressource en nous permettant de préparer des matières phosphorescentes de toute couleur, depuis le rouge jusqu'au violet, de varier les expériences et d'en mieux saisir les lois générales.

ACTION DE LA CHALEUR. — Prenons un sulfure quelconque conservé pendant longtemps dans un tube opaque et noirci et n'émettant pas de lumière. Aussitôt que nous le chaufferons, il redeviendra lumineux pendant quelques minutes ; il rentrera ensuite dans l'obscurité et aura perdu dans cette opération la propriété de luire. Par l'insolation, il l'acquiert de nouveau, la perd une seconde fois si on le laisse dans l'obscurité pendant plusieurs jours, et il la récupère momentanément quand on le chauffe.

Cet effet de la chaleur peut s'expliquer ainsi. Exposé au soleil, le corps absorbe et garde une quantité déterminée de force vive. Il la perd peu à peu ensuite dans l'obscurité, très lentement lorsque sa température est basse, beaucoup plus vite si elle est élevée. A froid, il émet trop peu de lumière pour que l'œil en soit affecté ; chauffé tout à coup, il semble redevenir lumineux, parce que la perte de cette force vive ac-

cumulée s'accélère, et, quand tout est dépensé, il a définitivement perdu la faculté de luire. Il résulte de là : 1° que la phosphorescence est vive, mais fugitive, si le sulfure est chaud; 2° qu'elle est plus faible, mais plus durable, si on le refroidit.

Pearseal (1) a observé que le fluorure de calcium n'est pas phosphorescent après l'insolation; mais il le devient après qu'on a fait passer à travers sa masse plusieurs décharges électriques. Malgré cette différence entre ce fluorure et nos sulfures, la chaleur agit de la même manière, c'est-à-dire que le fluorure redevient lumineux quand on le chauffe après l'action électrique, qu'il perd sa phosphorescence quand on l'a calciné et qu'il la reprend par de nouvelles décharges.

CHANGEMENT DE TEINTE PAR LA CHALEUR. — En général, l'action de la chaleur ne fait qu'aviver d'abord pour éteindre plus vite ensuite la phosphorescence; quelquefois elle en change la nuance. Nous citerons comme exemple le sulfure de strontium violet, qui offre, à diverses températures, les couleurs suivantes :

— 20°.	+ 20°.	+ 40°.	70°.	100°.	200°.
Violet.	Violet bleu.	Bleu clair.	Vert.	Jaune.	Orangé.

Le sulfure de calcium vert éprouve une action du même genre avec une variation inverse. Quand on le chauffe, il tend à devenir violet, au lieu de passer au rouge.

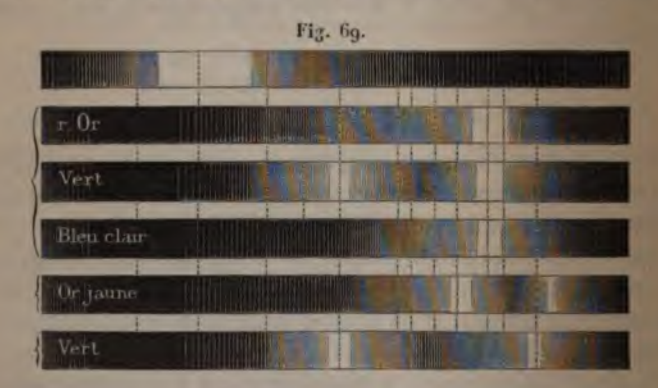
En résumé, la chaleur augmente la vitesse d'émission; elle augmente l'éclat du corps, mais elle le ramène plus rapidement à l'état obscur. Il en ressort deux conséquences fort importantes : la première est qu'avant de soumettre à une épreuve un sulfure quelconque, il faudra d'abord le chauffer afin de le dépouiller de la faculté de luire qu'il avait pu garder; la deuxième, que pour accumuler la plus grande somme de phosphorescence dans un corps et lui faire rendre ensuite le maximum d'effet, il faut le refroidir pendant l'insolation et le réchauffer ensuite pendant l'observation.

(1) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 2e série, t. XLIX, p. 337 et 346.

ACTION DES DIVERS RAYONS SIMPLES. — Si nous voulons ramener le phénomène à ses lois élémentaires, il faut décomposer la lumière solaire et chercher l'effet produit par chaque radiation simple. Pour cela, nous collerons avec de la gomme arabique, sur des bandes de papier, une couche épaisse de chacun des sulfures, et nous placerons ces bandes parallèlement sur un carton (*fig.* 69). Nous y projetterons un spectre très pur, obtenu avec un prisme de quartz et rendu réel par une lentille de même substance. Le prisme doit être au minimum de déviation, et le carton à une distance telle qu'on y voie les raies perpendiculaires à la direction des bandes couvertes des sulfures. On marquera la place occupée par ces raies et ensuite on interceptera les rayons solaires pour examiner dans l'obscurité les effets de la phosphorescence.

RAYONS TRÈS RÉFRANGIBLES. — Presque tous les sulfures étudiés sont devenus lumineux depuis F ou G jusqu'à O et même au delà (*fig.* 69). Cette illumination est très visible pendant

Fig. 69.



l'insolation, et elle se continue longtemps après que celle-ci a cessé. Et comme il y a de F à O un nombre considérable de raies très larges, elles se peignent en noir sur le sulfure, attendu que dans les points qu'elles occupent il n'existe aucun rayon, c'est-à-dire aucune cause de phosphorescence.

Il y a de grandes différences entre les sulfures des diverses bases. Ceux de strontium offrent un maximum d'action entre

M et N, un minimum plus ou moins prononcé vers H, et quelques-uns un second maximum vers G. Sur les sulfures de baryum, l'action est maximum au milieu des raies M et L, s'affaiblit un peu avant O, augmente au delà, et dépasse de beaucoup la raie O. Les sulfures de calcium donnent lieu à des observations analogues qui se lisent aisément dans la figure.

La lumière phosphorescente émise par ces substances a sa teinte particulière pour chacune d'elles. Généralement elle est la même dans toute l'étendue des rayons actifs de F en O. Quelquefois cependant elle change. Ainsi, pour le sulfure de baryum jaune, elle est rougeâtre de H à F et jaune de O à H. Cette lumière n'est jamais simple, et on la voit, quand on la regarde à travers un prisme, se résoudre en un spectre contenant la plus grande partie des lumières élémentaires.

Ces phénomènes justifient l'idée générale que nous avons donnée du phénomène de la phosphorescence. Les rayons les plus réfrangibles du spectre, depuis F jusqu'à O, sont peu à peu absorbés; la substance qui les a reçus acquiert alors et conserve pendant longtemps la propriété d'émettre, non pas les rayons qu'elle a absorbés, mais d'autres radiations qui sont lumineuses, c'est-à-dire moins réfrangibles, absolument comme un métal noirci qui a absorbé un rayon de lumière jaune s'échauffe et rayonne de la chaleur obscure, laquelle est moins réfrangible que la lumière incidente.

Action des rayons peu réfrangibles. — I. Si l'on a eu soin de chauffer le sulfure avant de l'insoler, afin de détruire toute faculté de luire qu'il aurait pu avoir conservée, l'effet est limité à l'espace FO du spectre, et les rayons obscurs jusqu'à F sont absolument inactifs; ils ne possèdent donc point par eux-mêmes la faculté d'exciter la phosphorescence.

II. Supposons, au contraire, que l'on commence par éclairer toute la surface du sulfure par la lumière blanche, de manière à la rendre un peu lumineuse en tous ses points, et qu'ensuite on projette sur elle un spectre très vif pendant un temps très court. On verra qu'ensuite la partie obscure du spectre et la région lumineuse de A en E ont augmenté d'éclat, mais que cet éclat s'affaiblit et s'annule beaucoup plus vite

qu'avant l'action du spectre. Les rayons peu réfrangibles ont donc la faculté d'activer la phosphorescence.

III. Reprenons la même plaque et recommençons la même expérience, avec cette différence que nous augmenterons peu à peu la durée de l'action du spectre. Nous verrons, en remettant la plaque dans l'obscurité, que, dans l'espace compris entre l'extrémité infra-rouge du spectre et E, le sulfure est de moins en moins lumineux, et finalement tout à fait noir (*fig.* 69). Ces expériences prouvent que les rayons peu réfrangibles agissent tout autrement que les autres : ils n'excitent point la phosphorescence, mais ils l'activent quand elle existe, et ils la précipitent; ils n'augmentent pas la quantité totale de lumière que les sulfures émettent, mais ils diminuent le temps de cette émission, de sorte que s'ils agissent pendant longtemps, ils semblent avoir détruit la phosphorescence primitive, ainsi que le fait une augmentation de température; mais on s'est assuré que cet effet persiste, lors même qu'on a soin de refroidir la couche de sulfure et qu'il constitue une propriété spécifique des rayons que nous examinons.

ACTION DE LA LUMIÈRE BLANCHE. — On peut dire que la lumière blanche est composée de deux groupes de rayons : les rayons les plus réfrangibles qui sont excitateurs, les rayons les moins réfrangibles ou continuateurs. Tant que dure l'insolation, les premiers sont absorbés; leur force vive est d'abord accumulée, puis rendue, et un état d'équilibre s'établit entre la perte et le gain; quand elle cesse, il reste une provision de lumière qui se dépense peu à peu et lentement. L'effet des rayons peu réfrangibles est, d'une part, de diminuer cette provision et, par suite, d'affaiblir la phosphorescence; d'autre part, d'activer la perte, et ainsi d'augmenter l'éclat, ce qui tend à établir une compensation. Mais la durée du phénomène est nécessairement diminuée, et, comme il s'écoule toujours un temps déterminé entre le moment où cesse l'insolation et celui où l'on observe le sulfure, l'éclat constaté est toujours affaibli par l'action des rayons peu réfrangibles. Si donc on diminue leur proportion, on augmente l'effet en intensité et en durée; si on l'exagère, on voit la phosphorescence s'affaiblir et cesser plus vite.

Il est facile de vérifier ces conséquences en interposant dans le trajet des rayons solaires certains écrans convenables. Un verre bleu de cobalt augmente la phosphorescence, parce qu'il arrête les rayons les moins réfrangibles. Le sulfate de quinine, le verre d'urane, l'essence d'amandes amères, détruisent toute lueur, parce qu'ils absorbent les rayons qui peuvent l'exciter. Toute source lumineuse qui sera riche en rayons infra-rouges agira faiblement : c'est le cas de la flamme des bougies ou du gaz; au contraire, la lumière électrique, si riche en rayons ultra-violets, est éminemment propre à développer des phosphorescences éclatantes et durables.

DURÉE DE LA PHOSPHORESCENCE. — Après avoir exposé à un soleil ardent les sulfures verts de calcium et de strontium, M. Becquerel les maintint dans une obscurité complète et mesura le temps pendant lequel ils restent lumineux. Au bout de trente heures ils étaient encore visibles pour un œil exercé et reposé, et après huit jours on leur rendait la propriété de luire en les chauffant. Ces deux substances occupent le sommet de l'échelle. On trouve ensuite le diamant et la chlorophane, qui luisent pendant plusieurs heures; l'arragonite, qui cesse d'être visible après quinze ou vingt secondes, et le spath, dont la phosphorescence dure un tiers ou un quart de seconde. Il en est donc de cette propriété comme de toutes les autres; elle se rencontre à tous les degrés d'énergie et se prolonge pendant toutes les durées, depuis l'infini jusqu'à zéro. Il doit y avoir des corps où elle est assez fugitive pour qu'on ne puisse saisir aucune différence entre l'époque où cesse l'insolation et celle où finit la phosphorescence. Néanmoins, il est encore possible de la constater, dans ce cas, par un procédé d'observation qui est entièrement indépendant de la durée.

DEUXIÈME MÉTHODE D'OBSERVATION. — Recevons un spectre réel O_7AHO (*fig.* 70) sur une bande linéaire couverte d'une matière phosphorescente; divisons par la pensée le temps en intervalles extrêmement petits θ. Un point F, situé dans la partie active du spectre, renvoie, pendant le premier intervalle θ, par diffusion, dans tous les sens, sans les avoir trans-

formés, une partie des rayons qu'il reçoit et au moment où il les reçoit; puis il absorbe le reste et acquiert la faculté d'émettre des radiations transformées, moins réfrangibles, pendant tous les intervalles θ suivants. Cette action se reproduisant indéfiniment, il en résulte qu'au $n^{ième}$ instant la molécule considérée : 1° renverra, par diffusion, sans transformation et sans retard, le rayon qui la frappe; 2° rayonnera par phosphorescence, pendant l'insolation même, la somme de tous les rayons lumineux qu'elle émettrait dans l'obscurité si elle avait été successivement insolée pendant chacun des instants précédents, somme qui sera constante au bout d'un certain temps. Ce raisonnement s'applique évidemment au cas où la phosphorescence est prolongée comme à celui où elle dure pendant des temps extrêmement courts. Nous allons en tirer deux conséquences.

I. La première est que de H en O les rayons chimiques, se transformant en lumière, deviennent visibles pendant l'insolation et prolongent le spectre visible. Ils ont à ce moment leur maximum d'éclat, mais ils continuent d'être émis en s'affaiblissant aussitôt que l'insolation cesse.

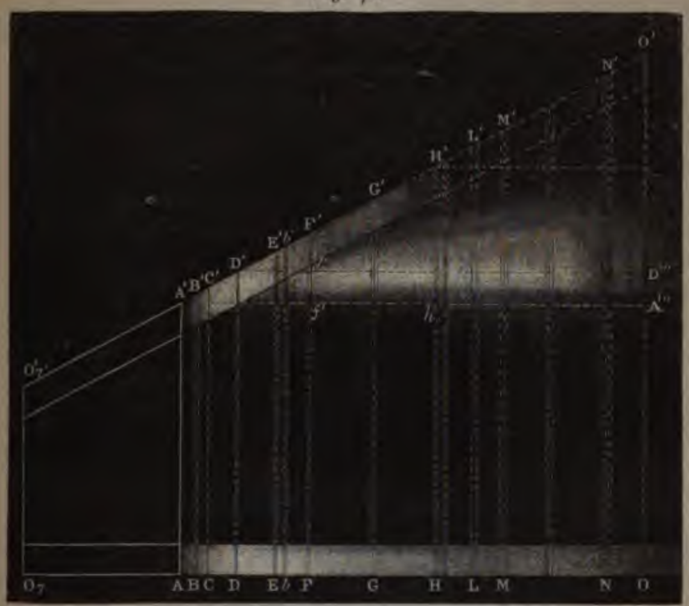
L'expérience réussit parfaitement avec tous les sulfures alcalino-terreux, surtout avec la variété verte de sulfure de baryum, et, comme les raies qui existent entre H et O sont des espaces privés de radiations et de toute cause d'excitation, elles sont marquées en noir aux places et avec les dispositions que leur assignent les épreuves photographiques, quels que soient les corps phosphorescents qu'on soumet à l'épreuve. C'est Herschel (¹) qui le premier a vu le spectre se prolonger sur le curcuma. M. Edmond Becquerel a constaté le même effet sur les sulfures et a découvert les raies du prolongement; mais c'est à M. Stokes (²) qu'on doit d'avoir généralisé et expliqué les résultats.

(¹) Herschel, *Transactions philosophiques*, 1845, p. 143, et *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3ᵉ série, t. XXXVIII, p. 378; 1853.

(²) Les recherches de M. Stokes sur la phosphorescence et la fluorescence sont exposées dans les *Transactions philosophiques*, 1852, p. 463, et 1853, p. 385, et *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3ᵉ série, t. XXXVIII, p. 491, t. XXXIX, p. 253, et t. XLVI, p. 380; 1853-56.

II. La deuxième conséquence de notre raisonnement est que, si l'on regarde avec un prisme à arêtes horizontales la bande O_7AHO (*fig.* 70) : 1° on verra un spectre $O'_7,A'H'O'$ formé par les rayons qui ont été simplement diffusés et qui est incliné, parce que les couleurs sont de plus en plus déviées du rouge A′ au violet H′; 2° chaque point, tel que F,

Fig. 70.



donnera en outre un spectre linéaire $f'F'$ formé par la décomposition de la lumière phosphorescente que ce point émettait. Comme cette lumière contient en général tous les rayons simples depuis le rouge jusqu'au vert, qui tombait en F, ce spectre sera continu. Le rouge sera relevé en f' sur une ligne $A'A''$ parallèle à AO, le jaune en d' et le vert en F′. Le même phénomène se reproduisant pour tous les points de la bande AH et même pour ceux de son prolongement ultra-violet HO, chacun d'eux donnera naissance à un spectre linéaire pareil à $f'F'$, et tous s'aligneront de manière à en former un seul très dilaté ayant le rouge sur $A'A'''$, le jaune

sur D'D''', etc., et, comme les raies A, D, ..., O, ..., ne contenant point de lumière, n'ont point développé de phosphorescence, on les verra se marquer en noir en se prolongeant suivant f'F', h'H', etc., perpendiculairement aux lignes de séparation des couleurs dans le spectre secondaire total.

Cette deuxième méthode d'observation confirme, par la seule inspection du spectre dilaté, les résultats que nous avait donnés la première : 1° toute radiation simple, F par exemple, est transformée par la phosphorescence, non pas en une radiation simple elle-même, mais en un ensemble d'autres rayons qui s'étalent dans un spectre continu, qui contient quelquefois toutes les couleurs simples du rouge au violet, mais où l'on remarque souvent des lacunes (*fig.* 70); 2° la portion du rayon F qui a été simplement diffusée s'est déviée en F', et celle que la phosphorescence a transformée s'étale dans le spectre f'F'; celui-ci ne dépasse jamais F', et cela prouve qu'un rayon simple peut se transformer par phosphorescence en d'autres rayons, mais que la réfrangibilité de ceux-ci est toujours moindre que la sienne. Partant, le rouge ne pourra donner que du rouge et de la chaleur obscure; le violet H produira toutes les lumières et toutes les radiations infra-rouges; enfin O pourra donner toutes les radiations moins réfrangibles, ultra-violettes, lumineuses ou infra-rouges.

Mais ce qui constitue le caractère et l'avantage spécial de cette méthode, c'est qu'elle s'applique à toutes les phosphorescences possibles, qu'elles soient persistantes ou très peu prolongées, ou même instantanées; elle est indépendante de la durée, puisque nous observons à un moment donné l'émission phosphorescente qui provient à la fois et de l'action actuelle et de l'action antérieure des rayons actifs. Nous l'observons au moment où elle a le plus de vivacité, et nous la manifestons par les changements de réfrangibilité qui en sont le caractère distinctif. Elle nous révèle tout d'abord des phosphorescences instantanées ou au moins à durée insensible, sur le spath, le verre, le corindon, l'alumine, le curcuma, les sels d'urane, les cuirs, le bois, les plumes blanches, les coquilles; sur toutes les feuilles, sur la plupart des fleurs et même sur la peau humaine, principalement à la surface supé-

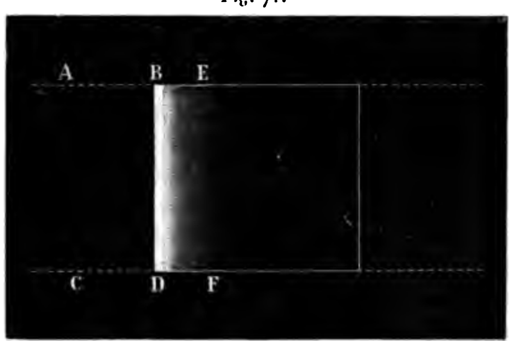
rieure des mains. Elle va nous permettre encore d'étudier le phénomène que l'on avait nommé *fluorescence;* mais cette question doit être reprise d'un peu plus loin.

FLUORESCENCE.

DIFFUSION ÉPIPOLIQUE. — On a remarqué depuis longtemps que certains cristaux de fluorine transparente, éclairés par les rayons solaires, dans la chambre obscure, semblent comme enveloppés par une couche laiteuse qui diffuse en tous sens une lumière variant du violet au bleu verdâtre. C'est cette émission de lumière qui constitue la fluorescence. Elle a d'abord été étudiée par Brewster (1) et par sir John Herschel (2). Voici ses principaux caractères.

Recevons dans la chambre obscure un faisceau solaire ABCD (*fig.* 71), et faisons-le tomber normalement sur la face

Fig. 71.



antérieure d'un cristal de fluorine. Nous verrons d'abord qu'il le traverse sans éprouver aucun affaiblissement apparent, et néanmoins, si nous plaçons l'œil dans le prolongement de la face BD, nous voyons que la couche superficielle BEDF du cristal est vivement éclairée et qu'elle diffuse dans toutes les

(1) Brewster, *Eight Report to the British Association for the advancement of Science*, et *Philosophical Magazine*, 1848; *voir* aussi *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. XXXVIII, p. 376.

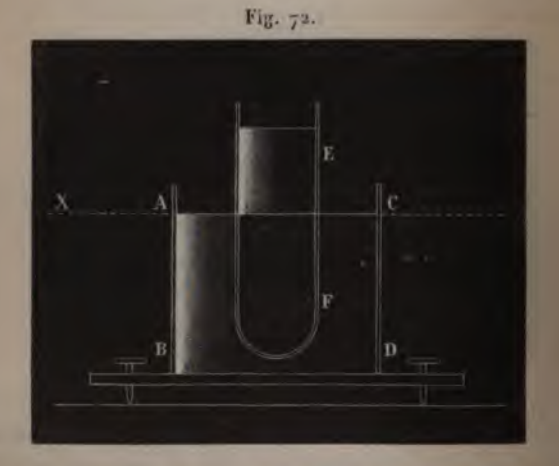
(2) *Loc. cit.*

directions une lumière dont la teinte change avec l'échantillon.

Cette action se produit sur un grand nombre de substances transparentes solides ou liquides : sur les solutions de l'écorce de marronnier d'Inde dans l'eau ; du sulfate de quinine dans les acides tartrique ou sulfurique dilués ; de la chlorophylle, du datura stramonium, de l'orseille, du tournesol, etc., dans l'alcool ; sur les sels d'uranium et le verre jaune (*canary-glass*) coloré avec ce métal, etc. Comme l'effet a pour caractère constant de se limiter à la couche superficielle BDEF, sir John Herschel avait désigné le phénomène par le nom de *diffusion épipolique* (ἐπιπόλη, surface).

Quand on place à la suite l'une de l'autre deux auges contenant du bisulfate de quinine ou tout autre liquide actif, la première seule manifeste une diffusion, la seconde se comporte comme l'eau pure. De même, un tube E (*fig.* 72) plein

Fig. 72.



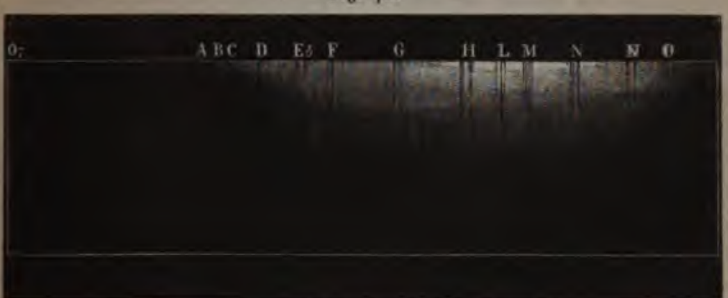
de liquide épipolisant, qui est très lumineux quand il est frappé par le soleil, perd son éclat aussitôt qu'on le plonge dans une cuve ABCD contenant le même liquide, qui s'illumine elle-même à sa face antérieure AB. Herschel exprimait ces faits en disant que la lumière épipolisée par une première substance a perdu sa propriété de l'être une deuxième fois, et ce savant inclinait à penser qu'il s'agissait ici d'une modifi-

cation physique de la lumière analogue à celle qui produit la polarisation. Mais cette idée n'était pas exacte. C'est à M. Stokes qu'on doit la véritable explication que nous allons maintenant donner.

EXPÉRIENCES DE M. STOKES (¹). — I. Commençons par étudier comment les substances transparentes fluorescentes transmettent les radiations solaires. L'esculine, le bisulfate de quinine, etc., absorbent en totalité, et sous une petite épaisseur, tous les rayons ultra-violets de F en T, et laissent passer tout le groupe des radiations lumineuses de A en F. Le gaïac et le curcuma commencent à absorber à partir de la raie D jusqu'en T. La chlorophylle en solution dans l'alcool présente cinq bandes d'absorption, deux dans le rouge, la troisième au milieu du jaune, la quatrième au commencement du vert; la cinquième est dans le bleu et se prolonge jusqu'en T. Ces exemples nous suffiront pour établir les lois générales du phénomène.

II. Recevons maintenant dans la chambre obscure un spectre réel horizontal sur la face antérieure O_7AN (*fig.* 73) d'une

Fig. 73.



auge remplie d'une des substances précédentes ou sur un solide transparent fluorescent; les rayons infra-rouges ne produiront rien, mais les rayons ultra-violets développeront le long de la surface AO, et dans une très petite épaisseur, une illumina-

(¹) *Loc. cit.*

tion épipolique; elle offre cette particularité, déjà signalée précédemment, que les raies obscures verticales du spectre incident, qui se propagent suivant des plans verticaux dépourvus de radiation, se dessinent par des plans verticaux obscurs F, G, ..., O, distribués dans l'espace épipolisé comme elles le sont elles-mêmes dans le spectre.

L'illumination commence en F et finit en T pour l'esculine, le bisulfate de quinine et le verre d'urane; elle se produit dès la raie D pour le curcuma et le gaïac; elle accompagne les diverses raies d'absorption avec la teinture de chlorophylle. En général, elle a lieu aux points où se fait l'absorption des rayons incidents. On peut donc dire que les substances fluorescentes absorbent certains rayons (généralement ce sont les rayons ultra-violets) et qu'elles les rendent après les avoir transformés. On conçoit maintenant que la même lumière ne puisse éprouver qu'une fois la diffusion épipolique, puisque dans son passage à travers un corps fluorescent elle perd la cause de cette diffusion, c'est-à-dire les rayons qui se transforment.

III. Il nous reste à parler de la composition des lumières émises pendant la fluorescence. On la découvre par le procédé général, en décomposant par un prisme, comme dans la *fig.* 70, la bande de lumière épipolisée. Généralement le spectre est continu comme pour la fluorine, l'esculine et le bisulfate de quinine, et il contient presque toutes les couleurs simples. Quelquefois il est constitué par des lignes brillantes entremêlées d'espaces sombres. Par exemple, la chlorophylle donne une ligne rouge $A'A''$ et une verte $F'F''$, et les composés d'uranium, qui sont les plus curieux de tous, montrent cinq raies brillantes et équidistantes. Au milieu de ces variétés d'action il y a une loi générale : c'est que toutes les couleurs simples émises par un point tel que F (*fig.* 70) ont une réfrangibilité moindre que celle du rayon excitateur, ou, au plus, égale à la sienne [1]. Ainsi, l'esculine, qui absorbe les

---

[1] Cette proposition, connue sous le nom de *loi de Stokes*, a été attaquée par M. Lommel (*Ann. de Pogg.*, t. CXLIII, p. 26, t. CLIX, p. 514; *Wied. Ann.*, t. III, p. 113; 1871-78). D'après ce physicien, les corps fluorescents pourraient être rangés dans trois catégories. Dans la première, qui comprend presque toutes les

rayons chimiques de H en P, rend des rayons lumineux de A en H, et la chlorophylle, après avoir éteint des rayons rouges, ne renvoie que des rayons rouges et peut-être des chaleurs obscures.

Puisque, en général, ce sont les rayons chimiques qui se transforment en lumière, ce sont les sources qui en contiennent le plus qui produisent la plus vive fluorescence, et avant toutes les autres c'est la lumière électrique. Une des

---

substances fluorescentes connues, la loi de Stokes est vérifiée, c'est-à-dire qu'un rayon excitateur ne produit jamais que la portion du spectre fluorescent moins réfrangible que lui; mais il n'en serait pas de même dans la deuxième et la troisième. Le type de la deuxième catégorie est le rouge de naphtaline tout rayon excitateur absorbé par la substance fait apparaître la totalité du spectre fluorescent, lequel comprend en général des rayons plus réfrangibles que lui. Les corps qui appartiennent à ce groupe sont caractérisés par de très fortes bandes d'absorption. Ce sont des corps à couleurs superficielles, mais à dispersion normale. Le troisième groupe de M. Lommel comprend un petit nombre de substances (couleurs de chaméléine) vivement colorées et présentant, comme celles du deuxième groupe, des bandes d'absorption. Un groupe de rayons excitateurs obéit à la loi de Stokes, un second groupe n'y obéirait pas.

Il est probable qu'il faut attribuer les résultats obtenus par M. Lommel à la présence, dans la lumière homogène qu'il a cru employer, d'une certaite quantité de lumière diffuse. En effet, ni M. E. Hagenbach (*Ann. de Pogg.*, t. CXLVI, p. 65, 232, 275, 508; *Wied. Ann.*, nouvelle série, t. VIII, p. 369; 1879), ni M. Ed. Becquerel n'ont obtenu de résultats contraires à la loi de Stokes, même avec le rouge de naphtaline; et M. S. Lamansky (*Journal de Physique*, 1re série, t. VIII, p. 367; 1879) a demontré, de manière à ne laisser subsister aucun doute, que cette loi s'applique effectivement aux substances étudiées par M. Lommel. Voici comment a opéré M. Lamansky :

Les rayons réfléchis par un héliostat sont concentrés sur une fente derrière laquelle sont placés deux prismes de flint et une lentille achromatique. Le spectre réel fourni par ce système tombe sur la paroi d'une boîte percée d'une fente à l'aide de laquelle on limite la portion très étroite du spectre que l'on veut employer. A l'intérieur de la boîte se trouvent : 1° un prisme de flint qui étale la lumière diffuse accompagnant la lumière simple après son passage à travers la fente; 2° un prisme à réflexion renvoyant les rayons, désormais parfaitement homogènes, sur la surface du liquide fluorescent; 3° la cuve contenant le liquide; 4° un second prisme à réflexion qui dirige la lumière émise par le liquide fluorescent sur la fente du collimateur d'un spectromètre de Brunner. On aperçoit deux images, l'une provenant de la réflexion, l'autre de la lumière émise par fluorescence; on mesure le minimum de déviation pour chacune de ces images, et l'on constate que la seconde est toujours la moins déviée. La lumière émise par fluorescence est donc moins réfrangible que la lumière incidente

plus belles expériences de l'Optique se fait en construisant des tubes de Geissler avec des verres d'urane, qui s'illuminent vivement en vert au moment du passage de la décharge électrique. On peut aussi envelopper les tubes avec des solutions de quinine, de curcuma, de sels d'urane, etc., qui émettent des rayons bleus, orangés et jaunes, et ces effets sont rendus encore plus remarquables par la forme variée qu'on a soin de donner aux appareils. Enfin il est possible d'écrire sur un carton des caractères avec du bisulfate de quinine, qui sont invisibles à la lumière des lampes, et qui deviennent brillants quand on y fait tomber un faisceau de rayons provenant de l'arc électrique, dépouillés de leur lumière par un verre violet foncé.

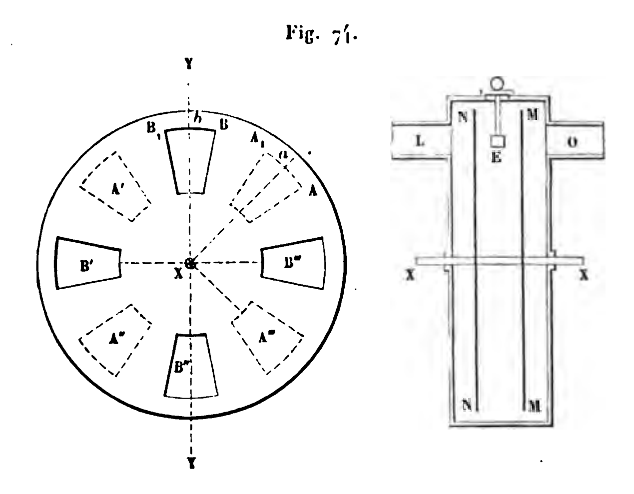
En résumant tous ces faits, on trouve dans la fluorescence les caractères de la phosphorescence. Des rayons sont absorbés; leur force vive, recueillie par le corps actif, se dépense en un rayonnement composé de rayons moins réfrangibles que ceux qui ont été reçus. Il n'y a qu'une seule différence : c'est la durée de l'intervalle nécessaire pour déterminer cette transformation, intervalle qu'il faut maintenant mesurer dans les divers cas, ce qui va exiger l'emploi d'un nouveau mode d'expérience.

TROISIÈME MODE D'OBSERVATION. — La méthode qui nous reste à décrire est due à M. Edmond Becquerel; elle se fonde sur l'emploi d'un instrument qu'il a imaginé et qu'on nomme *phosphoroscope*. Il se compose de deux disques métalliques noircis MM et NN (*fig.* 74), qui sont liés l'un à l'autre par un axe commun XX, auquel on peut imprimer un mouvement de rotation rapide par une manivelle et des engrenages convenables. Le tout est enfermé dans une boîte immobile noircie. La lumière solaire y arrive par un tube L, rencontre en E le corps qu'on veut éprouver et sort par un deuxième tube O pour arriver à l'œil.

Chacun des deux disques est percé de quatre fenêtres équidistantes dont l'ouverture est de 22°30′ (*fig.* 71). Elles sont figurées en AA_1, A', A'', A''' dans le disque antérieur et en BB_1, B', B'', B''' pour celui qui est en face de l'œil. Ces fenêtres

sont croisées, de façon que, si AA_1 arrive sur la verticale du centre X, la lumière pénètre dans l'intervalle qui sépare les disques; mais elle n'en peut sortir parce qu'elle rencontre la paroi pleine BB''', qui bouche le tube O. L'œil ne reçoit donc aucun rayon, quelle que soit la vitesse de rotation.

Fig. 74.



Mais, si l'on a préalablement fixé en E un morceau de verre ou de spath, il est éclairé quand AA_1 passe sur la verticale; il est en face de l'œil un instant après, quand arrive la fenêtre BB_1. Si donc il a gardé la faculté de luire pendant l'intervalle qui s'écoule entre le passage de deux fenêtres AA_1 et BB_1, il paraît lumineux, et, comme l'action se reproduit quatre fois pendant un tour, la sensation est continue quand la vitesse est suffisante.

Soit n le nombre des tours que l'axe fait en une seconde : $\frac{1}{n}$ est le temps d'un tour, $\frac{1}{n}\frac{AA_1}{360}$ est celui que met une des fenêtres à passer devant la verticale YY. Comme il y en a quatre dans les disques antérieurs et que l'appareil fait n tours en une seconde, la durée totale de l'exposition à la lumière pendant l'unité de temps est

$$\frac{4AA_1}{360}.$$

Ce temps est constant et indépendant de la vitesse; donc le corps recevra toujours la même quantité de lumière dans le même temps.

La durée pendant laquelle le corps sera visible sera exprimée par le même nombre, et, puisqu'il est indépendant de la vitesse, la quantité de lumière reçue par l'œil le sera également; elle sera une fraction constante du pouvoir éclairant du corps et pourra servir à le mesurer.

Mais la durée de chaque exposition successive est

$$\frac{AA'}{n.360};$$

elle diminue quand le nombre des tours augmente. Or, comme il est vraisemblable que la lumière doit agir pendant un certain temps pour produire le maximum d'effet, il est certain que son action décroîtra avec la vitesse quand celle-ci aura dépassé une certaine limite.

Le temps qui s'écoule entre le moment où la lumière agit et le moment où l'on voit le corps est variable; il est égal en moyenne à l'intervalle qui sépare le passage de aX et de bX vis-à-vis de l'axe du tube O, ou à

$$\frac{ab}{n.360} = \frac{45}{n.360} = \frac{1}{8n}.$$

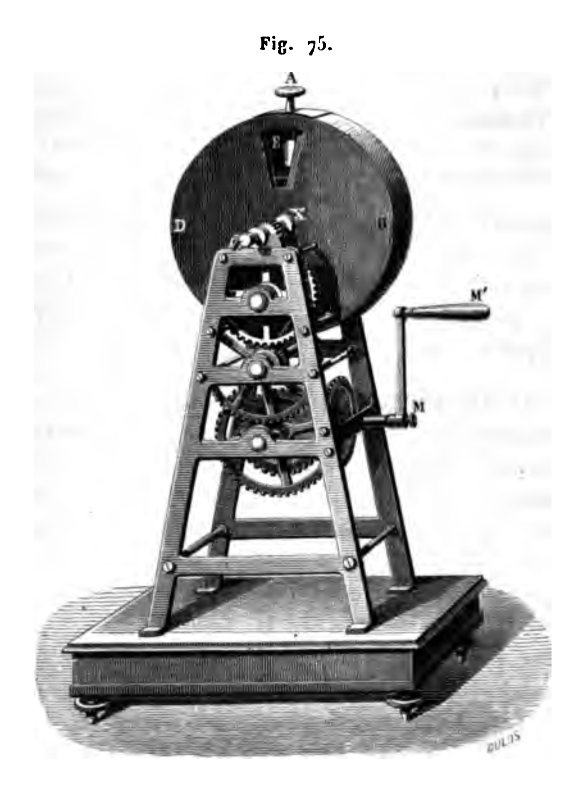
Cette durée diminue avec la vitesse : c'est l'*interruption moyenne*. Or il est certain que plus elle sera petite, plus l'effet de la phosphorescence sera sensible. Ainsi, d'une part, cet effet devra diminuer à cause de la diminution de la durée d'action; de l'autre, il devra augmenter à cause du décroissement de la durée des interruptions. Il est clair qu'avec une certaine vitesse on atteindra le maximum d'éclat.

En résumé, pendant des temps égaux, le corps aura reçu toujours la même quantité de lumière; cette lumière aura agi pendant des intervalles successifs de durée variable et mesurable; enfin une portion constante de la lumière phosphorescente dont on pourra mesurer l'intensité aura été recueillie après une interruption dont la durée moyenne sera connue et

aussi petite qu'on le voudra. L'appareil total est représenté *fig.* 75. Voyons maintenant quels sont les résultats de l'expérience.

Il est évident que cet instrument non seulement nous permettra de constater, mieux que nous ne l'avons encore fait, les

Fig. 75.



phosphorescences à longue période, comme celle du diamant, mais qu'il nous en fera découvrir que nous ne connaissions pas, et qu'il nous apprendra si les corps que nous avons appelés *fluorescents* ne gardent pas leur éclat pendant un temps appréciable et ne seraient point doués d'une véritable phosphorescence à très courte durée. C'est en effet ce que nous trouvons pour tous les composés des métaux des deux premières sections, en particulier pour l'alumine et ses composés,

ainsi que pour les sels d'urane et les platinocyanures. Avec une vitesse de rotation déterminée on obtient le maximum de lumière, comme nous l'avions prévu; quand on la diminue suffisamment, tout effet cesse, et l'on arrive à la durée limite de la phosphorescence. Voici quelques nombres :

	Durée limite.
	s
Spath	0,33
Verre	0,05
Corindon	0,05
Azotate d'urane	0,01
Platinocyanure	0,003

Mais aucun liquide, même parmi les plus fluorescents, ne s'est illuminé dans le phosphoroscope. Il ne faut pas en conclure que la fluorescence soit instantanée; aucune action physique ne l'est; seulement nous savons qu'elle exige un temps moindre que $0^s,0001$.

LOI DE LA DÉPERDITION DE LA LUMIÈRE. — Cet instrument permet maintenant de pousser beaucoup plus loin l'étude que nous venons de commencer. En effet, si l'on mesure, au moyen de photomètres, le pouvoir éclairant d'un corps placé dans le phosphoroscope, après des interruptions déterminées on aura des nombres proportionnels à la quantité totale de la lumière émise par ces corps après des temps égaux à ces interruptions. C'est ce qu'a fait M. Becquerel.

Prenons d'abord, parmi tous les cas qui peuvent se présenter, celui des corps qui rayonnent de la lumière à peu près blanche, et dont la teinte ne change pas quand la vitesse varie. Nous pourrons admettre que tous les rayons qui composent cette lumière suivent la même loi dans leur déperdition. A la rigueur, nous pourrons même appliquer cette conclusion aux corps qui rayonnent une teinte mixte, pourvu qu'elle ne change point de coloration : par exemple, à l'alumine. Or, en mesurant après des interruptions égales à t l'éclat d'un corps qui émet de la lumière, M. Ed. Becquerel a trouvé la même loi que celle qui règle les excès de température d'un thermomètre qui se refroidit :

$$i = i_0 e^{-at}.$$

Cette loi de l'émission lumineuse par phosphorescence n'est pas plus générale que celle de l'émission calorifique par refroidissement. Elle cesse d'être applicable quand on fait croître la vitesse au delà de celle qui donne l'effet maximum, car alors le corps cesse de prendre toute la lumière qu'il absorbait quand chaque insolation successive était plus prolongée. Elle ne s'applique pas non plus à celles des substances qui ont une phosphorescence à longue durée, ni aux corps qui changent de teinte avec la vitesse du phosphoroscope. C'est donc une formule empirique et approximative. Il est curieux néanmoins de voir qu'elle s'applique de la même manière à la chaleur et à la lumière.

Supposons-la exacte : il est clair que pendant chaque intervalle dt le corps perd une quantité de lumière proportionnelle à $i\,dt$, et, en l'intégrant de $t = 0$ à $t = \infty$, on obtient la somme de lumière qui avait été absorbée et qui est rendue par le corps. Cette somme est égale à $\frac{i_0}{a}$. Elle exprime pour ainsi dire la capacité lumineuse du corps; elle est en raison inverse de a.

Voici les nombres trouvés par M. Becquerel, en prenant pour unité de temps le millième de seconde.

Tableau des valeurs de a en millièmes de seconde.

Uranite	1,4975
Sulfate double d'urane et de potasse	1,3869
Sulfate double d'urane et de chaux	0,8206
Perchlorure d'urane et de potasse	0,7682
Verre d'urane	0,5546
Azotate d'urane	0,4207
Crown	0,0436
Chaux phosphatée	0,0263
Topaze jaune	0,5546
Disthène	0,2295
Alumine	0,0791
Spinelle	0,0094
Leucophane	0,0147
Spath	0,00507

COMPOSITION DES RAYONS ÉMIS. — Il y a de grandes différences dans la composition des lumières émises dans le phosphoroscope. Comme on ne connaît sur ce point aucune loi générale, il faut nous contenter de citer des exemples particuliers.

I. Le premier, le plus simple et le plus général des cas qui se présentent est celui où le corps actif émet des lueurs toujours identiquement composées, quelles que soient la durée des interruptions et la nature des rayons excitateurs. Presque tous les sulfures étudiés précédemment sont dans ce cas. Il en est de même de l'alumine, du disthène, de la topaze, dont la lueur rouge reste la même quand ils sont frappés par tous les rayons du rouge à T, et quand varie la vitesse du phosphoroscope. L'azotate et le chlorure d'urane donnent aussi des lueurs vertes invariables.

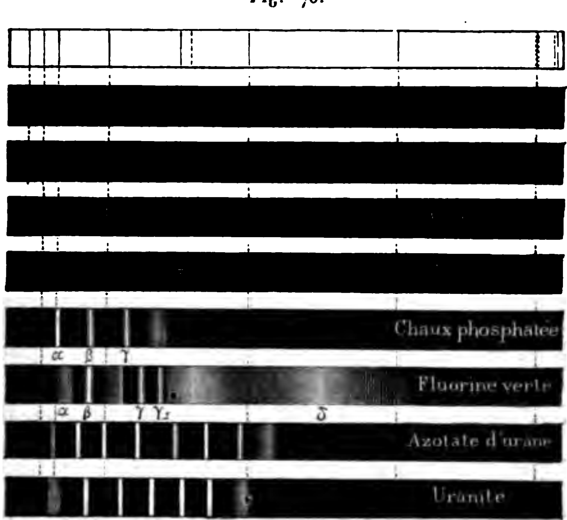
Mais, quand on analyse les lueurs phosphorescentes par un spectroscope ordinaire, on trouve des résultats curieux. Le spectre de l'alumine (*fig.* 76) est compris entre Aa et D; il est sillonné de raies; il est différent avec l'alumine calcinée provenant du corindon, du rubis, du saphir, ou bien avec celle qui est préparée artificiellement en cristaux ou en poudre; mais il est constant pour chacune des deux variétés. Le spinelle et le disthène offrent également des spectres limités à la partie rouge, sillonnés de stries qui les caractérisent, mais qui diffèrent du précédent. Ce n'est donc pas l'aluminium seulement, c'est chacun de ses composés qui donne des raies propres à le faire reconnaître. Les sels d'urane conduisent à la même conclusion. Chacun d'eux montre un certain nombre de raies brillantes et équidistantes. L'azotate, en particulier, en présente huit (*fig.* 76), et chacune d'elles correspond à une raie d'absorption. Si l'on fait passer un spectre à travers ce sel, il absorbe donc à la température ordinaire certaines radiations, et ce sont celles-là qu'il émet ensuite par phosphorescence. C'est une nouvelle et remarquable extension de la loi de M. Kirchhoff.

II. Le deuxième cas est celui où la teinte de la phosphorescence, restant invariable avec la nature des rayons excitateurs, change si la vitesse varie.

1° Après leur insolation, presque tous les diamants luisent en jaune et demeurent longtemps lumineux; le spectre de cette lumière est compris entre C et E. D'autres luisent en bleu et s'éteignent très vite; ils émettent des rayons limités à F et H. Il en est enfin qui possèdent les deux phosphorescences : c'est toujours celle dont la couleur est la plus réfrangible qui est la plus fugitive; ils paraissent d'abord bleus et deviennent ensuite jaunes.

2° La chaux phosphatée verte est excitée par tous les rayons simples de B à O, qui tous se transforment en trois bandes γ, β, α (*fig.* 76) : la première se prolonge longtemps; β apparaît

Fig. 76.



pour une valeur t des interruptions égale à $0'',05$; enfin α se montre quand $t = 0'',0001$; la teinte du mélange varie du vert à l'orangé quand la vitesse augmente, et cette fois, au rebours de l'exemple précédent, c'est la lueur la moins réfrangible α qui est la moins fugitive.

3° Sur le fluorure de calcium vert l'effet est plus complexe; il possède plusieurs bandes phosphorescentes distinctes, l'une bleue, δ, deux dans le rouge, en β et α, pour $t = 0,005$, et

enfin deux dernières font naître les lumières vertes γ, γ_1 quand $t = 0,001$. Ce sont les rayons moyens qui naissent de la plus courte phosphorescence.

III. Les divers rayons excitateurs peuvent donner naissance à des lueurs différentes. Il y a, en effet, des carbonates de chaux, tels que la craie ou les calcaires métastatiques, qui paraissent orangés quand $t = 0'',33$ et bleus lorsque $t = \infty$, c'est-à-dire longtemps après l'insolation. La première teinte est produite par les rayons voisins de D, la deuxième par le groupe des radiations ultra-violettes. On obtient la première en filtrant la lumière incidente à travers une auge pleine de chromate de potasse, la seconde en interposant un écran de bleu céleste.

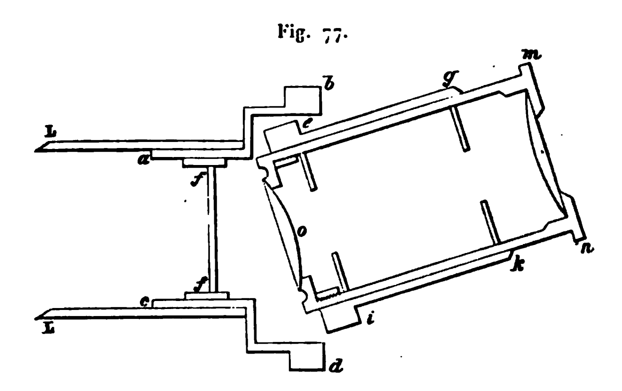
IV. Ce qui paraît le plus singulier, ce sont des modifications de teinte déterminées par des variations de l'état moléculaire. Nous ne citerons qu'un exemple. En général, la chaux possède une phosphorescence orangée peu durable; l'arragonite, au contraire, offre des teintes bleues très persistantes (*fig.* 76). Or il y a des variétés de spath qui se comportent comme l'arragonite, d'autres comme la craie, et quelques-unes comme toutes les deux. Cela est déjà difficile à comprendre; ce qui suit l'est davantage. En dissolvant du spath dans un acide et en le précipitant par le carbonate d'ammoniaque, on obtient un carbonate de chaux luisant en bleu s'il est précipité à 100° et en orangé s'il est obtenu à 0°.

Si nous voulons, en finissant cette étude, résumer les connaissances générales qu'elle nous apporte, nous voyons d'abord que certaines substances absorbent, celles-ci les rayons infra-rouges, celles-là les rayons visibles, quelques-unes les rayons ultra-violets, et, le plus souvent, ces absorptions sont électives. Or, à la suite de ces absorptions, comme il y a une accumulation de force vive, il faut qu'elle se dépense ensuite en produisant des phénomènes consécutifs. Nous venons d'étudier l'un d'eux et de reconnaître que, pendant un temps long ou court, cette force vive est rendue à l'état de rayonnement par phosphorescence ou fluorescence, avec ce caractère constant qu'un rayon simple a été finalement transformé en un ensemble d'autres radiations mêlées et toutes moins réfran-

gibles. Il y a encore un autre emploi possible de cette force vive : elle peut déterminer des actions photographiques que nous étudierons ultérieurement.

APPLICATION DE LA FLUORESCENCE ET DE LA PHOSPHORESCENCE A L'ÉTUDE DU SPECTRE ULTRA-VIOLET ET DU SPECTRE INFRA-ROUGE. MM. SORET ET BECQUEREL. — M. Soret [1] a appliqué à l'étude du spectre ultra-violet la propriété des substances fluorescentes de devenir lumineuses sous l'influence des rayons chimiques invisibles. A cet effet, il a construit un spectroscope à *oculaire fluorescent* (*fig.* 77), qui diffère d'un spectroscope

Fig. 77.



ordinaire : 1° par la présence d'une lame fluorescente *ff* de verre d'urane ou d'un liquide fluorescent contenu entre deux lames de verre très minces et très voisines; 2° par une disposition qui permet d'incliner l'oculaire de façon à recevoir la lumière diffusée par la lame fluorescente, comme le montre la figure.

Pour se servir de cet appareil, on place d'abord l'oculaire dans la situation normale, pour mettre au point; on fait tomber sur la lame la partie la plus réfrangible du spectre, et l'on incline l'oculaire; dans ces conditions, les raies du spectre ultra-violet sont nettement accusées. L'étendue du spectre observé dépend d'ailleurs de la substance fluorescente employée;

---

(1) SORET, *Archives des Sciences physiques et naturelles*, avril 1874.

l'esculine peu concentrée permet d'observer tr
les raies N et même O ; c'est la substance qui
meilleurs résultats pour les rayons très réfrangibl

Cette méthode d'observation, à coup sûr moin
la méthode photographique, a l'avantage d'être
et de n'exiger qu'un appareil peu compliqué. N
les nombreuses applications que M. Soret et M. C
faites soit dans l'étude de l'absorption des radi
violettes, soit dans celle des spectres d'émission.

M. Edmond Becquerel (1) a imaginé pour l'ob
spectre infra-rouge une méthode qui n'est pas s
avec la précédente. Nous avons établi, d'après lu
rayons infra-rouges jouissent de la propriété de de
tation produite sur les substances phosphoresc
rayons bleus ou violets. Quand on opère avec un
venablement épuré et étalé, on reconnaît que l'ex
duite par les rayons infra-rouges présente des m
minima, c'est-à-dire que cette région du spect
bandes ou raies analogues à celles du spectre sol
observer nettement, il faut opérer comme il suit.
let d'une chambre noire on fait pénétrer deux fa
B de rayons solaires parallèles : le faisceau A pr
spectrale que l'on veut étudier; elle est reçue s
enduit de substance phosphorescente; le faisce
un second spectre que l'on superpose en partie
de telle sorte que la portion ultra-violette du sp
superposée à l'infra-rouge de A. On n'interpose p
sur la route du faisceau B, et l'on donne à l'ouve
pondante du volet une largeur assez grande, af
production des raies ou bandes de l'ultra-violet, q
l'observation; il convient même de placer sur le t
ceau B un verre bleu de cobalt, qui élimine la p
lumineuse du second spectre, ce qui rend l'obs
facile. Dans ces conditions, la matière impression

(1) *Journal de Physique*, 1re série, t. VI, p. 137; 1877.

(2) *Action des rayons peu réfrangibles*, p. 225**; voir *A*
de Phys., 3e série, t. XXII, p. 344; 1848.

par l'ultra-violet de B a sa phosphorescence détruite par la partie infra-rouge du spectre A, mais inégalement, de telle sorte qu'on observe pour ainsi dire une épreuve photographique négative du spectre infra-rouge, où ses bandes sombres se dessinent en traits lumineux.

Cet effet ne se produit d'une manière parfaitement nette que pour une certaine intensité de la lumière excitatrice, que l'on règle en donnant à la fente B une ouverture convenable; mais il exige surtout l'emploi d'une substance phosphorescente appropriée. Les plus convenables sont la blende hexagonale due à M. H. Sainte-Claire Deville et obtenue phosphorescente par M. Sidot, et diverses variétés de sulfures de calcium, de strontium et de baryum, préparées par M. Ed. Becquerel.

M. H. Becquerel ([1]) a aussi utilisé la production du spectre brillant direct pendant la première phase de l'action des rayons infra-rouges sur une substance phosphorescente antérieurement illuminée. Pour donner à cette dernière observation la précision nécessaire, il est indispensable d'avoir une matière phosphorescente très active et surtout parfaitement homogène. On l'obtient en tassant la substance, réduite en poudre impalpable, dans des tubes en verre plats ou dans une petite cuve en verre mince et à faces planes. La glace antérieure porte sur sa face interne une division en millimètres qui apparaît en noir sur le fond lumineux constitué par la surface phosphorescente et fournit les repères nécessaires à des mesures exactes.

C'est ainsi qu'ont été observées les raies et bandes obscures du spectre solaire infra-rouge (p. 74**) et les raies d'émission des spectres métalliques (p. 206**) précédemment indiquées.

([1]) H. Becquerel, *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. XXX, p. 5; 1883.

CHAPITRE XII.

)E LA PHOTOCHIMIE.

le la lumière. — Actions réductrices. — Actions oxy- superposés. — Actions révélatrices. — Comment ... — Action sur les vapeurs. — Action des rayons ... ction de la lumière sur les feuilles. — Procédés photographiques. — Procédés au collodion ...édés au charbon. — Reproduction photographique des ... — Gravure, lithographie, typographie photographiques. — ...tions de la Photographie à la Météorologie et à l'Astronomie.

ACTIONS CHIMIQUES DE LA LUMIÈRE.

Il nous reste à étudier une dernière propriété des radiations solaires, celle de déterminer des actions chimiques spéciales. Vieille à peine de trois quarts de siècle, la découverte de cette propriété a déjà donné naissance à un art précieux et populaire, la Photographie, dont les procédés et les applications prennent chaque jour une nouvelle extension, sans que les principes qui lui servent de base soient parfaitement connus. Nous allons essayer néanmoins de mettre un peu d'ordre au milieu des phénomènes nombreux qu'il s'agit de classer et d'analyser.

Nous rappellerons d'abord un fait qui vient d'être l'objet d'une étude suivie : c'est qu'un grand nombre de substances, pour ne pas dire toutes, absorbent une partie des radiations solaires, perte de force vive qui ne peut s'accomplir sans déterminer un phénomène consécutif équivalent. Le plus souvent, ce corps rend ce qu'il avait reçu sous forme de chaleur obscure ou de lumière, et en général les radiations émises sont moins réfrangibles que les radiations absorbées. Dans les cas qui vont nous occuper il n'y a pas émission de rayons,

mais on découvre que la force vive perdue a développé un travail chimique équivalent. C'est ce phénomène général qui constitue la *photochimie*.

ACTIONS RÉDUCTRICES. — Scheele découvrit, en 1770, que le chlorure d'argent devient noir quand on l'expose à la lumière. Avant tout il faut étudier chimiquement ce fait. MM. Davanne et Girard (¹) ont placé un peu de chlorure d'argent dans une capsule et l'ont exposé aux rayons du soleil jusqu'à ce qu'il fût devenu noir; puis, ayant versé de l'acide azotique, ils ont vu se dégager des vapeurs rutilantes pendant que la matière noire se dissolvait : c'était conséquemment de l'argent réduit. La lumière a donc la propriété de décomposer le chlorure d'argent en séparant ses éléments. Elle décompose également l'azotate d'argent en dégageant l'acide et l'oxygène, qui abandonnent le métal réduit.

Cette propriété n'est point particulière aux substances que nous venons d'examiner. En général, les chlorures, bromures, iodures, cyanures, etc., des métaux les moins oxydables, tels que l'argent, le mercure, le fer et le platine, sont décomposés ou tendent à l'être par l'action suffisamment prolongée de la lumière.

Il en est de même d'un grand nombre de composés oxygénés. L'acide azotique perd de l'oxygène et se transforme en vapeurs rutilantes; l'acide chromique et le bichromate de potasse laissent déposer de l'oxyde de chrome; l'azotate d'urane se trouble, verdit et donne du protoxyde. On peut dire, en résumé, que les oxydes ou acides suroxygénés, ainsi que les composés binaires des métaux peu oxydables, tendent à se réduire sous l'action prolongée des rayons du soleil.

ACTIONS OXYDANTES. — Mais si, dans ces conditions, l'oxygène et les corps halogènes tendent à abandonner les métaux, ils se portent, au contraire, avec une plus vive énergie sur l'hy-

---

(¹) DAVANNE et GIRARD *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XLI, p. 666, t. LVIII, p. 634, 699, et *Chimie photographique*, par Barreswil et Davanne; Paris, 1864.

drogène et sur les matières organiques. Le premier fait de ce genre est la célèbre expérience par laquelle on combine le chlore et l'hydrogène. Ces deux gaz mélangés se conservent indéfiniment dans l'obscurité; mais, aussitôt qu'on les expose aux rayons solaires, ils s'unissent instantanément avec une vive détonation, avec dégagement de chaleur et de lumière. L'expérience a prouvé que le chlore peut enlever l'hydrogène à toutes ses combinaisons organiques sous l'influence du soleil. Le brome et l'iode manifestent les mêmes propriétés.

L'oxygène éprouve un redoublement d'activité analogue et une tendance à se combiner avec les matières organiques. C'est par une expérience de ce genre que J. Nicéphore Niepce inaugura l'art de la Photographie en 1813. Il disposait sur une plaque d'argent bruni une couche mince de bitume de Judée, puis, appliquant dessus une gravure en taille-douce, il l'exposait au soleil. Les rayons pénétraient à travers le papier blanc, mais étaient arrêtés par les traits noirs de la gravure. Le bitume de Judée se conservait sans altération sous ces traits; mais il se combinait avec l'oxygène sous les parties blanches, et, en changeant de composition, il devenait insoluble dans les essences. Il suffisait alors de laver la plaque avec un mélange d'huile de lavande et de pétrole pour mettre le métal à nu, avec son aspect noir bruni aux endroits que les traits avaient recouverts, tandis qu'il demeurait voilé par une couche blanche insoluble aux points que la lumière avait impressionnés : on obtenait ainsi une reproduction de la gravure. Le galipot, les essences d'amandes amères, de citron, de térébenthine et de laurier-cerise, la benzine, la plupart des vernis, etc., se comportent comme le bitume de Judée, c'est-à-dire qu'ils s'oxydent à la lumière et par là changent leurs propriétés physiques ou chimiques.

La résine de gaïac offre une particularité qui mérite d'être mentionnée; elle bleuit en même temps qu'elle absorbe l'oxygène. Si donc on l'étale en couche mince sur une surface, qu'on la couvre d'une gravure, elle prend une teinte foncée sous les blancs et reste blanche sous les noirs; elle donne finalement une image inverse : c'est ce que nous nommons une *épreuve négative*.

EFFETS SUPERPOSÉS. — Or, puisque d'une part certains acides, ou sels, et certains composés métalliques binaires se dissocient sous l'action de la lumière, et que, d'un autre côté, l'oxygène ou le chlore, le brome et l'iode agissent plus énergiquement, dans les mêmes conditions, sur l'hydrogène des matières organiques, il est évident qu'on augmentera la sensibilité des actions photochimiques en mêlant ces composés métalliques ou salins à ces matières organiques. C'est, en effet, ce qu'on peut montrer par de très nombreux exemples.

I. Niepce de Saint-Victor (¹) enduit avec une même solution d'azotate d'argent fondu d'abord une feuille de papier, ensuite une cassure récente de porcelaine, et il les expose pendant le même temps à la même lumière. La porcelaine ne manifeste rien, mais le papier noircit : la matière organique facilitait la réduction.

D'après cela, on prépare des surfaces extrêmement sensibles à l'action de la lumière en étalant des feuilles de papier sur un bain de nitrate d'argent dissous et les y laissant flotter assez longtemps pour que leur surface inférieure soit bien imbibée. On fait sécher ces feuilles dans l'obscurité; elles se conservent indéfiniment. On augmente encore leur sensibilité en les plongeant ensuite dans des solutions de chlorure, bromure ou iodure de potassium, ce qui transforme l'azotate en chlorure, bromure ou iodure d'argent, substances insolubles, décomposables par elles-mêmes, et qui le deviennent davantage étant mêlées à la matière organique du papier. On peut renverser l'ordre des deux immersions, plonger d'abord le papier dans le composé de potassium, ensuite dans le sel d'argent. C'est ainsi qu'en général on prépare le papier sensible qui nous a déjà servi et qu'on emploie dans la Photographie.

II. Haghen prépara deux solutions d'azotate d'urane, l'une dans l'eau pure, l'autre dans l'alcool, et il les exposa à la lumière. La première demeura intacte, la deuxième se troubla, devint verte et déposa du protoxyde d'urane. La propriété

(¹) Les travaux de Niepce de Saint-Victor sur les actions chimiques de la lumière et la photographie sont exposés dans les *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3ᵉ série, t XXII, p. 85, et t. XXXII, p. 373; 1848-1851.

réductrice de la lumière était insuffisante pour opérer la décomposition du sel, mais la présence de la matière organique a déterminé l'action. Remise à l'obscurité, la solution s'oxyde de nouveau et revient à son état premier.

III. Vers 1850, Poitevin [1] ajouta de nouveaux et remarquables exemples aux précédents. Le bichromate de potasse est difficilement décomposable par la lumière, mais il est réduit très aisément au soleil quand on le mêle au sucre, à l'empois d'amidon, à la gomme, à la gélatine. Ce qui est remarquable, c'est qu'en s'oxydant ces substances deviennent insolubles et que la gélatine perd la propriété qu'elle a naturellement de se gonfler dans l'eau.

IV. Le perchlorure de fer se comporte comme le bichromate de potasse. Vient-on à le mêler avec de l'alcool, de l'éther ou de l'acide tartrique et à l'exposer à la lumière, il passe à l'état de protochlorure, en cédant du chlore à la matière organique. Quand on place au soleil, sous une gravure, une feuille de papier imprégnée avec le dernier de ces mélanges, il est préservé sous les traits; partout ailleurs il se change en protochlorure mêlé à de l'acide tartrique oxygéné. Cette dernière combinaison n'a point été déterminée, mais elle est tellement avide d'humidité, qu'elle se couvre bientôt de rosée, ce qui dessine les blancs de la gravure. On peut faire paraître les traits en lavant la plaque avec du ferrocyanure de potassium ou de l'acide tannique, ce qui donne une épreuve positive imprimée en bleu de Prusse ou en encre ordinaire.

En résumé, l'ensemble des radiations émises par le Soleil agit : 1° pour réduire les acides suroxygénés, les sels ou les composés binaires métalliques; 2° pour oxyder les matières organiques; d'où il résulte que les mélanges de ces deux classes de substances constituent les réactifs les plus sensibles à l'action photochimique.

ACTIONS RÉVÉLATRICES. — Il n'est pas nécessaire d'exposer à la lumière les deux éléments d'un pareil mélange : il suffit que

---

(1) POITEVIN, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LXII, p. 192; 1861.

l'un d'eux en ait subi l'effet. Ainsi, quand on place dans la chambre obscure un papier imprégné d'iodure d'argent et d'acide gallique, le mélange est complet, l'action de la lumière efficace, et bientôt l'image négative apparaît. Si l'on omet l'acide gallique, l'épreuve ne se montre point. Cependant l'action de la lumière s'est produite et a amorcé la réduction du sel d'argent. Dans ces conditions, si l'on plonge après coup le papier dans l'acide gallique, on voit l'image apparaître rapidement. Il en est de même quand on le mouille avec du sulfate de fer ou du protochlorure d'étain, c'est-à-dire avec un corps oxydant. Pour distinguer ces deux actions, on nomme *impressionnable* la matière qui reçoit et conserve l'action de la lumière, et *révélatrice* celle qui développe l'image. On peut citer, d'après Niepce de Saint-Victor, un nombre considérable d'actions analogues, comme le montre le Tableau suivant :

SUBSTANCES IMPRESSIONNABLES, papier imprégné de :	SUBSTANCES RÉVÉLATRICES.	
1° Rien	Sel d'argent	
2° Azotate d'argent ou iodure d'argent	Sulfate de fer ou acide galliqu	
3° Azotate d'urane	Eau.	Action olongée de la lumière; image négative grise de protoxyde d'urane; disparaît à l'obscurité, se reproduit à la lumière.
	Prussiate rouge de potasse.	Image rouge sanguin positive; passe au bleu par le sulfate de fer.
4° Azotate d'urane et acide tartrique	Azotate d'argent ou chlorure d'or.	Images aussi belles que par la photographie; inaltérables.
5° Chlorure d'or	Azotate d'urane, sulfate de fer, sulfate de cuivre, bichlorure de mercure, sel d'étain.	
6° Acide gallique	Sulfate de fer.	Image noir bleu.
	Prussiate rouge de potasse.	Image bleue.
7° Prussiate rouge de potasse	Eau, bichlorure de mercure, acide gallique, sel d'argent, de cobalt.	Image bleue activée par les acides et la chaleur.
8° Bichlorure de mercure	Protochlorure d'étain, soude, potasse, sulfure de sodium.	
9° Acide chromique ou bichromate de potasse	Sel d'argent.	Image positive rouge pourpre.
10° Amidon	Tournesol bleu.	Image rouge.
	Iodure de potassium.	Image brun rouge.
	Indigo blanc.	Image positive bleue.
	Campêche.	Image positive rouge.

Ce qui est digne d'être remarqué, c'est que le rôle de substance impressionnable et de substance révélatrice est réciproque, et qu'à l'intensité près on obtient le même effet en insolant l'une ou l'autre. Par exemple, au lieu d'insoler l'iodure d'argent et de révéler par l'acide gallique, ou le sulfate de fer, ou le protochlorure d'étain, on peut exposer sous un cliché, au soleil, un papier imprégné d'acide gallique, ou de sulfate de fer, ou de protochlorure d'étain, et l'image négative se révélera avec l'iodure de potassium et l'azotate d'argent. En général, on peut changer l'ordre des deux premières colonnes du Tableau.

COMMENT AGIT LA LUMIÈRE. — Nous allons étudier en détail la première réaction indiquée dans ce Tableau :

1° Niepce de Saint-Victor exposa au soleil, sous un cliché négatif, une feuille de papier blanc qui n'avait reçu aucune préparation, et ensuite il la plongea dans une solution d'azotate d'argent. Aussitôt le sel fut réduit dans les endroits où le papier avait reçu les rayons solaires, d'où il faut conclure que la lumière avait donné au papier blanc la propriété de réduire les sels d'argent.

2° Le même papier insolé de la même manière, sous un cliché, a été transporté dans l'obscurité et déposé sur une feuille de papier sensible préparée d'avance. Il y a déterminé rapidement une image, comme si ce papier sensible avait été directement insolé sous le cliché. Cette image s'est produite même quand les deux feuilles étaient en regard à une distance de $0^m,005$ à $0^m,010$; elle ne se formait plus quand on interposait une lame de verre ou de mica. Donc la propriété réductrice communiquée au papier commun par l'action des rayons solaires se transmet même à distance à travers l'air.

3° Niepce exposa pendant quelque temps aux rayons directs du soleil une feuille de papier blanc, puis il l'introduisit, après l'avoir roulée, dans un tube de fer-blanc qui fut bouché hermétiquement, gardé pendant plusieurs jours et même plusieurs mois. On l'ouvrit ensuite et l'on en plaça l'ouverture sur un papier sensible; bientôt elle s'y dessina par un cercle noir d'argent réduit. Cette action décomposante augmentait d'acti-

vité par la chaleur; elle ne se produisait plus à travers un verre; elle n'avait lieu qu'une seule fois et, pour la renouveler, il fallait recommencer l'insolation.

4° Toutes les substances n'acquièrent pas, après l'insolation, les mêmes propriétés réductrices que le papier. Les métaux, le verre, la porcelaine vernie ou non, les substances noires, quelle que soit leur nature, et, en général, toutes celles qui sont inorganiques, restent inactives après comme avant l'action de la lumière. Mais il y en a d'autres qui agissent avec une grande énergie : ce sont, outre le papier, les diverses étoffes, l'albumine, le collodion, l'amidon, en général, les matières organiques, quelle que soit leur couleur, pourvu qu'elle ne soit pas noire. Elles deviennent plus actives encore quand on les imprègne d'acide tartrique, de sulfate de quinine et surtout d'azotate d'urane. On peut alors les exposer sous un cliché ou dans la chambre obscure et révéler ensuite une image négative en les mouillant avec un sel d'argent. En résumé, la lumière : 1° communique au papier une propriété réductrice; 2° cette propriété se transmet à distance; 3° elle se conserve très longtemps dans l'obscurité; 4° elle s'avive avec la température; 5° elle disparaît et s'annule lorsque le papier insolé a réduit une quantité donnée de sel d'argent; 6° elle ne se transmet pas à travers le verre, le mica, etc.; 7° elle appartient à tous les corps organiques qui ne sont pas noirs, et aux sels impressionnables.

L'explication de ces phénomènes est inconnue; on en est réduit à des conjectures que nous allons signaler.

1. En premier lieu, on peut supposer que la radiation solaire détermine, pendant qu'elle agit, la formation de produits chimiques intermédiaires, très oxydables quand elle impressionne les matières organiques comme le papier, très réductibles au contraire lorsqu'elle frappe les sels impressionnables comme ceux d'argent, et que l'addition d'un sel d'argent dans le premier cas, d'une matière organique dans le second, ne fait que compléter les phénomènes par les réactions chimiques ordinaires. Dès lors toutes les circonstances s'expliqueraient : la conservation indéfinie du produit transitoire; son action qui a lieu à distance, s'il est volatil, qui s'exagère par la chaleur,

qui ne se produit qu'une fois, et surtout qui est interceptée par les écrans transparents.

Toutefois cette hypothèse laisse inexpliqués certains faits, et, en particulier, l'expérience suivante, que l'on doit encore à Niepce. Il prend une lame de biscuit ou la surface d'une cassure fraîche de porcelaine et il l'expose au soleil. Nous avons dit qu'elle ne réduit pas le sel d'argent; cependant, si on la plonge dans un mélange sensible d'amidon et d'azotate d'argent, elle le réduit. Mais est-on parfaitement certain d'avoir éliminé de la cassure de porcelaine les traces infinitésimales de matières organiques qui suffiraient à expliquer une faible réaction?

2. Niepce admet que la lumière est emmagasinée sous une forme qu'il ne précise pas, dans les surfaces insolées, jusqu'au moment où elle trouve l'occasion de produire une action chimique efficace. Bien qu'elle n'ait pas trouvé grand crédit, cette opinion est cependant admissible à la rigueur. Rien ne prouve, en effet, que la cassure de porcelaine n'agit pas comme une substance phosphorescente, et que la lumière que ces substances gardent et dégagent lentement dans l'obscurité ne peut pas à un moment donné se transformer en un travail chimique équivalent.

3. M. Lermantoff (¹) pense que l'explication des actions révélatrices réside uniquement dans des actions électrolytiques. L'argent réduit mêlé à l'iodure d'argent, en quantité même infinitésimale, forme avec l'iodure non attaqué et le liquide qui mouille l'épreuve une série de couples locaux. Ceux-ci seront efficaces pour révéler l'image si le liquide est tel que l'iodure soit l'élément négatif du couple; le métal contenu dans le liquide révélateur se déposera sur l'argent et révélera l'image.

S'il en est ainsi, on peut former une pile avec une lame d'argent courbée en ∩, un révélateur quelconque et une solution d'azotate d'argent, séparés par une cloison poreuse. M. Lermantoff a réalisé un couple de ce genre en employant comme révélateur le sulfate double de fer et d'ammoniaque,

(¹) LERMANTOFF, *Journal de Physique*, 1re série, t. VI, p. 376; 1877.

et une solution d'azotate d'argent préparée pour le renforcement des clichés. Au bout de quelques instants la lame plongée dans l'azotate se trouve recouverte de cristaux d'argent métallique d'un gris d'acier. Un fil de platine peut remplacer la lame d'argent du couple; le révélateur à l'acide pyrogallique peut aussi être substitué au sulfate de fer; mais en ce cas, les deux liquides se précipitant l'un par l'autre, l'expérience ne peut être prolongée.

M. Davanne (1) a reconnu que des traits à peine visibles tracés sur une carte avec une lame d'argent se développent dans un bain réducteur additionné de nitrate d'argent; M. Lermantoff complète cette expérience de la manière suivante : sur une glace de verre nettoyée au tripoli et à l'iode, il trace avec de la paraffine, du crayon, du cuivre, du platine et de la soudure d'étain le nom de ces matières. Il verse ensuite sur cette glace du révélateur au sulfate de fer mêlé de nitrate d'argent. Les mots *soudure*, *platine*, *cuivre* et *crayon* se développent, mais le mot *paraffine* devient visible comme un négatif; car toute la glace s'est couverte d'un léger voile et les particules de paraffine se sont détachées du verre vers la fin du développement. Le révélateur à l'acide pyrogallique produit le même effet. Dans cette expérience, où la lumière ne joue aucun rôle, on imite le mode d'action ordinaire des révélateurs en déposant à la surface du verre des parcelles conductrices; la lumière n'agirait donc que pour fournir ces parcelles par un commencement de réduction du sel, ainsi qu'on l'a supposé ci-dessus.

L'explication proposée par M. Lermantoff paraît jusqu'ici la plus complète. Si l'on ne peut dire qu'elle suffit d'ores et déjà à l'application de toutes les expériences, on doit au moins reconnaître qu'elle offre un point d'appui sérieux pour les recherches ultérieures.

DAGUERRÉOTYPE. — Peut-on appliquer l'interprétation de M. Lermantoff au procédé photographique de Daguerre?

On expose une feuille de plaqué d'argent au-dessus d'un

---

(1) Davanne, *Chimie photographique*, 4e édition, p. 110.

carton imprégné d'iode. Bientôt les vapeurs de cette substance couvrent la plaque d'une couche dont l'épaisseur augmente progressivement, et dont la couleur varie comme celle des anneaux colorés. On arrête l'opération quand la teinte est jaune orangé, et l'on expose la plaque dans la chambre obscure. On la laisse prendre l'impression pendant dix minutes (aucune image visible ne se développe), et on l'expose ensuite à la vapeur qu'émet une capsule chauffée pleine de mercure. Cette vapeur s'attache aux points frappés par la lumière et respecte les parties qui étaient restées dans l'obscurité. Pour empêcher toute action ultérieure, on dissout l'excès d'iode dans de l'hyposulfite de soude.

Après ces opérations, le métal a gardé son bruni et paraît noir dans les ombres; il est dépoli et blanchi par le mercure dans les lumières, et une image positive se voit quand on regarde la plaque dans une situation telle qu'elle ne réfléchisse spéculairement aucune lumière. On conçoit aisément que le mercure s'attache à des traces d'argent même invisibles, et peut-être n'est-il pas nécessaire de recourir ici à l'action des couples locaux pour expliquer la formation des images.

MM. Salmon et Garnier (1) ont découvert un autre fait de même nature, peut-être plus difficile à expliquer. Quand on insole une plaque de soufre à travers un carton découpé et qu'on l'expose ensuite aux vapeurs de mercure, elle les retient sur les parties qui ont été éclairées, et noircit en se combinant avec elles.

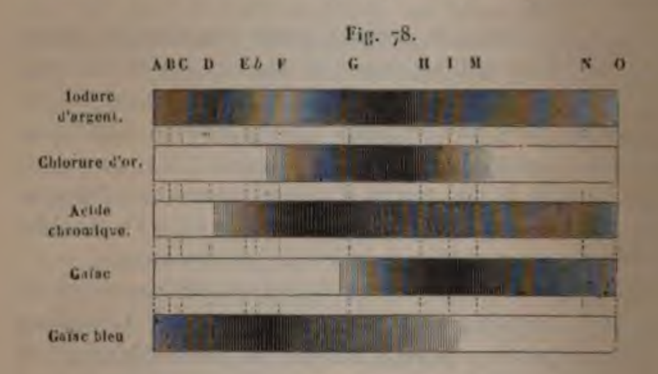
ACTION DES RAYONS SIMPLES. — Les impressions photochimiques obtenues jusqu'à présent étaient déterminées par la superposition de tous les éléments de la radiation solaire. Il faut maintenant étudier l'action spéciale de chaque rayon élémentaire. A cet effet, nous reprendrons l'expérience qui a tout d'abord révélé l'existence des rayons ultra-violets; nous préparerons un papier sensible au chlorure d'argent, dans l'*obscurité la plus absolue*, et nous ferons tomber sur sa surface

(1) Salmon et Garnier, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XXXVIII, p. 314.

un spectre réel très pur obtenu par un prisme et une lentille de quartz. Nous verrons progressivement l'impression se faire, le chlorure noircir et les raies se dessiner. Dans les conditions les plus ordinaires, l'effet commence en F, atteint son maximum vers H et se prolonge en s'affaiblissant jusqu'aux limites des rayons ultra-violets. Nous avons vu, en effet, que c'est par la photographie que MM. Mascart et Cornu ont pu atteindre et déterminer les radiations les plus réfrangibles des spectres du cadmium, du zinc et de l'aluminium (¹).

1. La *fig.* 78 montre la limite de sensibilité de diverses substances. Avec une feuille de papier imprégnée de bichromate

Fig. 78.



de potasse, l'action commence en E et se termine en N. Avec le chlorure d'or l'impression s'étend depuis E jusqu'en I; l'action est lente; mais, une fois commencée, elle se continue spontanément dans l'obscurité. De là nous concluons que l'action réductrice exercée sur les sels métalliques est principalement déterminée par les rayons très réfrangibles, que l'on nomme à cause de cela *rayons excitateurs*, tandis que les radiations infra-rouges et lumineuses jusqu'à F se montrent le plus souvent inactives.

2. Sur le gaïac, le bitume de Judée et les essences, l'action de la lumière est oxydante au lieu d'être réductrice. L'expérience prouve que ce sont encore les mêmes rayons qui agis-

(¹) *Voir* p. 72**.

sent. Ainsi le gaïac exposé à la lumière du spectre commence seulement à bleuir en H, et l'action se continue jusqu'en I (*fig.* 78).

3. La limite d'impressionnabilité d'une substance et la position du maximum de sensibilité n'ont d'ailleurs rien d'absolu. M. H.-W. Vogel (¹) a reconnu que, pour le chlorure d'argent par exemple, elles diffèrent suivant que le sel a été précipité d'une dissolution aqueuse ou alcoolique; le chlorure d'argent aqueux présente un maximum d'impressionnabilité dans la région HH', le chlorure alcoolique pour des radiations ultra-violettes de longueur d'onde égale à 4100. Le bromure d'argent présente deux variétés correspondantes dont le maximum de sensibilité coïncide respectivement avec les longueurs d'onde 4500 (bromure aqueux) et 4100-4380 (bromure alcoolique).

Il suffit d'ailleurs, comme l'a démontré M. Vogel (²), de mêler au chlorure, au bromure ou à l'iodure d'argent certaines matières organiques colorantes, exerçant une absorption marquée dans une région du spectre, pour déplacer le lieu du maximum de sensibilité des sels d'argent, et reculer plus ou moins vers le rouge ou l'infra-rouge la limite d'impressionnabilité. C'est ce que l'on voit dans la *fig.* 79 où les lignes ponctuées représentent les bandes d'absorption des matières ajoutées au collodion, les lignes pleines l'effet produit par le spectre sur les pellicules photographiques. D'après M. Eder (³) et M. Vogel, le lieu du maximum est indépendant de la nature du sel d'argent et ne dépend que du *sensibilisateur* employé; il coïncide à peu près avec le lieu du maximum d'absorption de cette dernière substance.

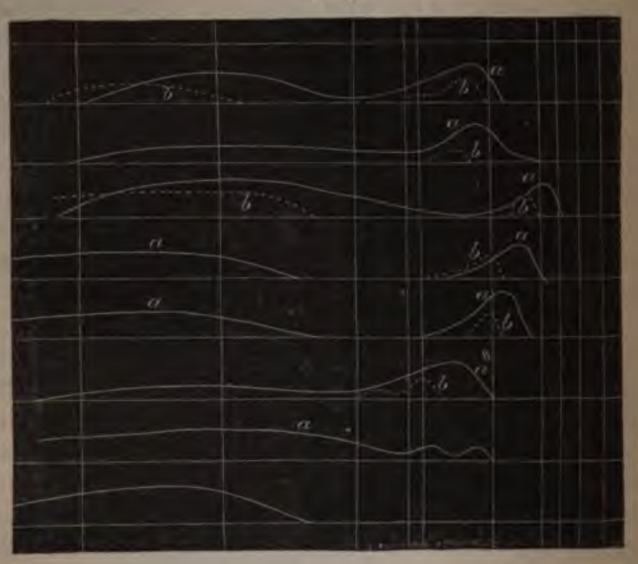
Par exemple, l'éosine (tétrabromofluorescéine) produit dans le spectre visible une large bande d'absorption qui, d'après M. Messerschmitt (⁴), s'étend au moins de $\lambda = 6660$ à 4390 et dont le maximum est compris entre $\lambda = 5170$ (solution aqueuse

---

(¹) H.-W. Vogel, *Beiblätter*, t. VII, p. 537; 1883.
(²) H.-W. Vogel, *Chem. Berichte*, t. VI, p. 1302; 1873.
(³) Eder, *Sitzungsberichte der Wiener Akademie*, p. 233; 1884.
(⁴) Messerschmitt, *Wied. Ann.*, t. XXV, p. 655; 1884.

à $\frac{1}{512}$) et $\lambda = 5280$ (solution dans la glycérine ou la gélatine). Une plaque au gélatinobromure, qui cesse d'être impressionnée entre F et *b*, c'est-à-dire dans la région du vert, devient impressionnable jusqu'au delà de D quand on l'a

Fig. 79.



baignée deux minutes dans une solution d'éosine et séchée ensuite. Elle est alors aussi impressionnable entre D et E (vers $\lambda = 5850$–5450) que dans le bleu, plus faiblement entre E et F. M. Vogel [1] utilise cette propriété pour donner aux plaques photographiques une sensibilité plus voisine de celle de notre œil que ne le sont les plaques aux sels d'argent purs. La substance colorante qui lui a fourni les plus beaux résultats sous ce rapport est l'azaline [2].

Tandis que l'éosine donne un maximum de sensibilité dans le jaune, la cyanine le donne dans le rouge, la fluorescéine dans le vert, etc., et la limite de sensibilité vers les grandes

[1] Vogel, *Beiblätter*, t. VIII, p. 583; 1884.

[2] Vogel, *La photographie des objets colorés avec leurs valeurs réelles*, traduit de l'allemand par M. Henry Gauthier-Villars. Paris, 1887.

longueurs d'onde est plus ou moins reculée. On a vu que, grâce à une préparation spéciale de la couche sensible, M. Abney ([1]) a pu photographier le spectre infra-rouge jusqu'à $\lambda = 13000$.

4. Reprenons le papier sensible au chlorure d'argent; mais, au lieu de le maintenir à l'obscurité, exposons-le pendant un temps très court à la lumière ordinaire, ou mieux aux rayons chimiques qui passent à travers un verre bleu, afin de déterminer une impression faible et égale dans toutes ses parties. Après cela faisons tomber, comme précédemment, un spectre réel très pur sur une portion seulement de la feuille. Elle noircira dans toutes les régions du spectre, depuis le rouge le plus extrême, et l'on verra se dessiner toutes les raies lumineuses, depuis H jusqu'à A (*fig.* 78). Cette fois les rayons peu réfrangibles ont agi; ils ont continué et développé l'impression commencée par les rayons ultra-violets, bien qu'ils soient impuissants à la produire directement. Ils ne l'excitaient pas, ils l'ont continuée, et M. Edm. Becquerel ([2]) les nomme à cette occasion *rayons continuateurs*. On peut remarquer qu'ils précipitent et révèlent l'action chimique comme ils le faisaient pour la phosphorescence.

5. Ils n'oxydaient pas le gaïac blanc; mais, quand on les fait tomber sur le gaïac qui a absorbé de l'oxygène et qui est bleu, ils dégagent ce gaz et ramènent la substance au blanc. Loin d'être oxydants pour les matières organiques, ils sont réducteurs, et leur action est inverse de l'action des rayons très réfrangibles.

6. Depuis 1839, sir John Herschel a annoncé que, même sur les plaques daguerriennes, les rayons lumineux détruisent l'effet des rayons ultra-violets. M. Claudet ([3]) a confirmé cette assertion; mais il faut distinguer deux sortes d'effets. Que l'on prenne d'abord une plaque daguerrienne insolée pendant un temps suffisant et qu'on la couvre d'un verre rouge, on verra l'image se développer peu à peu sans avoir recours aux va-

---

([1]) Abney, *Sillimann's american Journal*, t. XXVII, p. 15; 1883.

([2]) Edm. Becquerel, *La lumière*.

([3]) Claudet, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XXII, p. 332; 1848.

peurs mercurielles. Cette expérience, qui est due à Gaudin [1], montre, sous une autre forme, que les rayons rouges sont continuateurs. Mais M. Claudet a montré que si, après l'avoir exposée à la chambre obscure, on laisse séjourner la plaque daguerrienne sous un verre rouge ou jaune pendant cent ou cinquante fois le temps de l'insolation primitive, elle perd la propriété de condenser le mercure. Les rayons qui ont traversé le verre rouge ou jaune sont donc, sous ce rapport, destructeurs des effets produits par les rayons ultra-violets. On peut le prouver par une très belle expérience.

On expose à la lumière, sous un tulle noir, une lame de plaqué iodée et préparée pour le daguerréotype; puis on la coupe en quatre parties. On montre que la première condense la vapeur de mercure et donne une image du tulle noir; on laisse la deuxième à l'obscurité et l'on met la troisième au soleil sous un verre rouge. Au bout d'un temps suffisant, celle-ci a perdu entièrement et celle-là gardé intégralement la propriété de donner une image avec le mercure. Enfin la quatrième, qui elle aussi a été conservée sous un verre rouge, a repris sa sensibilité première en perdant toute trace d'impression. Elle peut servir de nouveau et recevoir une autre image, comme si elle n'avait point subi la première insolation.

Ce dernier fait a une grande importance pratique. Non seulement on pourra préparer les plaques daguerriennes dans un laboratoire éclairé par des verres rouges; mais on pourra même exécuter les opérations en pleine lumière, sauf à exposer les plaques en plein soleil sous des verres rouges ou jaunes qui leur feront perdre toutes les impressions qu'elles auraient pu primitivement recevoir et leur donneront le maximum de sensibilité.

ACTION DE LA LUMIÈRE SUR LES FEUILLES. — C'est à la photochimie qu'il faut rapporter une des fonctions végétales les plus importantes, la fonction chlorophyllienne.

---

[1] *Voir*, pour les recherches de Gaudin sur la Photographie, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. X, p. 423 et 480; t. XII, p. 862, 1060, 1187; t. XIII, p. 832; t. XIV, p. 495; t. XVII, p. 1072; t. XX, p. 857; t. XXV, p. 639; 1840-1852.

Les échanges de gaz qui s'effectuent entre les végétaux et l'atmosphère correspondent à deux fonctions bien distinctes.

La première, qui appartient au protoplasma et que l'on désigne aujourd'hui sous le nom de *respiration*, consiste en une absorption d'oxygène et un dégagement d'acide carbonique; elle est analogue à la respiration des animaux. D'après MM. Bonnier et Mangin ([1]), pour les mêmes individus, le rapport du volume de l'acide carbonique émis à l'oxygène absorbé est le même à l'obscurité et à la lumière, et quelles que soient la température et la pression. Ce rapport est souvent plus petit que l'unité, en particulier, pendant la période où les végétaux se développent rapidement, en consommant des réserves déterminées (cotylédons, etc.) et, par suite, le résultat de la respiration est alors une fixation d'oxygène dans les tissus. La lumière solaire, directe ou diffuse, atténue plus ou moins l'activité de cette respiration.

La deuxième fonction, qui est proprement une fonction de nutrition, s'exécute exclusivement, sous l'influence de la lumière, par les parties vertes des plantes, et consiste essentiellement dans l'absorption d'une certaine quantité d'acide carbonique et un dégagement correspondant d'oxygène : le résultat est la fixation de carbone dans les tissus. L'intensité de cette fonction est extrêmement considérable; aussi pendant longtemps a-t-elle seule attiré l'attention des naturalistes, et ce n'est que par une série nombreuse de travaux qu'on a fini par distinguer nettement l'une de l'autre les deux fonctions inverses qui se trouvent accidentellement superposées dans les parties vertes des plantes, mais qui obéissent, en réalité, à des lois absolument différentes ([2]).

([1]) Bonnier et Mangin, *Annales des Sciences naturelles*, XVII, XVIII, XIX; 1884.

([2]) Nous nous bornerons à signaler les plus anciens travaux sur les fonctions des feuilles. Un médecin genevois, Charles Bonnet (*Ueber den Nutzen der Blätter bei Pflanzen*, Nürnberg, 1792) remarqua le premier, vers le milieu du XVIIIe siècle, que les feuilles plongées dans l'eau et exposées au soleil dégagent un gaz par leur face inférieure. Priestley (*Experiments on air and natural philosophy*; Birmingham, 1774-1786), continuant cette étude, annonça, en 1773, que les plantes ont la propriété de rendre sa pureté primitive à l'air vicié par les animaux; il avait néanmoins rencontré des anomalies, c'est-à-dire des cas où les végétaux viciaient l'air au lieu de le purifier. La

L'activité spéciale des parties vertes des végétaux réside soit dans des grains arrondis, soit beaucoup plus rarement dans une matière amorphe, une sorte de gelée verte contenue dans les cellules. La matière active contenue en plus ou moins forte proportion dans ces grains ou cette gelée est connue sous le nom de *chlorophylle*, et peut être séparée par l'action de l'alcool qui la dissout. La chlorophylle pure est une poudre vert foncé inaltérable à l'air, insoluble dans l'eau, mais soluble dans l'alcool et l'éther, probablement formée de la réunion d'au moins deux, peut-être de quatre matières colorantes distinctes, jaunes ou vertes.

La solution alcoolique de chlorophylle exerce sur la lumière solaire une absorption remarquable, étudiée particulièrement par M. Stokes (1).

Cette solution, sous une faible épaisseur, est d'un beau vert émeraude; elle absorbe abondamment tous les rayons du spectre, mais surtout cinq bandes étroites, deux dans le rouge, une dans le jaune vert, la quatrième dans le vert, et la dernière au commencement du bleu. Mais la totalité de l'énergie des rayons absorbés n'est pas consommée par l'action chimique; car la chlorophylle est fluorescente. La lumière verte diffusée par les feuilles renferme à la fois les radiations non absorbées, et les radiations émises en vertu de la fluorescence.

En résumé, la chlorophylle fait deux parts de l'énergie so-

---

cause en fut découverte en 1779 par Ingenhousz (*Versuche mit Pflanzen*; Wien, 1786-1790). Il prouva que cette faculté d'épuration n'appartient qu'aux parties vertes des plantes et qu'elle ne s'exerce que sous l'influence des rayons solaires. Enfin Sennebier (*Physikalisch-chemische Abhandlungen*; Leipzig, 1785) expliqua tous ces résultats en démontrant que les feuilles décomposent l'acide carbonique lorsqu'elles sont exposées au soleil, qu'elles dégagent son oxygène et qu'elles fixent son carbone, qui entre ainsi dans la constitution du végétal. Depuis lors, de Saussure (*Recherches physiques sur la végétation*; Paris, an XII), M. Boussingault (*Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. LXVII, p. 5 et 408; t. LXIX, p. 853), MM. Cloëz et Gratiolet (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XXXI, p. 626) ont beaucoup étendu ces études et contribué à montrer combien sont complexes des phénomènes qu'on avait d'abord considérés comme très simples.

(1) Stokes, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XXXVIII, p. 498; 1853.

laire; elle diffuse les rayons qui sont aux extrémités du spectre, les plus et les moins réfrangibles, elle absorbe les rayons moyens dont la force vive est emmagasinée dans la plante.

Beaucoup de physiciens ont cherché quelles sont les radiations qui déterminent spécialement la réduction de l'acide carbonique. Les expériences de Draper sont les mieux faites. Il disposait dans une chambre obscure un spectre solaire horizontal et immobile qu'il dirigeait sur un appareil composé de sept tubes de verre verticaux de $0^m,013$ de diamètre. Ils contenaient de l'eau chargée d'acide carbonique et une feuille de graminée, longue et étroite. Chacun était placé de manière à recevoir l'une des sept couleurs principales du spectre, et voici quelles furent les quantités d'oxygène recueillies dans ces couleurs :

	cc
Rouge	0,33
Rouge et orangé	20,00
Jaune et vert	36,02
Vert et bleu	0,10
Bleu	0,00
Violet	0,00

Voulant savoir si la chaleur obscure exerce une action, Draper mit l'appareil devant un grand feu de bois; les tubes s'échauffèrent sans rien dégager. Enfin il compara les effets produits en faisant arriver la lumière solaire sur une même plante : 1° directement; 2° à travers un écran de bichromate de potasse qui éteint les rayons ultra-violets; 3° à travers du sulfate de cuivre ammoniacal qui les laisse passer, mais qui absorbe les radiations lumineuses peu réfrangibles. Voici quels furent les volumes d'oxygène dégagés :

	cc
Lumière libre	4,75
Bichromate de potasse	4,55
Sulfate de cuivre ammoniacal	0,75

En résumé, la chlorophylle absorbe définitivement les rayons lumineux compris entre le rouge et le vert, et l'expérience montre précisément que ce sont ces rayons qui produisent la

décomposition de l'acide carbonique. Il convient de signaler l'analogie qui existe entre cette réduction de l'acide carbonique par les plantes et la désoxydation du gaïac bleu; il faut ajouter que les deux actions sont produites par la même classe de rayons, ceux qui ont une réfrangibilité moyenne.

On peut apprécier à un point de vue plus général la fonction chlorophyllienne des plantes. Les radiations lumineuses sont des vibrations dont l'énergie est empruntée au soleil et transportée par eux jusqu'à la terre; quand ils sont absorbés par la chlorophylle, cette force vive est anéantie : elle se transforme en un travail chimique équivalent. Alors les plantes détruisent l'acide carbonique et dégagent de l'oxygène. Elles fixent une somme donnée de charbon; elles *créent de la matière organique*. Les houilles, les lignites, l'immense provision de bois de nos forêts, sont les résidus de ces épurations continues de l'atmosphère, comme l'oxygène de l'air en est le produit.

APPLICATIONS DES ACTIONS CHIMIQUES DE LA LUMIÈRE.

PROCÉDÉS PHOTOGRAPHIQUES. — Après avoir étudié les actions chimiques de la lumière, il convient d'indiquer, au moins sommairement, les applications fécondes auxquelles ces actions ont donné lieu. Le premier problème dont on ait obtenu une solution parfaitement satisfaisante est celui de la production d'images photographiques.

C'est entre les années 1813 et 1829 que J. Nicéphore Niepce (1) inventa l'art de copier des gravures sur l'argent poli au moyen du bitume de Judée et par l'action de la lumière. En 1826, il s'était associé Daguerre (2), qui s'était fait une réputation dans l'art de peindre les dioramas; Daguerre perfectionna d'abord le procédé de Niepce et inventa celui qui porte son nom. Une feuille de plaqué, exposée à la vapeur

(1) *Voir* un Rapport d'Arago à la Chambre des Députés, reproduit dans les *Annales de Poggendorff*, t. XLVIII, p. 193.

(2) *Voir* aussi *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. VIII, p. 4, 170, 207, 243; t. IX, p. 250, 423, 428, 512; t. X, p. 16; t. XII, p. 23, 1228; t. XVI, p. 588; t. XVII, p 356; t. XVIII, p. 152 et 756; 1839-1845.

de l'iode jusqu'à devenir jaune, était placée, pendant vingt minutes, au foyer d'une chambre obscure, puis soumise à la vapeur du mercure chauffé jusqu'à 80°. Cette vapeur se portait sur les parties qui avaient subi l'action de la lumière; elles y adhéraient et couvraient la plaque d'un voile blanc qui dessinait l'image. On lavait ensuite à l'hyposulfite de soude pour dissoudre l'excès d'iode. Le mercure adhérant très peu à la plaque, les images manquaient de solidité. M. Fizeau (¹) les fixa en faisant chauffer sur la plaque un mélange de chlorure d'or et d'hyposulfite de soude qui laisse déposer un vernis solide d'or métallique. D'un autre côté, M. Claudet (²) trouva, en 1841, qu'en ajoutant du brome à l'iode on augmentait la sensibilité de la plaque, ce qui permit de faire des portraits en réduisant à deux ou trois minutes la durée de l'exposition à la lumière.

Mais cet art nouveau fut abandonné presque aussitôt que découvert. Une méthode rivale très supérieure s'était développée en même temps et parallèlement. Talbot (³), qui ignorait les travaux de ses devanciers, l'avait inventée de 1834 à 1839. Il impressionnait dans la chambre obscure une feuille de papier imprégnée de chlorure d'argent, ce qui donnait une image négative; puis il la plaçait sur une seconde feuille de papier sensible qu'il exposait au soleil. Une image nouvelle se formait, inverse de la première, c'est-à-dire positive. Cette méthode a été perfectionnée par un nombre considérable de savants et d'artistes. Voici comment elle est pratiquée le plus communément aujourd'hui.

On dissout 1^{gr} de poudre-coton dans 90^{gr} d'éther et 60^{gr} d'alcool à 33°. On y mêle de l'iodure de potassium et quelquefois des substances très variables, destinées à augmenter la sensibilité. On verse ce liquide, nommé *collodion*, sur une plaque

(¹) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. X, p. 488; t. XI, p. 237, 906. *Voir encore*, pour les recherches de M. Fizeau sur la Photographie, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. II, p. 401, 509, 957, 1189; t. XVI, p. 408; t. XIX, p. 119; 1839-1841.

(²) Claudet, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XXII, p. 332.

(³) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. VIII, p. 170, 207, 302, 341, 409; t. X, p. 247, 483; t. XII, p. 182, 225, 492, 1055.

glace, rigoureusement nettoyée, une couche d'albumine iodurée qu'on peut y déposer cinq ou six mois d'avance et qu'on sensibilisera peu de jours avant l'insolation. La glace, conservée à l'abri des poussières atmosphériques, pourra être utilisée quand on voudra; on révèle et l'on fixe l'image à la manière ordinaire.

Les procédés secs exigent une durée d'exposition assez longue, mais on peut la rendre aussi courte que pour les procédés humides, grâce à un mode particulier de développement de l'image (*développement alcalin*), qui consiste dans l'addition au bain révélateur d'une certaine quantité de carbonate d'ammoniaque, dont le rôle n'est pas encore bien nettement expliqué (1).

PROCÉDÉS AU CHARBON (2). — GRAVURE, LITHOGRAPHIE, TYPOGRAPHIE PHOTOGRAPHIQUES. — Les épreuves aux sels d'argent ont l'inconvénient de s'altérer à la longue, mais on peut préparer des images durables par l'action de la lumière sur la gélatine bichromatée (p. 252**).

Les épreuves dites *au charbon* s'obtiennent d'ordinaire sur des papiers *mixtionnés* (3), c'est-à-dire imprégnés de géla-

(1) On mêle à parties égales les deux solutions suivantes :

1° Carbonate d'ammoniaque	10gr
Eau	1000cc
Bromure de potassium	0gr,10
2° Acide pyrogallique	10gr
Eau	1000cc

Quand l'image est suffisamment apparente, on rejette le liquide alcalin et l'on verse sur la plaque une même quantité de solution acide formée de :

Eau	1000cc
Acide gallique	3gr
Acide pyrogallique	3gr
Acide acétique cristallisable	15gr

On traite ensuite par l'azotate d'argent et l'on fixe à l'hyposulfite de soude.

(2) Voir *Traité pratique de Photographie au charbon*, par M. Léon Vidal (Paris, 1877).

(3) On peut aussi faire adhérer la préparation mixtionnée sur une glace de verre.

tine à laquelle on a mêlé une poudre colorée ou du charbon (encre de Chine), d'où le nom générique du procédé. Pour sensibiliser ce papier, on l'immerge dans une solution de bichromate de potasse (¹); après l'insolation, on baigne la feuille dans de l'eau tiède, qui dissout la gélatine et entraîne la matière colorante partout où la lumière n'a point agi. La gélatine, rendue insoluble sur une plus ou moins grande épaisseur aux points diversement impressionnés, retient une quantité proportionnelle de matière colorante et forme ainsi les noirs et les demi-teintes (²) de l'image.

Il est à remarquer que la couche de gélatine respectée par le révélateur présente des reliefs correspondant aux noirs, des creux correspondant aux blancs. Quand l'action de la lumière a été suffisamment prolongée, ces reliefs deviennent assez marqués et assez durs pour laisser une empreinte sur une lame de plomb ou d'alliage des caractères d'imprimerie, contre laquelle on comprime une épreuve photographique positive entre deux lames d'acier poli. Le moule produit est assez pur pour remplir l'office d'une gravure sur bois ou sur cuivre : quand on veut ensuite obtenir des épreuves sur papier, il suffit de verser dans le moule une solution de gélatine teintée et chaude et d'appliquer au-dessus la feuille de papier, de manière à chasser par une légère pression l'excès de liquide. Après refroidissement, la gélatine adhère au papier et s'enlève avec lui. Les noirs de l'objet, qui ont produit les creux du moule où

(¹)

Eau	1000^{cc}
Bichromate de potasse	25^{gr} à 60^{gr}

suivant la température, qui ne doit pas dépasser 20°.

(²) Dans la pratique, l'opération se complique beaucoup; remarquons en effet que, l'action de la lumière se produisant sur la face insolée de la couche de gélatine, c'est sur la face opposée que se trouve la plus forte proportion de gélatine soluble et que doit surtout porter l'action dissolvante du révélateur. On est donc conduit à décoller la lame de gélatine insolée de la feuille de papier qu'elle recouvrait, pour la *retourner* sur un *support provisoire*, une glace de verre par exemple; puis, après l'action du révélateur, à la retourner encore, pour la ramener dans sa situation primitive, sur la feuille qui doit servir de support définitif à l'image. *Voir* pour ces opérations le *Traité de Photographie au charbon* de M. L. Vidal.

lemeure la gélatine, sont les noirs des épreuves obtenues procédé de Woodbury).

Les moules creux peuvent encore servir à produire par la galvanoplastie des moules en relief propres à l'impression typographique.

Enfin, on peut préparer une épreuve positive au charbon sur une pierre lithographique et, profitant de l'adhérence de l'encre grasse pour la gélatine, reproduire cette épreuve à l'encre par un simple passage au rouleau. Le dessin à l'encre grasse servira ensuite à la manière ordinaire pour faire un tirage lithographique.

FIXATION DES COULEURS PAR LA PHOTOGRAPHIE ([1]). — Wollaston, Davy, Seebeck et sir John Herschel avaient depuis longtemps remarqué que les impressions développées sur le chlorure d'argent dans les diverses parties du spectre y prennent à peu près la couleur des rayons mêmes qui les ont produites. Ces expériences furent continuées et très améliorées par M. Edmond Becquerel.

Il plonge une lame de plaqué d'argent dans de l'acide chlorhydrique étendu et la fait communiquer avec le pôle positif d'une pile. Elle se couvre aussitôt d'une couche mince de chlorure d'argent qui prend en augmentant d'épaisseur les teintes successives des anneaux de Newton. On arrête l'opération quand on a obtenu pour la deuxième fois une couleur violette. On lave et on sèche la plaque; on la polit avec du tripoli fin et on la recuit jusqu'à 100°. Toutes ces opérations doivent être faites dans l'obscurité. On expose enfin la plaque pendant une heure ou deux à l'action d'un spectre solaire réel bien immobilisé par un héliostat, et l'on voit peu à peu naître l'impression. Elle se compose d'abord d'une traînée couleur puce foncé qui précède le rouge et qui est due aux chaleurs obscures. A l'extrémité opposée du spectre, de H en T, les

([1]) *Voir* Niepce de Saint-Victor (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XXXIV, p. 215; t. XXXV, p. 691; t. LIV, p. 284; t. LVI, p. 90; t. LIX, p. 299; t. LXI, p. 698), Becquerel (*ibid.*, t. XXVII, p. 483, et t. XXV, p. 697), Arago (*ibid.*, t. XXXV, p. 698), Chevreul (*ibid.*, t. LXI, p. 699. 701).

rayons ultra-violets marquent une trace grisâtre très prolongée, et enfin les lumières ont peint leurs couleurs respectives entre A et H, avec un maximum d'éclat au point même où le spectre lumineux présente sa plus grande intensité. Le jaune est un peu pâle, mais le rouge, le vert et le violet sont reproduits avec leur propre teinte.

Quand on veut obtenir l'image des objets avec leur couleur propre, il est nécessaire d'enlever les radiations obscures, ce qu'on fait en protégeant la plaque : 1° par une auge pleine d'eau qui éteint les chaleurs obscures; 2° par une couche de sulfate de quinine qui arrête les rayons ultra-violets. Cela fait, une gravure coloriée qu'on met sur la plaque se reproduit avec ses blancs, ses noirs et ses enluminures, et même une poupée objective dont on produit l'image dans une chambre obscure se peint avec ses formes et ses couleurs. On comprend toutes les espérances que ces phénomènes ont fait concevoir. Niepce réalisa des progrès importants; mais toutes les tentatives qu'on a faites dans l'art de l'héliochromie ont échoué devant une difficulté qui n'a pu être vaincue : l'altération fatale et rapide des images. Au point de vue théorique, on peut caractériser comme il suit cette remarquable action. En recevant une lumière simple, celle qui est jaune, par exemple, la surface de la plaque est soumise à des vibrations d'une certaine durée, et sous cette influence mécanique elle éprouve une modification qui la rend apte à continuer et à transmettre par diffusion ces mêmes vibrations, comme une corde tendue qui se met à vibrer sous l'influence du son qu'elle rend elle-même. Si donc on éclaire par la lumière blanche la plaque ainsi modifiée, elle éteindra toutes les vibrations discordantes et ne rendra que la vibration jaune, celle dont elle a pris la périodicité. Mais, si l'action de cette lumière blanche se continue, comme la plaque n'a pas perdu sa sensibilité, elle éprouve une nouvelle impression qui affaiblit d'abord, dissimule ensuite la première, et qui altère nécessairement l'image primitive.

Dès 1869, MM. Ch. Cros et Ducos du Hauron abordèrent, indépendamment l'un de l'autre, le problème de la reproduction photographique des couleurs par un procédé d'une tout

autre nature, perfectionné depuis par M. Cros (¹). Divisons par la pensée le spectre en trois régions : *rouge orangé*, *jaune* et *bleu violet*. La lumière émise par un objet quelconque pourra être tamisée à travers des solutions colorées ne laissant passer respectivement que des radiations comprises dans l'une de ces trois régions; en tombant ensuite sur une plaque sensible, elle produira une image négative qui, éclairée par la lumière correspondante, fournira par transparence la même sensation colorée que si l'on regardait l'objet à travers un verre rouge, jaune ou bleu. On peut superposer les trois impressions par des réflexions sur des glaces sans tain; on peut aussi préparer successivement sur une même feuille trois positifs au charbon, colorés à l'aide de pigments convenables et obtenus chacun à l'aide de l'une des épreuves négatives. Le positif résultant présentera les objets avec une coloration généralement assez voisine de leur teinte naturelle.

APPLICATIONS DE LA PHOTOGRAPHIE A LA MÉCANIQUE, A LA MÉTÉOROLOGIE ET A L'ASTRONOMIE. — La Photographie commence à rendre aux physiciens des services importants, en fixant dans leurs moindres détails les diverses phases de phénomènes lumineux plus ou moins fugitifs. Nous signalerons d'abord l'emploi récent de la Photographie instantanée à l'étude des mouvements de l'homme et des animaux. M. Marey a imaginé à cet effet un instrument qu'il désigne sous le nom de *revolver photographique*, en raison de sa forme et de son mode d'emploi. C'est une chambre noire portative à l'aide de laquelle on ajuste l'animal en mouvement; il suffit de presser la détente pour déplacer un obturateur et mettre en expérience, pendant un temps très court, une plaque photographique sensible; la disposition du revolver permet de prendre ainsi rapidement un certain nombre d'épreuves et de saisir les phases successives du vol, de la marche, du saut, etc.

Nous signalerons en second lieu l'emploi, devenu usuel, de

(¹) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXXXVIII, p. 119; 1879.

l'enregistrement photographique en Météorologie. S'agit-il d'un magnétomètre ou d'un électromètre, le fil de suspension de l'aiguille porte un miroir concave très léger qui réfléchit sur un papier sensible l'image d'une petite ouverture lumineuse pratiquée dans la cheminée de cuivre d'une lampe. Le papier sensible est entraîné par un mouvement d'horlogerie dans une direction normale aux déplacements de l'image lumineuse et reçoit une impression linéaire continue qui reproduit, à une échelle déterminée, les variations les plus faibles comme les plus soudaines du phénomène enregistré.

Les astronomes ne pouvaient manquer d'utiliser la Photographie pour leurs observations. Dès 1840, Daguerre essayait, quoique sans succès, d'obtenir des photographies lunaires; mais M. Warren de la Rue levait quinze ans plus tard les principales difficultés, et tout le monde connaît les magnifiques épreuves obtenues plus récemment par M. Rutherfurd.

Une condition essentielle au succès de la Photographie astronomique est l'emploi d'objectifs achromatisés spécialement pour les rayons chimiques et dont le prix élevé restreignait beaucoup l'usage jusqu'à ces derniers temps; mais M. Cornu (¹) a indiqué le moyen de transformer un objectif achromatique ordinaire de manière à le rendre propre aux opérations de la Photographie : il suffit d'écarter les deux lentilles qui le composent d'une quantité que l'on peut, suivant les cas, calculer d'avance ou déterminer expérimentalement. Quand on voudra employer l'objectif aux observations astronomiques, il suffira de ramener les deux lentilles au contact.

Nous signalerons en premier lieu l'usage qu'on a fait de la Photographie pour fixer, indépendamment des observateurs, les diverses phases du passage de Vénus sur le Soleil en octobre 1874 (²) et décembre 1882.

La photographie de la surface du Soleil présente des difficultés spéciales, tenant à l'intensité excessive de la lumière émise. Pour éviter l'effet de l'irradiation, il est nécessaire de

---

(¹) Voir *Journal de Physique*, 1re série, t. III, p. 108; 1874.

(²) Voir *Recueil des documents relatifs au passage de Vénus*, publiés par l'Académie des Sciences.

réduire la durée de pose à une fraction de seconde très faible, ce qui exige l'emploi de régulateurs mécaniques spéciaux. L'impression n'est alors produite que par une zone très étroite du spectre, et le défaut d'achromatisme chimique absolu ne présente plus de très grands inconvénients. On peut citer les photographies solaires de M. Janssen ([1]), sur lesquelles on distingue les détails les plus délicats de la photosphère au moins aussi bien qu'on puisse le faire par l'observation directe et dans les conditions les plus favorables.

La difficulté inverse se présentait d'une manière bien plus grave, si l'on voulait appliquer la Photographie à l'obtention de cartes du ciel. La lumière émanée des étoiles est si faible, que ce n'est que par une très longue pose que les préparations les plus sensibles peuvent se trouver impressionnées. Il faut donc que l'instrument auquel est adapté l'appareil photographique soit muni d'un mouvement parallactique très parfait; mais il faut surtout que l'achromatisme chimique de l'objectif ne laisse rien à désirer. MM. Henry ([2]) sont parvenus à vaincre toutes les difficultés. Ils ont obtenu des épreuves d'une ouverture de 5° sur lesquelles on distingue nettement les étoiles de 14e grandeur; une de ces épreuves, obtenue en moins d'une heure et contenant près de 3000 étoiles, remplace une Carte dont le relevé, effectué par les procédés ordinaires, c'est-à-dire étoile par étoile, aurait exigé de longs mois et n'aurait pas été à l'abri de certaines erreurs d'observation que la Photographie élimine.

([1]) Voir *Journal de Physique*, 1re série, t. VII, p. 190; 1878.

([2]) MOUCHEZ, *Comptes rendus*, t. C, p. 1177 et 1479; 1885.

OPTIQUE PHYSIQUE.

OPTIQUE PHYSIQUE.

CHAPITRE PREMIER.

VITESSE DE LA LUMIÈRE.

Histoire de la théorie de la lumière. — Explication de la réflexion et de la réfraction dans la théorie de l'émission et dans celle des ondulations; conséquences relatives à la vitesse de la lumière dans différents milieux.
Mesure de la vitesse de la lumière. — Méthodes astronomiques : 1° Rœmer; 2° Bradley. — Méthodes physiques : 1° expériences de M. Fizeau et de M. Cornu; 2° expériences de Foucault. — Vitesse relative dans l'air et dans l'eau.
La théorie de l'émission doit être rejetée.

HISTOIRE DE LA THÉORIE DE LA LUMIÈRE. — Bien que l'on puisse trouver dans les Ouvrages des anciens quelques idées vagues sur le mode de propagation de la lumière, on ne saurait faire remonter au delà du XVIIe siècle les premiers essais vraiment dignes du nom de *théories* (¹). C'est en 1690 qu'Huygens publia son *Traité de la lumière*, où se trouvent exposées la conception de l'*éther lumineux* et ses conséquences relatives

---

(¹) Parmi les savants qui ont émis, antérieurement aux recherches d'Huygens et de Newton, quelques idées sur la nature de la lumière, on peut citer Léonard de Vinci, Galilée, Descartes (*Traité de la lumière*; Leyde, 1690), Robert Hooke (*Micrographia*; Londres, 1665), et le P. Pardies, dont les idées sont développées dans l'*Optique* du P. Ango (Paris, 1682). Le P. Pardies est le seul, parmi les devanciers d'Huygens, qui paraisse avoir conçu une idée parfaitement nette du mouvement vibratoire lumineux.

Consulter, au sujet de l'histoire de la théorie de la lumière, les *Leçons d'Optique physique* de Verdet, t. I (t. V des *OEuvres complètes*), p. 19-67.

à la propagation des ondes. En 1704 parut la première édition de l'*Optique*, dans laquelle Newton développe le *système de l'émission;* il l'applique aux phénomènes de la réflexion, de la réfraction, et particulièrement à l'étude des anneaux colorés des lames minces, dont les lois venaient d'être découvertes par Newton lui-même.

Au début, l'illustre philosophe anglais fut partisan de la théorie des ondes et n'y renonça que par l'impossibilité où il se trouvait d'expliquer par son moyen les lois des anneaux colorés; en effet, le principe de la théorie d'Huygens ne suffit pas à en fournir l'interprétation s'il n'est complété par le principe des interférences, découvert, cent ans après la mort de Newton, par un de ses compatriotes, le célèbre Young (1). Aussi, malgré la complication toujours croissante des hypothèses qu'elle exigea à chaque nouveau progrès de l'Optique expérimentale, la théorie de l'émission fut presque exclusivement acceptée par les savants jusqu'aux premières années de ce siècle. Elle trouva de chauds partisans (2) même après la publication des Mémoires d'Young et des premiers travaux de Fresnel.

C'est dans les années 1815 et 1816 que parurent les premières recherches de Fresnel (3) sur la diffraction. Dans une magnifique série de Mémoires publiés de 1815 à 1827, il reprit, développa le principe des interférences et en montra toute la fécondité en expliquant d'une manière complète, non seule-

---

(1) Young, *On the theory of light and colours* (*Phil. Transact.*, p. 12, 1802).

(2) *Voir* surtout le *Traité de Physique mathématique et expérimentale* de Biot (Paris, 1816).

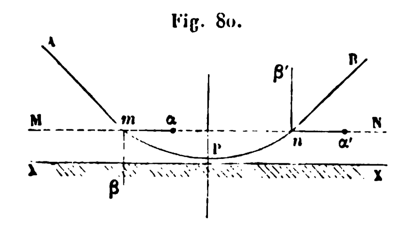
(3) Premier Mémoire sur la diffraction de la lumière, où l'on examine particulièrement le phénomène des franges colorées que présentent les ombres des corps éclairés par un point lumineux. Adressé à l'Académie des Sciences, avec un complément, le 15 octobre 1815 (*OEuvres de Fresnel*, t. I, p. 9 et 41), ce Mémoire fut l'objet d'un Rapport favorable d'Arago, le 25 mars de l'année suivante. — Deuxième Mémoire sur le même sujet, adressé à l'Académie le 23 octobre 1815 et suivi d'un Supplément le 15 juillet 1816 (*OEuvres de Fresnel*, t. I, p. 83 et 129) et de Notes diverses (*OEuvres*, t. I, p. 171 à 229). — Mémoire sur la diffraction de la lumière, couronné par l'Académie des Sciences en 1819, publié par ordre de l'Académie dans le Tome V de ses *Mémoires* (1826) (*OEuvres de Fresnel*, t. I, p. 247).

ment les divers cas de la diffraction, mais encore les phénomènes de la double réfraction, de la polarisation, etc. Ces Mémoires, demeurés classiques ([1]), ont définitivement écarté le système de l'émission.

EXPLICATION DE LA RÉFLEXION ET DE LA RÉFRACTION DANS LA THÉORIE DE L'ÉMISSION ET DANS CELLE DES ONDULATIONS. — CONSÉQUENCES RELATIVES A LA VITESSE DE LA LUMIÈRE DANS DIFFÉRENTS MILIEUX. — Avant de présenter l'interprétation dogmatique des phénomènes, il convient d'examiner comment les deux théories de la lumière expliquent les phénomènes de l'Optique géométrique, les plus anciennement connus de tous, et que nous avons déjà étudiés. Si elles conduisent sur quelque point à des conclusions directement vérifiables par l'expérience et non identiques, il sera possible, par ce seul fait, d'écarter l'une d'elles, et nous serons dispensés de pousser plus loin un parallèle qui n'offre plus aujourd'hui qu'un intérêt purement historique.

D'après l'hypothèse de l'émission, chaque molécule lumineuse se meut nécessairement en ligne droite dans un milieu homogène. Soit Am la trajectoire de l'une d'elles, et supposons qu'elle s'approche d'une surface spéculaire XX (*fig.* 80).

Fig. 80.



Arrivée à une distance limite très petite, marquée par la surface parallèle MN, elle éprouve l'action du milieu réfléchissant, qui la repousse ou qui l'attire. Admettons qu'il la repousse.

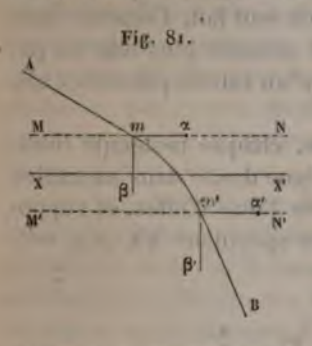
Décomposons la vitesse de la molécule en deux autres,

([1]) Ils sont réunis dans les *OEuvres complètes d'Augustin Fresnel*, publiées par de Senarmont, Verdet et Léonor Fresnel. 3 vol. in-4; Paris, 1866-1870.

l'une verticale $m\beta$, l'autre horizontale $m\alpha$. Celle-ci ne change point; mais $m\beta$ diminue par la répulsion, et la trajectoire devient courbe et convexe. Arrivée en P, la molécule n'a plus de vitesse verticale. En continuant sa route, elle éprouve la même répulsion de la part du milieu, parcourt un arc Pn symétrique de Pm et reprend peu à peu une vitesse verticale $n\beta'$, égale et contraire à celle qu'elle possédait en m, et qui se compose avec la vitesse horizontale $n\alpha'$; alors elle sort de la limite d'action, ayant été réfléchie suivant les lois connues. La théorie de l'émission explique donc très bien la réflexion, comme on explique le rebondissement des billes de billard.

Pour concevoir la réfraction, il faut admettre (*fig.* 81) que la molécule arrivée à la limite MN est attirée. Si cela est, elle pénètre dans le milieu; elle continue d'être attirée jusqu'à une certaine limite d'attraction sensible M'N', et sa vitesse verticale $m\beta$ augmente. De MN à M'N' la trajectoire est courbe; à partir de m' elle redevient rectiligne; mais elle s'est rapprochée de la normale, puisque la composante verticale a augmenté, et la vitesse de propagation n'est pas restée la même : elle était V dans le premier milieu, elle est devenue V' dans le second.

Fig. 81.



Soient i et r les angles d'incidence et de réfraction : les vitesses horizontales seront V sin$i$ et V' sin$r$ avant et après l'action du milieu. Or, aucune force n'ayant agi dans le sens horizontal, elles doivent être égales :

$$V \sin i = V' \sin r,$$

$$(1) \qquad \frac{\sin i}{\sin i} = \frac{V'}{V} = n.$$

Nous ne nous arrêterons pas à cette difficulté que la molécule lumineuse est repoussée s'il faut rendre compte de la réflexion et qu'elle est attirée quand on veut expliquer la ré-

fraction. Newton l'avait levée en partie en admettant que les molécules sont douées d'un mouvement de rotation sur elles-mêmes qui amène en contact avec la surface réfléchissante tantôt un pôle qui est attiré, tantôt un autre qui est repoussé. Mais ce qui est beaucoup plus grave, c'est que la formule précédente exige que V′ soit égal à nV, c'est-à-dire que la vitesse de la lumière soit plus grande dans un milieu plus réfringent, tel que l'eau, que dans un autre qui l'est moins, comme l'air. C'est là une proposition qui peut être soumise au contrôle de l'expérience. Il reste à savoir si la théorie des ondulations conduit, de son côté, au même résultat ; car, s'il n'en était pas ainsi, nous aurions dès maintenant trouvé le critérium qui nous permettra de décider entre les deux théories.

Soit A un point lumineux (*fig.* 2, *Pl. II*). Il est en vibration comme un point sonore; chacun de ses mouvements successifs se transmet dans l'éther et arrive en même temps sur des sphères concentriques. Considérons en particulier l'une d'elles, EFD; elle est l'intermédiaire nécessaire entre A et les parties les plus éloignées. On peut dire que c'est elle qui leur envoie la lumière, que tous les éléments D, E, F vibrent et qu'ils transmettent leurs mouvements comme s'ils étaient autant de centres lumineux. Décrivons de ces points des sphères avec un même rayon : elles seront toutes tangentes, en des points D′, F′, C, à une autre sphère D′F′C, qui est une nouvelle surface d'onde. On voit qu'elle est l'enveloppe de toutes les ondes élémentaires parties de D, F, E.

Or les points A, D, D′ sont en ligne droite, ainsi que A, F, F′ ou que A, E, C. Par conséquent, le mouvement lumineux est rectiligne, et, *dans son ensemble*, le flux émis par A est en réalité composé de rayons tels que AFF′. Mais on voit en même temps que, si l'on voulait isoler ce rayon AFF′ par une fente mise en F, elle enverrait une onde sphérique mF′n qui ne serait pas restreinte à un seul rayon FF′. Ces considérations, qui seront complétées dans la suite, expliquent le mouvement rectiligne, avec les restrictions que l'expérience a précisément indiquées (¹); elles étaient nécessaires avant

(¹) *Voir* p. 2*.

d'aborder l'explication de la réflexion, comme nous allons maintenant le faire.

Le faisceau total rencontrant une surface XX, chacun des points BIC est ébranlé; il vibre et devient le centre d'un mouvement qu'il transmet, soit au-dessus, soit au-dessous. C'est ce qui constitue la réflexion ou la réfraction. A partir du moment où l'onde a rencontré le point B jusqu'à celui où elle arrive en D', le point B a commencé à vibrer et a transmis son mouvement à une distance égale à BD'. Décrivons donc une sphère de B comme centre, avec un rayon BD''=BD' : elle marquera le lieu d'arrivée dans le milieu supérieur de l'onde partie de B, c'est-à-dire réfléchie par ce point. Répétons la même construction pour tous les points de BC, et toutes les sphères auront deux enveloppes, l'une CD' qui serait l'onde directe si BC n'existait pas, l'autre CD'' qui est le lieu de l'onde réfléchie simultanée.

Il est à peine nécessaire de faire remarquer que, l'onde CF' D' étant quelconque, on peut répéter la même construction avec DFE, décrire des divers points de la surface XX des sphères tangentes à DFE; elles ont deux enveloppes, l'une l'onde incidente DFE, l'autre l'onde réfléchie *dfe*.

Il est évident que les ondes CF'' D'' et *dfe* sont symétriques de CF' D' et DFE, et, comme les premières viennent du point lumineux A, on peut dire que les secondes réalisent les mêmes conditions physiques que si elles émanaient du point A' symétrique de A. La théorie des ondulations explique donc la réflexion et en exprime la loi de la même manière que l'expérience elle-même.

La réfraction n'offre pas plus de difficultés. Considérons toujours le cas où le point lumineux est à l'infini, c'est-à-dire celui où les ondes incidentes successives AD, BC, ... sont planes (*fig.* 3, *Pl. II*). Depuis le moment où le front de l'onde a occupé le plan AD jusqu'à celui où il est parvenu en BC, il a parcouru l'espace AC pendant un temps t avec une vitesse V

$$AC = Vt.$$

Mais, à partir du premier moment jusqu'au second, le point A de la surface de séparation s'est mis en vibration, et l'onde

émise par lui est arrivée dans le milieu inférieur sur une sphère dont le rayon AE a été parcouru pendant le même temps t, mais avec une vitesse différente V′ ; on aura

$$AE = V't,$$

et, en divisant ces deux équations,

$$AE = AC\,\frac{V'}{V}.$$

Il faudra donc prendre la distance AC des points tels que A à l'une quelconque des surfaces primitives BC de l'onde, multiplier cette distance par $\frac{V'}{V}$ pour avoir AE, décrire des sphères avec AE pour rayon et chercher leur enveloppe, qui sera l'onde réfractée. Il est clair que cette enveloppe est le plan mené par B tangentiellement à la sphère de rayon AE.

Or on a

$$AC = AB\sin i, \qquad AE = AB\sin r;$$

(2) $$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{AC}{AE} = \frac{V}{V'} = n.$$

Donc : 1° le rapport des sinus d'incidence et de réfraction est constant; 2° il est égal au rapport direct des vitesses dans les deux milieux, et la lumière se propage d'autant moins vite dans un milieu qu'il est plus réfrangible.

On remarquera que cette conclusion, exprimée par l'équation (2), est en contradiction avec l'équation (1), déduite de l'hypothèse de l'émission. Nous devons donc porter nos premiers efforts sur la mesure de la vitesse de la lumière. Les résultats de l'expérience ne pourront nous laisser aucun doute sur le choix de la théorie qu'il convient d'embrasser.

VITESSE DE LA LUMIÈRE.

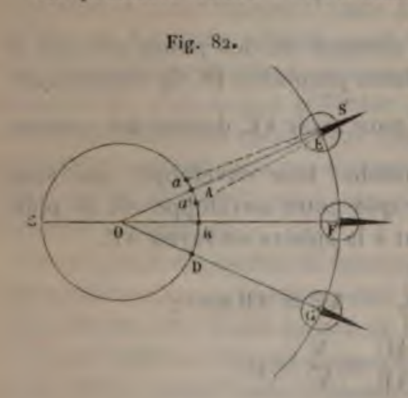
MÉTHODES ASTRONOMIQUES. — 1° RŒMER. — Rœmer (1) démontra le premier que la lumière met un temps appréciable

(1) ROEMER, *Démonstration touchant le mouvement de la lumière* (*Anc. Mém. de l'Académie des Sciences de Paris*, t. I et X, p. 575). — Galilée [*Dialogo sopra*

pour se transporter d'un point à un autre, en discutant les anomalies qui se présentent dans les mouvements du premier satellite de Jupiter. Comme le plan de son orbite est sensiblement confondu avec celui de la planète, on voit le satellite plonger périodiquement dans l'ombre portée par Jupiter, et c'est comme un signal qui s'éteint pour se rallumer ensuite après des intervalles qui doivent être égaux entre eux.

La première chose à faire était de déterminer la durée de ces intervalles. Pour cela on choisissait le moment où l'astre était en E (*fig.* 82) et la Terre en A, un peu avant la conjonction, et l'on observait les immersions, qui seules étaient alors visibles; puis, quand la Terre avait dépassé le point de conjonction A et qu'elle se trouvait en a', on ne voyait plus que les émersions, dont on notait les moments.

Fig. 82.



Pendant ces observations, la distance de la Terre au satellite n'avait pas sensiblement changé, et l'on trouva que l'intervalle de temps qui sépare deux extinctions ou deux réapparitions successives était de quarante-deux heures trente minutes.

Après cette conjonction, les deux astres furent emportés tous deux dans leurs orbites, et, comme Jupiter fait sa révolution en onze ans et dix mois, il était encore en F quand la Terre se trouvait déjà en C et que tous deux étaient en opposition. Leur distance avait donc augmenté peu à peu de tout le diamètre de l'orbite terrestre. Or, pendant qu'elle croissait, Rœmer avait observé que les moments des émersions avaient retardé d'une quantité croissante, qui s'éleva progressivement

i due massimi sistemi del mondo (*OEuvres complètes*, t. XIII, p. 45; Florence, 1855)] avait soulevé en 1632 la question de savoir si la lumière met un temps appréciable à se propager, mais il entreprit l'expérience sur de trop faibles distances (200^m) et avec des appareils de mesure trop grossiers pour pouvoir obtenir un résultat.

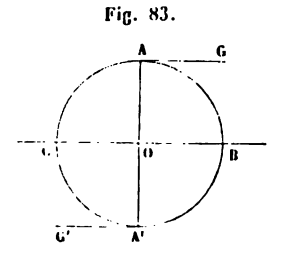
jusqu'à seize minutes vingt-six secondes ([1]); il en conclut que ce retard total est le temps employé par la lumière pour franchir l'augmentation finale de la distance, c'est-à-dire l'orbite CD.

A partir de cette opposition les astres se rapprochent. Pendant cette période, les immersions sont seules visibles, et elles se précipitent jusqu'à la conjonction suivante DG. A ce moment, l'avance totale observée dans la deuxième période est devenue égale au retard total observé pendant la première, c'est-à-dire à seize minutes vingt-six secondes, ce qui était de toute nécessité.

La mesure de la parallaxe du Soleil avait fixé à 76461000 lieues le diamètre de l'orbite terrestre. En divisant ce nombre par $16^m 29^s$ ou 980^s, on trouva la vitesse de la lumière, qui, d'après cette évaluation, est approximativement égale à 77000 lieues ou à 308000^{km} par seconde.

BRADLEY. — Soixante années plus tard, en 1728, un autre astronome, Bradley ([2]), découvrit une seconde anomalie plus générale et susceptible d'une mesure plus exacte. Quand la Terre est au point A de son orbite et qu'elle se transporte suivant la tangente AG (*fig.* 83), on voit à leur place réelle les deux étoiles qui sont dans la direction de cette tangente; mais toutes celles qui sont à ce moment dans le plan perpendiculaire AA' sont déplacées dans le sens de AG d'un angle égal à 20",425 ([3]). Six mois après, la Terre est en A', et les

Fig. 83.



([1]) Les observations de Rœmer furent loin d'être d'abord aussi exactes. Les nombres indiqués sont ceux qui furent déduits par Delambre (*Histoire de l'Astronomie moderne*; Paris, 1821, t. II, p. 626) de l'ensemble des observations des satellites de Jupiter faites pendant cent quarante années par divers astronomes, entre autres Bradley.

([2]) BRADLEY, *A new apparent motion discovered in the fixed stars, its cause assigned; the velocity and equable motion of light induced* (*Phil. Trans.*, 1728, p. 58).

([3]) 20",2 d'après Bradley; 20",449 d'après M. Lindenau; 20",425 d'après MM. Struve et Reuss.

ment considéré. L'angle α sera nul ou maximum si AA'B est nul ou égal à 90°. Par conséquent, il n'y a pas d'aberration pour les étoiles situées dans le sens AA' du mouvement terrestre; elle est maximum et égale à $\frac{v}{V}$ pour celles qui sont dans le plan normal à ce mouvement.

Cette explication rend évidemment compte de toutes les circonstances présentées par le phénomène que nous étudions en ce moment. Or l'angle maximum α a été mesuré et trouvé égal à 20″,425. Nous avons donc une relation simple entre la vitesse de la Terre et celle de la lumière, relation qui permettra de calculer l'une de ces quantités si l'autre est connue

$$\frac{v}{V} = \sin 20'', 425.$$

Les astronomes, ayant mesuré la parallaxe du Soleil, en ont conclu la distance de cet astre à la Terre et la vitesse v qu'a celle-ci dans son orbite; cette vitesse est égale à 7,6 lieues. L'équation précédente a permis ensuite de calculer V, et le nombre qu'on a trouvé ne diffère pas sensiblement de celui que donne la méthode de Rœmer.

On voit, par ce qui précède, que les astronomes ont trouvé dans le ciel des circonstances toutes faites, soit un signal qui se produit à des intervalles réglés, mais à des distances variables, soit une perturbation dans la situation des étoiles, occasionnée par la composition des vitesses de la Terre dans son orbite et de la lumière dans le tube des lunettes, et qu'il leur a suffi d'interpréter et de mesurer ces circonstances pour en déduire la vitesse de la lumière. Dans tous les cas, elle dépend de la valeur assignée à la parallaxe solaire, et toute incertitude sur celle-ci en amène une proportionnelle sur la grandeur vraie de la vitesse de la lumière. On calcule la parallaxe ε soit à l'aide de méthodes analytiques qui s'appuient sur la comparaison des observations astronomiques avec les lois fondées sur le principe de la gravitation universelle, soit par des méthodes géométriques consistant à mesurer les déplacements parallactiques des planètes voisines de la Terre. Les

une partie des rayons en un deuxième foyer *a*, lequel était précisément dans le plan du disque et dans la partie dentée de son contour (*fig.* 5, *Pl. III*). Quand ce disque tournait, les espaces vides et pleins se succédant alternativement en *a* laissaient passer ou interrompaient le rayonnement de ce foyer.

III. La lumière alternative émanée de *a* arrivait dans un collimateur *a*FG (*fig.* 4, *Pl. III*); elle traversait une lentille FG qui la transformait en un faisceau de rayons parallèles à *a*OO′.

Toute cette partie de l'appareil avait été établie dans le belvédère d'une maison de Suresnes et réglée de façon à diriger le faisceau OO′ vers un point connu, marqué par une mire O′, à une fenêtre d'une autre maison sise à Montmartre. Voici comment on avait pu réaliser cette condition : il y avait en P, derrière la glace N, un oculaire visant au foyer *a* et qui constituait avec l'objectif FG une véritable lunette dont l'axe était *a*O, et en regardant en P on voyait l'image de la mire O′; on la fit coïncider avec *a*, et, quand cela fut fait, on put être sûr que les rayons partis de *a* allaient à leur tour rencontrer la mire O′.

Les choses étant ainsi réglées à la première station, on disposa à la seconde, au point visé O′, une lunette MLHK que l'on dirigea de manière à voir le point O au centre H du réticule; alors on était assuré que les rayons FM et GL, partis de *a*, viendraient converger au foyer H. Cela fait, on enleva l'oculaire K; on le remplaça par un miroir plan que l'on fixa en H perpendiculairement à O′H. Le rayon *a*FMH fut réfléchi suivant HLG*a*, et *a*GLH suivant HMF*a*; tous revinrent au point de départ *a*, traversèrent la glace inclinée N, et, en regardant à travers l'oculaire P, on vit l'image de *a* après que sa lumière avait fait le trajet de Suresnes à Montmartre et de Montmartre à Suresnes. L'espace parcouru *d* était de 17266^{m}.

IV. Donnons au disque une vitesse croissante. La lumière part de *a* (*fig.* 5, *Pl. III*) par l'espace compris entre les dents B et C; elle va se réfléchir à Montmartre et revient en *a* après un temps *t* égal à $\frac{d}{V}$ · Mais, pendant ce même temps *t*,

le disque a tourné d'un angle qui augmente avec sa vitesse; quand celle-ci est suffisamment grande, la dent pleine C s'est substituée à l'intervalle C′ au moment où la lumière revient en a, et, cela se reproduisant pour chaque émission successive, il y a éclipse continue. Si la vitesse de rotation devient double, les rayons de retour passeront dans l'intervalle D′; si elle est triple, ils seront interceptés par D, et ainsi de suite. En général, quand, pendant la durée t du double trajet, le nombre de divisions, pleines ou évidées, qui passent en a est impair, il y a éclipse; quand il est pair, il y a maximum d'éclat. Ce nombre est donné par l'expérience; désignons-le par m.

D'autre part, ce nombre de divisions qui passent devant a est :

Pendant un tour...... 4.360,

Pendant une seconde.. $4.360\,n$

Pendant t ou $\frac{d}{V}$........ $4.360\,n\,\frac{d}{V}$

et l'on a

$$4.360\,n\,\frac{d}{V} = m.$$

Pour obtenir V, il suffit donc de reconnaître le numéro d'ordre m de l'éclipse ou de l'éclat observé et d'avoir mesuré : 1° le nombre de tours n du disque, ce qui se fait avec le compteur; 2° la distance d du double trajet.

Les expériences de M. Fizeau donnèrent pour V une valeur égale à 78841 lieues ou 315364^{km}, nombre peu différent de celui que l'on déduit des méthodes astronomiques.

M. Cornu [1] a repris, en 1874, l'étude de la méthode de M. Fizeau et y a apporté divers perfectionnements. Au lieu de s'astreindre à communiquer à la roue une vitesse parfaitement uniforme, M. Cornu laisse cette vitesse variable, et il enregistre électriquement d'une part le mouvement de la roue, d'autre part les apparitions et les disparitions de la lumière de retour. On peut admettre que le point brillant cesse d'être visible quand son éclat descend au-dessous d'une certaine va-

---

[1] *Annales de l'Observatoire de Paris* (*Mémoires*, t. XIII; 1876).

leur égale à celle qu'il possède lors de sa réapparition; la moyenne des vitesses de la roue correspondant à une disparition et à une réapparition consécutives est donc celle qui correspond à une intensité nulle de la lumière de retour : c'est celle que l'on emploiera de préférence pour le calcul de la vitesse de la lumière.

M. Cornu a employé des roues dentées à dents carrées ou pointues. Ces dernières permettent, à l'aide d'un très léger déplacement du centre, de faire varier à volonté le rapport de l'espace plein à l'espace vide, d'où dépend, pour une même vitesse de la roue, l'éclat de la lumière de retour; en réduisant le diamètre de la roue à $0^m,02$ ou $0^m,03$ tout au plus, on peut lui communiquer des vitesses de rotation considérables et obtenir des éclipses d'un numero d'ordre très élevé. La méthode d'enregistrement électrique éliminant à peu près complètement l'influence des erreurs personnelles, la vitesse de la lumière sera ainsi déterminée avec beaucoup d'exactitude.

Une première série d'expériences d'essai, faite entre l'École Polytechnique et le Mont-Valérien $\left(\frac{d}{2} = 10310^m\right)$, avait donné $V = 298500^{km}$, avec une erreur probable inférieure à $\frac{1}{100}$ en valeur relative. Les expériences définitives furent réalisées, sous le patronage du Conseil de l'Observatoire, entre l'Observatoire de Paris et la tour de Montlhéry $\left(\frac{d}{2} = 23910^m\right)$. Cette fois, la lunette d'émission n'avait pas moins de $8^m,85$ de distance focale et $0^m,37$ d'ouverture, et le mécanisme de la roue dentée permettait de lui imprimer des vitesses dépassant 1600 tours par seconde. Tous ces appareils étaient installés sur la terrasse de l'Observatoire. A la station opposée se trouvait un collimateur de $0^m,15$ d'ouverture et de 2^m de distance focale.

Voici le résumé des observations; m représente le numéro d'ordre de l'extinction qui a été employée, k le nombre des expériences; le degré de valeur ou le *poids* de chaque expérience est représenté par le produit $k(2m-1)$:

	$m=4$.	$m=5$.	$m=6$.	$m=7$.	$m=8$.	$m=9$.
V............	300130	300530	300750	300820	299940	300550
$k(2m-1)$......	15 × 7	33 × 9	20 × 11	10 × 13	7 × 15	94 × 17
	$m=10$.	$m=11$.	$m=12$.	$m=13$.	$m=14$.	$m=15$.
V............	300640	300350	300500	300340	300350	300290
$k(2m-1)$......	69 × 19	72 × 21	3 × 23	4 × 25	9 × 27	65 × 29
	$m=16$.	$m=17$.	$m=18$.	$m=19$.	$m=20$.	$m=21$.
V............	300620	300000	300150	299550	"	300060
$k(2m-1)$......	4 × 31	22 × 33	35 × 35	6 × 37	"	36 × 41

La moyenne de toutes ces valeurs, en ayant égard au poids de chaque groupe, est égale à 300 330^{km}. Ce nombre, multiplié par l'indice moyen de l'air 1,0003, donne pour la vitesse de la lumière dans le vide $V = 300400^{\text{km}}$, avec une erreur probable qui, d'après M. Cornu, doit être inférieure à $\frac{1}{1000}$ en valeur relative. La valeur de la parallaxe solaire correspondant au nombre de M. Cornu serait 8″,878 si on la calcule d'après les observations des satellites de Jupiter et 8″,881 d'après la valeur de l'aberration donnée par Bradley.

EXPÉRIENCES DE FOUCAULT. — Antérieurement aux recherches de M. Fizeau, Arago (1) avait imaginé un procédé tout différent pour mesurer la vitesse de la lumière. Voici à quelle occasion : Wheatstone (2) avait essayé de mesurer la vitesse de l'électricité au moyen de miroirs tournants. En gros, son procédé revenait à ceci : on déchargeait une batterie électrique à travers un circuit interrompu en trois points horizontaux A, B, C.

---

(1) *Annuaire du Bureau des Longitudes pour* 1842, p. 287.

(2) *An account of some experiments to measure the velocity of electricity and the duration of electric light* (*Phil. Trans.*, 1834, p. 583, et *Ann. de Pogg.*, t. XXXIV, p. 464).

En partant des deux armatures, la décharge se faisait d'abord en A et C; elle n'arrivait en B qu'après avoir traversé deux longs circuits et s'être retardée dans ce trajet. On regardait les trois étincelles dans un miroir tournant rapidement; on voyait A et C sur une même ligne horizontale, mais B était dévié, parce que le miroir s'était déplacé pendant le temps qu'avait mis l'électricité pour parcourir les circuits.

Cette méthode inspira à Arago, dès 1838, l'idée d'appliquer les miroirs tournants à la mesure de la vitesse de la lumière. Il publia un projet d'expériences très circonstancié, et il confia à Breguet la construction d'un appareil destiné à les réaliser, et qui fut effectivement construit; mais, avant qu'on eût essayé de s'en servir, Foucault (1) avait obtenu de Froment un instrument beaucoup plus simple, et, modifiant les projets d'Arago, qui eussent été difficilement réalisables, il imagina d'autres dispositions dont le succès fut complet et dont il nous reste à parler.

I. L'appareil à rotation est une petite turbine qui ressemble beaucoup à la sirène (*fig.* 6, 7, 8, 9, *Pl. III*). On fait arriver le vent d'une soufflerie par un tube *aa* dans un tambour annulaire AA. Le couvercle de ce tambour est percé d'une rainure circulaire BB', interrompue par des lames hélicoïdales. Par les intervalles qui les séparent le vent s'échappe, obliquement et dans le sens des flèches (*fig.* 8); il rencontre une boîte CC creuse et mobile autour d'un axe vertical, et qui est divisée par d'autres cloisons hélicoïdales CC, inclinées dans un sens opposé aux conduits du tambour (*fig.* 9). Le vent sortant de ceux-ci frappe les lames de la boîte mobile et la fait tourner avec une vitesse qui peut dépasser huit cents tours à la seconde autour de son axe vertical DD'. Cet axe porte le miroir M.

Mais, pour atteindre cette limite, il fallait maintenir les pi-

---

(1) *Méthode générale pour mesurer la vitesse de la lumière dans l'air et dans les milieux transparents* (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XXX, p. 551; 1850). — *Sur les vitesses relatives de la lumière dans l'air et dans l'eau* (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. XLI, p. 129; 1854). — *Détermination expérimentale de la vitesse de la lumière; parallaxe du Soleil* (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LV, p. 501 et 792; 1862; *Recueil des travaux scientifiques de Léon Foucault*, p. 173 à 227 et 546).

vots humectés avec de l'huile que l'on faisait arriver continuellement sous une pression réglée d'avance. Il fallait aussi et surtout éviter les mouvements latéraux de l'axe, qui, avec une aussi grande vitesse, altèrent rapidement les pivots, mais qui disparaissent quand l'axe d'inertie est confondu avec celui de rotation. C'est pour satisfaire à cette condition qu'on avait placé un régulateur en b (*fig.* 6). C'est un anneau dont le contour est rectangulaire et dont les angles sont traversés par des vis lourdes et verticales. Par des coups de lime donnés systématiquement sur les sommets, on amène le centre de gravité à coïncider avec la ligne des pivots, et par conséquent l'axe d'inertie à couper l'axe de rotation; les vis verticales servent ensuite à établir la coïncidence exacte de ces deux axes.

II. Cette turbine est placée sur un support solide, dans une chambre obscure. Soit BC l'une des positions du miroir M (*fig.* 10, *Pl. III*). En face est une ouverture rectangulaire A qui envoie les rayons solaires; elle porte en son milieu un fil vertical pour préciser la visée. Les rayons traversent d'abord une lame de verre MM' à faces parallèles, ensuite un objectif achromatique BC, et ils sont reçus sur le miroir bc, que nous supposerons d'abord immobile. Là ils se réfléchissent et viennent former en D l'image réelle de A. En ce point ils rencontrent un miroir concave pp', dont le centre est en O, et où ils se réfléchissent de nouveau. L'un d'eux, BbD, revient en DcC, puis en A; de même, le rayon CcD revient en DbB et en A. En général, tous ceux qui ont été reçus par le miroir bc forment une image de retour exactement superposée à la ligne lumineuse A; mais, avant d'y arriver, ces rayons rencontrent la glace MM', où une partie se réfléchit pour venir former une image α qu'on regarde avec une loupe et qu'on fait coïncider avec un réticule fixe R.

Supposons maintenant que le miroir tourne lentement; le point D parcourt une circonférence de rayon OD et sort du miroir pp', mais il y revient à chaque révolution, et à chaque fois les rayons reviennent en α, où se forment des images successives qui impressionnent l'œil d'une manière continue, pourvu que la vitesse soit suffisante.

Si l'on augmente progressivement la vitesse du miroir *bc* jusqu'à lui faire décrire quatre ou cinq cents tours par seconde, voici ce qui arrivera : les rayons partiront du miroir quand il occupe la position *bc*, arriveront en D et reviendront sur leurs pas; mais, comme ils auront mis un certain temps pour faire ce trajet et que le miroir aura subi un déplacement, ils le retrouveront en $b'c'$; alors ils seront renvoyés en cC' et bB', ils formeront leur image non en A, mais en A', et la loupe la verra non en *a*, mais en α. La ligne *ab*, dans le champ de vision, aura donc été déplacée en $a'b'$ (*fig.* 12, *Pl. III*). Soient V la vitesse de la lumière, n le nombre de tours du miroir, l la distance OD du miroir tournant au miroir concave, r la distance de la mire A au miroir tournant, enfin d le déplacement aa' (*fig.* 12). L'angle 2β dont ont tourné les rayons réfléchis est double de l'angle bcb' dont a tourné le miroir (¹) dans le temps $\theta = \frac{2l}{V}$ qu'a mis la lumière à franchir deux fois l'espace OD. Cet angle étant très petit, peut être confondu avec sa tangente; on a donc

$$\beta = \frac{d}{2r},$$

et comme, d'ailleurs,

$$\frac{\beta}{2\pi} = \frac{\theta}{\frac{1}{n}} = \frac{2nl}{V},$$

on a enfin

$$V = \frac{8n\pi lr}{d}.$$

Pour augmenter autant que possible le déplacement d, on fit la distance l égale à 20^m, ce qui, faute d'espace, ne put être réalisé qu'en faisant subir au rayon, à l'aide de miroirs auxiliaires, une série de réflexions entre les points O et D. La vitesse de rotation du miroir fut mesurée au moyen d'un rouage denté auxiliaire, dont on réglait la vitesse de telle sorte qu'il tournât précisément d'une dent, tandis que le miroir faisait un tour. Ce rouage est disposé de manière à empiéter sur

(¹) Voir *Optique géométrique*, p. 29*.

l'image observée au microscope; il y projette une ombre qui paraîtra immobile quand l'intermittence du mouvement des dents sera la même que celle de l'apparition des images réfléchies, c'est-à-dire quand le rouage auxiliaire sera réglé. Foucault disposait la distance r de telle sorte que le déplacement d eût une valeur fixe de $\frac{7}{10}$ de millimètre.

La valeur de V fut trouvée de 298187^{km}, d'où résulterait pour la parallaxe solaire 8″,86, nombre inférieur de $\frac{1}{30}$ à la valeur admise au moment où les expériences de Foucault furent publiées, mais parfaitement d'accord avec le résultat postérieur des calculs de Le Verrier et des expériences de M. Cornu.

VITESSE RELATIVE DANS L'AIR ET DANS L'EAU. LA THÉORIE DE L'ÉMISSION DOIT ÊTRE REJETÉE. — Avant de songer à effectuer des mesures absolues, Foucault s'était proposé de comparer, au moyen de son appareil, les valeurs de la vitesse de la lumière dans l'air et dans l'eau. Remarquons en effet que, si au miroir concave pp' on en ajoute un second qq' appartenant à la même sphère prolongée, il donnera une image au même point α, et que, si l'on place devant son milieu E un tube FF′ plein d'eau, les rayons qui l'auront traversé concourront à former cette image α avec ceux qui auront été réfléchis dans l'air en D; seulement, il sera nécessaire de placer avant le tube une lentille convergente pour compenser l'éloignement du foyer produit par l'eau.

Comme il est essentiel de distinguer les images formées en α par les rayons qui ont traversé l'air ou l'eau, voici l'addition ingénieuse qu'on fait à l'appareil. Le diaphragme A formant une image réelle en D dans l'air, on en intercepte les bords en plaçant en D un écran qui en diminue la hauteur; mais on laisse à l'image qui se forme en E toute son étendue. De cette façon, quand on regarde en α avec la loupe R, on voit (*fig.* 11, *Pl. III*) l'image complète $pqrs$, qui est donnée par le tube, et une autre image réduite $uvxy$, réfléchie par le miroir D et qui se superpose partiellement à la première; les bords $pquv$, $xyrs$ paraissent légèrement colorés, parce que les rayons ont traversé une longue colonne d'eau. La ligne ab représente l'image du fil vertical tendu en A.

Quand le miroir tourne, la ligne *ab*, dans le champ de vision, aura été déplacée en *a′b′* (*fig.* 12, *Pl. III*), aussi bien dans l'image qui vient du liquide que dans celle qui vient de l'air, et, comme la déviation est d'autant plus grande que la vitesse est moindre, il sera aisé de reconnaître celui des deux milieux qui transmet le plus vite un faisceau de lumière. Or, l'expérience montre que l'image aérienne *c′* est toujours moins déviée que sa congénère *a′b′* formée à travers l'eau; donc *la vitesse de la lumière est plus grande dans l'air que dans l'eau* ([1]).

Rappelons-nous maintenant les conclusions auxquelles conduisent les deux hypothèses proposées pour l'explication des phénomènes lumineux : l'une, la théorie des ondulations, fournit une conclusion identique à celle que nous venons de trouver par la voie de l'expérience; l'autre, celle de l'émission, une conclusion diamétralement opposée. Il n'en résulte pas que la théorie des ondulations soit nécessairement vraie, mais la théorie de l'émission est certainement fausse, et nous pouvons dès maintenant l'écarter d'une manière définitive.

([1]) En étudiant la vitesse du son, nous avons reconnu que la vitesse de propagation des ondes augmente un peu avec l'amplitude des vibrations qui le produisent; la variation constatée par Regnault dépasse même $\frac{1}{100}$ de la valeur absolue (*Acoustique*, p. 103).

Les recherches entreprises pour constater l'influence de l'intensité de la lumière sur sa vitesse de propagation directement mesurée n'ont donné que des résultats purement négatifs. Toutefois, M. Muller (*Ann. de Pogg.*, t. CXLV, p. 86; 1872), à l'aide d'une méthode fondée sur le déplacement des franges d'interférence et de diffraction, a cru constater que la vitesse de la lumière décroît avec son intensité; mais la plus forte variation qu'il ait observée ne dépasse pas 0,000016 de la valeur moyenne. Il faut en conclure que le rapport de l'amplitude des vibrations lumineuses à la longueur d'onde moyenne de ces vibrations est incomparablement plus petite que pour le son.

CHAPITRE II.

DES INTERFÉRENCES.

Expérience des deux miroirs. — Manières d'observer les franges. — Lois expérimentales du phénomène. — Biprisme. — Théorie des ondulations. — Explication des franges d'interférence dans la théorie des ondulations.

Interférences dans la lumière non limitée. — Interférences par les lames minces. — Interférences des plaques épaisses. — Interférences avec de grandes différences de marche. — Première méthode : MM. Fizeau et Foucault. — Deuxième méthode.

Applications. — Mesure des différences de marche. — Réfractomètres interférentiels. — Appareil de Jamin. — Compensateurs. — Principaux usages de ces instruments. — Méthode de M. Fizeau pour la mesure des dilatations.

EXPÉRIENCE DES DEUX MIROIRS (1). — Soit L (*fig.* 85) une fente à bords métalliques verticaux et très serrés, servant à introduire dans une chambre obscure les rayons solaires fixés par un héliostat. Il est toujours permis de ne point se préoccuper du chemin antérieur qu'ils ont fait, de considérer ces rayons comme partant de la fente elle-même, et de regarder celle-ci comme un luminaire linéaire et vertical.

Dans la chambre sont établis deux miroirs verticaux ON, OM, faisant entre eux un angle rentrant très voisin de 180°. Derrière chacun d'eux se forment en A et en B deux images de L, symétriques par rapport à OM et à ON. Les distances LO, AO, BO sont égales, et, par conséquent, la perpendiculaire DC élevée sur le milieu de AB passe par le point O.

Deux faisceaux très voisins LMO, LON, partant de L, rencontrent les deux miroirs (2), se superposent après la réflexion

(1) Fresnel, *Œuvres*, t. I, p. 150, 186, 268.

(2) Dans la plupart des appareils employés aujourd'hui, les faisceaux partis de L rencontrent les miroirs sous une incidence presque rasante. Fresnel pré-

et se trouvent dans les mêmes conditions physiques que s'ils partaient de A et de B. Dès lors on peut oublier et le soleil, et la fente, et les miroirs, et dire que l'expérience revient à avoir disposé deux lignes lumineuses très voisines A et B, qui sont dans un état vibratoire commun, puisqu'elles ont une origine commune, et qui envoient à la fois de la lumière sur un écran FG. Quel est l'effet produit sur cet écran ?

Considérons en premier lieu le cas où la lumière a été rendue homogène par l'interposition d'un verre rouge. On voit en C, sur le prolongement du plan DOC, une bande brillante, suivie à droite et à gauche de deux séries symétriques de franges alternativement obscures et brillantes. Si, au lieu d'être rouge, la lumière était jaune, les bandes, tout en conservant les mêmes dispositions, seraient plus étroites. Elles le seront d'autant plus que la réfrangibilité sera plus grande. L'effet produit par la lumière blanche est la superposition de ceux que détermine individuellement chacun de ses éléments, et l'on voit des bandes colorées dont la dispersion est d'autant plus

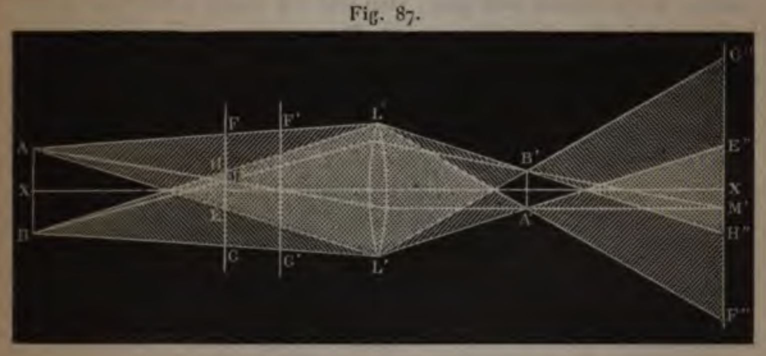
Fig. 85.

férait avec raison employer une incidence sensiblement normale; les franges sont, il est vrai, moins larges, mais l'influence perturbatrice des bords du miroir est considérablement diminuée (voir *Phénomènes de diffraction*).

porté sur une plaque spéciale DE, reliée à PQ par trois vis calantes, deux qui sont projetées en F, et une troisième en G. Il peut tourner autour d'une charnière O'. Les deux vis F règlent cette charnière parallèlement à l'arête O du premier miroir, et un dernier micromètre H donne à O'M l'inclinaison qu'on veut sur ON. Pour régler l'instrument, on mettra d'abord les deux surfaces dans le même plan, ce qui sera facile en visant des objets éloignés; ensuite on inclinera O'M par la vis H. Tout l'appareil est porté par l'extrémité L de l'une des colonnes du banc et serré par une vis de pression.

MANIÈRES D'OBSERVER LES FRANGES. — Si l'on opère au soleil, on peut recevoir directement la lumière sur un écran; les franges s'y peignent à toute distance, et l'on peut remarquer qu'elles sont d'autant plus larges que les deux points lumineux A et B sont plus rapprochés. Le plus souvent on reçoit

Fig. 87.



les rayons sur une lentille très convergente LL' (*fig.* 87). Elle donne en A', B' deux images concordantes des points lumineux A et B (¹); à leur tour, A' et B' envoient de la lumière qui interférera; mais, comme ils sont beaucoup plus rappro-

(¹) On démontrera ultérieurement que les rayons lumineux issus d'un même point qui viennent converger en un foyer après un nombre quelconque de réflexions ou de réfractions sont parfaitement synchrones, c'est-à-dire possèdent au même instant la même phase vibratoire.

chés que ne le sont A et B, ils donneront sur l'écran, à toute distance, des franges pareilles aux précédentes, mais beaucoup plus larges.

Si la lumière est moins vive, on peut la recevoir directement dans l'œil. L'œil fonctionne, en effet, comme une lentille très convergente, et théoriquement il peut être remplacé par LL'. Supposons qu'il vise en EH à la distance de la vision distincte. Les images de A et de B se feront quelque part en A' et B' en avant de la rétine, et l'image du plan focal HE se peindra sur cette rétine en H''E'' comme sur un écran. Les rayons BM, AM, qui, se croisant en M sur EH, y peignaient une frange brillante ou obscure, se croiseront de nouveau sur la rétine en M' pour y déterminer les mêmes alternatives de lumière et d'obscurité. Mais il faut une certaine habitude pour distinguer ainsi les franges; le plus souvent on regarde avec un oculaire. En opérant ainsi, on ne fait qu'augmenter la convergence de l'œil, qui, au lieu de viser sur le plan FG à la distance de la vision distincte, vise sur un autre plan F'G' plus rapproché. Les deux images A', B' sont plus voisines l'une de l'autre et plus éloignées du fond de l'œil, et la grandeur des franges peintes sur la rétine est plus considérable. L'oculaire LL' est porté par un micromètre qui le déplace latéralement; il est muni d'un réticule qu'on voit en même temps que les franges dans le plan focal G'F' et que l'on peut successivement faire coïncider avec elles. On mesure ainsi la distance de deux franges de même ordre et de rang quelconque, et, en la divisant par 2, on connaît l'écart de ces franges à partir de la ligne centrale XX.

LOIS EXPÉRIMENTALES DU PHÉNOMÈNE. — Soient $2a$ la distance AB des deux images qui produisent le phénomène et l leur distance à l'écran PQ (*fig.* 88). On détermine $2a$ en se plaçant en O, en mesurant par un cercle répétiteur l'angle α sous-tendu par AB à cette distance l, et l'on a

$$2a = l \tang \alpha.$$

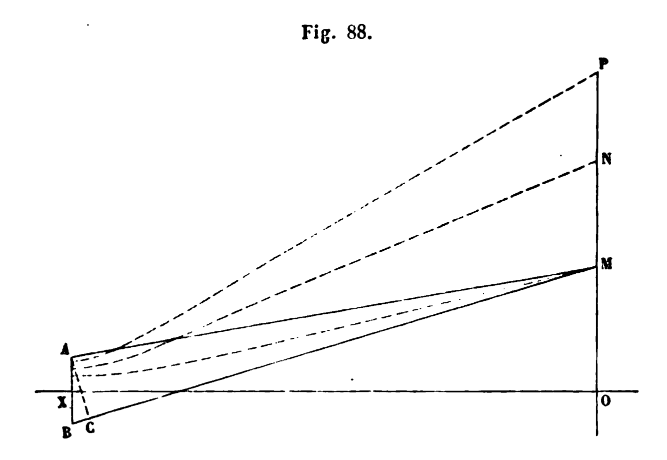
Soit M une des franges obscures ou brillantes; on a mesuré

sa distance MO au centre des franges O; on peut calculer

$$\text{tang} MXO = \text{tang}\,\delta = \frac{MO}{OX}.$$

Décrivons du point M comme centre, avec AM pour rayon, un arc AC. A cause de la petitesse de AB et de la grandeur de OX, AC peut être considéré comme une droite perpendi-

Fig. 88.



culaire sur BM, l'angle BAC comme égal à δ, et BC comme mesurant la différence des distances entre BM et AM; appelons-la d :

$$BC = d = 2a \sin \delta.$$

On a calculé cette différence des distances pour les milieux de chaque frange obscure ou brillante, en employant la lumière que laisse passer le verre coloré en rouge par l'oxyde de cuivre. On a trouvé qu'elle ne variait pas avec la distance XO de l'écran, qu'elle demeurait constante pour chaque bande, et qu'elle était, en désignant par λ une longueur égale à $0^{mm},000620$:

1° Pour les franges brillantes successives,

$$0, \quad 2\frac{\lambda}{2}, \quad 4\frac{\lambda}{2}, \quad 6\frac{\lambda}{2}, \quad \ldots;$$

2° Pour les franges obscures successives,

$$\frac{\lambda}{2},\quad 3\frac{\lambda}{2},\quad 5\frac{\lambda}{2}.$$

Les résultats suivent la même loi pour toutes les couleurs, mais λ change de l'une à l'autre et diminue quand la réfrangibilité augmente; d'après des mesures effectuées autrefois par Newton ([1]), les valeurs de λ sont :

	Valeurs de λ. mm	N.
Rouge	0,000620	497
Orangé	0,000583	528
Jaune	0,000551	559
Vert	0,000512	601
Bleu	0,000475	648
Indigo	0,000449	686
Violet	0,000423	728

Quelle que soit la distance de l'écran, les franges des divers ordres viennent s'y peindre en des points tels que M. On peut donc considérer ces points comme occupant dans le plan de la figure un lieu géométrique, caractérisé par cette condition que la différence de leurs distances aux images A et B est constante et égale à $n\frac{\lambda}{2}$. C'est une hyperbole dont A et B sont les foyers. On en calculera les axes X et Y en résolvant les équations

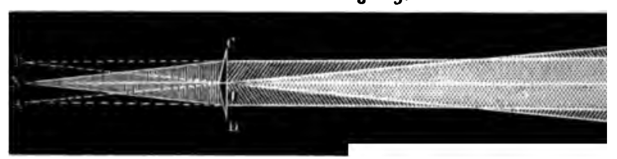
$$\sqrt{X^2+Y^2}=a,\qquad \sqrt{X^2-Y^2}=\frac{n\lambda}{2}.$$

La célèbre expérience qui vient d'être décrite a été imaginée et étudiée par Fresnel. Il importe de montrer qu'elle n'est point un cas particulier, et qu'on obtiendra les mêmes franges toutes les fois qu'on dédoublera une fente lumineuse en deux images parallèles et très voisines qui enverront à la fois leur lumière sur un écran.

([1]) Au moyen des anneaux colorés (Newton, *Optique*, liv. II).

BIPRISME. — I. Fresnel (¹) fit construire un double prisme ODC dont les angles C et D, très petits, sont égaux entre eux, et il éclaira cet appareil par une fente mince X parallèle à ses arêtes (*fig.* 89). La réfraction donne deux images virtuelles

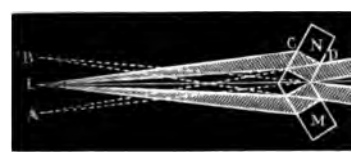
Fig. 89.



A et B, et les rayons qui ont traversé les deux prismes sont dans les mêmes conditions que s'ils venaient originairement de ces foyers. De plus, ils se superposent en EH sur l'écran; aussi voit-on un système de franges se produire. Elles offrent des caractères particuliers; car, par suite de la dispersion des prismes, les images A et B sont peu écartées pour le rouge et beaucoup plus pour le violet. Les franges violettes sont, par conséquent, plus larges qu'elles ne l'étaient précédemment; leur place diffère moins de celle qu'occupent les franges rouges; les franges offrent moins de dispersion que celles du miroir et dans certains cas elles n'en offrent point; mais, si l'on mesure, comme précédemment, la place des franges et la différence des distances aux origines A et B, on retrouve les mêmes lois qu'avec les miroirs de Fresnel.

II. Prenons comme second exemple (*fig.* 90) deux mor-

Fig. 90.



ceaux M et N d'une même glace à faces parallèles, formant entre eux un angle très petit et recevant la lumière partie

(¹) Cette expérience, attribuée à tort à Pouillet, est décrite par Fresnel (*OEuvres*, t. I, p. 330).

l'image observée au microscope; il y projette une ombre qui paraîtra immobile quand l'intermittence du mouvement des dents sera la même que celle de l'apparition des images réfléchies, c'est-à-dire quand le rouage auxiliaire sera réglé. Foucault disposait la distance r de telle sorte que le déplacement d eût une valeur fixe de $\frac{7}{10}$ de millimètre.

La valeur de V fut trouvée de $298\,187^{km}$, d'où résulterait pour la parallaxe solaire $8'',86$, nombre inférieur de $\frac{1}{30}$ à la valeur admise au moment où les expériences de Foucault furent publiées, mais parfaitement d'accord avec le résultat postérieur des calculs de Le Verrier et des expériences de M. Cornu.

VITESSE RELATIVE DANS L'AIR ET DANS L'EAU. LA THÉORIE DE L'ÉMISSION DOIT ÊTRE REJETÉE. — Avant de songer à effectuer des mesures absolues, Foucault s'était proposé de comparer, au moyen de son appareil, les valeurs de la vitesse de la lumière dans l'air et dans l'eau. Remarquons en effet que, si au miroir concave pp' on en ajoute un second qq' appartenant à la même sphère prolongée, il donnera une image au même point α, et que, si l'on place devant son milieu E un tube FF' plein d'eau, les rayons qui l'auront traversé concourront à former cette image α avec ceux qui auront été réfléchis dans l'air en D; seulement, il sera nécessaire de placer avant le tube une lentille convergente pour compenser l'éloignement du foyer produit par l'eau.

Comme il est essentiel de distinguer les images formées en α par les rayons qui ont traversé l'air ou l'eau, voici l'addition ingénieuse qu'on fait à l'appareil. Le diaphragme A formant une image réelle en D dans l'air, on en intercepte les bords en plaçant en D un écran qui en diminue la hauteur; mais on laisse à l'image qui se forme en E toute son étendue. De cette façon, quand on regarde en α avec la loupe R, on voit (*fig.* 11, *Pl. III*) l'image complète *pqrs*, qui est donnée par le tube, et une autre image réduite *uvxy*, réfléchie par le miroir D et qui se superpose partiellement à la première; les bords *pquv*, *xyrs* paraissent légèrement colorés, parce que les rayons ont traversé une longue colonne d'eau. La ligne *ab* représente l'image du fil vertical tendu en A.

Quand le miroir tourne, la ligne *ab*, dans le champ de vision, aura été déplacée en *a' b'* (*fig.* 12, *Pl. III*), aussi bien dans l'image qui vient du liquide que dans celle qui vient de l'air, et, comme la déviation est d'autant plus grande que la vitesse est moindre, il sera aisé de reconnaître celui des deux milieux qui transmet le plus vite un faisceau de lumière. Or, l'expérience montre que l'image aérienne *c'* est toujours moins déviée que sa congénère *a' b'* formée à travers l'eau; donc *la vitesse de la lumière est plus grande dans l'air que dans l'eau* (1).

Rappelons-nous maintenant les conclusions auxquelles conduisent les deux hypothèses proposées pour l'explication des phénomènes lumineux : l'une, la théorie des ondulations, fournit une conclusion identique à celle que nous venons de trouver par la voie de l'expérience; l'autre, celle de l'émission, une conclusion diamétralement opposée. Il n'en résulte pas que la théorie des ondulations soit nécessairement vraie, mais la théorie de l'émission est certainement fausse, et nous pouvons dès maintenant l'écarter d'une manière définitive.

---

(1) En étudiant la vitesse du son, nous avons reconnu que la vitesse de propagation des ondes augmente un peu avec l'amplitude des vibrations qui le produisent; la variation constatée par Regnault dépasse même $\frac{1}{100}$ de la valeur absolue (*Acoustique*, p. 103).

Les recherches entreprises pour constater l'influence de l'intensité de la lumière sur sa vitesse de propagation directement mesurée n'ont donné que des résultats purement négatifs. Toutefois, M. Muller (*Ann. de Pogg.*, t. CXLV, p. 86; 1872), à l'aide d'une méthode fondée sur le déplacement des franges d'interférence et de diffraction, a cru constater que la vitesse de la lumière décroît avec son intensité; mais la plus forte variation qu'il ait observée ne dépasse pas 0,000016 de la valeur moyenne. Il faut en conclure que le rapport de l'amplitude des vibrations lumineuses à la longueur d'onde moyenne de ces vibrations est incomparablement plus petite que pour le son.

CHAPITRE II.

DES INTERFÉRENCES.

Expérience des deux miroirs. — Manières d'observer les franges. — Lois expérimentales du phénomène. — Biprisme. — Théorie des ondulations. — Explication des franges d'interférence dans la théorie des ondulations.

Interférences dans la lumière non limitée. — Interférences par les lames minces. — Interférences des plaques épaisses. — Interférences avec de grandes différences de marche. — Première méthode : MM. Fizeau et Foucault. — Deuxième méthode.

Applications. — Mesure des différences de marche. — Réfractomètres interférentiels. — Appareil de Jamin. — Compensateurs. — Principaux usages de ces instruments. — Méthode de M. Fizeau pour la mesure des dilatations.

EXPÉRIENCE DES DEUX MIROIRS (¹). — Soit L (*fig*. 85) une fente à bords métalliques verticaux et très serrés, servant à introduire dans une chambre obscure les rayons solaires fixés par un héliostat. Il est toujours permis de ne point se préoccuper du chemin antérieur qu'ils ont fait, de considérer ces rayons comme partant de la fente elle-même, et de regarder celle-ci comme un luminaire linéaire et vertical.

Dans la chambre sont établis deux miroirs verticaux ON, OM, faisant entre eux un angle rentrant très voisin de 180°. Derrière chacun d'eux se forment en A et en B deux images de L, symétriques par rapport à OM et à ON. Les distances LO, AO, BO sont égales, et, par conséquent, la perpendiculaire DC élevée sur le milieu de AB passe par le point O.

Deux faisceaux très voisins LMO, LON, partant de L, rencontrent les deux miroirs (²), se superposent après la réflexion

(¹) FRESNEL, *Œuvres*, t. I, p. 150, 186, 268.

(²) Dans la plupart des appareils employés aujourd'hui, les faisceaux partis de L rencontrent les miroirs sous une incidence presque rasante. Fresnel pré-

et se trouvent dans les mêmes conditions physiques que s'ils partaient de A et de B. Dès lors on peut oublier et le soleil, et la fente, et les miroirs, et dire que l'expérience revient à avoir disposé deux lignes lumineuses très voisines A et B, qui sont dans un état vibratoire commun, puisqu'elles ont une origine commune, et qui envoient à la fois de la lumière sur un écran FG. Quel est l'effet produit sur cet écran ?

Considérons en premier lieu le cas où la lumière a été rendue homogène par l'interposition d'un verre rouge. On voit en C, sur le prolongement du plan DOC, une bande brillante, suivie à droite et à gauche de deux séries symétriques de franges alternativement obscures et brillantes. Si, au lieu d'être rouge, la lumière était jaune, les bandes, tout en conservant les mêmes dispositions, seraient plus étroites. Elles le seront d'autant plus que la réfrangibilité sera plus grande. L'effet produit par la lumière blanche est la superposition de ceux que détermine individuellement chacun de ses éléments, et l'on voit des bandes colorées dont la dispersion est d'autant plus

Fig. 85.

férait avec raison employer une incidence sensiblement normale; les franges sont, il est vrai, moins larges, mais l'influence perturbatrice des bords du miroir est considérablement diminuée (voir *Phénomènes de diffraction*).

La valeur de u se mettra sous la forme

$$u = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d''}{\lambda}\right),$$

si l'on pose les équations de condition

$$A \cos 2\pi \frac{d''}{\lambda} = \alpha \cos 2\pi \frac{d}{\lambda} + \alpha' \cos 2\pi \frac{d'}{\lambda},$$

$$A \sin 2\pi \frac{d''}{\lambda} = \alpha \sin 2\pi \frac{d}{\lambda} + \alpha' \sin 2\pi \frac{d'}{\lambda},$$

qui peuvent s'écrire

$$(3) \quad \begin{cases} \operatorname{tang} 2\pi \dfrac{d''}{\lambda} = \dfrac{\alpha \sin 2\pi \dfrac{d}{\lambda} + \alpha' \sin 2\pi \dfrac{d'}{\lambda}}{\alpha \cos 2\pi \dfrac{d}{\lambda} + \alpha' \cos 2\pi \dfrac{d'}{\lambda}}, \\ A^2 = \alpha^2 + \alpha'^2 + 2\alpha\alpha' \cos 2\pi \dfrac{d - d'}{\lambda}. \end{cases}$$

Cela veut dire que la molécule M, qui est éclairée à la fois par les points lumineux A et B, est dans les mêmes conditions que si elle recevait de la lumière d'un point situé à une distance d'' et dont l'intensité serait A^2; d'' et A se calculent par les formules (3).

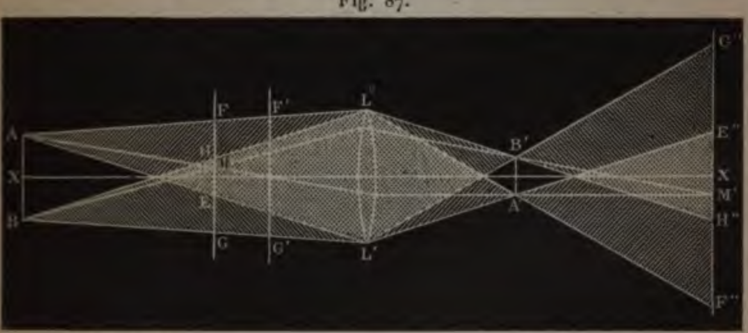
II. Pour développer des interférences, il faut superposer les rayons virtuellement émis par deux images voisines et parallèles d'une même fente et qui ont ainsi une origine commune. On ne réussit jamais à faire naître les franges en superposant les lumières venues de fentes parallèles et voisines, mais puisées à des sources indépendantes. Pour expliquer cette impossibilité, il faut se rappeler que les cordes ébranlées par un archet exécutent de longues suites de vibrations régulières, mais qui se succèdent sans continuité quand la direction de l'archet vient à changer. Elles peuvent encore se représenter par la formule

$$v = \alpha \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda}\right),$$

porté sur une plaque spéciale DE, reliée à PQ par trois vis calantes, deux qui sont projetées en F, et une troisième en G. Il peut tourner autour d'une charnière O'. Les deux vis F règlent cette charnière parallèlement à l'arête O du premier miroir, et un dernier micromètre H donne à O'M l'inclinaison qu'on veut sur ON. Pour régler l'instrument, on mettra d'abord les deux surfaces dans le même plan, ce qui sera facile en visant des objets éloignés; ensuite on inclinera O'M par la vis H. Tout l'appareil est porté par l'extrémité L de l'une des colonnes du banc et serré par une vis de pression.

MANIÈRES D'OBSERVER LES FRANGES. — Si l'on opère au soleil, on peut recevoir directement la lumière sur un écran; les franges s'y peignent à toute distance, et l'on peut remarquer qu'elles sont d'autant plus larges que les deux points lumineux A et B sont plus rapprochés. Le plus souvent on reçoit

Fig. 87.



les rayons sur une lentille très convergente LL' (*fig.* 87). Elle donne en A', B' deux images concordantes des points lumineux A et B [1]; à leur tour, A' et B' envoient de la lumière qui interférera; mais, comme ils sont beaucoup plus rappro-

---

[1] On démontrera ultérieurement que les rayons lumineux issus d'un même point qui viennent converger en un foyer après un nombre quelconque de réflexions ou de réfractions sont parfaitement synchrones, c'est-à-dire possèdent au même instant la même phase vibratoire.

tionnelles à $2\pi\frac{d-d'}{\lambda}$ ne dépendent que de la différence des chemins parcourus ou *différence de marche* $d-d'$; elles sont constantes en un point donné.

Alors la règle de Fresnel s'applique : elle va expliquer l'expérience des deux miroirs et tous les phénomènes produits par la superposition des lumières qu'envoient deux sources linéaires concordantes A et B. Supposons, pour simplifier, que leurs intensités soient égales; dans ce cas, $\alpha=\alpha'$, et les formules (3) donnent en un point M (*fig.* 88)

$$\operatorname{tang} 2\pi\frac{d''}{\lambda}=\operatorname{tang} 2\pi\frac{d+d'}{2\lambda},$$

$$A^2=2\alpha^2\left(1+\cos 2\pi\frac{d-d'}{\lambda}\right)=4\alpha^2\cos^2\pi\frac{d-d'}{\lambda},$$

$$V=v+v'=2\alpha\cos\pi\frac{d-d'}{\lambda}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{d+d'}{2\lambda}\right).$$

On voit d'abord que d'' est égal à $\frac{d+d'}{2}$, c'est-à-dire que d'' est moyenne entre d et d'. Donc la phase en un point quelconque M de l'écran est la même que s'il recevait la lumière du point X, milieu de AB. On voit en second lieu que l'éclairement en ce point est égal à $4\alpha^2\cos^2\pi\frac{d-d'}{\lambda}$; il sera nul quand $d-d'$ sera égal à $(2n+1)\frac{\lambda}{2}$ et égal à $4\alpha^2$ quand $d-d'$ sera égal à $2n\frac{\lambda}{2}$. Donc, *quand deux faisceaux égaux, partant originairement d'une même fente lumineuse, se superposent après avoir parcouru des chemins divers, ils donnent de l'obscurité ou un éclat quadruple de celui que déterminerait chacun d'eux quand la différence $d-d'$ des chemins parcourus est égale à un multiple impair ou pair d'une demi-longueur d'onde.* Cet énoncé reproduit précisément la loi expérimentale des interférences, avec cette différence que la quantité mesurée précédemment et désignée par λ prend ici sa signification théorique : elle représente la longueur d'onde de la lumière employée.

IV. La durée d'une vibration entière étant T, le nombre N des vibrations exécutées dans une seconde est $\frac{1}{T}$; or on a

$$\lambda = VT = \frac{V}{N}, \qquad N = \frac{V}{\lambda}.$$

Puisqu'on a mesuré V et λ, on peut calculer N. On a écrit dans le Tableau de la page 308** les nombres de vibrations exécutées pendant un trillionième de seconde. Ainsi la lumière violette exécute plus de 700 trillions de vibrations en une seconde.

CHEMINS ÉQUIVALENTS. — On nomme *chemins équivalents* dans deux milieux transparents des chemins comprenant un même nombre de longueurs d'onde. Soient λ et λ' les longueurs d'onde d'une même radiation dans les milieux d'indice *n* et *n'* par rapport à cette radiation, *a* et *a'* des chemins équivalents dans ces deux milieux; on a par définition

$$\frac{a}{a'} = \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{VT}{V'T} = \frac{n'}{n}.$$

On a donc en définitive entre les indices et les chemins équivalents la relation

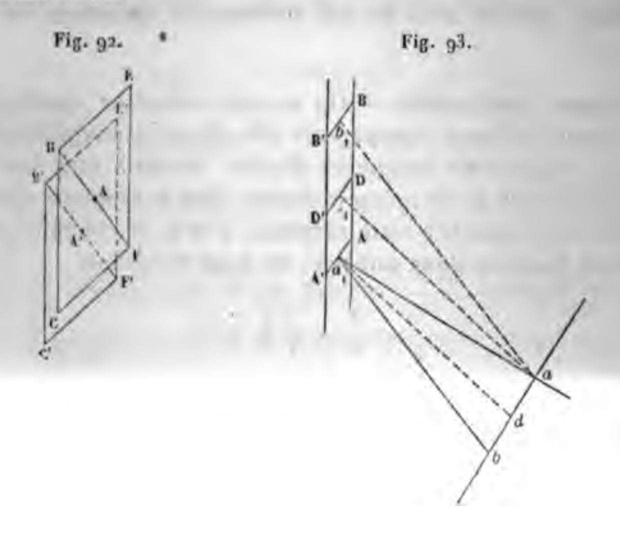
$$na = n'a'.$$

On devra en tenir compte lorsque les milieux dans lesquels cheminent deux rayons interférents ne sont pas identiques.

INTERFÉRENCES DANS LA LUMIÈRE NON LIMITÉE. — La méthode que nous avons jusqu'à présent employée pour produire des franges consistait à disposer deux faisceaux très voisins partant d'une fente étroite et à les superposer ensuite après leur avoir fait parcourir des chemins peu différents. Mais on peut se dispenser de la fente étroite. Supposons qu'un ensemble quelconque de rayons, partant du ciel ou d'un luminaire illimité, rencontre la surface plane et polie d'une substance transparente; elle s'y divisera en deux groupes de rayons, les uns réfléchis, les autres réfractés. On pourra considérer ces

rayons comme partant de la surface même, celle-ci comme étant la source éclairante, et dire que chacun de ses points envoie dans l'espace deux sortes d'ondes concordantes à leur départ. Admettons maintenant qu'avec des appareils convenables on produise deux images de la surface éclairante voisines, égales et parallèles (*fig.* 92), l'une BCEF avec les rayons réfléchis, l'autre B'C'E'F' avec les rayons réfractés, après leur avoir fait parcourir des chemins égaux; je dis qu'on pourra voir des franges.

Fig. 92. Fig. 93.



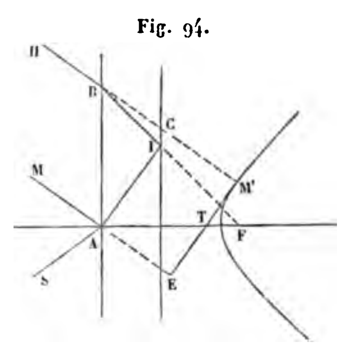
En effet, menons par les images A, A' d'un même point un plan normal à BCEF et à B'C'E'F'; prenons-le pour plan du tableau (*fig.* 93). Tous les points de BCEF et de B'C'E'F' qui se projettent en A et en A' seront deux à deux les images concordantes d'un point unique de la surface, et leur ensemble agira comme les deux bandes éclairantes voisines, parallèles et concordantes dans l'expérience des deux miroirs. Élevons sur le milieu de AA' un plan $A_1 d$ normal à AA' et par conséquent au plan du tableau, et considérons un écran dont la trace sur le plan du tableau est *adb*; il se formera sur l'écran une bande centrale brillante qui se projette en *d*, et des franges obscures en *a* et *b*, ... Menons, toujours dans le plan du

tableau, ad_1 et ab_1 parallèles à $a_1 d$ et à $a_1 b$. Les groupes de points DD′, BB′ détermineront, par la même raison, les premiers une frange brillante et les seconds une frange obscure en a; elles se superposeront, et l'écran aura dans tous ses points tels que a un éclat uniforme.

Mais, si l'on perce en a un trou étroit et qu'on ait un second écran derrière ce trou, les franges émises par les groupes de points AA′, DD′, BB′, ... se sépareront et se peindront sur le prolongement des lignes $a_1 a$, $d_1 a$, $b_1 a$, ... On les verra de même à l'œil nu, parce que la pupille placée en a limite le faisceau comme le fait une étroite ouverture. Ces franges peuvent se projeter comme celles des miroirs ou du biprisme.

Interférences par les lames minces. — Le procédé suivant, dû à Newton, fournira un exemple de franges d'interférence obtenues dans la lumière non limitée. Soit en ABC (*fig.* 94) une lame d'air très mince, d'épaisseur e, comprise entre deux verres. Un rayon SA fournira en A un rayon réfléchi AM et un rayon réfracté AI, lequel se réfléchira suivant IB et sortira en BH parallèlement à AM. Nous avons démontré (¹) que BH est dans les mêmes conditions que s'il partait du point M′ situé dans le verre, sur une hyperbole dont le foyer est en F, à une distance $AF = c = 2e$, dont le centre est en A, et telle que $\frac{c}{a}$ = l'indice n du verre. En résumé, le point A de la surface éclairante donne un premier groupe de rayons tels que AM partant de A, un second groupe BH partant de M′: ils interféreront, et leur différence de marche se trouvera en menant la tangente à la courbe en M′ et la prolongeant jusqu'à la ren-

Fig. 94.



(¹) *Optique géométrique*, p. 72*. *Voir* plus loin, au Chapitre *Des anneaux colorés*, une démonstration différente.

contre de AM ; elle sera AE. Or, en désignant par x l'abscisse du point M',

$$AE = AT \cos r = \frac{a^2}{x^2} \cos r,$$

et, en remplaçant $\cos r$ par sa valeur tirée des équations de la page 71* (*Optique géométrique*), on trouve

$$AE = \frac{c}{a} 2e \cos i,$$

ce qui exprime la différence des chemins parcourus dans le verre. Pour trouver le chemin équivalent dans l'air, il faut multiplier par $\frac{a}{c}$; dès lors cette différence sera équivalente à une épaisseur d'air égale à $2e \cos i$. Il suffit de faire varier e sans modifier i pour obtenir des franges. A cet effet, on pose d'ordinaire sur un verre plan une lentille d'un grand rayon. A partir et en s'éloignant du point de contact, l'épaisseur e de la lame d'air comprise entre les deux verres croît depuis zéro jusqu'à de grandes valeurs ; la différence de marche devient successivement égale à des multiples pairs ou impairs de $\frac{\lambda}{2}$, et l'on voit des anneaux colorés alternativement brillants et obscurs autour du centre et dont le diamètre change avec l'inclinaison i sous laquelle on les observe. Nous étudierons plus tard ce phénomène avec plus de détail (¹). Il nous suffit pour le moment d'avoir indiqué la disposition générale de l'expérience.

INTERFÉRENCES DES PLAQUES ÉPAISSES. — Un deuxième exemple de franges d'interférence dans la lumière non limitée nous sera offert par une disposition expérimentale que Jamin (²) a réalisée et dont nous ferons des applications ultérieures. Deux lames de verre AA'A", BB'B", épaisses, à faces parallèles et tirées d'un même morceau, sont placées en face l'une

(¹) Chapitre *Des anneaux colorés*.

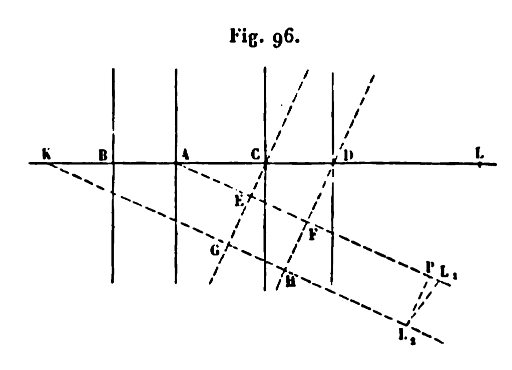
(²) JAMIN, *Mémoires sur les variations de l'indice de réfraction de l'eau* (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 3ᵉ série, t. LII, p. 163 ; 1858).

e l'autre à une distance quelconque (*fig.* 95); elles sont éta-ıées à leur face postérieure. Les rayons tels que SA se par-ıgent au point A en deux faisceaux, l'un réfléchi AB, l'autre éfracté AA'. Celui-ci revient en ."B"O", celui-là en BB'B"O, et est clair que, si les deux glaces ont rigoureusement égales et arallèles, les deux rayons se uperposent en B"O après avoir arcouru des espaces égaux. Par-is concordants et superposés, s se retrouvent concordants et uperposés.

Fig. 95.

Pour simplifier l'explication, upposons que l'appareil soit ré-.uit à quatre surfaces réfléchis-antes d'épaisseur nulle ou que indice des deux glaces em-loyées ne diffère point de celui e l'air (*fig.* 96). Représentons ıne section des deux lames faite par un plan perpendiculaire u plan d'incidence, et considérons le point A, où le rayon ıcident se dédouble, comme étant le point lumineux. Si les

Fig. 96.



eux lames sont exactement parallèles, les rayons réfléchis à ı première surface de AB et à la deuxième de CD donnent ıne image en L à une distance $DL = AC + CD = d + e$. Ceux

ssent à la deuxième surface B et ensuite à la
rment une première image K à une distance
ıne seconde derrière C à une distance $d+2e-e$
confondue avec L.

jue les glaces soient verticales et que le plan
CD soit d'abord horizontal (*fig.* 96), puis qu'on
la deuxième glace CD d'un angle α autour de
; les deux images confondues en L se sépare-
t L_2. On aura

$$FL_1 = FA = e + d\cos\alpha,$$

$$= GL_2 - e = GK - e = (d+2e)\cos\alpha - e.$$

En menant L_2P parallèle à la deuxième glace,

$$L_2P = GE = 2e\sin\alpha,$$

$$L_1P = FL_1 - HL_2 = 2e(1-\cos\alpha) = 4e\sin^2\frac{\alpha}{2},$$

$$\text{tang}\, PL_2L_1 = \frac{PL_1}{PL_2} = \text{tang}\,\frac{\alpha}{2}.$$

Or, comme l'angle α sera toujours très petit, on peut dire que, si l'on fait tourner la deuxième glace autour d'une ligne horizontale, les images L_1 et L_2 d'un même point A se sépareront, mais resteront sur une ligne verticale. Par conséquent, on aura des franges horizontales d'autant plus serrées que les glaces seront plus inclinées et qui s'étaleront jusqu'à l'infini quand les lames arriveront au parallélisme. L'expérience réalise ces conditions ; seulement, comme le travail des lames est imparfait, les franges se déforment aussitôt qu'on les élargit au delà d'une certaine limite.

Lorsque les franges seront visibles et horizontales, il suffira de faire tourner une des glaces autour d'un axe vertical pour déplacer les bandes parallèlement à elles-mêmes. On les verra s'élever ou s'abaisser suivant que le mouvement de la glace se fera dans un sens ou dans l'autre. La théorie de ce déplacement se trouve aisément en considérant la situation que prennent les deux images de A. Nous ferons connaître bientôt la disposition des appareils.

INTERFÉRENCES AVEC DE GRANDES DIFFÉRENCES DE MARCHE. — Quelque procédé qu'on emploie pour produire des interférences, on ne voit jamais qu'un petit nombre de bandes. En effet, il y aura, en un point donné de l'écran, une frange obscure ou brillante si le quotient de la différence de marche $d - d'$ des rayons interférents par la demi-longueur d'onde $\frac{\lambda}{2}$ est un nombre entier impair ou pair. Or, si $d - d'$ est grand, le quotient $\frac{2(d-d')}{\lambda}$ est un nombre entier pair pour un grand nombre de valeurs différentes de λ, et il y a, au point considéré, autant de franges brillantes superposées qui reproduisent une teinte sensiblement blanche, mais dans laquelle manquent toutes les couleurs pour lesquelles le quotient est impair, et qui donnent des franges obscures au point examiné.

PREMIÈRE MÉTHODE. MM. FIZEAU ET FOUCAULT. — De cette observation découle un procédé imaginé par MM. Fizeau et Foucault (¹) pour observer les interférences produites par une grande différence de marche. Plaçons au point considéré une fente étroite et recevons sur un prisme la lumière qu'elle laisse passer. Nous produirons un spectre virtuel que nous observerons avec une lunette. Il est clair qu'il contiendra toutes les couleurs qui donnaient une frange brillante et qu'on n'y verra point celles qui déterminaient une frange obscure sur le lieu où est placée la fente, c'est-à-dire pour lesquelles on a

$$2\frac{d-d'}{\lambda} = 2n + 1.$$

Pour faire l'expérience, MM. Fizeau et Foucault placent d'abord la fente sur la frange centrale donnée par les deux miroirs : le prisme montre alors un spectre complet. Puis ils font mouvoir parallèlement à lui-même, et au moyen du micromètre CBA (*fig.* 86), le miroir NO. Les franges se déplacent en même temps, et chacune d'elles vient successive-

(¹) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3ᵉ série, t. XXVI, p. 138; 1849.

ment occuper le milieu de la fente. Aussitôt que la première frange obscure y pénètre, on voit une bande obscure envahir le violet du spectre et marcher vers le rouge, puis la seconde lui succède, qui fait le même trajet; mais bientôt deux franges se voient à la fois dans la série des couleurs ; ensuite il y en a trois; leur nombre augmente peu à peu; elles finissent par être très rapprochées et très serrées, mais on les sépare de plus en plus en multipliant le nombre des prismes.

Supposons que deux franges obscures se voient en deux points déterminés du spectre, sur deux raies connues dont les longueurs d'onde soient λ et λ'. Cela veut dire que les quotients de $d - d'$ par $\frac{\lambda}{2}$ et par $\frac{\lambda'}{2}$ sont des nombres entiers et impairs, mais qui sont inconnus; posons

$$\frac{2(d-d')}{\lambda} = n, \qquad \frac{2(d-d')}{\lambda'} = n',$$

d'où

$$n\lambda = n'\lambda';$$

entre ces deux raies il y a N bandes obscures qu'on peut compter : c'est la différence entre n' et n,

$$N = n' - n = \frac{n\lambda}{\lambda'} - n = n\frac{\lambda - \lambda'}{\lambda'};$$

d'où

$$n = N\frac{\lambda'}{\lambda - \lambda'}, \qquad n' = N\frac{\lambda}{\lambda - \lambda'}.$$

Connaissant n et n', on pourra calculer $d - d'$.

Cette méthode a permis de voir des franges après une différence de marche égale à 40 000 longueurs d'onde du violet.

Deuxième méthode. — Une autre méthode, qui vient plus naturellement à l'esprit, consiste à annuler la dispersion en employant une source de lumière simple.

Brewster a remarqué que la lampe alimentée par l'alcool salé émet une lumière jaune sensiblement homogène. Depuis lors on a reconnu qu'elle donne un spectre composé de deux

bandes voisines étroites qui ne diffèrent que d'un angle de 16″ à travers un prisme de flint de 60°. A la rigueur, c'est une source composée de deux lumières distinctes, mais de réfrangibilités si voisines, qu'elles sont presque confondues.

Elle avait été utilisée déjà par de la Provostaye et Desains dans l'étude qu'ils ont faite des anneaux colorés. M. Fizeau (¹) en a perfectionné l'usage. Ayant placé un plan de verre horizontalement, il en approcha parallèlement une lentille qui était portée par une vis micrométrique; en éclairant le tout avec la lampe d'alcool salé, il vit une nombreuse succession d'anneaux. Quand il soulevait la lentille, ils se rapprochaient du centre, où ils venaient successivement disparaître; mais il en naissait aussitôt d'autres sur les bords, qui prenaient la place de ceux qui avaient disparu.

Après en avoir compté cinq cents, et en continuant d'écarter la lentille, il les vit devenir moins nets, disparaître en totalité, puis se reproduire et reprendre leur première netteté vers le nombre 1000. Cela n'est point difficile à expliquer. Chacune des deux lumières jaunes du faisceau éclairant développe son système d'anneaux. Ils sont confondus pour une petite différence de marche; quand elle augmente, ils se séparent, et il arrive un moment où les anneaux obscurs de l'une des lumières coïncident avec les brillants de l'autre. Dans ce cas, les alternatives de lumière et d'obscurité sont effacées. Mais, si à partir de cet instant la différence de marche continue de croître et devient double, la concordance des franges se rétablit et ramène leur netteté primitive. M. Fizeau compta jusqu'à cinq alternatives successives et rendit visibles des différences de 50000 ondulations, ce qui répond à une épaisseur d'air supérieure à $0^m,015$.

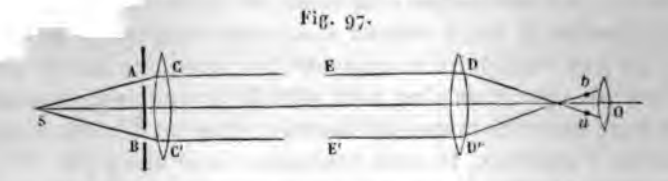
APPLICATIONS. — MESURE DES DIFFÉRENCES DE MARCHE.

RÉFRACTOMÈTRES INTERFÉRENTIELS. — Après avoir disposé des franges d'interférence au moyen d'un biprisme, plaçons contre un des prismes, en CO (*fig.* 89), une lame très mince de mica.

(¹) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 4ᵉ série, t. VIII, p. 335; 1866.

ère marche moins vite dans le mica que dans
CBO est retardé, et il y aura un point M au-
émanant de A et de B arriveront après des
e sera le centre des franges, et tout le système
rté vers le côté où la lame mince est placée.
l'épaisseur de cette lame seront grands, plus
sera considérable, et, si l'on connaît l'épais-
ement, on pourra calculer l'indice. Cette ex-
tée d'abord par Fresnel et Arago, a été l'origine
pareils nommés *réfracteurs* ou *réfractomè-*
entiels. Ils servent à constater et à mesurer la
de marche de deux rayons interférents.
Arago (¹) éclairaient par une fente étroite S
es voisines A et B (*fig.* 97); une lentille CC'

Fig. 97.



réunit les deux faisceaux de lumière parallèles à l'axe, et on la reçoit sur une lunette composée d'un objectif DD', qui donne deux images a et b, et d'une loupe O, qui, faisant converger sur la rétine les rayons partis de a et de b, développe les franges. Dans l'espace laissé libre entre CC' et DD', on peut mettre soit des tubes contenant des gaz, soit des lames de divers indices.

L'inconvénient de cet appareil est de ne point permettre un grand écartement des rayons. M. Fizeau (²) y a remédié en interposant : 1° deux lames M et N à travers lesquelles ces rayons se séparent (*fig.* 98); 2° deux autres lames M', N' égales en épaisseur aux premières, inclinées du même angle qu'elles, mais en sens inverse, et ramenant les rayons dans les direc-

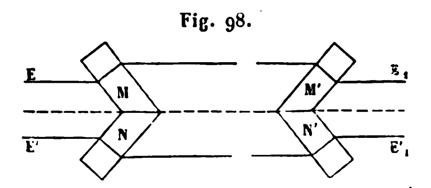
---

(¹) *Voir* dans les *OEuvres de Fresnel*, t. I, p. 125, 691, et divers Mémoires d'Arago (*OEuvres*, t. X, p. 298 et 312).

(²) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XXXIII, p. 349; 1851.

tions E_1, E'_1, c'est-à-dire dans les mêmes conditions où ils étaient précédemment.

Fig. 98.



Billet (¹) reçoit la lumière partant d'une fente étroite sur les deux moitiés d'une lentille coupée en deux (*fig.* 99). On peut les écarter ou les rapprocher à volonté en faisant mouvoir la première par le micromètre M, et on rend leurs bords parallèles en faisant tourner la seconde autour d'un axe L par une vis K. Le point lumineux L (*fig.* 100) donne deux images B et A, toutes deux situées sur l'axe optique, qui a été séparé en deux lignes LD', LD, et les rayons qui continuent leur chemin se superposent sur l'écran en EH. L'écartement de ces images est très considérable, et l'on peut

Fig. 99.

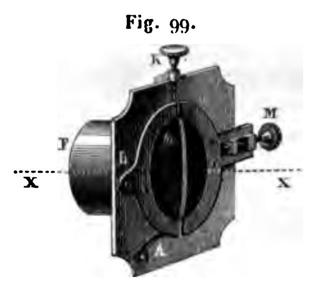
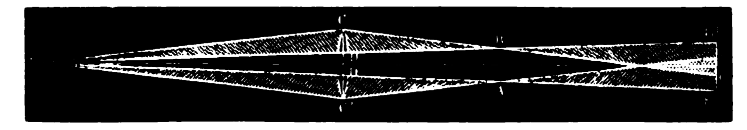


Fig. 100.



aisément faire passer les deux groupes de rayons interférents à travers deux lames dont on veut connaître l'effet.

Appareil de Jamin (²). — Cet instrument, représenté *fig.* 101, se compose de deux glaces épaisses et parallèles portées sur une coulisse ou sur le banc d'optique de manière à pouvoir

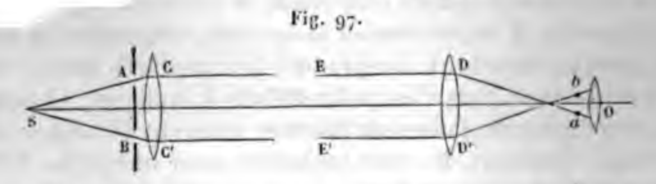
(¹) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3ᵉ série, t. LXIV, p. 385; 1862.

(²) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3ᵉ série, t. LII, p. 163; 1858.

umière marche moins vite dans le mica que dans ceau CBO est retardé, et il y aura un point M au-yons émanant de A et de B arriveront après des x : ce sera le centre des franges, et tout le système isporté vers le côté où la lame mince est placée. : et l'épaisseur de cette lame seront grands, plus ent sera considérable, et, si l'on connaît l'épais-éplacement, on pourra calculer l'indice. Cette ex-écutée d'abord par Fresnel et Arago, a été l'origine d'appareils nommés *réfracteurs* ou *réfractomè-*...*rentiels*. Ils servent à constater et à mesurer la ice de marche de deux rayons interférents.

el et Arago ([1]) éclairaient par une fente étroite S es voisines A et B (*fig.* 97); une lentille CC'

Fig. 97.



réunit les deux faisceaux de lumière parallèles à l'axe, et on la reçoit sur une lunette composée d'un objectif DD', qui donne deux images a et b, et d'une loupe O, qui, faisant converger sur la rétine les rayons partis de a et de b, développe les franges. Dans l'espace laissé libre entre CC' et DD', on peut mettre soit des tubes contenant des gaz, soit des lames de divers indices.

L'inconvénient de cet appareil est de ne point permettre un grand écartement des rayons. M. Fizeau ([2]) y a remédié en interposant : 1° deux lames M et N à travers lesquelles ces rayons se séparent (*fig.* 98); 2° deux autres lames M', N' égales en épaisseur aux premières, inclinées du même angle qu'elles, mais en sens inverse, et ramenant les rayons dans les direc-

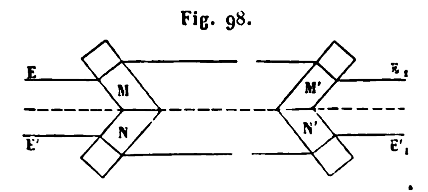
---

([1]) *Voir* dans les *OEuvres de Fresnel*, t. I, p. 125, 691, et divers Mémoires d'Arago (*OEuvres*, t. X, p. 298 et 312).

([2]) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XXXIII, p. 349; 1851.

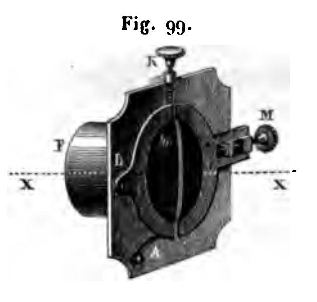
tions E_1, E'_1, c'est-à-dire dans les mêmes conditions où ils étaient précédemment.

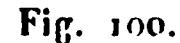
Fig. 98.

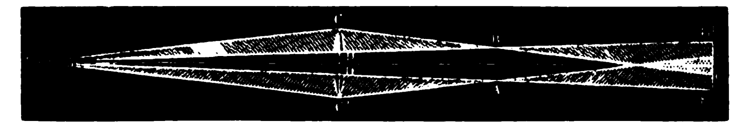


Billet ([1]) reçoit la lumière partant d'une fente étroite sur les deux moitiés d'une lentille coupée en deux (*fig.* 99). On peut les écarter ou les rapprocher à volonté en faisant mouvoir la première par le micromètre M, et on rend leurs bords parallèles en faisant tourner la seconde autour d'un axe L par une vis K. Le point lumineux L (*fig.* 100) donne deux images B et A, toutes deux situées sur l'axe optique, qui a été séparé en deux lignes LD', LD, et les rayons qui continuent leur chemin se superposent sur l'écran en EH. L'écartement de ces images est très considérable, et l'on peut

Fig. 99.




Fig. 100.



aisément faire passer les deux groupes de rayons interférents à travers deux lames dont on veut connaître l'effet.

Appareil de Jamin ([2]). — Cet instrument, représenté *fig.* 101, se compose de deux glaces épaisses et parallèles portées sur une coulisse ou sur le banc d'optique de manière à pouvoir

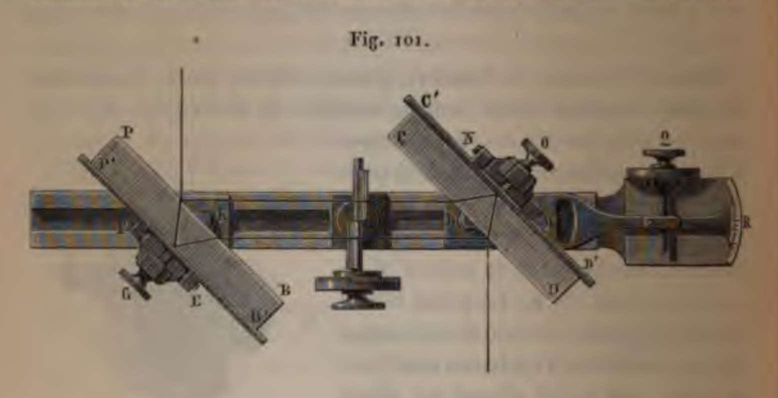
---

([1]) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3ᵉ série, t. LXIV, p. 385; 1862.

([2]) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3ᵉ série, t. LII, p. 163; 1858.

s'écarter ou se rapprocher à volonté. La première PB, inclinée à 45°, est fixe, elle reçoit la lumière qui vient soit du ciel, soit d'une source large; elle la renvoie sur la seconde CD. Celle-ci peut d'abord tourner autour d'un axe horizontal MN par le jeu d'une vis O qui sert à placer la surface verticalement. Tout le support se meut ensuite autour d'un axe vertical L. Une alidade R mesure son déplacement sur un arc de cercle. Par

Fig. 101.



ce second mouvement on rend les glaces parallèles et on voit à l'œil nu les franges apparaître dans le champ de vision; en touchant à la vis O, on ne les déplace point, mais on les resserre ou on les élargit à volonté. Au contraire, les déplacements de l'alidade par le micromètre Q transportent les franges vers le haut ou vers le bas dans le champ de vision. Il en sera de même de toute cause qui changera la vitesse de l'un des deux rayons interférents.

Ces deux rayons sont écartés proportionnellement à l'épaisseur des glaces. On peut placer deux tubes dans le trajet de chacun d'eux, et le mouvement des franges accuse aussitôt les différences de vitesse de la lumière. L'appareil peut donc être employé comme tous les autres réfracteurs; mais il offre un avantage spécial que nous allons faire connaître. Lorsqu'on place un obstacle vertical en M entre les deux glaces (*fig.* 81), il intercepte le rayon qui était réfléchi en a à la première surface de la première lame et en b' à la deuxième surface de la seconde glace. L'œil placé en O voit l'objet M suivant OM";

M intercepte encore le rayon AA′A″B″O et il est vu suivant OM′. Ces deux images M′ et M″ paraissent comme deux ombres pâles et ne contiennent point de franges, puisque dans leurs directions il n'y a qu'un seul des rayons interférents; mais entre elles et en dehors d'elles les franges se montrent et les coupent à angle droit.

Admettons que l'on ait échauffé l'obstacle M; la vitesse de la lumière sera augmentée en rasant sa surface; alors le rayon *ab* ira plus vite que *a″b″*, les franges seront déplacées et elles auront baissé dans le voisinage de l'ombre M″. Mais, d'autre part, AB ira plus lentement que A″B″ et les franges auront monté autour de M′. Leur aspect sera celui que donne la *fig.* 10, *Pl. VII.*

Tous les changements de densité qui se produiront au voisinage de M se traduiront par cette déformation caractéristique des franges, et réciproquement, lorsque cette déformation se voit, on en conclut ces changements de densité. C'est ainsi que l'on peut rendre sensible toute action chimique au contact d'un solide et d'un liquide et que l'on voit une solution magnétique se concentrer au pôle d'un aimant.

Quand un cristal se nourrit dans sa propre solution, il attire le sel, et les franges se courbent à sa surface (*fig.* 10); mais bientôt l'aspect change et devient inverse, parce que la solution s'appauvrit au contact du cristal ou parce que, en se solidifiant, elle dégage de la chaleur.

COMPENSATEURS. — Dans tous ces appareils, il ne suffit pas d'avoir constaté le déplacement des franges, il faut encore le mesurer, ce qui exige un instrument nommé *compensateur*. Le premier, qui a été imaginé par Fresnel (*fig.* 102), se compose de quatre lames à faces parallèles et d'égale épaisseur. Les deux premières, AB, A′B′, également inclinées sur l'un des rayons interférents LL′, le retardent dans sa marche sans changer sa direction; elles se meuvent au moyen d'un parallélogramme articulé mobile par un micromètre K′. Les deux autres, CD, C′D′, qui sont disposées de la même manière, retardent l'autre rayon MM′. Supposons que deux tubes remplis de gaz différents ou d'un même gaz à diverses pressions

échissent à la deuxième surface B et ensuite à la
: forment une première image K à une distance
: et une seconde derrière C à une distance $d+2e-e$
est confondue avec L.

ns que les glaces soient verticales et que le plan
ABCD soit d'abord horizontal (*fig.* 96), puis qu'on
ıer la deuxième glace CD d'un angle α autour de
e C; les deux images confondues en L se sépare-
et L_2. On aura

$$FL_1 = FA = e + d\cos\alpha,$$
$$HL_2 = GL_2 - e = GK - e = (d+2e)\cos\alpha - e.$$

En menant L_2P parallèle à la deuxième glace,

$$L_2P = GE = 2e\sin\alpha,$$
$$L_1P = FL_1 - HL_2 = 2e(1-\cos\alpha) = 4e\sin^2\frac{\alpha}{2},$$
$$\text{tang}\, PL_2L_1 = \frac{PL_1}{PL_2} = \text{tang}\,\frac{\alpha}{2}.$$

Or, comme l'angle α sera toujours très petit, on peut dire que, si l'on fait tourner la deuxième glace autour d'une ligne horizontale, les images L_1 et L_2 d'un même point A se sépareront, mais resteront sur une ligne verticale. Par conséquent, on aura des franges horizontales d'autant plus serrées que les glaces seront plus inclinées et qui s'étaleront jusqu'à l'infini quand les lames arriveront au parallélisme. L'expérience réalise ces conditions; seulement, comme le travail des lames est imparfait, les franges se déforment aussitôt qu'on les élargit au delà d'une certaine limite.

Lorsque les franges seront visibles et horizontales, il suffira de faire tourner une des glaces autour d'un axe vertical pour déplacer les bandes parallèlement à elles-mêmes. On les verra s'élever ou s'abaisser suivant que le mouvement de la glace se fera dans un sens ou dans l'autre. La théorie de ce déplacement se trouve aisément en considérant la situation que prennent les deux images de A. Nous ferons connaître bientôt la disposition des appareils.

INTERFÉRENCES AVEC DE GRANDES DIFFÉRENCES DE MARCHE. — Quelque procédé qu'on emploie pour produire des interférences, on ne voit jamais qu'un petit nombre de bandes. En effet, il y aura, en un point donné de l'écran, une frange obscure ou brillante si le quotient de la différence de marche $d - d'$ des rayons interférents par la demi-longueur d'onde $\frac{\lambda}{2}$ est un nombre entier impair ou pair. Or, si $d - d'$ est grand, le quotient $\frac{2(d-d')}{\lambda}$ est un nombre entier pair pour un grand nombre de valeurs différentes de λ, et il y a, au point considéré, autant de franges brillantes superposées qui reproduisent une teinte sensiblement blanche, mais dans laquelle manquent toutes les couleurs pour lesquelles le quotient est impair, et qui donnent des franges obscures au point examiné.

PREMIÈRE MÉTHODE. MM. FIZEAU ET FOUCAULT. — De cette observation découle un procédé imaginé par MM. Fizeau et Foucault (1) pour observer les interférences produites par une grande différence de marche. Plaçons au point considéré une fente étroite et recevons sur un prisme la lumière qu'elle laisse passer. Nous produirons un spectre virtuel que nous observerons avec une lunette. Il est clair qu'il contiendra toutes les couleurs qui donnaient une frange brillante et qu'on n'y verra point celles qui déterminaient une frange obscure sur le lieu où est placée la fente, c'est-à-dire pour lesquelles on a

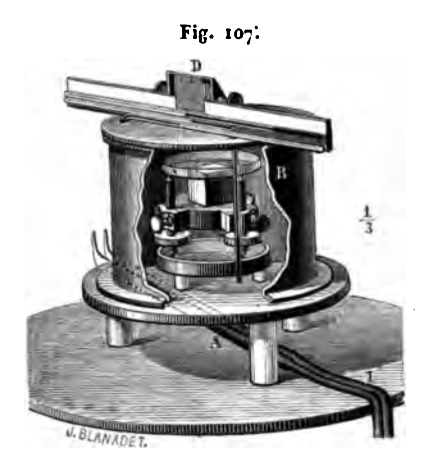
$$2\,\frac{d-d'}{\lambda} = 2n + 1.$$

Pour faire l'expérience, MM. Fizeau et Foucault placent d'abord la fente sur la frange centrale donnée par les deux miroirs : le prisme montre alors un spectre complet. Puis ils font mouvoir parallèlement à lui-même, et au moyen du micromètre CBA (*fig.* 86), le miroir NO. Les franges se déplacent en même temps, et chacune d'elles vient successive-

(1) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. XXVI, p. 138; 1849.

foyer conjugué, une lunette permet d'effectuer les pointés à $\frac{1}{100}$ près de l'intervalle de deux anneaux consécutifs, au moyen des points de repère gravés sur le plan de verre.

Fig. 107.



Toutes les épaisseurs sont relevées au sphéromètre. Les températures de l'étuve, maintenues constantes par un régulateur à gaz, sont évaluées avec le plus grand soin à l'aide de thermomètres à mercure. On admet, pour la longueur d'onde de la lumière de la soude, le nombre $\lambda = 0^{mm},0005888$.

CHAPITRE III.

DIFFRACTION.

ens. — Principe des ondes enveloppes. — Combinaison Huygens avec le principe des interférences. — Propa- d'une onde rectiligne. — Propagation d'une onde plane. — Propagation rectiligne de la lumière. — Justification du principe des ondes enveloppes. — Tautochronisme des foyers par réflexion ou par réfraction.

Diffraction. — Diffraction de la lumière parallèle. — Réseaux : 1° Cas d'une fente unique; 2° Cas de deux fentes parallèles; expérience d'Young; 3° Réseaux. — Mode d'observation. — Spectre normal. — Mesure des longueurs d'onde. — Réseaux par réflexion. — Réseaux courbes. — Diffraction dans les instruments d'Optique.

Diffraction des ondes sphériques. — Intégrales de Fresnel. — Cas d'une onde illimitée dans le sens des y. — Écran indéfini. — Étroite ouverture. — Écran linéaire. — Ouverture et écran circulaires.

Interférences et diffraction des rayons infra-rouges et ultra-violets.

PRINCIPE D'HUYGENS.

PRINCIPE DES ONDES ENVELOPPES. — Le principe d'Huygens consiste à admettre que le mouvement de l'éther en tout point P d'une onde lumineuse occupant actuellement la position B est la résultante des vibrations qu'y enverraient, en agissant isolément, toutes les parties de la même onde, considérée dans l'une quelconque de ses positions antérieures A. Chacun des points de A est donc considéré comme un centre d'ébranlement, et les vibrations qui en émanent au temps o arrivent synchrones, au temps t, sur une sphère décrite de ce point avec un rayon égal à Vt. L'onde B est l'enveloppe de toutes les sphères décrites, de chaque point de l'onde A, avec Vt pour rayon. Huygens admettait, sans démonstration suffisante, qu'il n'y avait pas de mouvement sensible en d'au-

tres points que ceux de l'onde enveloppe, et il en déduisait la propagation rectiligne de la lumière.

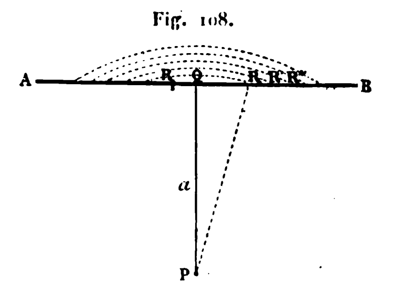
COMBINAISON DU PRINCIPE D'HUYGENS AVEC LE PRINCIPE DES INTERFÉRENCES. — Fresnel [1] a justifié, en la précisant, la conception d'Huygens. Chaque point de l'onde A doit être assimilé, non à un véritable point lumineux rayonnant dans tous les sens avec une égale intensité, mais à un point qui envoie dans chaque direction des vibrations dont l'intensité, maximum dans la direction normale à l'onde, décroît avec l'obliquité, suivant une loi inconnue, pour devenir nulle dans la direction tangentielle et dans toute direction rétrograde.

Ne pouvant traiter le problème des ondes enveloppes dans toute son étendue, nous nous bornerons à en étudier les cas les plus usuels.

PROPAGATION D'UNE ONDE RECTILIGNE. — Soient AB (*fig.* 108) une onde rectiligne sans épaisseur, P un point situé dans le plan de propagation, Q le pied de la perpendiculaire abaissée de P sur AB et posons $PQ = a$. Du point P comme centre, avec des rayons égaux respectivement à

$$a,\ a + \frac{\lambda}{2},\ a + 2\frac{\lambda}{2},\ \ldots,$$

Fig. 108.



décrivons des arcs de cercle : ils découpent sur la droite AB les segments $QR = m$, $RR' = m'$, ..., dont nous nous proposons d'abord d'évaluer les longueurs. Le triangle rectangle PRQ donne

$$\left(a + \frac{\lambda}{2}\right)^2 = a^2 + m^2$$

[1] *Supplément au deuxième Mémoire sur la diffraction* et *Mémoire sur la diffraction*, couronné par l'Académie des Sciences.

et, en remarquant que λ est négligeable par rapport à a,

$$m = \sqrt{\lambda a};$$

on trouve de même

$$m' = QR' - QR = (\sqrt{2} - \sqrt{1})\sqrt{\lambda a},$$
$$m'' = (\sqrt{3} - \sqrt{2})\sqrt{\lambda a},$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

Les longueurs des segments élémentaires sont entre elles comme les différences des racines carrées des entiers successifs; elles décroissent donc à mesure que les segments sont plus éloignés du point Q, et il en est de même de la différence de longueur de deux segments consécutifs.

La vitesse vibratoire en P est la résultante des vitesses envoyées par chacun des arcs élémentaires, et, comme celles-ci sont sensiblement parallèles, elle est égale à leur somme algébrique. Or chacun des arcs envoie des vitesses de signes contraires, qui, en ne tenant pas compte de l'obliquité croissante d'émission, seraient proportionnelles aux segments m, m', m'', ... d'où elles émanent; leur ensemble forme donc une série à termes alternativement positifs et négatifs, et décroissants :

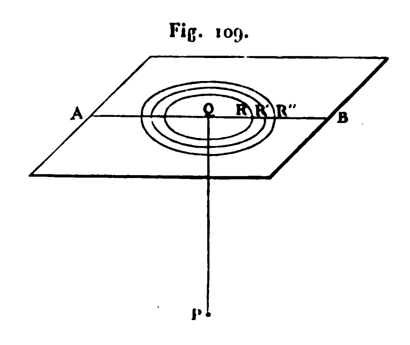
$$m - m' + m'' - \ldots.$$

Cette série est convergente, et sa valeur est inférieure à m. *A fortiori*, cette conclusion subsiste si l'on remarque que, par suite de l'obliquité d'émission, les vitesses vibratoires émises décroissent plus vite que les arcs eux-mêmes. L'effet de l'onde rectiligne complète peut donc être réduit à celui d'un segment très court de part et d'autre du pôle Q.

PROPAGATION D'UNE ONDE PLANE. — Soient une onde plane AB (*fig.* 109) et un point P à la distance a. Décrivons de P comme centre, avec les rayons a, $a + \frac{\lambda}{2}$, ..., des sphères qui découpent sur le plan AB des zones élémentaires QR, RR', ... Nous nous proposons de déterminer la surface de ces zones,

leurs rayons étant, d'après le paragraphe précédent, $\sqrt{\lambda a}$, $\sqrt{2\lambda a}$, ...; les surfaces comptées à partir du point Q sont $\pi\lambda a$, $2\pi\lambda a$, ..., et les surfaces des anneaux élémentaires, différences de deux zones consécutives, sont toutes égales à $\pi\lambda a$.

Fig. 109.



Chacune de ces zones envoie en P des vitesses alternativement de signes contraires et qui seraient de même grandeur absolue, si l'on ne tenait pas compte de l'obliquité croissante d'émission; mais nous savons que, par l'effet de cette obliquité, les vitesses émises diminuent; par suite, elles forment une série à termes alternativement positifs et négatifs, et décroissants. La somme de la série est toujours inférieure au premier terme, et l'effet de l'onde plane peut être réduit à une portion de surface très petite entourant le point Q.

Le même théorème peut être étendu aux ondes sphériques émanées d'un point A, et, plus généralement, à toute espèce d'ondes engendrées par la réflexion ou la réfraction.

PROPAGATION RECTILIGNE DE LA LUMIÈRE. — La propagation rectiligne de la lumière est une conséquence immédiate de cette proposition; car, si l'on masque au moyen d'un écran AB (*fig.* 109) la totalité d'une onde, à l'exception d'un assez grand nombre de zones élémentaires autour du pôle Q correspondant à un point P, la série qui exprime la vitesse reçue sera très proche de sa limite, et l'éclairement de P sera le même que s'il recevait l'onde entière. D'autre part, tout point placé en dehors de PQ à une distance suffisante ne recevra de vitesse que de portions de zones très écartées du pôle correspondant; leur somme sera très approximativement nulle. Ce point sera dans l'ombre.

Ces propositions perdent toute valeur si la portion d'onde laissée libre par l'écran AB est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde de la vibration. Les phénomènes particuliers

focal conjugué où se forme l'image définitive. Pour les mêmes raisons, l'œil lui-même n'introduit aucune modification dans la nature des phénomènes observés.

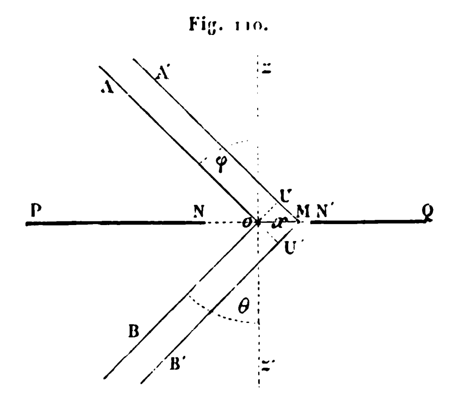
DIFFRACTION.

Les phénomènes de diffraction se produisent chaque fois que la libre propagation de la lumière se trouve empêchée par des écrans, de façon que l'on ait à considérer l'effet d'ondes incomplètes, limitées par les bords de ces écrans ou par les ouvertures dont ils sont percés. Les méthodes d'observation et de calcul diffèrent suivant que l'on considère des ondes planes ou sphériques. De là deux cas principaux de la diffraction, que nous étudierons successivement : 1° diffraction des rayons parallèles; 2° diffraction des ondes sphériques.

DIFFRACTION DE LA LUMIÈRE PARALLÈLE. — RÉSEAUX (1).

Considérons un système d'ondes planes qui se propagent suivant une direction AO (*fig.* 110). Elles rencontrent un écran

Fig. 110.



PQ, percé d'ouvertures de forme quelconque, et sont reçues par un œil infiniment presbyte placé à l'infini dans la direc-

(1) Les travaux classiques les plus importants relatifs à la diffraction de la lumière parallèle sont ceux de Schwerd (*Die Beugunserscheinungen*, Mannheim, 1835).

tion OB. Les rayons reçus par cet œil sont parallèles, et la vitesse résultante s'obtient en ajoutant algébriquement les vitesses vibratoires apportées par chacun des rayons.

Puisqu'un instrument d'Optique n'introduit aucune différence de marche sur les rayons qui, primitivement issus d'un même point, viennent concourir en un foyer unique, on pourra mettre l'œil, supposé infiniment presbyte, à une distance finie, pourvu qu'on le place derrière une loupe dont le foyer sera en O, ou, plus généralement, qu'on l'arme d'une lunette pointée dans le plan PQ et réglée pour une vue infiniment presbyte.

Soient φ et θ les angles des directions AO et OB avec la normale au plan PQ de diffraction; $\frac{\alpha}{V}$, la phase que possède au temps t la vibration incidente, dont nous prendrons l'amplitude égale à 1; la vitesse vibratoire v au point O du plan pris pour origine, et par conséquent en tous les points du plan OU, normal à la direction de propagation, est

$$v = \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\alpha}{\lambda}\right);$$

les rayons diffractés OB, U′B′ possèdent sur un même plan OU′, normal à leur direction de propagation, une différence de marche UM + UM′, ou, en désignant par x l'abscisse OM, de $x(\sin\varphi + \sin\theta)$.

Cela posé, un faisceau diffracté infiniment mince, ayant pour centre le point M, enverra dans l'œil de l'observateur une vitesse vibratoire proportionnelle à la longueur dx qu'il intercepte sur PQ. En faisant abstraction du facteur inconnu qui dépend de l'obliquité (1), cette vitesse sera

$$dx \sin 2\pi\left[\frac{t}{T} - \frac{\alpha}{\lambda} - \frac{x(\sin\varphi + \sin\theta)}{\lambda}\right];$$

(1) On n'observe les phénomènes de diffraction que sous des obliquités assez faibles pour que ce facteur puisse être considéré comme très sensiblement égal à 1.

l'œil recevra une vitesse résultante

$$(1)\qquad \int dx \sin 2\pi \left[\frac{t}{T} - \frac{\alpha}{\lambda} - \frac{x(\sin\varphi + \sin\theta)}{\lambda}\right].$$

Nous nous proposons de calculer l'intensité correspondante dans quelques cas intéressants.

I. *Diffraction par une fente unique.* — Nous supposons l'écran percé d'une fente unique de largeur a, dans le sens OM, et de longeur indéfinie. Chacune des ondes rectilignes, d'épaisseur dx, parallèle au bord de la fente, envoie une vitesse vibratoire proportionnelle à dx, et l'intégrale (1) représente, à un coefficient constant près, la vitesse résultante; cette intégrale doit être prise entre les limites $-\frac{a}{2}$ et $+\frac{a}{2}$. Si l'on suppose les ondes incidentes OU parallèles à l'écran, ou $\varphi = 0$, sa valeur est

$$(2)\qquad \frac{\lambda}{\pi \sin\theta} \sin\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda} \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\alpha}{\lambda}\right).$$

La vibration reçue possède la même phase $\frac{\alpha}{V}$ que la vibration incidente; mais son intensité, proportionnelle à

$$(3)\qquad a^2 \frac{\sin^2 \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}}{\left(\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}\right)^2},$$

est fonction de l'angle θ de diffraction et présente, quand on fait varier cet angle, une série de maxima et de minima correspondant aux valeurs de θ qui annulent la dérivée de l'expression (3).

Posons $\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda} = u$, et prenons les deux premières dérivées de l'expression (3). Nous reconnaissons que les minima de l'intensité correspondent à $\sin u = 0$ et possèdent une valeur nulle. Les maxima sont donnés par l'équation $u - \tang u = 0$.

1° *Minima.* — On a

$$\sin u = \sin \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} = 0,$$

d'où

$$\sin \theta = \frac{2n}{a} \frac{\lambda}{2},$$

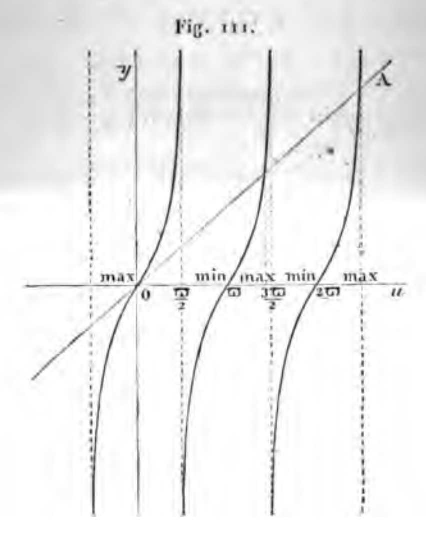
n étant un entier quelconque autre que o ([1]).

2° *Maxima.* — Pour résoudre graphiquement l'équation $u - \tang u = 0$, on détermine l'intersection des deux lignes

$$y = u, \qquad y = \tang u.$$

La première est une droite inclinée à 45° sur l'axe des u (*fig.* 111); la seconde présente une infinité de branches égales,

Fig. 111.



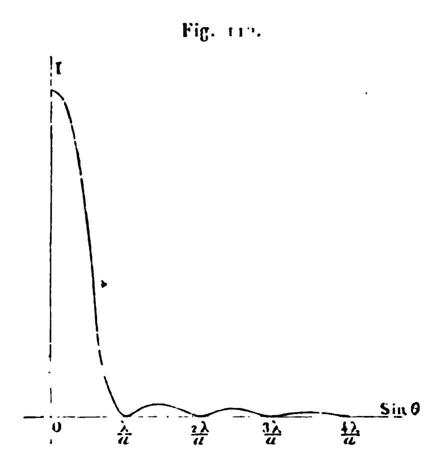
dont l'amplitude est égale à π. Les minima correspondent aux valeurs nulles de u et par conséquent de $\tang u$; les maxima

([1]) La valeur $n = 0$ donne à l'expression de l'intensité la forme illusoire $\frac{0}{0}$; mais on reconnaît facilement que l'expression est maximum et égale à a^2.

se rapprochent de plus en plus d'être équidistants de deux minima consécutifs, à mesure que l'on attribue à n des valeurs plus élevées.

Quant aux intensités relatives des maxima successifs, on les obtiendra en attribuant à θ, dans la formule (3), les valeurs correspondant aux racines de l'équation $u = \tang u$, déterminées par la construction précédente. On trouve qu'en représentant par 1 l'intensité du premier maximum la valeur du second est voisine de $\frac{1}{20}$, celles du troisième et du quatrième respectivement de $\frac{1}{50}$ et de $\frac{1}{110}$, etc. La courbe ci-jointe (*fig.* 112)

Fig. 112.



représente à peu près les variations de l'intensité. On voit que le nombre des franges observables, même dans la lumière monochromatique, sera très petit, et que leur intensité ira en décroissant d'une manière très rapide.

Si l'on substitue la lumière blanche à la lumière monochromatique, le violet sera la première couleur qui s'éteindra quand on fera croître λ; par suite, les franges seront colorées, et chaque spectre élémentaire fourni par les maxima successifs présentera le rouge en dehors et le violet en dedans. Contrairement à ce que l'on observe dans les spectres de dispersion, c'est le violet qui est la couleur la moins déviée.

II. *Diffraction par deux fentes égales et parallèles.* —

cependant des franges très nettes dans deux cas remarquables que nous allons étudier.

Premier cas. — Les fentes parallèles, *toutes de même largeur*, sont distribuées en nombre extrêmement grand, mais absolument au hasard. Le facteur $\dfrac{\sin\dfrac{\pi a \sin\theta}{\lambda}}{\dfrac{\pi a \sin\theta}{\lambda}}$, caractéristique de la diffraction par une fente unique, reste dans l'expression de la vitesse reçue, et son influence est dominante; car l'interférence de la lumière émise par les diverses fentes ne peut avoir d'effet sensible à cause de l'irrégularité de leur distribution; l'intensité lumineuse des maxima a d'ailleurs augmenté, et les franges sont très brillantes. Ces propositions sont pour ainsi dire intuitives; nous ne les démontrerons pas, mais nous nous attacherons au second cas, dans lequel les fentes sont régulièrement espacées.

Second cas : réseaux proprement dits. — Soient n fentes régulièrement espacées et toutes de même largeur; il faut intégrer l'expression de la vitesse (1) de $-\frac{a}{2}$ à $+\frac{a}{2}$, de $b+\frac{a}{2}$ à $b+\frac{3a}{2}$, de $2b+\frac{3a}{2}$ à $2b+\frac{5a}{2}$, ... On a ainsi à faire la somme de n sinus correspondant à des arcs qui croissent en progression arithmétique, et la vitesse résultante a pour expression

$$(9)\quad a\,\frac{\sin\dfrac{\pi a \sin\theta}{\lambda}}{\dfrac{\pi a \sin\theta}{\lambda}}\;\frac{\sin\dfrac{n\pi(a+b)\sin\theta}{\lambda}}{\sin\dfrac{\pi(a+b)\sin\theta}{\lambda}}\;\sin 2\pi\left[\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}-\frac{n-1}{2\lambda}(a+b)\sin\theta\right]$$

La phase est celle du rayon partant du milieu du réseau. Quant à l'intensité, elle ne dépend que de deux facteurs : l'un, relatif à l'effet d'une fente unique, est déjà connu; l'autre, qui se rapporte à l'interférence des rayons provenant de fentes différentes, doit être étudié séparément.

Posons $\dfrac{\pi(a+b)\sin\theta}{\lambda}=u'$ et prenons la dérivée par rapport

à u' de $\frac{\sin nu'}{\sin u'}$; elle est

$$2\sin nu' \frac{n\cos nu' \sin u' - \cos u' \sin nu'}{\sin^3 u'}.$$

Les maxima ou minima correspondent à

$$\sin u' = 0,$$

valeur rendant la dérivée discontinue, et à

$$\sin nu' = 0, \quad n \tan u' = \tan nu',$$

valeurs qui rendent la dérivée nulle.

1° $\sin u' = 0$, $u' = m\pi$, $\sin nu' = 0$. — Le facteur $\left(\frac{\sin nu'}{\sin u'}\right)^2$ a pour vraie valeur n^2. Les valeurs correspondantes de θ,

(10) $$\sin\theta = \frac{2m\lambda}{2(a+b)},$$

donnent des maxima d'un très grand éclat si le nombre des fentes est considérable. Nous les appellerons *maxima principaux*.

2° $\sin nu' = 0$. — Cette solution donne des minima nuls, mais qui disparaissent quand ils coïncident avec les maxima donnés par la solution précédente. Il y a évidemment $n - 1$ minima de cette espèce entre deux maxima principaux.

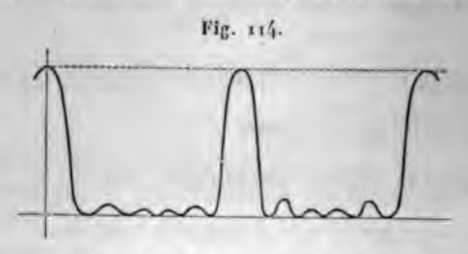
3° $\tan nu' = n \tan u'$ donne des maxima dont le rapport aux maxima principaux est $\frac{1}{1 + (n^2 - 1)\sin^2 u'}$. On peut en faire abstraction au point de vue pratique, sauf le cas où les ouvertures sont en assez petit nombre. On peut alors observer ces franges, qui ont été découvertes par Schwerd.

En résumé, l'influence du facteur $\frac{\sin^2 nu'}{\sin^2 u'}$, représentée par la figure ci-jointe (*fig.* 114), se réduit pratiquement à introduire les maxima principaux.

Pour obtenir l'intensité résultante, il faut faire le produit des ordonnées de cette courbe par celles de la courbe (*fig.* 112)

relative à l'effet d'une fente unique. Les maxima de cette courbe (*fig.* 112), étant très faibles par rapport à ceux de la courbe (*fig.* 114), ne pourront faire apparaître de franges bril-

Fig. 114.



lantes différentes de celles qui sont données par les maxima principaux; mais, là où les minima nuls de la courbe (*fig.* 112) correspondent à un maximum principal, ce maximum disparaît. Cela a lieu quand on a

$$\frac{n}{a} = \frac{m}{a+b}$$

ou

$$m = \frac{a+b}{a}, \quad \frac{2(a+b)}{a}, \quad \cdots.$$

Nous voyons maintenant quelle sera l'apparence présentée par les franges des réseaux. Dans la lumière monochromatique, on observera une série de franges brillantes; dans la lumière blanche, une série de spectres présentant le rouge en dehors et le violet en dedans. Si l'on fait croître progressivement b, on trouvera en général que certains spectres manquent. Si, par exemple, le vide est égal au plein ($a = b$), tous les spectres pairs manqueront; s'il est double du plein ($a = 2b$), le troisième, le sixième spectre, etc., manqueront.

On voit d'ailleurs, à cause de la symétrie de u' par rapport à a et à b, que rien ne sera changé au phénomène, si ce n'est un facteur constant, quand on substituera le vide au plein et *vice versa* (¹).

(¹) **Théorie élémentaire des réseaux.** — Il résulte de ce qui précède que l'influence de la diffraction par chaque fente individuelle, en tant que distincte des interférences de la lumière provenant de fentes différentes, est pratiquement

MODE D'OBSERVATION. — SPECTRE NORMAL. — MESURE DES LONGUEURS D'ONDE. — C'est Fraunhofer qui imagina les réseaux.

---

nulle dans les phénomènes des réseaux. Babinet [*Mémoire sur les propriétés optiques des minéraux* (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. IV, p. 758; 1837)] proposa une explication synthétique, incomplète sans doute, mais qu'il est bon de connaître, et qui ne fait intervenir que le phénomène des interférences entre la lumière émise par les diverses fentes dont le réseau se compose.

Fig. 115.

Considérons d'abord le cas de deux fentes A et B éclairées par des ondes planes qui se propagent suivant OX. Dans une direction donnée XM, la différence de marche $d - d'$ de deux rayons interférents, issus des centres A et B des deux ouvertures, est égale à Ba :

$$Ba = d - d' = 2(a + b)\sin\delta.$$

Elle est égale à un multiple pair de $\frac{\lambda}{2}$ pour les diverses franges brillantes qui se placent des deux côtés de O, et ces franges sont caractérisées par la relation suivante, dans laquelle n exprime leur numero d'ordre :

$$2(a + b)\sin\delta = n\lambda \qquad \text{ou} \qquad \sin\delta = \frac{n\lambda}{2(a + b)}.$$

Ce sont les maxima de second ordre signalés p. 347**.

Supposons maintenant qu'au lieu de deux fentes A et B on en ait un très grand nombre A, B, C, D, E, F, ..., toutes équidistantes et éclairées par la même fonte originelle : elles donneront dans les mêmes directions δ leurs franges brillantes de même ordre. S'il y a N fentes dans 1^{mm}, la distance $2(a + b)$ des milieux de deux d'entre elles sera égale à $\frac{1}{N}$ et l'équation précédente pourra s'écrire

$$\sin\delta = n\lambda N.$$

Si $n = 0$, δ est nul; il y a donc de la lumière dans la direction XO. Si l'on

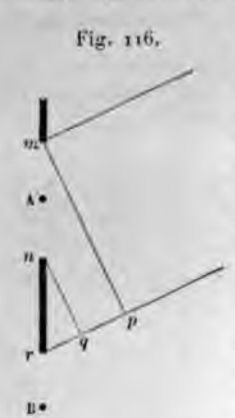
Il tendait des fils très fins, parallèles et très rapprochés, ou bien il traçait au diamant sur une lame de verre, avec une

---

donne ensuite à n les valeurs 1, 2, 3, ..., $\sin\delta$ devient égal à λN, $2\lambda N$, $3\lambda N$, ..., et l'on voit dans ces directions les franges successives correspondant à une même couleur.

Soit, en particulier, $n = 1$; puisque la différence de marche des rayons qui concourent en des points infiniment éloignés, tels que M, est égale à λ, en abaissant des perpendiculaires des points A, B, C, ... sur les lignes BM, Cβ, ..., on interceptera des longueurs Ba, Cb, ... égales à λ; par conséquent, les points A, B, C, D, ... enverront dans cette direction des portions d'ondes planes Ba, Cb, Dc, ... qui différeront entre elles de 0, 1, 2, 3, ... longueurs d'onde, et, comme on peut toujours ajouter ou retrancher au chemin parcouru un multiple quelconque de λ, on peut dire que ces ondes sont concordantes et se réduisent à une onde plane qui a pour enveloppe AA_1. Il en sera de même quand $\sin\delta$ sera égal à $2\lambda N$, $3\lambda N$, ..., c'est-à-dire pour la deuxième, la troisième, etc., frange brillante.

Fig. 116.



Nous avons admis jusqu'à présent que les différences des distances étaient égales à un multiple de λ. Supposons maintenant que l'on considère une direction autre que celle qui est donnée par la formule, et telle que les différences Ba, Cb, ... soient égales à $n\lambda$ augmenté d'une fraction quelconque de λ, si petite qu'elle soit, par exemple $\frac{1}{100}$. Alors une frange M située à l'infini recevra des points A, B, C, ... des lumières qui différeront de chacun au suivant de

$$\frac{1}{100}\lambda, \quad \ldots, \quad \frac{2}{100}\lambda, \quad \ldots, \quad \frac{50}{100}\lambda.$$

Le cinquantième point sera donc en discordance complète avec A. A partir de celui-ci, on en trouvera cinquante autres qui annuleront l'effet des cinquante premiers, et, à partir de cent, naîtront d'autres périodes de cinquante qui se détruiront de même. Il restera à la fin du réseau un certain nombre de points actifs moindre que cinquante, mais dont l'effet sera négligeable; il n'y aura donc de lumière sensible que dans les directions données par la formule.

On peut aussi rendre compte d'une manière élémentaire de l'absence de certains spectres, que nous avons signalée ci-dessus. Supposons que les intervalles opaques soient égaux aux bandes transparentes ou que $mn = nr$ (*fig.* 102). Le spectre du deuxième ordre est fourni par la condition que $rp = 2\lambda$; alors $rq = qp = \lambda$, et l'intervalle mn peut se décomposer en deux éléments, mA, An, qui enverront de la lumière discordante; donc l'intensité du deuxième spectre sera nulle.

En général, si les distances mn et nr sont dans le rapport de deux nombres

e à diviser, des traits parallèles qui étaient sensiblement s et laissaient entre eux des fentes transparentes ([1]). Il i'il y en ait au moins cinquante dans 1^{mm}; mais on n tracer plus de mille. Les franges successives dans ière monochromatique, les spectres dans la lumière e sont d'autant plus écartés que ce nombre est plus

on considère un spectre d'ordre déterminé et les va- le θ correspondant aux diverses couleurs, on voit que us de ces déviations sont, d'après l'équation (10) de la 349**, rigoureusement proportionnels aux longueurs . Les réseaux produisent donc un mode particulier de ion, inverse de celui des prismes, mais indépendant iatière du réseau; le spectre obtenu peut être con- comme le vrai spectre normal.

les spectres successifs fournis par un même réseau, iation de chaque raie, et par suite la dispersion, est it plus grande que n est plus grand, c'est-à-dire que nsidère un spectre d'ordre plus élevé. Toutefois, comme ctres éloignés se superposent partiellement, l'observa- s spectres plus écartés que le deuxième ou le troisième irement être utilisée.

rès l'équation (10), il suffit évidemment de mesurer θ et naître $a+b$ ou, ce qui revient au même, le nombre N es contenues dans 1^{mm} pour déterminer au moyen d'un la longueur d'onde λ correspondant à une certaine cou- On mesure habituellement θ en plaçant derrière le ré- n cercle répétiteur et en fixant avec la lunette la raie veut étudier dans les deux spectres d'ordre m placés à

: et β, le spectre de rang $\alpha+\beta$ manquera, car la distance rp sera $\alpha+\beta$ longueurs d'onde; il y en aura α dans pq, et l'on pourra décom- α en 2α parties qui enverront dans la direction donnée δ des lumières étruiront intégralement, parce que de l'une à la suivante elles dif- de $\frac{\lambda}{2}$.

AUNHOFER, *Neue Modification des Lichtes durch gegenseitige Einwir- d Beugung der Strahlen und Gesetze derselben* (*Schumacher's astrono- Abhandlungen*, t. II; *Gilbert's Annalen*, t. LXXIV, p. 337; *Denkschrifte ichner Akademie*, t. VIII).

droite et à gauche de la normale au réseau : l'angle des deux positions de la lunette est égal à 2θ.

La méthode que nous venons d'indiquer suppose que le plan du réseau est rigoureusement normal à la lumière incidente et, de plus, que la lunette d'observation est assez éloignée du réseau pour que les rayons reçus des diverses ouvertures puissent être considérés comme parallèles. En réalité, voici comment opérait M. Mascart (¹).

Le réseau était installé sur la plate-forme d'un goniomètre de Babinet, et la lumière incidente, rendue parallèle par le collimateur de l'appareil, était reçue sur la lunette. Les rayons diffractés recueillis par l'objectif sont évidemment divergents.

Au lieu de s'astreindre à n'employer que l'incidence normale, M. Mascart faisait tomber la lumière sur le réseau sous un angle φ, qu'il déterminait de manière à rendre minimum la déviation pour une raie déterminée. Les formules générales n'éprouvent dans ce cas d'autre modification, si ce n'est qu'on doit remplacer $\sin\theta$ par $\sin\theta + \sin\varphi$. Un maximum principal quelconque correspond à la relation

$$\sin\varphi + \sin\theta = \frac{2n\lambda}{2(a+b)}; \tag{11}$$

on tire de là

$$\left\{\begin{aligned} \lambda &= \frac{(a+b)}{n}(\sin\varphi + \sin\theta) \\ &= \frac{2(a+b)}{n}\sin\frac{\varphi+\theta}{2}\cos\frac{\varphi-\theta}{2}. \end{aligned}\right. \tag{12}$$

La déviation D est $\varphi + \theta$: elle est évidemment minimum pour $\varphi = \theta$. Alors la lunette est au point en même temps pour toutes les raies d'un même spectre. Il suffira, pour chaque groupe d'observations, d'incliner le réseau autour de la normale jusqu'à rendre minimum la déviation d'une certaine raie et de mesurer l'angle φ. Cette méthode présente la plus étroite parenté avec celle que nous avons employée pour mesurer l'indice de la matière d'un prisme.

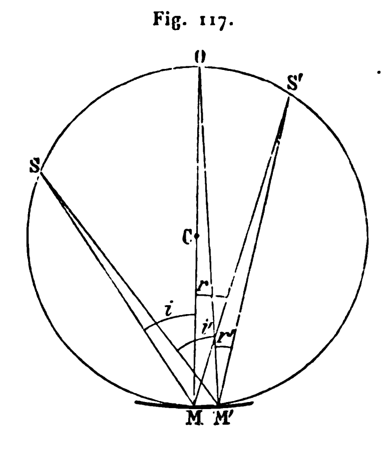
(¹) Mascart, *Recherches sur la détermination des longueurs d'onde* (*Ann. de l'École Normale*, 1re série, t. I).

Les valeurs des longueurs d'onde indiquées précédemment ont été mesurées par ce procédé.

RÉSEAUX PAR RÉFLEXION. — RÉSEAUX COURBES. — Si, au lieu de la lumière transmise par un réseau, on considère la lumière réfléchie, rien n'est changé que le signe de θ, et les résultats de la discussion précédente subsistent entièrement. Les images obtenues seront en particulier très éclatantes si le réseau est tracé sur métal.

M. Rowland (1) a eu l'ingénieuse idée de tracer les traits d'un réseau sur la surface d'un miroir métallique concave. Pour étudier les propriétés d'un tel système, décrivons (*fig.* 117), du foyer C du miroir comme centre, une circonfé-

Fig. 117.



rence sur laquelle nous supposerons placé un point lumineux S. Cherchons la différence de marche des rayons diffractés en tout autre point S' de la circonférence. Soient M et M' les centres de deux traits ou, plus généralement, deux points homologues du réseau que nous pouvons considérer comme infiniment voisins. Posons MM' $= \varepsilon$ et cherchons la différence

(1) MASCART, *Sur les réseaux métalliques de M.-A. Rowland* (*Journal de Physique*, 2e série, t. II, p. 5; 1883).

de marche en S′ des rayons diffractés issus de M et M′. Elle a pour expression

$$\delta = \varepsilon(\sin i - \sin r).$$

Or remarquons que dans l'intervalle MM′ la section du miroir se confond avec le cercle OC aux infiniment petits près du second ordre et, par suite, les angles en S, S′, O sont égaux comme angles inscrits dans la circonférence. Il en résulte que $i = i'$, $r = r'$, $\delta = \delta'$; par suite, la différence de marche entre les rayons diffractés issus de deux points homologues consécutifs du réseau est constante. Si cette différence est égale à $n\lambda$, le point S′ appartient au $n^{\text{ième}}$ spectre.

Ce raisonnement étant applicable à un point S′ quelconque, on voit qu'il se formera des spectres de diffraction réels ayant leurs raies parallèles aux traits du réseau et étalés sur la circonférence OSS′. Sur une faible étendue, on pourra considérer ces spectres comme plans et les recueillir sur un écran. La mise au point se trouvera réalisée d'elle-même, si la source S (une fente parallèle aux traits), le réseau MM′ et l'écran de projection S′ sont portés par trois bras égaux à la moitié du rayon de courbure du miroir et mobiles autour d'un même point C.

M. Rowland a fait construire un certain nombre de ces réseaux courbes fournissant des spectres réels d'un grand éclat: l'un d'eux avait $2^{m},44$ de rayon, 570 traits par millimètre et une surface rayée de 5^{cm} sur $7^{cm},5$.

Il est clair qu'on peut substituer à l'écran S′ une pile thermo-électrique ou un bolomètre. C'est à l'aide de cette disposition et avec des réseaux de M. Rowland que M. Langley a réalisé les belles expériences dont nous avons précédemment fait connaître les résultats ([1]).

DIFFRACTION DANS LES INSTRUMENTS D'OPTIQUE. — L'onde envoyée par un point lumineux placé à l'infini sur l'objectif d'une lunette ou d'un télescope est limitée par l'ouverture de cet objectif et produit conséquemment des phénomènes de

---

([1]) *Voir* ci-dessus, p. 76**.

diffraction, observés pour la première fois par W. Herschel (1).

Le calcul de l'intensité lumineuse correspondante dans le plan focal d'un objectif absolument aplanétique établit qu'il doit se produire une tache centrale brillante, entourée d'anneaux alternativement brillants et obscurs, d'intensité rapidement décroissante (2). Le diamètre de la tache centrale est en raison inverse du diamètre de l'ouverture; par suite, l'image d'une étoile paraîtra d'autant plus petite qu'elle sera donnée par un plus grand objectif. Deux points lumineux voisins ne seront nettement séparés que si les taches centrales n'empiètent pas l'une sur l'autre.

Si l'on observe au moyen d'une lunette un objet lumineux et d'éclat invariable présentant un diamètre apparent fini, on devra distinguer dans l'image : 1° une zone centrale, où l'éclat est uniforme ; 2° une zone de lumière diffractée, d'étendue angulaire variable avec l'ouverture de l'instrument, et sur laquelle M. André a démontré que l'intensité lumineuse va toujours en décroissant du centre vers les bords. Cette zone empiète sur l'image et sur l'ombre géométriques : à la ligne de séparation, en B, l'intensité est réduite à la moitié seulement de ce qu'elle est en A, sur la zone centrale. La figure ci-jointe (*fig.* 118), empruntée au Mémoire de M. André, donnera une idée du phénomène.

L'image d'un objet brillant sur un fond noir sera donc étalée, soit par l'œil, soit par une lunette de faible ouverture : c'est en cela que consiste le phénomène de l'*irradiation*. Cette extension apparente sera de moins en moins sensible à mesure

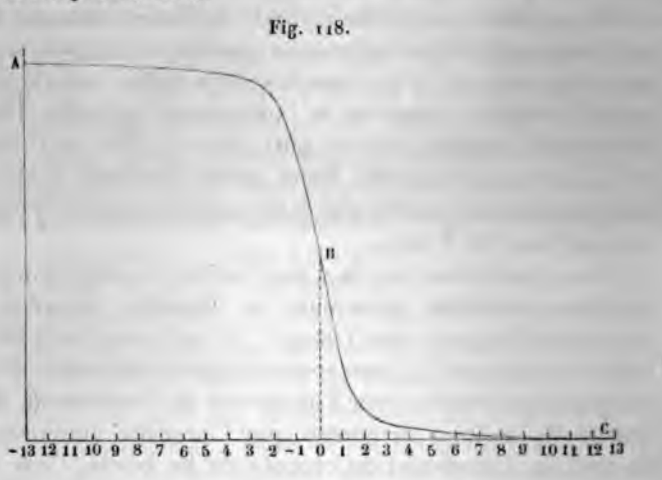
(1) Consulter : 1° ARAGO, *Mémoire sur la scintillation* (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 2e série, t. I, p. 332; 1816) : 2° FOUCAULT, *Mémoire sur la construction des télescopes* (*Ann. de l'Observatoire*, t. V, et *OEuvres complètes*, p. 227-287); 3° ANDRÉ, *De la diffraction dans les instruments d'Optique*, Thèse présentée à la Faculté des Sciences de Paris, 1876.

(2) Intensités relatives de la tache centrale et des anneaux :

Tache centrale.................	1
1er anneau brillant.............	$\frac{1}{59}$
2e anneau brillant..............	$\frac{1}{240}$
3e anneau brillant..............	$\frac{1}{620}$

qu'on observera dans une lunette de plus grande ouverture; cette dernière remarque a précédé de longtemps la théorie exacte du phénomène.

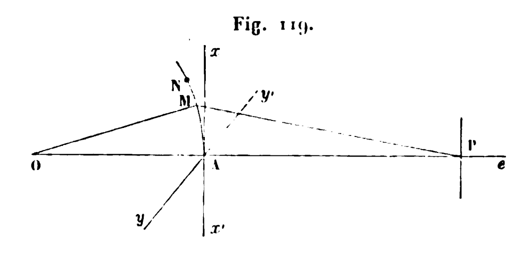
Fig. 118.



DIFFRACTION DES ONDES SPHÉRIQUES (¹).

Proposons-nous, en premier lieu, d'exprimer l'intensité du mouvement lumineux envoyé en un point P par une source O (*fig.* 119), en nous fondant sur ce que ce mouvement peut

Fig. 119.



être considéré comme émanant de la sphère de rayon a passant par le point A; considérons un élément superficiel MN de cette sphère et exprimons la vitesse vibratoire qu'il transmet au point P.

(¹) Fresnel, *Mémoire sur la diffraction* (*OEuvres*, t. I, p. 319).

1° Tous les points de MN enverront en P des vitesses parallèles qui s'ajouteront et dont la résultante sera proportionnelle à l'étendue de MN ou à $dx\,dy$.

2° Puisque les intensités à diverses distances d'un point lumineux O sont en raison inverse du carré de ces distances, les vitesses dont sont animés les divers points de l'élément MN sont en raison inverse de sa distance au point O; on peut les représenter par $\frac{1}{a}$, et, comme les points de MN sont des centres d'émanation par rapport à P, les vitesses qu'ils envoient en P seront en raison inverse de PM. Nous supposerons que M est assez rapproché de A pour que PM soit sensiblement égal à AP ou à b; alors la vitesse vibratoire en P est proportionnelle à $\frac{dx\,dy}{ab}$.

3° Il est évident *a priori* que ces vitesses dépendront de l'obliquité des directions MP. Mais, comme dans les phénomènes que nous allons considérer cette obliquité est négligeable, nous ne tiendrons aucun compte de cette cause de variation.

Avant d'arriver au point P, le rayon OMP a parcouru le chemin OM + MP; exprimons la longueur de ce chemin en supposant que la sphère décrite avec le rayon OA est confondue avec le plan xy:

$$\mathrm{OM} + \mathrm{MP} = \sqrt{\overline{\mathrm{OA}}^2 + \overline{\mathrm{AM}}^2} + \sqrt{\overline{\mathrm{AP}}^2 + \overline{\mathrm{AM}}^2},$$

$$\mathrm{OM} + \mathrm{MP} = \sqrt{a^2 + x^2 + y^2} + \sqrt{b^2 + x^2 + y^2}$$

ou, au degré d'approximation convenu,

$$= a + b + \frac{a+b}{2ab}(x^2 + y^2).$$

Alors la vitesse transmise en P dans la direction OMP sera

$$v = \frac{dx\,dy}{ab}\sin 2\pi\left[\frac{t}{\mathrm{T}} - \frac{a+b}{\lambda} - \frac{a+b}{2ab\lambda}(x^2+y^2)\right].$$

En retranchant de la phase la quantité constante $\frac{a+b}{\mathrm{V}}$ et en

r abréger, $\frac{a+b}{2ab\lambda} = \frac{c}{4}$,

$$v = \frac{dx\,dy}{ab} \sin 2\pi \left[\frac{t}{T} - \frac{c}{4}(x^2+y^2)\right].$$

léveloppons le sinus

$$= \frac{dx\,dy}{ab} \cos \frac{\pi}{2} c(x^2+y^2) \sin 2\pi \frac{t}{T}$$
$$- \frac{dx\,dy}{ab} \sin \frac{\pi}{2} c(x^2+y^2) \cos 2\pi \frac{t}{T}$$
$$= \frac{dx\,dy}{ab} \cos \frac{\pi}{2} c(x^2+y^2) \sin 2\pi \frac{t}{T}$$
$$+ \frac{dx\,dy}{ab} \sin \frac{\pi}{2} c(x^2+y^2) \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{1}{4}\right).$$

Pour avoir la somme des vitesses envoyées en P par tous les éléments tels que MN, en supposant qu'elles soient toutes parallèles, il faut intégrer entre les limites qui seront déterminées par chaque cas particulier, et l'on aura

$$V = \left[\int\int \frac{dx\,dy}{ab} \cos \frac{\pi}{2} c(x^2+y^2)\right] \sin 2\pi \frac{t}{T}$$
$$+ \left[\int\int \frac{dx\,dy}{ab} \sin \frac{\pi}{2} c(x^2+y^2)\right] \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{1}{4}\right).$$

Cette vitesse V se composera donc de deux rayons présentant l'un par rapport à l'autre un retard égal à $\frac{\lambda}{4}$. Pour avoir l'intensité de la lumière résultante, il faudra, d'après la règle de Fresnel, faire la somme des carrés des intégrales qui représentent les amplitudes, et la tangente de l'anomalie (¹) sera exprimée par le rapport de la dernière intégrale à la pre-

(¹) L'anomalie φ est le produit de la phase par $\frac{2\pi}{T}$.

mière; on aura pour l'intensité

$$\mathrm{I} = \frac{1}{a^2 b^2}\left[\int\int dx\,dy \cos\frac{\pi}{2} c(x^2+y^2)\right]^2 + \frac{1}{a^2 b^2}\left[\int\int dx\,dy \sin\frac{\pi}{2} c(x^2+y^2)\right]^2$$

et pour l'anomalie

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{\int\int dx\,dy \sin\frac{\pi}{2} c(x^2+y^2)}{\int\int dx\,dy \cos\frac{\pi}{2} c(x^2+y^2)}.$$

En désignant par M et N la première et la deuxième intégrale double, on a, puisque x et y sont séparées,

$$\mathrm{M} = \frac{1}{c}\int dx\sqrt{c}\cos\frac{\pi}{2} cx^2 \int dy\sqrt{c}\cos\frac{\pi}{2} cy^2 - \frac{1}{c}\int dx\sqrt{c}\sin\frac{\pi}{2} cx^2 \int dy\sqrt{c}\sin\frac{\pi}{2} cy^2,$$

$$\mathrm{N} = \frac{1}{c}\int dx\sqrt{c}\sin\frac{\pi}{2} cx^2 \int dy\sqrt{c}\cos\frac{\pi}{2} cy^2 + \frac{1}{c}\int dx\sqrt{c}\cos\frac{\pi}{2} cx^2 \int dy\sqrt{c}\sin\frac{\pi}{2} cy^2.$$

Si l'on remplace cx^2 ou cy^2 par v^2 et dx ou dy par $\frac{dv}{\sqrt{c}}$, il est clair que la question sera ramenée à chercher entre des limites convenables la valeur des deux intégrales

$$\mathrm{A} = \int dv \cos\frac{\pi}{2} v^2, \qquad \mathrm{B} = \int dv \sin\frac{\pi}{2} v^2.$$

Nous devons donc, avant d'aborder l'étude des cas particuliers, nous occuper de ces intégrales. On sait qu'entre les limites $-\infty$ et $+\infty$ elles deviennent égales entre elles et à l'unité, mais on ne connaît pas leurs valeurs générales. On est donc obligé de les calculer par des méthodes détournées

imation. Nous nous contenterons de donner la
resnel (¹).

$$v = i + u,$$

onstante et u une variable assujettie à prendre
ès petite :

$$dv \cos\frac{\pi}{2}v^2 = \int du \cos\frac{\pi}{2}(i^2 + 2iu + u^2).$$

p iger u^2, et l'intégrale deviendra

$$\int dv \cos\frac{\pi}{2}v^2 = \int du \cos\frac{\pi}{2}i^2 \cos\pi iu - \int du \sin\frac{\pi}{2}i^2 \sin\pi iu,$$

ce qui est intégrable et donne

$$A = \int dv \cos\frac{\pi}{2}v^2 = \frac{1}{\pi i}\sin\frac{\pi}{2}i(i + 2u).$$

Nous calculerons cette intégrale entre des limites de v égales à i et $i + u$, c'est-à-dire entre des limites de u égales à o et u, ce qui donnera

$$A = \int_i^{i+u} dv \cos\frac{\pi}{2}v^2 = \frac{1}{\pi i}\left[\sin\frac{\pi}{2}(i^2 + 2iu) - \sin\frac{\pi}{2}i^2\right].$$

En faisant successivement $i = 0, 0{,}1, 0{,}2, 0{,}3, \ldots$, et donnant à u une valeur invariablement égale à 0,1, on calculera la valeurs de l'intégrale entre les limites de v.

$$0 \text{ et } 0{,}1, \quad 0{,}1 \text{ et } 0{,}2, \quad 0{,}2 \text{ et } 0{,}3, \quad \ldots$$

(¹) Les méthodes de calcul les plus intéressantes, en dehors de celle de Fresnel, sont celles de M. Knochenhauer (*Die Undulationstheorie des Lichtes*; Berlin, 1839), de Cauchy (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XV, p. 534, 573), de M. Gilbert (*Mémoires couronnés de l'Académie de Bruxelles*, t. XXXI, p. 1). Ces diverses méthodes sont exposées dans le *Traité d'Optique physique* de Verdet, t. I, p. 328-339).

En faisant la somme des résultats, on aura les valeurs de A entre les limites

$$0 \text{ et } 0,1, \quad 0 \text{ et } 0,2, \quad 0 \text{ et } 0,3, \quad \ldots .$$

On trouve de la même manière, pour la deuxième intégrale,

$$B = \int_i^{i+u} dv \sin\frac{\pi}{2} v^2 = \frac{1}{\pi i}\left[-\cos\frac{\pi}{2}(i^2 + 2iu) + \cos\frac{\pi}{2} i^2\right],$$

et on la calcule de la même manière.

Voici quelques-uns des résultats de la Table calculée par Fresnel[1]. On y verra : 1° que les deux intégrales A et B passent par des minima et des maxima successifs quand v augmente; 2° que ces maxima et minima ne se correspondent point dans toutes les deux; 3° que les différences entre les valeurs numériques des maxima et des minima consécutifs diminuent à mesure que les valeurs de v augmentent. Elles finiraient par devenir nulles.

Valeurs numériques des intégrales

$$A = \int dv \cos\frac{\pi}{2} v^2, \qquad B = \int dv \sin\frac{\pi}{2} v^2.$$

Limites des intégrales de $v = 0$ à $v =$	A.	B.
0,1	0,0999	0,0006
0,2	0,1999	0,0042
0,3	0,2993	0,0140
0,4	0,3574	0,0332
0,5	0,4923	0,0644
0,6	0,5811	0,1101
0,7	0,6587	0,1716
0,8	0,7230	0,2487
0,9	0,7651	0,3391
1,0	0,7803	0,4376
1,4	0,5439	0,7132
1,7	0,3245	0,5492

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. II, p. 289; 1816.

Limites des intégrales de $v = 0$ à $v =$	A.	B.
2,0	0,4886	0,3432
2,2	0,6367	0,4553
2,4	0,5556	0,6194
2,6	0,3895	0,5499
2,8	0,4678	0,3913
3,0	0,6061	0,4959
3,2	0,4668	0,5931
3,3	0,4061	0,5191
3,5	0,5328	0,4144
3,6	0,5883	0,4919
3,8	0,4485	0,5654
3,9	0,4226	0,4750
4,0	0,4986	0,4202

Connaissant ainsi un très grand nombre de valeurs rapprochées de A et de B, on pourra les relier par une courbe continue qui servira à les déterminer pour toutes les valeurs de v. Cela suffit pour tout ce qui va suivre. Nous allons maintenant supposer que l'onde tangente en A (*fig.* 119) soit, ou bien entière, ou bien partiellement limitée par des écrans placés dans le plan $x\text{A}y$, et chercher la lumière envoyée en un point quelconque tel que P. Il suffira de calculer les deux intégrales entre les valeurs de x et de y qui limitent l'onde xy dans chacun des cas particuliers qui se présenteront.

1° *Cas de l'onde entière.* — Si l'onde n'est point limitée et que son rayon soit assez grand pour qu'on puisse la considérer comme plane, les intégrales doivent être prises entre des limites de x et de y, et par suite de v, égales à $-\infty$ et à $+\infty$; alors A et B sont égales à l'unité, et l'on a

$$\text{M} = 0, \qquad \text{N} = \frac{2}{c} = \frac{2ab\lambda}{2(a+b)} = \frac{ab\lambda}{a+b};$$

l'intensité totale I devient

$$\text{I} = \frac{1}{a^2b^2}(\text{M}^2 + \text{N}^2) = \frac{\lambda^2}{(a+b)^2}.$$

Elle est indépendante du rayon a de l'onde considérée, ce qui

devait être; elle est, de plus, en raison inverse du carré de la distance $a+b$ du point lumineux O et du point éclairé P, ce qui est la loi connue.

De plus on a

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{N}{M} = \infty, \qquad \varphi = \frac{\pi}{2}.$$

Cela veut dire que la résultante des vitesses émises est en retard de $\frac{\lambda}{4}$ sur le rayon direct envoyé de O en P. On ne s'est pas arrêté à ce résultat bizarre d'une analyse évidemment incomplète, lequel ne paraît pas susceptible d'interprétation physique.

2° *Cas d'une onde illimitée dans le sens des y.* — Supposons que l'on intercepte l'onde par des écrans quelconques limitant les valeurs de x, mais dont les bords soient indéfinis et parallèles à y. Dans ce cas, il faut intégrer par rapport à y entre $-\infty$ et $+\infty$, et l'on a

$$M = \frac{1}{c}\left(\int dx\sqrt{c}\cos\frac{\pi}{2}cx^2 - \int dx\sqrt{c}\sin\frac{\pi}{2}cx^2\right),$$

$$N = \frac{1}{c}\left(\int dx\sqrt{c}\cos\frac{\pi}{2}cx^2 - \int dx\sqrt{c}\sin\frac{\pi}{2}cx^2\right)$$

et

$$I = \frac{2}{a^2b^2c^2}\left[\left(\int dx\sqrt{c}\cos\frac{\pi}{2}cx^2\right)^2 + \left(\int dx\sqrt{c}\sin\frac{\pi}{2}cx^2\right)^2\right].$$

Supprimant le facteur constant et remplaçant cx^2 par v^2,

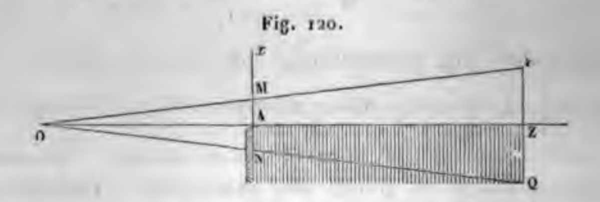
$$I = \left(\int dv\cos\frac{\pi}{2}v^2\right)^2 + \left(\int dv\sin\frac{\pi}{2}v^2\right)^2 = A^2 + B^2.$$

Les intégrales devront être prises entre les limites déterminées par la forme particulière des écrans et varieront dans les divers cas. Nous allons en examiner quelques-uns (¹).

(¹) Voir *Journal de Physique*, 1re série, t. III, p. 1 et 44, une solution géométrique très élégante des principaux cas de la diffraction, imaginée par M. Cornu.

ÉCRAN INDÉFINI. — Si l'écran couvre toute la partie $yy'x'$ (*fig.* 119) et qu'il laisse passer la moitié supérieure $yy'x$ de l'onde, les phénomènes seront sensiblement les mêmes dans tous les plans sécants perpendiculaires à yy'. Considérons le plan OAx qui passe par le point O (*fig.* 120) et cherchons la

Fig. 120.



lumière envoyée en P. Les intégrales devront être prises à partir de M, entre $x = 0$ et $x = \infty$, dans le sens Mx, d'une part, ce qui donnera $\frac{1}{2}$, puis entre $x = 0$ et $x = MA$ de l'autre. On aura

$$I = \left(\frac{1}{2} + \int_0^{\overline{AM}\sqrt{c}} dv \cos\frac{\pi}{2}v^2\right)^2 + \left(\frac{1}{2} + \int_0^{\overline{AM}\sqrt{c}} dv \sin\frac{\pi}{2}v^2\right)^2.$$

Or, comme, d'après la Table précédente, les intégrales prennent des valeurs périodiquement croissantes et décroissantes quand v augmente, les valeurs de I offriront des maxima et des minima successifs. Pour les trouver, Fresnel s'est servi d'une formule d'interpolation que nous ne rapporterons pas. Mais on conçoit qu'en donnant successivement à v ou à $\overline{AM}\sqrt{c}$ des valeurs croissant suivant une progression très lente, de centième en centième par exemple, on pourra calculer les valeurs de I correspondantes, les construire graphiquement, et la courbe obtenue montrera les maxima et les minima. Le Tableau suivant fait connaître les valeurs de v pour lesquelles ont lieu ces maxima et ces minima, ainsi que les intensités I correspondantes :

	v.	I.
Premier maximum........	1,2172	2,7413
Premier minimum........	1,8726	1,5570
Deuxième maximum......	2,3449	2,3990

	v.	I.
Deuxième minimum.......	2,7392	1,6867
Troisième maximum......	3,0820	2,3022
Troisième minimum.......	3,3913	1,7440
Quatrième maximum......	3,6742	2,2523
Quatrième minimum......	3,9372	1,7783
Cinquième maximum......	4,1832	2,2206
Cinquième minimum......	4,4160	1,8014
Sixième maximum........	4,6369	2,1985
Sixième minimum........	4,8479	1,8185
Septième maximum.......	5,0500	2,1818
Septième minimum.......	5,2442	1,8317

Pour trouver sur l'écran ZP le lieu des franges, désignons AM par x, ZP par X, et nous aurons

$$\frac{X}{x} = \frac{a+b}{a}, \qquad X^2 = x^2\frac{(a+b)^2}{a^2}$$

ou

$$X^2 = \frac{v^2}{c}\frac{(a+b)^2}{a^2} = \frac{v^2(a+b)b\lambda}{2a}.$$

En remplaçant v par la valeur qui correspond à un maximum ou à un minimum, on obtiendra sa distance X au bord de l'ombre géométrique Z. Comme la distance b ou AZ de l'écran est variable, remplaçons-la par Z, et nous aurons

$$\frac{2a}{\lambda v^2} X^2 = aZ + Z^2.$$

C'est le lieu des points P. On voit que les franges se trouvent sur une hyperbole qui a l'un de ses sommets en A et l'autre en O, ce qui avait été reconnu depuis longtemps (¹).

Fresnel a fait de très nombreuses expériences pour vérifier cette théorie. Il plaçait en O une fente étroite verticale qui envoyait la lumière. A une distance A était fixée une lame

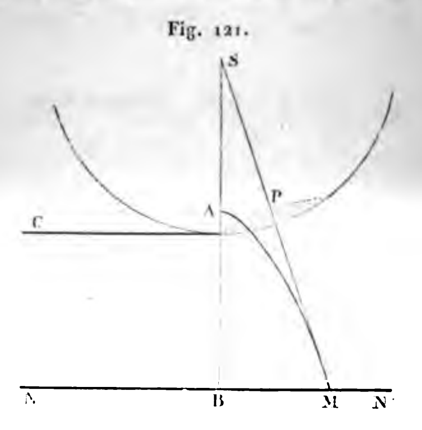
(¹) On peut interpréter d'une manière élémentaire la production de ces franges. Soient (*fig.* 121) S le point lumineux, CA l'écran limité, B l'écran sur lequel on reçoit les franges : l'éclairement en un point M est dû à la portion de

opaque AM terminée par un bord A parallèle à la fente. Pour déterminer la limite de l'ombre géométrique Z, Fresnel plaçait un peu plus loin (*fig.* 122) une autre lame C′ semblable à la première. Les bords C et D étaient à une distance d assez grande pour que les deux systèmes de franges produits par chacun d'eux n'eussent aucune influence l'un sur l'autre. Dans ce cas, l'espace éclairé EF est géométriquement égal à $d\frac{a+b}{a}$, les distances à E et à F de deux franges de même ordre sont X, et l'intervalle qui les sépare est $d\frac{a+b}{a}-2X$; on le mesurait et l'on en déduisait X.

---

l'onde non interceptée; mais, le pôle de M étant en P, l'éclairement provient d'une demi-onde, à laquelle il faut ajouter PA, et, suivant que MA — MP est égal à

Fig. 121.



un nombre pair ou impair de demi-longueurs d'onde, l'éclairement est minimum ou maximum.

Pour la frange d'ordre n, on a

$$AM - MP = n\frac{\lambda}{2}$$

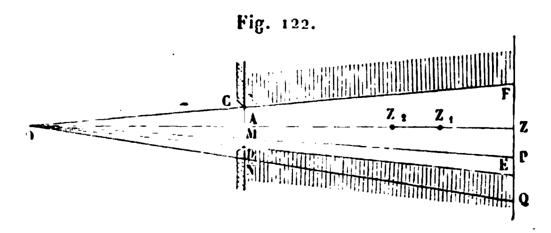
ou

$$SM - AM = SA - n\frac{\lambda}{2}.$$

Cette frange est, dans l'espace, une hyperbole ayant ses foyers en S et en A. Des raisonnements analogues rendent compte, au moins d'une manière générale, des principaux cas de la diffraction.

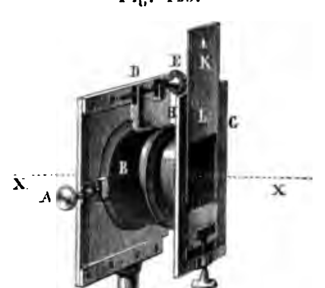
La disposition des appareils est la même que dans l'expérience des deux miroirs. La fente se met sur la lanterne (*fig.* 2, *Pl. I*); la loupe avec laquelle on observe les franges glisse sur le banc (n° 5), et l'on fixe (n° 3), à la distance que l'on veut, le bord vertical qui limite le faisceau. La *fig.* 123

Fig. 122.



représente la pièce qui le supporte. B est un tube horizontal que l'on peut déplacer horizontalement dans une coulisse par le micromètre A. Une vis latérale D permet de le faire tourner autour de l'axe XX. En HGM se place une ouverture rectangulaire dont les bords sont évidés en deux coulisses parallèles qui reçoivent et maintiennent des rectangles tels que KL. Ceux-ci peuvent donc être déplacés latéralement ou tourner

Fig. 123.

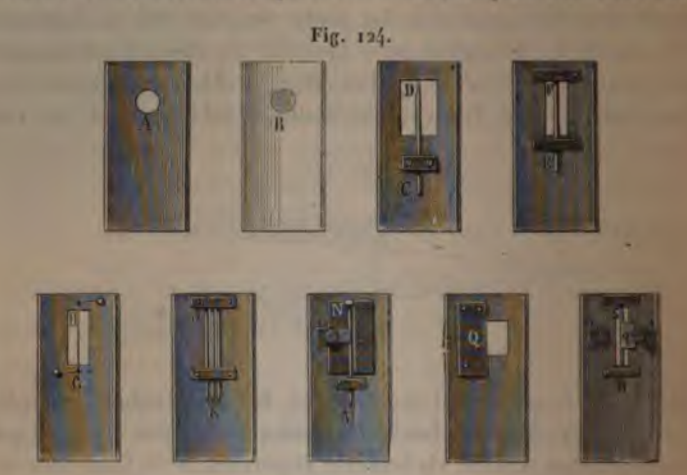


autour de XX par le jeu des vis A et D; ils peuvent en outre être soulevés par une troisième vis M. On voit (*fig.* 124) une collection de rectangles de mêmes dimensions et qui peuvent se placer en KL. Le n° 8, qui offre un bord vertical, peut servir à l'expérience qui nous occupe.

Nous donnons, dans le Tableau suivant, les positions obser-

vées et calculées du cinquième minimum quand on fait varier

Fig. 124.



les distances a et b. Elles ont été calculées en remplaçant v par la valeur 4,4160 dans la formule

$$X^2 = \frac{(a+b)b\lambda}{2a}(4,4160)^2.$$

On verra que l'accord entre l'expérience et le calcul est aussi complet que possible.

Cinquième minimum. — *Frange obscure donnée par un écran indéfini.*

a.	b.	X observé.	X calculé.	Différence.
m	m	mm	mm	mm
0,1000	0,7985	6,68	6,68	0,00
0,1985	0,6370	4,06	4,08	— 0,02
0,2020	0,6400	4,07	4,07	0,00
0,5100	0,1100	0,91	0,91	0,00
»	0,5010	2,49	2,49	0,00
»	0,0050	4,31	4,31	0,00
1,0110	0,1160	0,90	0,90	0,00
»	0,5020	2,15	2,16	+ 0,01
»	0,9960	3,51	3,51	0,00
»	2,0100	6,10	6,11	+ 0,01

a.	b.	x. observé.	x. calculé.	Différence.
m	m	mm	mm	mm
2,0080	0,1180	0,87	0,88	+ 0,01
»	0,9990	3,03	3,05	+ 0,02
»	2,9980	6,80	6,82	+ 0,02
4,5070	0,1310	0,92	0,92	0,00
»	1,0180	2,80	2,79	— 0,01
»	2,5060	4,90	4,93	+ 0,03
6,0070	0,1170	0,85	0,86	+ 0,01
»	0,9990	2,69	2,69	0,00

Si l'on considère maintenant l'espace EQ (*fig.* 122) qui est dans l'ombre géométrique, il devra recevoir aussi de la lumière dont l'intensité au point Q sera donnée par la formule

$$I=\left(\int_{\overline{NA}\sqrt{c}}^{\infty} dv\cos\frac{\pi}{2}v^2\right)^2+\left(\int_{\overline{NA}\sqrt{c}}^{\infty} dv\sin\frac{\pi}{2}v^2\right)^2$$

ou

$$I=\left(\frac{1}{2}-\int_0^{\overline{NA}\sqrt{c}} dv\cos\frac{\pi}{2}v^2\right)^2+\left(\frac{1}{2}-\int_0^{\overline{NA}\sqrt{c}} dv\sin\frac{\pi}{2}v^2\right)^2.$$

On pourra donc faire les calculs absolument comme dans le cas précédent; mais alors on trouvera qu'il n'y a plus de franges et que la lumière décroît d'une manière continue à mesure qu'on s'éloigne de E. L'expérience vérifie ce résultat (¹); mais jusqu'à présent il n'a pas été possible de mesurer le décroissement de l'intensité de E en Q.

CAS D'UNE ÉTROITE OUVERTURE. — Les détails dans lesquels nous venons d'entrer nous permettront d'insister moins longuement sur les autres cas que l'on peut réaliser. Si, par exemple, on fait passer la lumière venue d'une fente à travers une deuxième ouverture étroite CD (*fig.* 119), on calculera celle qui arrive en P au moyen des mêmes intégrales prises entre les limites de x, o et MC d'une part, o et MD de l'autre,

(¹) Une théorie élémentaire, calquée sur celle de la page 367** (en note), indiquerait des franges : on voit donc combien on doit se défier, dans ces matières, des raisonnements approximatifs.

et faisant la somme des vitesses

$$I=\left(\int_0^{\mathrm{MC}\sqrt{c}} dv\cos\frac{\pi}{2}v^2+\int_0^{\mathrm{MD}\sqrt{c}} dv\cos\frac{\pi}{2}v^2\right)^2 +\left(\int_0^{\mathrm{MC}\sqrt{c}} dv\sin\frac{\pi}{2}v^2+\int_0^{\mathrm{MD}\sqrt{c}} dv\sin\frac{\pi}{2}v^2\right).$$

Quand le point M changera de place, ces intégrales changeront périodiquement de valeur; on aura donc des franges. Pour les calculer, on construira, comme précédemment, la courbe qui représente I; on en cherchera les maxima et les minima, et, si l'on prend la valeur de v qui correspond à l'un d'eux, on aura le lieu qu'il occupe sur l'écran par la formule $X^2=v^2\frac{(a+b)b\lambda}{2a}$. Il sera toujours sur une hyperbole. Si le point P est en Q dans l'ombre géométrique de DN, on aura

$$I=\left(\int_0^{\mathrm{NC}\sqrt{c}} dv\cos\frac{\pi}{2}v^2-\int_0^{\mathrm{ND}\sqrt{c}} dv\cos\frac{\pi}{2}v^2\right)^2 +\left(\int_0^{\mathrm{NC}\sqrt{c}} dv\sin\frac{\pi}{2}v^2-\int_0^{\mathrm{ND}\sqrt{c}} dv\sin\frac{\pi}{2}v^2\right)^2,$$

ce qui donnera encore d'autres franges extérieures qui se détermineront par la même méthode. Fresnel a vérifié sa théorie tout aussi bien dans ce cas que dans le précédent.

On peut, dans le cas particulier qui nous occupe, suivre un genre de raisonnement élémentaire qui permet de prévoir l'aspect général des phénomènes.

Plaçons d'abord l'écran en Z à une distance telle que $CZ-AZ=\frac{\lambda}{2}$; les lumières envoyées en Z par tous les points de AC se composeront sans se détruire. Il en sera de même de AD, et l'on aura une bande lumineuse en Z. Mais, si l'on rapproche l'écran en Z_1 de manière que $CZ_1-AZ_1=2\frac{\lambda}{2}$, on pourra décomposer AC en deux parties, sensiblement égales, dont tous les points seront deux à deux à des distances de Z_1

différant de $\frac{\lambda}{2}$ et enverront des vitesses de signes contraires. Il en sera de même de AD, et il y aura de l'obscurité en Z_1. Si Z_2 est placé à la distance pour laquelle $CZ_2 - AZ_2 = 2\frac{\lambda}{2}$, CA se décomposera en trois bandes dont deux se détruiront, mais dont la troisième aura son effet pour éclairer Z_2. Ainsi, en rapprochant l'écran de la fente CD, l'axe AZO sera successivement éclairé ou obscur.

A droite et à gauche, en Q par exemple, il y aura encore de la lumière et de l'obscurité, suivant que l'espace CD pourra se décomposer en un nombre impair ou pair de bandes élémentaires dont les distances limites différeront de $\frac{\lambda}{2}$.

Si l'on fait l'expérience dans la lumière blanche, on observera des colorations de la tache centrale dépendant de la distance de l'écran; en effet, quand on a $CZ - AZ = \lambda$ pour la lumière violette qui sera détruite, la lumière rouge persistera encore et, quand celle-ci aura disparu, la lumière violette aura commencé à reparaître.

Des phénomènes identiques se produiront si l'on reçoit la lumière venue d'une fente sur un miroir très étroit ou très incliné, car le faisceau réfléchi par lui sera dans le même cas que celui qui passe à travers une ouverture étroite.

CAS D'UN ÉCRAN LINÉAIRE TRÈS ÉTROIT. — Enfin, dans l'ombre d'un corps étroit (*fig.* 122), nous aurons des phénomènes analogues. Pour un point P,

$$I = \left(\int_0^\infty dv\cos\frac{\pi}{2}v^2 - \int_0^{\overline{MD}\sqrt{c}} dv\cos\frac{\pi}{2}v^2 + \int_0^\infty dv\cos\frac{\pi}{2}v^2 - \int_0^{\overline{MC}\sqrt{c}} dv\cos\frac{\pi}{2}v^2\right)^2$$
$$+ \left(\int_0^\infty dv\sin\frac{\pi}{2}v^2 - \int_0^{\overline{MD}\sqrt{c}} dv\sin\frac{\pi}{2}v^2 + \int_0^\infty dv\sin\frac{\pi}{2}v^2 - \int_0^{\overline{MC}\sqrt{c}} dv\sin\frac{\pi}{2}v^2\right)^2$$

Limites des intégrales de $v = 0$ à $v =$	A.	B.
2,0	0,4886	0,3432
2,2	0,6367	0,4553
2,4	0,5556	0,6194
2,6	0,3895	0,5499
2,8	0,4678	0,3913
3,0	0,6061	0,4959
3,2	0,4668	0,5931
3,3	0,4061	0,5191
3,5	0,5328	0,4144
3,6	0,5883	0,4919
3,8	0,4485	0,5654
3,9	0,4226	0,4750
4,0	0,4986	0,4202

Connaissant ainsi un très grand nombre de valeurs rapprochées de A et de B, on pourra les relier par une courbe continue qui servira à les déterminer pour toutes les valeurs de v. Cela suffit pour tout ce qui va suivre. Nous allons maintenant supposer que l'onde tangente en A (*fig.* 119) soit, ou bien entière, ou bien partiellement limitée par des écrans placés dans le plan xAy, et chercher la lumière envoyée en un point quelconque tel que P. Il suffira de calculer les deux intégrales entre les valeurs de x et de y qui limitent l'onde xy dans chacun des cas particuliers qui se présenteront.

1° *Cas de l'onde entière.* — Si l'onde n'est point limitée et que son rayon soit assez grand pour qu'on puisse la considérer comme plane, les intégrales doivent être prises entre des limites de x et de y, et par suite de v, égales à $-\infty$ et à $+\infty$; alors A et B sont égales à l'unité, et l'on a

$$M = 0, \qquad N = \frac{2}{c} = \frac{2ab\lambda}{2(a+b)} = \frac{ab\lambda}{a+b};$$

l'intensité totale I devient

$$I = \frac{1}{a^2 b^2}(M^2 + N^2) = \frac{\lambda^2}{(a+b)^2}.$$

Elle est indépendante du rayon a de l'onde considérée, ce qui

devait être; elle est, de plus, en raison inverse du carré de la distance $a+b$ du point lumineux O et du point éclairé P, ce qui est la loi connue.

De plus on a

$$\text{tang}\,\varphi = \frac{N}{M} = \infty, \qquad \varphi = \frac{\pi}{2}.$$

Cela veut dire que la résultante des vitesses émises est en retard de $\frac{\lambda}{4}$ sur le rayon direct envoyé de O en P. On ne s'est pas arrêté à ce résultat bizarre d'une analyse évidemment incomplète, lequel ne paraît pas susceptible d'interprétation physique.

2° *Cas d'une onde illimitée dans le sens des y.* — Supposons que l'on intercepte l'onde par des écrans quelconques limitant les valeurs de x, mais dont les bords soient indéfinis et parallèles à y. Dans ce cas, il faut intégrer par rapport à y entre $-\infty$ et $+\infty$, et l'on a

$$M = \frac{1}{c}\left(\int dx\,\sqrt{c}\cos\frac{\pi}{2}cx^2 - \int dx\,\sqrt{c}\sin\frac{\pi}{2}cx^2\right),$$

$$N = \frac{1}{c}\left(\int dx\,\sqrt{c}\cos\frac{\pi}{2}cx^2 - \int dx\,\sqrt{c}\sin\frac{\pi}{2}cx^2\right)$$

et

$$I = \frac{2}{a^2b^2c^2}\left[\left(\int dx\,\sqrt{c}\cos\frac{\pi}{2}cx^2\right)^2 + \left(\int dx\,\sqrt{c}\sin\frac{\pi}{2}cx^2\right)^2\right].$$

Supprimant le facteur constant et remplaçant cx^2 par v^2,

$$I = \left(\int dv\cos\frac{\pi}{2}v^2\right)^2 + \left(\int dv\sin\frac{\pi}{2}v^2\right)^2 = A^2 + B^2.$$

Les intégrales devront être prises entre les limites déterminées par la forme particulière des écrans et varieront dans les divers cas. Nous allons en examiner quelques-uns ([1]).

([1]) Voir *Journal de Physique*, 1re série, t. III, p. 1 et 44, une solution géométrique très élégante des principaux cas de la diffraction, imaginée par M. Cornu.

et

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{1 - \cos\frac{\pi}{2} cr^2}{\sin\frac{\pi}{2} cr^2} = \frac{\sin\frac{\pi}{4} cr^2}{\cos\frac{\pi}{4} cr^2} = \operatorname{tang}\frac{\pi}{4} cr^2.$$

L'intensité sera nulle quand $\frac{cr^2}{4}$ sera égal à un nombre entier n ou quand $\frac{a+b}{2ab\lambda} r^2 = n$ ou quand $\frac{a+b}{2ab} r^2 = n\lambda$, c'est-à-dire quand la différence de marche OMZ — OAZ sera un multiple pair de la demi-longueur d'onde.

L'intensité sera maximum et égale à $\frac{4\lambda^2}{(a+b)^2}$ quand $\frac{cr^2}{4}$ sera égal à $\frac{2n+1}{2}$ ou quand $\frac{a+b}{2ab} r^2 = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$, c'est-à-dire quand la différence de marche OMZ — OAZ sera égale à un nombre impair de la demi-longueur d'onde.

Quant à l'anomalie, elle sera

$$\operatorname{tang}\varphi = \infty, \qquad \varphi = \frac{\pi}{2}.$$

Nous ne nous inquiéterons pas de la signification physique de ce résultat ([1]); mais nous avons plusieurs observations à faire sur ce qui concerne l'intensité :

1° Nous avons trouvé que l'onde entière envoyait en Z une intensité de lumière $\frac{\lambda^2}{(a+b)^2}$; les maxima que nous obtenons avec une étroite ouverture seront quadruples.

2° Si l'on décompose l'onde totale en petites zones dont la différence de marche extrême soit $\frac{\lambda}{2}$, la lumière envoyée par chacune d'elles sera rigoureusement détruite par la suivante, de sorte que, si elles sont en nombre pair, elles donneront de l'obscurité, et en nombre impair une quantité de lumière $\frac{4\lambda^2}{(a+b)^2}$. On peut dire encore que chacune d'elles dé-

---

([1]) *Voir* p. 365**.

truit rigoureusement la lumière envoyée par la moitié de celles qui la précèdent et qui la suivent, et dès lors il reste la moitié de la zone centrale qui envoie $\frac{\lambda^2}{(a+b)^2}$ et la moitié de la zone extrême. Or, l'éclairement par l'onde indéfinie étant $\frac{\lambda^2}{(a+b)^2}$ et celui qui vient des extrémités étant nul à cause de la distance, il en résulte que l'onde totale éclairante se réduit à la demi-zone centrale.

3° Pour une grandeur donnée de l'ouverture et une position déterminée de Z, l'intensité est variable avec λ, puisque $\frac{cr^2}{4}$ prend des valeurs très différentes. Il en résulte que la lumière centrale sera colorée. La loi de sa dispersion sera la même que pour les franges de deux miroirs.

Si nous considérons maintenant un disque opaque placé en CD au lieu de l'ouverture, le calcul sera le même, avec cette différence que les intégrales, au lieu d'être prises entre o et r, le seront entre r et ∞. Or on a, en désignant par M une différentielle quelconque,

$$\int_r^\infty \text{M} = \int_0^\infty \text{M} - \int_0^r \text{M}.$$

Nous venons de voir que l'onde entière se réduit à la moitié de la zone centrale pour laquelle la différence de marche $\frac{cr^2}{4} = \frac{1}{2}$, ce qui donne pour les deux intégrales prises de zéro à l'infini moitié des valeurs qu'elles ont entre $cr^2 = 0$ et $cr^2 = 2$; alors la première devient

$$\frac{1}{2}\left(\sin\frac{\pi}{2}cr^2\right)_0^2 = 0;$$

la seconde donne

$$-\frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{2}cr^2\right)_0^2 = 1$$

et

$$\text{I} = \frac{\lambda^2}{(a+b)^2}\left[\sin^2\frac{\pi}{2}cr^2 + \left(1 - 1 + \cos\frac{\pi}{2}cr^2\right)^2\right] = \frac{\lambda^2}{(a+b)^2},$$

ce qui prouve qu'au centre de l'ombre géométrique de l'écran doit se trouver une lumière dont l'intensité égale celle que l'onde entière y enverrait directement.

D'après le calcul, ce résultat serait indépendant de l'étendue de l'écran. L'expérience cependant n'est vérifiée que si la largeur de l'écran est très petite. Cela tient à ce que dans les calculs on a négligé la diminution de l'intensité quand l'obliquité n'est pas négligeable.

INTERFÉRENCES ET DIFFRACTION DES RAYONS INFRA-ROUGES ET ULTRA-VIOLETS.

Toutes les recherches qui précèdent n'ont été exécutées que sur les rayons lumineux du spectre. Les rayons infra-rouges et ultra-violets sont aussi susceptibles d'interférer, et par suite de produire les phénomènes de diffraction.

MM. Fizeau et Foucault (1) les premiers réussirent à constater des différences de température dans le champ des franges d'interférence produites par deux miroirs; ils employaient à cet effet un thermomètre à mercure linéaire dont le réservoir n'atteignait pas en largeur le quart de la frange brillante centrale, et il était protégé contre les mouvements de l'air par une enveloppe fermée en avant par une glace : l'indication de ce thermomètre se montra plus haute de $\frac{3}{100}$ de degré environ au milieu d'une frange brillante qu'au milieu d'une frange obscure. De même MM. Fizeau et Foucault établirent que, quand on promenait ce thermomètre derrière un écran terminé par un bord rectiligne, il commençait à monter avant d'avoir atteint la limite de l'ombre géométrique et présentait un maximum au centre de la frange la plus brillante produite par la diffraction au bord de l'écran. Plus récemment, M. Knoblauch (2) a fait des observations analogues au moyen d'une pile linéaire de Nobili et Melloni, qu'il déplaçait soit dans le champ des franges

(1) Fizeau et Foucault, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XXV.

(2) Knoblauch, *Ann. de Pogg.*, t. LXXIV, et *Monatsberichte der Berliner Akademie*, 1879.

d'un biprisme, soit derrière une fente à bords parallèles éclairée par la lumière du Soleil.

Seebeck ([1]) et, après lui, M. Knoblauch ont étudié, l'un au moyen d'un thermomètre différentiel de Leslie, l'autre au moyen d'une pile thermo-électrique, la distribution de la chaleur derrière un réseau, et constaté que la température est plus élevée, soit au centre de la tache blanche, soit dans les spectres successifs, que dans les espaces sombres intermédiaires. M. Knoblauch a vu ces effets s'exagérer encore quand il employait un réseau tracé sur une plaque de sel gemme.

Dans ces expériences on n'avait pas pris soin d'écarter du champ les rayons lumineux; mais on peut montrer sans difficulté que les rayons infra-rouges pris isolément sont susceptibles d'interférer et de se diffracter. Il suffit pour cela d'observer le spectre infra-rouge produit par un réseau.

La même démonstration s'applique aux rayons ultra-violets. C'est ainsi que M. Mascart a, le premier, déterminé, à l'aide des réseaux, les longueurs d'onde des rayons ultra-violets solaires, ou émis par des vapeurs métalliques incandescentes. Il employait un collimateur à lentille de quartz et plaçait une petite plaque photographique au foyer de l'objectif, également en quartz, de la lunette d'observation; il photographiait ainsi, morceau par morceau, le spectre ultra-violet, en plaçant d'abord le réseau au minimum de déviation pour la raie H, puis tournant le réseau d'un angle arbitraire φ et la lunette d'un angle 2φ, ce qui amenait encore le minimum de déviation pour la partie étudiée du spectre ultra-violet.

Toutes les mesures réalisées depuis les travaux de M. Mascart, soit sur le spectre infra-rouge ou ultra-violet, et qui ont été relatées ci-dessus, ont été effectuées par des procédés analogues.

([1]) SEEBECK, *Ann. de Pogg.*, t. LXVII.

CHAPITRE IV.

DE LA POLARISATION ET DE LA DIRECTION DES VIBRATIONS.

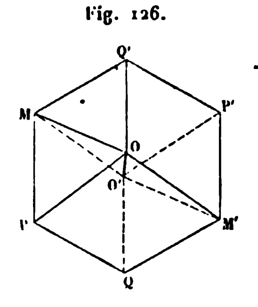
Double réfraction. — Polarisation des deux rayons. — Loi de Malus. — Cas de la tourmaline. — Interférences des rayons polarisés. — Direction des vibrations. — Composition des vibrations rectangulaires concordantes. — Lumière naturelle.

Ce que nous avons dit jusqu'à présent du mouvement des ondes lumineuses est absolument indépendant de la direction des vibrations. L'explication que nous avons donnée des phénomènes d'interférence suppose, il est vrai, que les vibrations sont parallèles dans les deux rayons concourants, mais elle ne préjuge rien sur la direction suivant laquelle elles se produisent. Nous avons vu dans l'Acoustique que les oscillations des molécules d'air s'effectuent dans le sens même de la propagation du son; il en est de même quand les verges ou les cordes vibrent longitudinalement; mais elles sont perpendiculaires à la direction de propagation dans les ondes qui se transmettent sur un liquide ou quand les cordes et les verges vibrent transversalement. En général, on peut imaginer dans un milieu un centre d'ébranlement quelconque; il enverra à une molécule donnée un mouvement vibratoire généralement oblique sur la direction du rayon qui pourra se décomposer en deux autres, l'un longitudinal, l'autre transversal. Or, l'expérience et le calcul prouvent que tous les deux se propagent avec des vitesses différentes, c'est-à-dire que tout ébranlement produit en un point central, dans un milieu quelconque, donne naissance à deux espèces d'ondes concentriques, qui se meuvent inégalement vite, l'une à vibrations transversales, l'autre à vibrations longitudinales.

Cela s'applique à l'éther aussi bien qu'aux corps pesants. Nous avons dès lors à nous demander si les deux espèces d'ondes existent dans cet éther, si toutes deux produisent la lumière ou si une seule la fait naître, et, dans ce cas, si c'est la vibration longitudinale ou bien la vibration transversale. On ne peut résoudre cette question que par l'expérience, et c'est ce que nous allons faire.

DOUBLE RÉFRACTION. — Vers le milieu du XVIIe siècle, un savant médecin danois, Érasme Bartholin [1], découvrit que l'on voit une double image des objets quand on les regarde à travers une lame de spath d'Islande. Ce minéral est du carbonate de chaux; il cristallise dans la forme rhomboédrique. Qu'on se figure un parallélépipède MPQM′P′Q′ (*fig.* 126) formé par six losanges égaux entre eux. Les trois premiers se rencontrent en O par leurs angles obtus, qui sont égaux à 101°,55, et ils font entre eux des angles dièdres égaux à 105°,5. Les trois derniers se rencontrent dans les mêmes conditions en O′.

Fig. 126.



O et O′ sont les deux sommets du rhomboèdre; la ligne OO′ qui les joint est l'axe du cristal; elle fait un angle de 45°22′ avec chacune des faces qui y aboutissent et de 63°45′ avec les arêtes. Il faut considérer cet axe comme une direction qui reste fixe et non comme une ligne unique, car on peut imaginer que le cristal est composé d'une infinité de parties semblables qui ont chacune un axe parallèle à OO′.

Ce cristal se divise par trois clivages parallèles aux trois systèmes de faces, d'où il suit que la plupart des échantillons sont plus allongés dans un sens que dans l'autre; mais ils ont toujours deux sommets O et O′ formés par trois angles plans égaux, et l'axe est toujours également incliné sur ces trois faces.

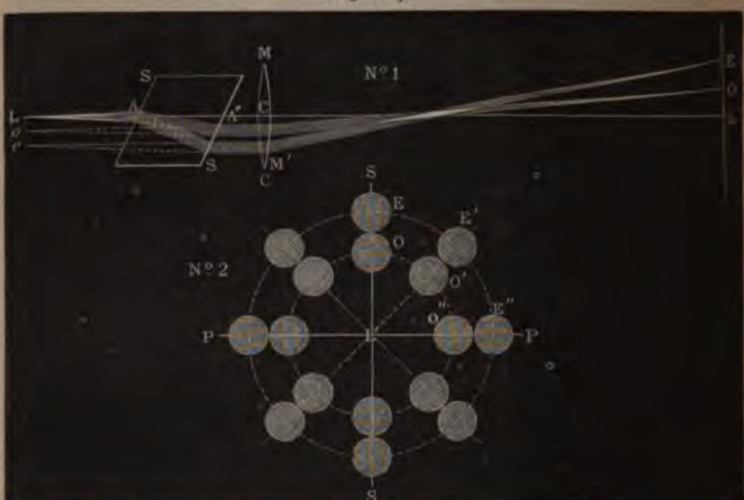
---

(1) *Experimenta crystalli Islandici disdiaclastici;* Amstelomadi, 1670.

Si par l'axe OO′ on mène un plan normal à la face PMQ′O, il passera par les arêtes O′M et OM′; cette section, ou toute autre parallèle menée par un point de la face PMQ′O, est dite *section principale* du cristal. Elle a la forme d'un parallélogramme MOM′O′ dont les angles O, O′ sont égaux à 109°8′, et l'axe OO′ fait avec le côté OM un angle de 45°22′.

Cela posé, faisons arriver les rayons solaires par une petite ouverture située en L (*fig.* 127, n° 1); mettons une lentille

Fig. 127.



en M et un écran en L′, réglé de telle sorte que les rayons partis de L forment leur foyer en L′. Interposons maintenant entre le point A et la lentille un rhomboèdre de verre, de manière que sa section principale SS soit dans le plan du tableau. Un faisceau de rayons LA se réfractera en AA′, et les rayons émergents seront dans les mêmes conditions que s'ils partaient d'un point *o*. Par suite, l'image sera projetée en O sur la ligne qui joint *o* avec le centre optique C, prolongée jusqu'en O.

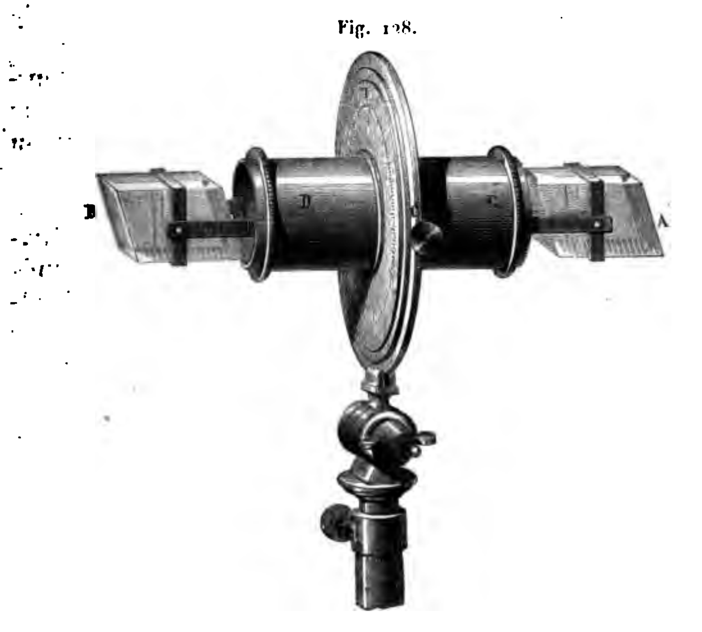
Un rhomboèdre de spath se conduira absolument de la même manière; mais il y aura une action de plus. Le faisceau incident LA non seulement se réfractera en AA′, mais il donnera en outre un deuxième système de rayons AS qui s'écar-

teront des premiers dans le cristal et reprendront leurs directions primitives en sortant ; ils seront dans les mêmes conditions que s'ils venaient d'une ouverture *e*, et ils feront une image réelle en E sur la ligne *e*C prolongée.

Les deux images O et E sont toutes deux contenues dans la section principale du cristal, et, quand on fera tourner celle-ci autour de la ligne LL′ de manière qu'elle fasse avec le plan vertical des angles de 0°, 45°, 90°, ..., 360°, on verra les images se placer en O, E, en O′, E′, en O″, E″, ... (*fig.* 127, n° 2).

On voit, en résumé, qu'en pénétrant dans le cristal un faisceau lumineux se sépare en deux qui se réfractent inégalement : le premier, le moins dévié, se nomme *faisceau ordinaire* ; le second, *faisceau extraordinaire*. Tous deux sont

Fig. 128.



dans les mêmes conditions que s'ils étaient envoyés par les points *o* et *e* ; tous deux sont compris, ainsi que leurs images agrandies et réelles O et E, dans la section principale ; ils ont la même intensité, quelle que soit la direction de cette section ; elle est égale à la moitié de celle du faisceau direct.

Pour faire l'expérience, on place sur le banc d'optique un appareil spécial (*fig.* 128) formé de deux tubes D et E, le premier immobile, le second tournant autour de son axe par l'effet d'un bouton C. Un cercle divisé F mesure ses déplacements. Aux extrémités de D et E on place sur le premier un diaphragme percé d'un petit trou, sur le second E un rhomboèdre A de spath d'Islande. Il suffira ensuite d'éclairer le diaphragme par une lampe et de projeter les images avec une lentille qu'on mettra à la suite de A.

Il y a maintenant deux questions à traiter : 1° il y a à chercher si la lumière qui forme les deux images O et E possède les mêmes propriétés physiques que la lumière incidente, ou si elle a subi des modifications ; il y a à étudier les lois de la réfraction dans les deux images, c'est-à-dire les lois de la propagation des deux ondes dans le cristal.

Ces deux questions sont connexes ; mais, comme il est impossible de les étudier toutes deux en même temps, nous commencerons par la première. Examinons d'abord le rayon ordinaire.

POLARISATION DES DEUX RAYONS. LOI DE MALUS. — I. *Polarisation du rayon ordinaire.* — Recevons les rayons émanés d'une ouverture circulaire très petite L sur un premier rhomboèdre fixe, dont la section principale SC (*fig.* 129) sera, par exemple, verticale ; puis, interceptant le faisceau extraordinaire par un écran NN, nous laisserons passer les rayons ordinaires BD, qui seront dans les mêmes conditions que s'ils étaient envoyés par une ouverture *o*. Nous les réfracterons ensuite à travers un second rhomboèdre S′E, et nous ferons avec cette lumière, qui a subi une première réfraction ordinaire, les mêmes expériences que précédemment avec la lumière naturelle. Comme précédemment, nous aurons sur l'écran deux images, l'une ordinaire O′, l'autre extraordinaire E′ ; elles seront encore dans la section principale du second cristal et prendront les mêmes positions que dans la *fig.* 127, n° 2 ; seulement leurs intensités varieront avec l'angle α que fait la seconde section principale avec la première, c'est-à-dire avec le plan vertical. L'aspect de ces images est représenté *fig.* 129, n° 3.

Quand cet angle α est nul, l'image extraordinaire E a disparu. Elle augmente peu à peu d'intensité quand l'angle croît; mais en même temps l'image ordinaire diminue. A 45°, O' et E' sont égales; à 90°, les mêmes variations d'intensité se continuant, l'image ordinaire O'' est devenue nulle, et l'extraordinaire E'' maxima.

La rotation se poursuivant de 90° à 180°, les intensités repassent par les mêmes valeurs que de 90° à 0°, et enfin, α croissant de 180° à 360°, les images reprennent les mêmes éclats que de 0° à 180°.

1° La première conséquence à tirer de cette remarquable expérience est que la lumière du rayon ordinaire fourni par le premier cristal n'est pas constituée comme la lumière naturelle, puisque celle-ci donne à travers un rhomboèdre des images toujours égales en intensité, et celle-là des images variables avec l'angle α des deux sections. Cette lumière n'a pas les mêmes propriétés dans tous les azimuts qu'on mène suivant sa direction. On dit qu'elle est *polarisée*.

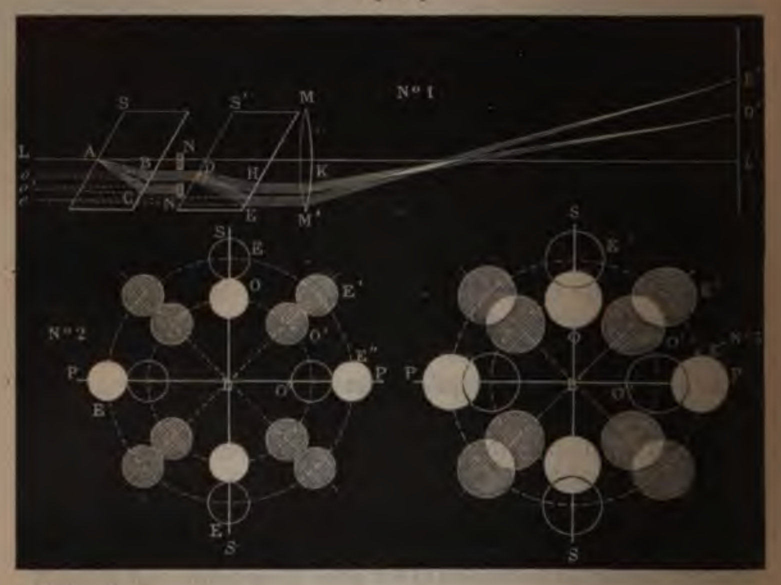
2° Les deux images O' et E' ont la même intensité quand la section principale du deuxième rhomboèdre occupe deux positions symétriques par rapport au plan vertical SS ou au plan horizontal PP, qui sont le premier parallèle, le second perpendiculaire à la section principale SS du premier rhomboèdre. Le rayon ordinaire O est donc symétrique par rapport à ces deux azimuts; on dit qu'il est polarisé dans la section principale SS : cela veut dire simplement que, si la deuxième section principale est confondue avec la première, l'image extraordinaire est nulle, et qu'elle croît jusqu'à un maximum quand l'angle des deux sections principales augmente jusqu'à 90°, tandis que l'image ordinaire, d'abord maxima, décroît jusqu'à zéro.

3° Malus [1] a fixé par une loi qui porte son nom la valeur des éclats de ces images. Soit I celui de la lumière naturelle qui arrive au premier rhomboèdre SC, $\frac{I}{2}$ sera l'éclat de l'image

[1] MALUS, *Théorie de la double réfraction* (*Mém. des savants étrangers*, t. II, p. 303).

ordinaire O. Prenons un diaphragme assez grand pour que les deux images O′ et E′ ne soient pas entièrement séparées, mais au contraire confondues dans une partie de leur champ (*fig.* 129, n° 3). On constatera que la partie où les deux

Fig. 129.



images se superposent a un éclat constant et égal à celui de l'image ordinaire O fournie par le premier cristal avant qu'elle soit décomposée par le deuxième rhomboèdre. Il faut donc qu'en désignant par E′ et O′ les éclats des deux images on ait

$$E' + O' = O = \frac{I}{2}.$$

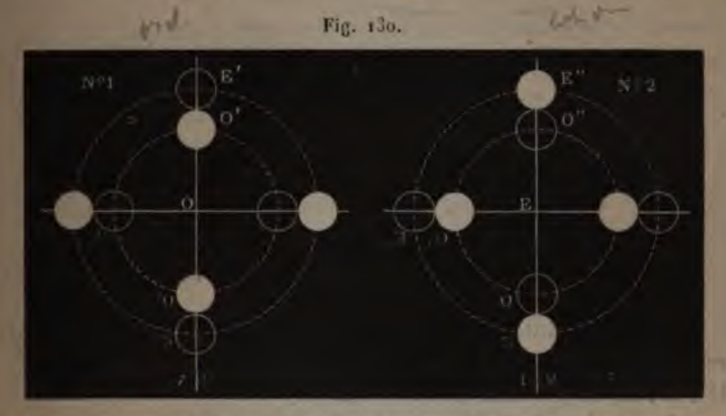
On sait d'ailleurs que O′ varie de $\frac{I}{2}$ à o et E′ de o à $\frac{I}{2}$ quand l'angle α des deux sections principales change de 0° à 90°. On satisfait à toutes ces conditions en écrivant généralement

$$O' = \frac{I}{2}\cos^2\alpha, \qquad E' = \frac{I}{2}\sin^2\alpha.$$

C'est en cela que consiste la loi de Malus ; elle a été vérifiée par des mesures photométriques précises.

II. ***Polarisation du rayon extraordinaire.*** — En déplaçant l'écran NN (*fig.* 129), on peut intercepter le rayon ordinaire BD, laisser passer au contraire le faisceau extraordinaire CN et étudier sa réfraction à travers le second rhomboèdre S′E. On trouve que la lumière qui le compose n'est plus de la lumière naturelle, qu'elle a éprouvé les mêmes modifications que celle du faisceau ordinaire, qu'elle est pola-

Fig. 130.



risée ; seulement elle est polarisée dans le plan horizontal perpendiculaire à la section principale SC, et les intensités du rayon ordinaire O″ et du rayon extraordinaire E″ qu'elle produit se déduiront de celles qu'on a trouvées pour O′ et E′ en remplaçant α par $90^\circ - \alpha$. On aura

$$O'' = \frac{1}{2}\sin^2\alpha, \qquad E'' = \frac{1}{2}\cos^2\alpha.$$

Si nous résumons ces phénomènes, nous voyons que tout faisceau de lumière naturelle égal à I, émis par une ouverture étroite L, se décompose, en traversant un premier rhomboèdre SC, en deux moitiés égales : la première, réfractée ordinairement, égale à $\frac{1}{2}$, polarisée dans le plan vertical SC ; la deuxième, réfractée extraordinairement, égale à $\frac{1}{2}$, polarisée

dans le plan perpendiculaire à la section principale SC. En traversant un deuxième rhomboèdre, ces deux faisceaux donnent chacun une image ordinaire et une image extraordinaire, polarisées dans des plans parallèles et perpendiculaires à la section principale de S′E. On voit (*fig.* 130, n° 1) en O′ et E′ les deux images fournies par le rayon ordinaire et en E″ et O″ (n° 2) celles qui résultent du rayon extraordinaire.

Voici le Tableau des intensités de ces quatre images :

Rayon naturel.	A travers le premier cristal.	A travers le second cristal.	Plan de polarisation.	Somme.	
I....	$O=\frac{1}{2}$	$O'=\frac{1}{2}\cos^2\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	1
		$E'=\frac{1}{2}\sin^2\alpha$	90		
	$E=\frac{1}{2}$	$O''=\frac{1}{2}\sin^2\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	
		$E''=\frac{1}{2}\cos^2\alpha$	90		

Quand on n'intercepte aucun des deux rayons ordinaire ou extraordinaire, sortis du premier cristal, on voit les images O′, O″, E′, E″ se peindre sur l'écran, et y prendre les intensités exprimées dans le Tableau précédent. Les expériences se font en mettant l'un après l'autre les deux rhomboèdres B et A (*fig.* 128) et en faisant tourner le second par le bouton C [1].

Cas de la tourmaline. — Tous les cristaux qui ont, comme le spath, un axe de symétrie, et qui n'en ont qu'un, se comportent comme le spath d'Islande. Ceux qui sont colorés et

---

[1] Les diverses expériences que nous venons de décrire sont susceptibles d'une forme assez élégante qui, utilisant la persistance des impressions sur la rétine, montre simultanément les phénomènes produits dans tous les azimuts; à cet effet, on communique à l'analyseur un mouvement de rotation rapide autour de l'axe de l'appareil. Dans le cas de la *fig.* 129, n° 3, par exemple, on observera trois anneaux concentriques; l'anneau moyen correspondant à la superposition des deux images présentera en tous ses points un éclairement uniforme, tandis que l'anneau ordinaire aura son éclat maximum dans le plan de polarisation, une intensité nulle dans le plan perpendiculaire; ce sera l'inverse pour l'anneau extraordinaire.

qui absorbent une portion de la lumière offrent une particularité spéciale, qui est surtout sensible dans la tourmaline.

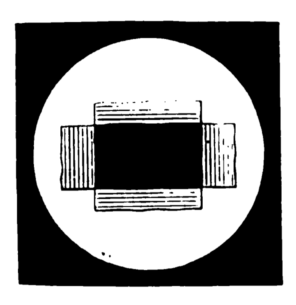
Lorsqu'on la taille parallèlement à l'axe sous une épaisseur convenable e et qu'on la fait traverser par un faisceau de lumière naturelle d'intensité I, on obtient : 1° un faisceau extraordinaire qui devrait être égal à $\frac{I}{2}$, mais qui est réduit par l'absorption à $\frac{I}{2}m^e$. Il est peu affaibli; il est polarisé perpendiculairement à la section principale; 2° le faisceau ordinaire est $\frac{I}{2}n^e$, mais le coefficient n est tellement petit, que le faisceau est sensiblement annulé à partir d'une épaisseur égale à 1^{mm}. Il suit de là que la tourmaline transforme la lumière naturelle en un faisceau affaibli $\frac{I}{2}m^e$, ordinairement coloré en vert et polarisé perpendiculairement à la section principale.

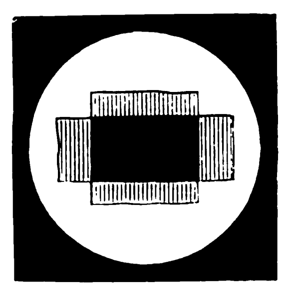
Quand deux tourmalines sont superposées, la première ne laisse passer que l'image E, la seconde que l'image E'', et l'on a

$$E'' = \frac{I}{2}m^{2e}\cos^2\alpha.$$

Si elles sont parallèles, la lumière les traverse; quand on les croise à angle droit, elle est éteinte. Voici (*fig.* 131) l'aspect

Fig. 131.





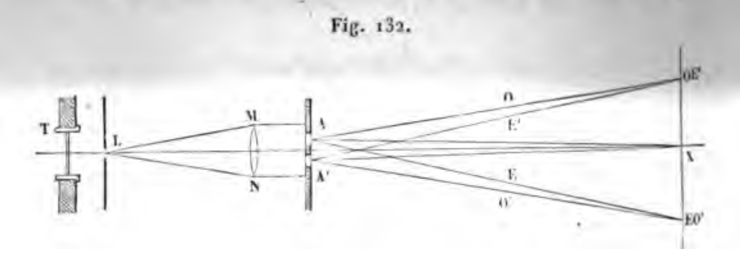
présenté sur un écran par l'image des tourmalines croisées ou parallèles.

On voit par ces expériences que la lumière naturelle éprouve en se polarisant une modification capitale. Il est nécessaire de voir si, après l'avoir subie, elle a conservé ou non les propriétés que nous avons primitivement étudiées. Or on reconnaît que la lumière polarisée se propage, se réfléchit, se réfracte et se disperse suivant les mêmes lois de direction que la lumière naturelle. Mais, en essayant de reproduire les expériences d'interférence, Fresnel et Arago [1] ont découvert des actions spéciales que nous allons examiner.

INTERFÉRENCES DES RAYONS POLARISÉS.

Plaçons sur le banc d'interférences (*fig.* 132) : 1° en T une tourmaline qui polarisera la lumière perpendiculairement à sa section principale; 2° en L une fente mince; 3° en MN une lentille ayant son foyer en L; 4° en AA′ un écran percé de deux fentes étroites A et A′; 5° en X un écran pour recevoir les images ou bien la loupe mobile qui est destinée à les ob-

Fig. 132.



server. Les choses se passeront comme s'il y avait en A et en A′ deux bandes lumineuses concordantes, et l'on verra des franges en X absolument comme si la lumière n'avait pas été polarisée.

Prenons maintenant une lame très mince de spath d'Islande à faces parallèles, taillée parallèlement à l'axe; coupons-la en deux parties et plaçons-les, l'une en A, l'autre en A′, en diri-

---

(1) Fresnel et Arago, *Mémoire sur l'action que les rayons de lumière polarisée exercent les uns sur les autres* (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 2e série, t. X, p. 288; *OEuvres complètes de Fresnel*, t. I, p. 507).

geant leurs sections principales dans le plan de la figure. Il se présentera trois cas :

I. Si la lumière incidente a été polarisée par la tourmaline T dans le plan des deux sections principales, elle donnera deux rayons ordinaires en traversant A et A'; l'expérience montre qu'ils interfèrent comme la lumière naturelle et que le centre des franges est en X.

II. Si cette lumière est polarisée dans le plan perpendiculaire aux sections principales, elle se réfracte extraordinairement, et les franges sont encore symétriques par rapport à X. En résumé, dans ces deux cas, les lumières polarisées ordinairement ou extraordinairement ne se distinguent point de la lumière naturelle; mais il faut remarquer que leurs plans de polarisation sont parallèles.

III. Polarisons maintenant la lumière à 45° des sections principales; elle donnera dans chaque lame A, A' : 1° des rayons ordinaires O, O', polarisés dans le plan de la figure, qui interféreront et donneront un système de franges dont le centre sera en X; 2° des rayons extraordinaires E, E', polarisés perpendiculairement au plan de la figure et qui produiront un deuxième système de franges superposé au premier. L'expérience montre qu'il en est ainsi; mais on remarquera que O, le faisceau ordinaire de A, et E', l'extraordinaire de A', pourraient également interférer. S'ils le faisaient, le centre des franges devrait être placé en OE'. On démontrera, en effet, par la suite, que dans le spath le rayon ordinaire marche moins vite que le rayon extraordinaire, et qu'après avoir parcouru une distance plus petite AO le premier concorde avec le second, qui a traversé une longueur A'E' plus grande. Par la même raison, le système des franges développées par le concours des rayons O' et E aurait son milieu en EO'. Or, l'expérience ne fait voir ni l'un ni l'autre de ces systèmes, et, si l'on remarque que O et E' d'une part, O' et E de l'autre, sont polarisés dans des plans rectangulaires, on peut déjà conclure que les rayons polarisés à angle droit n'interfèrent point.

Déplaçons maintenant l'une des lames, A' par exemple, et dirigeons sa section principale perpendiculairement à celle de l'autre lame A et au plan de la figure.

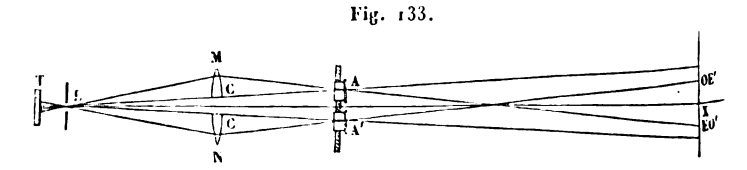
1° La lumière étant polarisée dans le plan de la figure par la tourmaline T, elle donne deux faisceaux : l'un ordinaire en A, l'autre extraordinaire en A'. Le premier est en retard sur le second; leurs plans de polarisation sont parallèles, et l'on voit des franges dont le centre est en OE'.

2° Le plan de polarisation étant dirigé perpendiculairement à l'axe de A et parallèlement à celui de A', A donne un rayon extraordinaire E, A' un faisceau ordinaire O'; la différence de marche a changé de signe, les plans de polarisation sont restés parallèles et les franges se placent en EO'. On voit par là que les rayons ordinaire et extraordinaire peuvent interférer, bien qu'ils aient une grande différence de marche, mais c'est à la condition que leurs plans de polarisation seront parallèles.

3° Enfin, lorsqu'on met l'axe de la tourmaline à 45° de ceux des lames A et A', il se forme à travers chacune d'elles deux rayons réfractés : l'ordinaire de l'une et l'extraordinaire de l'autre sont polarisés dans le même plan; ils interfèrent et donnent deux systèmes, l'un en OE', l'autre en EO'; mais les deux rayons ordinaires O, O', ainsi que les deux rayons extraordinaires E, E', qui tout à l'heure interféraient en O lorsque leurs plans de polarisation étaient parallèles, ne donnent plus de franges maintenant que ces plans sont perpendiculaires.

Toutes ces expériences peuvent se répéter avec un réfractomètre quelconque, et en particulier avec celui de Billet. On placera les deux lames cristallisées en A et en A' (*fig.* 133).

Fig. 133.



Dans tous les cas, elles se résument comme il suit : *Deux rayons polarisés interfèrent comme la lumière naturelle lorsque leurs plans de polarisation sont parallèles et ne donnent plus de franges quand ces plans sont perpendiculaires.*

DIRECTION DES VIBRATIONS DANS LES RAYONS POLARISÉS. — Cela posé, nous allons aborder la question de rechercher si, dans un rayon de lumière polarisée, les vibrations sont longitudinales ou transversales. Il est dès l'abord évident qu'elles ne peuvent être longitudinales; car, si cela était, un rayon polarisé offrirait les mêmes propriétés dans tous les plans menés par la direction de sa propagation. En traversant un cristal de spath, il pourrait se décomposer en deux rayons; mais leurs intensités ne changeraient pas quand on ferait tourner la section principale du cristal autour de la ligne de propagation.

Mais ces vibrations pourraient être obliques. Si cela était, deux rayons polarisés à angle droit seraient toujours décomposables en vibrations transversales et en vibrations longitudinales, et celles-ci devraient toujours interférer. Comme cela n'a point lieu, il n'est pas possible que, dans un rayon de lumière polarisée, les vibrations soient obliques : il faut qu'elles soient normales à sa direction. Il nous reste à déterminer l'azimut dans lequel elles s'exécutent. Or, les rayons polarisés offrent des propriétés symétriques par rapport à deux plans menés suivant la direction de leur propagation (*fig.* 127), l'un celui de la polarisation, l'autre perpendiculaire. Il faut donc, à cause de cette symétrie, que les vibrations soient dirigées dans l'un ou dans l'autre de ces plans. Mais aucun des phénomènes qui nous sont jusqu'à présent connus ne peut nous apprendre si elles sont dans l'un plutôt que dans l'autre, dans le plan de polarisation plutôt que dans le plan normal.

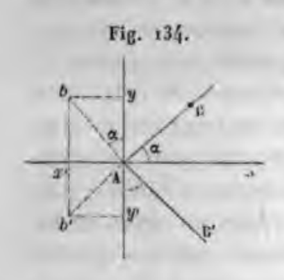
Les propriétés que nous étudierons dans la suite viendront combler cette lacune. Elles conduisent à admettre que les vibrations se font perpendiculairement au plan de polarisation. Acceptons dès à présent ce résultat, sauf à indiquer par la suite comment on peut le justifier.

Si l'on veut matérialiser l'idée que nous devons nous former d'un rayon de lumière qui se propage horizontalement et qui est polarisé dans le plan vertical, il faut se figurer une corde vibrante indéfinie et horizontale qu'on a ébranlée en un de ses points et à laquelle on a imprimé des vibrations horizontales. Celles-ci se propagent le long de la corde et constituent un rayon sonore dont les vibrations restent horizontales à toute

distance : il est polarisé dans le plan vertical. Il est clair qu'il a des propriétés symétriques autour de deux plans, celui de ses vibrations et celui qui lui est perpendiculaire. On va voir que, pour le rayon sonore comme pour le rayon lumineux, ces propriétés peuvent mécaniquement se prévoir.

COMPOSITION DES VIBRATIONS RECTANGULAIRES. — Étudions l'action d'un cristal biréfringent dont la section principale est dirigée suivant Ax (*fig.* 134). Soit un rayon projeté en A, polarisé dans l'azimut AB qui fait un angle α avec Ax. Sa vibration sera dirigée suivant Ab; elle sera exprimée par

Fig. 134.



$$v = a \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

On pourra la décomposer en deux autres : l'une dirigée suivant Ay,

$$y = a \cos\alpha \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

qui constituera un rayon polarisé suivant Ax : ce sera le rayon ordinaire; l'autre composante, dirigée suivant Ax', donnera un rayon polarisé suivant Ay, perpendiculairement à la section principale : ce sera le rayon extraordinaire, représenté par la formule

$$x' = - a \sin\alpha \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

Les intensités de ces rayons sont exprimées par le carré des amplitudes

$$O = a^2 \cos^2\alpha, \qquad E = a^2 \sin^2\alpha.$$

C'est la loi de Malus. La décomposition d'un rayon polarisé en deux autres, l'un ordinaire, l'autre extraordinaire, n'est donc rien autre chose que la décomposition, suivant les lois de la Mécanique, d'une vibration plane en deux autres, rectan-

gulaires, concordantes, dirigées suivant les plans de symétrie du cristal qui effectue cette décomposition.

Inversement deux vibrations concordantes rectangulaires, dirigées suivant x et y,

$$x' = -m \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

$$y = n \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

peuvent se composer en une résultante unique Ab, exprimée par la formule

$$v = \overline{Ab} \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

Son intensité sera égale à la somme de celles de ses composantes :

$$\overline{Ab}^2 = m^2 + n^2.$$

Elle sera polarisée suivant la ligne AB, qui fait avec Ax un angle α donné par la formule

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{-x'}{y} = \frac{m}{n}.$$

Nous allons confirmer ces résultats en complétant ce que nous avons dit de l'interférence des rayons polarisés (*fig.* 129). Supposons le cas où les deux sections principales des lames A et A' sont perpendiculaires et où la lumière incidente est polarisée à 45° de chacune d'elles. Les rayons ordinaires O, O' sont polarisés à angle droit, égaux en intensité, et ils ont traversé, quand ils arrivent en X, des chemins égaux. Par conséquent, leur superposition doit constituer une lumière d'intensité égale à leur somme et polarisée dans un azimut α égal à 45°, c'est-à-dire dans le plan de la polarisation primitive (*fig.* 131). Donc, en recevant cette lumière sur une tourmaline ayant son axe dans ce même plan, on les éteindra; on verra une frange obscure en X et d'autres bandes sombres à droite et à gauche de X, en tous les points où la différence de marche sera égale à un multiple pair de $\frac{\lambda}{2}$. Pour tous les points où cette diffé-

rence de marche sera un multiple impair de la demi-longueur d'onde, les vibrations concourantes seront, l'une dirigée suivant x', l'autre suivant y'; elles se composeront en une vibration résultante Ab' ou en un rayon polarisé dans l'azimut Ab', à $-45°$ de Ax. Donc, en tournant la tourmaline de 90°, on verra les franges changer, devenir sombres à tous les points où la différence de marche est égale à $(2n+1)\frac{\lambda}{2}$, et brillantes à ceux où elles étaient primitivement obscures, c'est-à-dire où la différence de marche est $2n\frac{\lambda}{2}$. La tourmaline fait apparaître successivement ces apparences inverses; mais on les voit toutes deux en même temps quand on remplace la tourmaline par un cristal biréfringent dont la section principale est parallèle à AB. Le rayon extraordinaire contient les franges du premier système, le rayon ordinaire celles du second. Si l'on supprime ce cristal, on peut dire que l'œil reçoit les deux systèmes à la fois, et, comme les franges obscures de l'un occupent la place des franges brillantes de l'autre et que leurs intensités sont complémentaires, on doit voir une lumière uniforme. Ainsi les rayons polarisés à angle droit interfèrent, si l'on prend ce mot dans son acception la plus large, mais cette interférence n'a pas pour résultat de modifier les intensités; elle ne peut être constatée qu'en recevant la lumière sur un cristal qu'on nomme l'*analyseur* et que nous retrouverons dans tous les cas analogues.

LUMIÈRE NATURELLE. — On sait que la lumière naturelle est décomposée par un cristal en deux rayons polarisés à angle droit et d'égale intensité; or il semblerait résulter de ce que nous venons de dire que ceux-ci, s'ils se superposent, doivent composer nn rayon polarisé à 45°; il n'en est rien : ils reproduisent de la lumière naturelle.

Quand nous avons étudié les interférences, nous avons représenté la vibration d'une molécule en un point d'un rayon par la formule

$$v = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda}\right).$$

[ais nous n'avons point tardé à reconnaître que deux rayons n'ont pas une origine commune n'interfèrent point. Cela s a conduits à admettre que les vibrations doivent, après périodes de temps très courtes par rapport à la durée de impressions, mais très longues par rapport au temps T, ouver de brusques perturbations de phases, absolument ıme les cordes sonores quand la direction de l'archet nge. Il est probable que ces perturbations ne s'arrêtent ıt là, qu'elles se produisent aussi sur l'amplitude a et ne sur la direction et la forme des vibrations, de sorte que, s un rayon naturel, les amplitudes et les phases éprouvent, après certains intervalles de régularité, des variations sques, et que, de plus, les vibrations se feraient tantôt rant Ay, tantôt suivant Ax, tantôt dans une quelconque directions intermédiaires.

'endant que la vibration a lieu suivant Ab, on peut la remcer par deux composantes x' et y, dont les amplitudes sont ›sα et a sinα, et, si l'on recompose x' et y, elles reprosent Ab; mais, comme Ab varie de moment en moment, s reproduisent un rayon polarisé dans un azimut perpé·llement variable, c'est-à-dire la lumière naturelle.

l n'en est plus de même si l'on prend pour origine un rayon arisé vibrant suivant Ab. Son amplitude et sa phase sont ore variables, mais sa direction de vibration reste toujours nême, et, si on le décompose en deux vibrations rectangues x' et y, elles ont des amplitudes dont le rapport est ıstant et égal à $\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$. Si on les recompose, elles reproduisent jours une vibration dirigée suivant Ab. De là une règle ariable : si l'on veut faire interférer deux rayons polarisés, aut qu'ils proviennent d'un rayon polarisé lui-même, comme faut que deux rayons naturels proviennent de la même ırce.

Ces perturbations n'empêchent point qu'on ne puisse emyer dans les calculs la formule de vibration qui nous a déjà vi, car, du moment que nous partirons toujours d'un rayon ginel unique polarisé dans un plan fixe, toutes les perturions seront communes dans les divers rayons auxquels il

donnera lieu ; elles affecteront leurs intensités ou leurs phases, mais nullement les rapports de ces intensités et la différence de ces phases, si ce n'est aux moments où ces perturbations auront lieu, moments très courts et très rares comparés aux durées pendant lesquelles les vibrations gardent leur régularité.

Nous savons maintenant quelles sont les longueurs d'onde des vibrations des diverses couleurs et quelle est leur direction. Il ne reste plus rien d'indéterminé dans la théorie des ondes. Si donc elle est vraie, les divers phénomènes de l'Optique doivent non seulement se prévoir, mais se calculer dans toutes les circonstances et se déduire des lois de la Mécanique. Alors le rôle de l'expérience s'abaisse : elle n'est plus le guide unique qui doit nous montrer les phénomènes; elle est réduite ou à chercher des constantes numériques ou à vérifier des résultats mathématiques. Nous allons, en conséquence, changer entièrement le mode d'exposition des phénomènes; nous les déduirons du calcul et nous les vérifierons *a posteriori*. Cette marche abrégera l'étude; elle aura cet autre avantage de montrer comment les principes d'une science étant découverts, ils conduisent par déduction à tous les détails et résolvent tous les problèmes.

CHAPITRE V.

DOUBLE RÉFRACTION DANS LES CRISTAUX A UN AXE.

Lois de l'élasticité de l'éther. — Vitesses des rayons réfractés. — Surface de l'onde. — Construction d'Huygens. — Vérifications. — Calcul général dans le cas où le rayon incident est dans la section principale. — Réfraction à la sortie d'un cristal. — Applications. — Prismes de Rochon, de Wollaston, de Nicol, de Senarmont, de Foucault. — Lunette de Rochon. — Constantes de double réfraction du spath et du quartz.

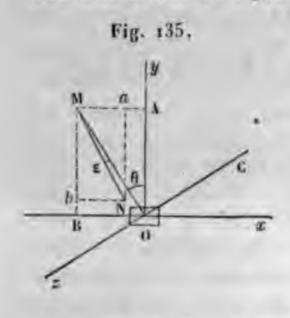
DOUBLE RÉFRACTION UNIAXIALE.

Les substances transparentes cristallisées se divisent en trois classes. Dans la première, se placent les corps cristallisés dans le système cubique : ils n'offrent aucune dissymétrie autour d'un point, et la propagation des ondes se fait comme dans les milieux qui ne sont pas cristallisés. La deuxième classe comprend les cristaux qui se rapportent au rhomboèdre et au prisme droit à base carrée; ils ont un axe de symétrie et déterminent une double réfraction symétrique autour de cet axe. Dans la troisième se placent tous les autres cristaux dont les axes sont inégaux et souvent obliques; ils ont une double réfraction régie par des lois très complexes. Nous étudierons dans ce Chapitre la double réfraction des cristaux de la deuxième classe.

LOIS DE L'ÉLASTICITÉ DE L'ÉTHER. — Pour bien faire comprendre la théorie de la double réfraction, imaginons d'abord une verge métallique rectangulaire, encastrée dans un étau, projeté en O (*fig.* 135), et dont les côtés sont parallèles à Ox et à Oy. Si l'on déplace son extrémité d'une quantité $OA = \sigma$ dans le sens Oy, on développera une force d'élasticité de flexion propor-

tionnelle à σ, à l'épaisseur e et à un facteur constant μ; elle est égale à $\mu\sigma e$. Qu'on vienne ensuite à déplacer la règle de la même quantité $OB = \sigma$ dans le sens des x, la force élastique sera différente et égale à $\mu\sigma e'$, parce que l'épaisseur est e'.

Fig. 135.



Dans l'un et dans l'autre cas, la verge abandonnée à elle-même décrira des oscillations planes suivant Oy ou Ox, et les nombres de vibrations pendant l'unité de temps seront proportionnels à e et à e'. Mais, si l'on écarte la règle de la même quantité σ dans une direction quelconque OM faisant un angle θ avec Oy, on peut remplacer ce déplacement par ses deux composantes, $\sigma \cos\theta = OA$ suivant Oy et $\sigma \sin\theta = OB$ suivant Ox; chacune de ces composantes déterminera une réaction élastique correspondante, la première $\mu\sigma e \cos\theta = Mb$ suivant Oy, la deuxième $\mu\sigma e' \sin\theta = Ma$ suivant Ox, et la résultante sera

$$R = MN = \mu\sigma\sqrt{e^2 \cos^2\theta + e'^2 \sin^2\theta};$$

elle fera avec Oy un angle Y, et l'on aura

$$\cos Y = \frac{\mu\sigma e \cos\theta}{R}, \qquad \sin Y = \frac{\mu\sigma e' \sin\theta}{R}.$$

Cette force n'est donc plus dirigée suivant le déplacement OM, mais suivant une direction différente MN, d'où il résulte que la règle abandonnée à elle-même décrira une oscillation qui ne sera plus plane et qui pourra, comme on le sait, affecter des formes très complexes (¹).

Les mêmes phénomènes se présentent si la verge est carrée, c'est-à-dire si $e = e'$, pourvu qu'elle soit taillée dans un cristal dont l'axe est dirigé suivant Ox ou Oy. Savart l'a démontré en faisant vibrer transversalement une pareille verge dans le sens Ox et dans le sens Oy, ce qui donnait des notes différentes. Il fit en outre tailler dans un gros cristal de quartz une plaque

(¹) *Voir* le caléidophone, *Acoustique*, p. 155.

carrée à faces parallèles entre elles et à l'axe de cristallisation. Deux côtés étaient parallèles, les deux autres perpendiculaires à l'axe Ox. Si cette lame eût été en verre et qu'on l'eût mise en vibration par un archet en attaquant les deux systèmes de côtés, elle eût donné le même son ; étant en cristal, elle rend des notes différentes quand on la fait vibrer parallèlement ou perpendiculairement à l'axe. On en conclut que la force élastique développée dans un cristal par un même écart σ est, toutes choses égales d'ailleurs, différente quand cet écart est produit parallèlement ou perpendiculairement à l'axe.

Or, bien qu'on ne sache pas comment l'élasticité de l'éther change avec l'élasticité des molécules matérielles qui constituent un milieu, il est certain qu'elles dépendent l'une de l'autre, et Fresnel (¹) s'en est prévalu pour admettre que dans tout cristal l'élasticité de l'éther change avec la direction du déplacement. Répétons mot pour mot au sujet de l'éther ce que nous venons de dire au sujet d'une règle vibrante.

Supposons qu'une molécule d'éther O (*fig.* 135) ait reçu un déplacement d'amplitude égale à σ ; elle reviendra à sa position d'équilibre, décrira des oscillations isochrones et deviendra le centre d'une onde dont l'intensité sera proportionnelle à σ^2. La force élastique qui la ramènera à sa position d'équilibre sera proportionnelle à ce déplacement σ et à un facteur qui dépend de sa direction.

1° Si le déplacement a lieu suivant OA, perpendiculairement à l'axe du cristal Ox, mais dans un azimut quelconque autour de cet axe, on doit admettre, par raison de symétrie, que la force élastique sera constante, dirigée dans le sens du déplacement, et pourra se représenter par $\mu\sigma a^2$.

2° Si le déplacement se fait suivant OB dans la direction de

(¹) Travaux de Fresnel sur la double réfraction : *premier Mémoire*, présenté à l'Académie des Sciences le 19 novembre 1821, et *Suppléments* (26 novembre 1821 et 31 mars 1822) ; *Note sur l'accord des expériences de MM. Biot et Brewster avec la loi des vitesses donnée par l'ellipsoïde ; second Mémoire sur la double réfraction*, inséré au t. VII du Recueil de l'Académie des Sciences. Ces Mémoires et divers extraits et Notes sur le même sujet se trouvent réunis dans les *OEuvres de Fresnel*, t. II, p. 257 à 596 ; ils sont suivis d'un Commentaire de M. de Senarmont, p. 597 à 623.

l'axe, cette force élastique sera encore dirigée suivant le déplacement, mais aura une valeur différente égale à $\mu\sigma b^2$.

3° Enfin, lorsque la molécule aura été écartée dans une direction quelconque OM, Fresnel admet que pour déterminer la réaction élastique on peut décomposer le déplacement en deux composantes, l'une $\sigma \cos\theta$ suivant une direction OA perpendiculaire à l'axe, l'autre $\sigma \sin\theta$ suivant l'axe, développant respectivement, d'après les hypothèses précédentes des forces élastiques,

$$\mu\sigma a^2 \cos\theta = \mathrm{M}b, \quad \mu\sigma b^2 \sin\theta = \mathrm{M}a\,;$$

leur résultante sera

$$\mathrm{R} = \mu\sigma\sqrt{a^4 \cos^2\theta + b^4 \sin^2\theta}\,;$$

elle sera comprise dans le plan AOB, dirigée suivant MN et fera avec Oy un angle Y tel que

$$\cos\mathrm{Y} = \frac{\mu\sigma a^2 \cos\theta}{\mathrm{R}}, \qquad \sin\mathrm{Y} = \frac{\mu\sigma b^2 \sin\theta}{\mathrm{R}}\,;$$

et avec la direction OM du déplacement un angle ε exprimé par la formule

$$\cos\varepsilon = \cos(\theta - \mathrm{Y}) = \cos\theta \cos\mathrm{Y} + \sin\theta \sin\mathrm{Y},$$
$$\cos\varepsilon = \frac{\mu\sigma(a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta)}{\mathrm{R}}.$$

Enfin, cette force R se décomposera en deux : l'une perpendiculaire à OM, qui agit dans le sens de la propagation et qui ne produit pas d'effet lumineux (¹) ; l'autre suivant OM, qui produit seule la vibration lumineuse, que nous représenterons par $\mu\sigma h^2$ et qui sera

$$\mu\sigma h^2 = \mathrm{R}\cos\varepsilon = \mu\sigma(a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta).$$

(¹) Fresnel admettait que l'éther est incompressible, d'où l'inefficacité de cette composante. Nous reviendrons sur ce sujet à propos des cristaux à deux axes.

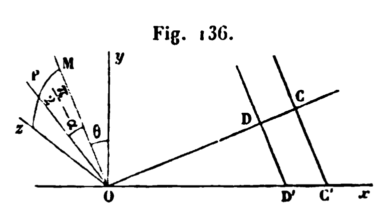
La théorie de la double réfraction implique encore d'autres hypothèses.

VITESSE DES RAYONS RÉFRACTÉS. — Fresnel admet : 1° que *la propagation d'un système d'ondes planes fait naître des réactions élastiques de même direction et d'intensités proportionnelles aux réactions développées par la vibration d'une molécule unique ;* 2° qu'*une onde plane ne peut se propager sans altération que lorsque la composante efficace h de la réaction élastique qu'elle développe est dirigée suivant le déplacement.*

Cette dernière condition n'est pas réalisée en général ; nous allons montrer qu'il en résulte qu'une onde plane polarisée dans une direction quelconque doit donner naissance, dans un cristal à un axe qu'elle traverse, à deux ondes distinctes polarisées dans deux plans rectangulaires et se propageant avec des vitesses différentes.

Soient en effet OC (*fig.* 136) la direction de propagation d'une onde plane polarisée suivant une direction quelconque OP, nécessairement normale à OC ; OM l'intersection du front de l'onde avec la section principale COx contenant l'axe Ox et la direction de propagation ; $\frac{\pi}{2} - \alpha$ l'angle MOP. La réaction élastique développée par ce déplacement est contenue dans le plan POx, suivant une direction ON qui n'est pas figurée ; sa composante efficace, située dans le plan CON, ne coïncide pas avec OP et, par suite, l'onde proposée ne peut se propager sans altération ; mais on peut décomposer le déplacement OP $= \sigma$ en deux autres situés tous deux dans le plan normal MOz : 1° un déplacement suivant Oz, normal au plan COx, égal à $\sigma \cos\alpha$; 2° un déplacement suivant OM, dans la section principale, égal à $\sigma \sin\alpha$. Le premier est normal à l'axe Ox ; il développe une force élastique $\sigma a^2 \cos\alpha$ dans le sens même du déplacement. L'autre, $\sigma \sin\alpha$, est oblique à l'axe, et la force élastique

Fig. 136.



qu'il développe, située dans le plan MOx qui comprend la direction de propagation, a sa composante efficace dirigée suivant OM ; elle a pour valeur $\sigma h^2 \sin\alpha$. Chacun des deux déplacements considérés correspond donc à une onde qui peut se propager sans altération. Fresnel admet que l'onde incidente se dédoublera précisément de cette manière. Il reste à déterminer quelles seront les vitesses de propagation des ondes produites.

On sait (¹) que la vitesse de propagation d'une onde plane est représentée par $\sqrt{\frac{e}{d}}$; on considère arbitrairement la densité d de l'éther comme constante dans toutes les directions d'un cristal ; il en résulte que la vitesse sera proportionnelle à la racine carrée des forces élastiques agissantes e ; elle pourra être représentée par a perpendiculairement à l'axe, par b dans le sens de l'axe, enfin par h dans une direction quelconque oblique à l'axe.

Ainsi les deux ondes que nous venons de déterminer se propageront, la première avec la vitesse a, la seconde avec la vitesse h.

En résumé : 1° Toute onde incidente polarisée se décompose dans un cristal à un axe en deux autres, et il y a double réfraction, excepté pour $\alpha = 0$ et pour $\alpha = 90°$, c'est-à-dire quand le plan de polarisation de la lumière sera parallèle ou perpendiculaire à celui de la section principale. L'expérience confirme cette conclusion.

2° Le déplacement $\sigma \sin\alpha$, parallèle à la section principale, se transmet suivant une onde dont la vitesse h varie avec la direction de propagation : c'est l'onde extraordinaire, dont la réfraction suit des lois spéciales. Au contraire, le déplacement $\sigma \cos\alpha$, perpendiculaire à la section principale, se propage avec une vitesse constante a dans toutes les directions. Dès lors l'onde suit la loi de Descartes, comme si la substance n'était pas cristallisée : c'est l'onde ordinaire.

Or l'expérience prouve qu'en effet l'une des deux ondes suit la loi de Descartes et qu'elle est polarisée dans la section

(¹) Voir *Acoustique*, p. 33.

principale. Suivant la théorie, c'est celle dont le déplacement $\sigma \cos\alpha$ est perpendiculaire à cette section principale. Il faut donc, pour faire accorder la théorie et l'expérience, admettre que dans un rayon polarisé les vibrations sont perpendiculaires au plan de polarisation. On se rappelle que les phénomènes étudiés jusqu'à présent laissaient indéterminé le sens de ces vibrations : on vient de voir à l'aide de quelles hypothèses la théorie de la double réfraction comble cette lacune.

3° L'amplitude des vibrations de l'onde incidente est σ, et son intensité σ^2. Son plan de polarisation, perpendiculaire à OP, fait un angle α avec OM et $\frac{\pi}{2} - \alpha$ avec Oz. L'onde se décompose en deux : l'une ordinaire, polarisée dans la section principale, dont l'amplitude est $\sigma\cos\alpha$ et l'intensité $\sigma^2\cos^2\alpha$; l'autre extraordinaire, $\sigma\sin\alpha$, dont l'intensité est $\sigma^2\sin^2\alpha$. Cette loi nous est déjà connue : c'est la loi de Malus.

SURFACE DE L'ONDE. — Les deux ondes planes que nous venons de considérer se propageront suivant OC (*fig.* 136) et se trouveront, après l'unité de temps, l'ordinaire à une distance $OD = a$ sur un plan DD' normal à OD, l'extraordinaire à une distance $OC = h$ sur un autre plan normal CC'. Pour la première, les vibrations seront dans le plan DD' et perpendiculaires à COx. Pour la seconde, elles seront dans le plan CC' et parallèles à COx. Si maintenant nous supposons que le point O soit un centre d'ébranlement dans l'intérieur du cristal, la lumière qui en émane se propagera dans tous les sens à la fois et arrivera, après l'unité de temps, sur deux surfaces que l'on nomme *surfaces de l'onde* et que nous allons déterminer. La première sera le lieu d'arrivée des vibrations Oz, perpendiculaires à la section principale COx, qui ont une vitesse constante a : c'est donc une sphère de rayon a : c'est l'onde ordinaire. La deuxième, l'onde extraordinaire, est le lieu d'arrivée des vibrations dirigées suivant une direction quelconque OM dans le plan COx : c'est l'enveloppe de tous les plans menés normalement aux droites telles que OC à une distance $h = \sqrt{a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta}$ (1).

(1) Considérons une onde plane CC' se propageant avec la vitesse OC vers

ut est symétrique autour de l'axe, cette surface
ution autour de Ox; il suffit donc de chercher sa
ou la courbe enveloppe de CC'. L'équation de CC'

$$x = -y \operatorname{tang}\theta + \frac{\sqrt{a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta}}{\cos\theta}$$

$$= -y \operatorname{tang}\theta + \sqrt{a^2 + b^2\operatorname{tang}^2\theta}.$$

r cette équation par rapport à θ,

$$-\frac{y}{\cos^2\theta} + \frac{\dfrac{2b^2\operatorname{tang}\theta}{\cos^2\theta}}{2\sqrt{a^2 + b^2\operatorname{tang}^2\theta}} = 0, \qquad y = \frac{b^2\operatorname{tang}\theta}{\sqrt{a^2 + b^2\operatorname{tang}^2\theta}},$$

puis éliminer θ entre l'équation primitive et l'équation dérivée. On trouve aisément

$$(1) \qquad a^2y^2 + b^2x^2 = a^2b^2.$$

C'est l'équation de la méridienne de la surface de l'onde en coordonnées rectilignes; elle représente une ellipse dont les axes sont a et b. Par conséquent, la surface cherchée est un ellipsoïde de révolution dont l'axe polaire est $x = a$ et l'axe équatorial $y = b$.

Il est parfois utile de se servir de coordonnées polaires. L'équation de la méridienne de l'onde extraordinaire devient alors

$$(2) \qquad \frac{1}{\rho^2} - \frac{1}{a^2} = \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}\right)\sin^2\theta.$$

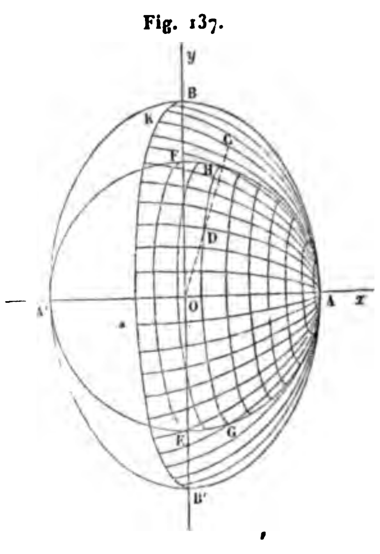
En résumé, tout ébranlement déterminé en O sera transmis après l'unité de temps sur deux surfaces d'onde (*fig.* 137). L'une, l'onde ordinaire, est une sphère dont le rayon est a.

---

le point O. Le mouvement transmis en O ne provient que d'une très petite partie de l'onde plane CC' autour d'un certain pôle P, qui, d'après le principe d'Huygens, appartient à la surface d'une onde décrite autour du point O. Donc cette surface d'onde est tangente à tous les plans d'onde tels que CC'; elle est leur enveloppe.

Considérons un rayon lumineux se propageant en OD; il est polarisé dans la section principale DAO; au point D, les vibrations sont normales à cette section; sur toute la surface de la sphère, elles sont dirigées suivant les parallèles GDH. L'autre surface d'onde est un ellipsoïde de révolution BAB'A', tangent à la sphère aux extrémités de l'axe du cristal; son axe polaire OA est a; son axe équatorial $OB = b$. Tout rayon OC a une vitesse de propagation qui, estimée dans sa direction, est égale au rayon vecteur $OC = \rho$ (¹); il est polarisé perpendiculairement à la section principale; il a ses vibrations dans cette section, c'est-à-dire dans le plan méridien ACK.

Fig. 137.



Quand une lumière passe du vide dans un milieu, l'indice de réfraction est égal au rapport de la vitesse dans l'air à la vitesse dans ce milieu. Si nous représentons la première par l'unité, par n_o, n_e, ν les indices du cristal dans une direction normale à l'axe, parallèle à l'axe et enfin quelconque, nous aurons

$$n_o = \frac{1}{a}, \qquad n_e = \frac{1}{b}, \qquad \nu = \frac{1}{\rho}.$$

On a entre ν, n_e, n_o la relation suivante, obtenue en remplaçant ρ, a et b par leurs valeurs dans l'équation polaire de la surface de l'onde,

$$(\nu^2 - n_o^2) = (n_e^2 - n_o^2)\sin^2\theta,$$

(¹) Il faut bien se garder de confondre cette vitesse avec la vitesse h, évaluée précédemment, que posséderait une onde plane se propageant normalement dans cette direction.

ıativement, puisque n_o, n_e, ν sont peu différents, le

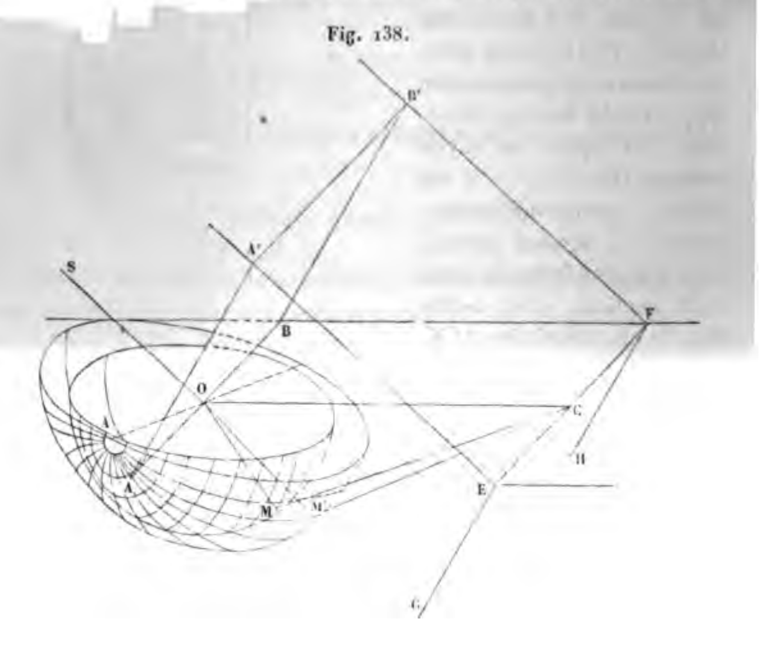
$$\nu - n_o = (n_e - n_o)\sin^2\theta.$$

ɔns un fréquent usage.

ION D'HUYGENS. — Cherchons maintenant ce qui d une onde plane passe de l'air dans un milieu l que le spath.

ıA'B' (*fig.* 138) l'onde incidente, AB sa trace sur la

Fig. 138.



surface du cristal ABEF. Après avoir occupé cette position, l'onde se transporte parallèlement à elle-même, et au bout d'un temps égal à l'unité elle est arrivée en EFGH, après avoir parcouru un espace B'F égal à l'unité. La distance OC des deux traces AB et EF est égale à $\frac{1}{\sin i}$.

Pendant qu'elle parcourait l'espace B'F dans l'air, l'onde pénétrait dans le milieu. Pour déterminer la surface sur la-

quelle le mouvement est arrivé, il faut remarquer que chacun des points du plan ABEF a été successivement ébranlé, et qu'ils ont envoyé dans l'intérieur des ondes élémentaires dont les axes sont proportionnels au temps écoulé entre l'instant où ils ont été touchés et celui où l'onde incidente a atteint la trace EF, temps qui est en raison inverse de la distance de ces points à EF et qui est égal à l'unité pour ceux de AB. Chacune de ces ondes élémentaires se compose d'une sphère et d'un ellipsoïde; l'enveloppe de toutes les sphères sera l'onde ordinaire, celle de tous les ellipsoïdes l'onde extraordinaire, et il est évident que toutes deux seront planes et qu'elles passeront par EF.

Pour déterminer la première enveloppe, il suffit de construire la sphère de rayon $a = \frac{1}{n_o}$ qui est émise par le point O pendant l'unité de temps avec une vitesse a et de lui mener un plan tangent par la trace EF; ce plan sera l'onde réfractée ordinairement. Si M est le point de tangence, OM est le rayon réfracté qui correspond au rayon incident OS; il est normal à l'onde réfractée, et l'on a

$$\sin r = \frac{\text{OM}}{\text{OC}} = \frac{\frac{1}{n_o}}{\frac{1}{\sin i}} = \frac{\sin i}{n_o}, \qquad \frac{\sin i}{\sin r} = n_o.$$

Comme $n_o = \frac{1}{a}$ est constant, ce rayon suit la loi de Descartes : c'est le rayon ordinaire. En chaque point tel que M, ses vibrations sont tangentes aux parallèles que nous avons tracés sur la sphère; il est polarisé dans le plan du méridien OAM, qui est celui de la section principale.

La deuxième enveloppe se trouvera de la même manière. On construira l'ellipsoïde ayant son centre en O, un axe de révolution $a = \frac{1}{n_o}$, un axe équatorial $b = \frac{1}{n_e}$, et on lui mènera par EF un plan tangent, qui sera l'onde extraordinaire. Si M' est le point de tangence, OM' sera le rayon réfracté; sa direction est oblique par rapport à l'onde correspondante; sa vi-

tesse (qui n'est pas la vitesse de l'onde mesurée normalement à son plan) sera égale au rayon vecteur OM', elle sera variable; son indice sera $\frac{1}{OM'}$, il ne sera pas constant; la loi de Descartes ne s'appliquera pas; les vibrations seront dirigées suivant le méridien AOM', qui est le plan de la section principale, et le plan de polarisation sera perpendiculaire à cette section.

VÉRIFICATIONS. — Il faut maintenant vérifier ces lois. Nous commencerons par montrer que l'un des deux rayons réfractés suit réellement la loi de Descartes, quelle que soit la direction de la route qu'il parcourt. Le procédé qui est à la fois le plus simple et le plus exact consiste à scier plusieurs lames dans un cristal de spath suivant des directions quelconques et différentes, à les coller l'une au-dessus de l'autre, puis à les tailler en un prisme dont les arêtes soient perpendiculaires à leurs faces de jonction. Si l'on examine à travers ce prisme, sur un goniomètre, la lumière fournie par une fente, on voit que les spectres extraordinaires donnés par les diverses lames sont inégalement déviés, mais qu'il n'y a qu'un seul spectre ordinaire, absolument comme si le prisme était fait d'un morceau unique de spath. L'indice n_o est donc indépendant de la direction, et on peut le mesurer absolument comme si la substance n'était pas cristallisée.

Nous n'avons plus qu'à nous occuper du rayon extraordinaire, et nous examinerons trois cas.

I. *Lame parallèle à l'axe; plan d'incidence perpendiculaire à l'axe* (*fig.* 139). — Soit A la projection de l'axe : si nous appliquons à ce cas la règle d'Huygens, nous voyons que le plan d'incidence coupe l'ellipsoïde suivant son équateur, dont le rayon AM' est $b = \frac{1}{n_e}$, et la sphère suivant un cercle de rayon $AM = a = \frac{1}{n_o}$. Prenons $AB = \frac{1}{\sin i}$, et, suivant une ligne B normale au plan de la figure, menons les deux plans tangents. Les points de contact M et M' seront évidemment

dans le plan d'incidence; on a de plus

$$\sin r = \frac{\mathrm{AM}'}{\mathrm{AB}} = \frac{\frac{1}{n_e}}{\frac{1}{\sin i}} = \frac{\sin i}{n_e}$$

ou

$$\sin i = n_e \sin r,$$

ce qui est la loi de Descartes. Pour vérifier ce résultat, on taille un prisme dont les arêtes soient parallèles à l'axe, on le fixe verticalement au centre d'un cercle divisé et l'on mesure la déviation du rayon extraordinaire. Le plan d'incidence est perpendiculaire aux arêtes ou à l'axe, et l'on trouve que la déviation est donnée par les formules établies pour les prismes ordinaires.

Fig. 139.

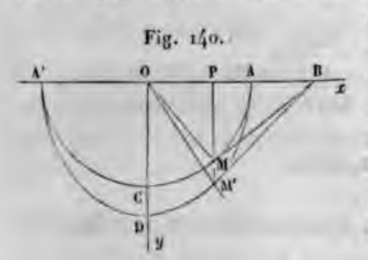
Quand on fait cette expérience, on voit deux spectres. L'ordinaire est polarisé parallèlement à l'axe et l'extraordinaire perpendiculairement. On peut donc éteindre l'un des deux par une tourmaline et mesurer la déviation de l'autre, puis calculer n_o et n_e. Par exemple, pour la raie D, on a, d'après M. Mascart,

	n_o.	n_e.
Spath............	2,65846	1,48654
Quartz............	1,54423	1,55338

Les expériences que nous venons de rapporter prouvent que la section de l'onde extraordinaire par un plan perpendiculaire à l'axe est un cercle de rayon $b = \frac{1}{n_e}$; cette onde est donc une surface de révolution par rapport à l'axe. Pour chercher sa génératrice, nous étudierons sa réfraction dans un cristal taillé parallèlement à l'axe, quand le plan d'incidence contient cet axe.

II. *Lame parallèle à l'axe; plan d'incidence contenant l'axe* (*fig.* 140). — Dans ce cas, l'ellipsoïde et la sphère se projettent suivant ADA′, ACA′, l'axe suivant Ox et les plans tangents suivant BM et BM′. Les rayons réfractés OM et OM′ sont encore dans le plan d'incidence, les points M et M′ sur une même perpendiculaire à Ox. Par suite,

Fig. 140.



$$\frac{\text{tang}\,r}{\text{tang}\,r'} = \frac{\text{PM}'}{\text{PM}} = \frac{b}{a} = \frac{n_o}{n_e}.$$

Pour vérifier cette loi remarquable on emploie le procédé suivant, qui a été imaginé par Malus (¹).

Sur la plate-forme centrale d'un cercle horizontal AB (*fig.* 141), on fixe un cristal de spath EIO, aussi épais que possible, dont les faces sont parallèles entre elles et à l'axe. On s'assure que la face supérieure est horizontale quand, en faisant tourner la plate-forme, on ne déplace pas l'image réfléchie d'un point éloigné. Un théodolite placé en HL vise à la fois la surface I et une règle divisée EOP placée sous le cristal, dans la direction du plan d'incidence, qui est aussi le plan de la section principale. Cette règle est dédoublée; l'image ordinaire d'un point O coïncide avec l'image extraordinaire d'un autre point E, et tous deux se voient suivant IHL. Par conséquent, un rayon LHI se dédoublerait dans le cristal suivant IO et IE. On mesure sur la règle la distance des points O et E, et l'on a

$$\text{OP} = e\,\text{tang}\,r,$$
$$\text{EP} = e\,\text{tang}\,r',$$
$$\frac{\text{EP}-\text{OP}}{e} = \frac{\text{OE}}{e}\,\text{tang}\,r' - \text{tang}\,r, \qquad \frac{\text{tang}\,r'}{\text{tang}\,r} = 1 + \frac{\text{OE}}{e\,\text{tang}\,r}.$$

(¹) MALUS, *Théorie de la double réfraction* (*Mémoires des Savants étrangers*, t. II, p. 303).

On connaît e, on a mesuré OE, on calcule $\tang r$, puisqu'on connaît n_o et i; on peut donc déterminer le deuxième membre

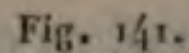
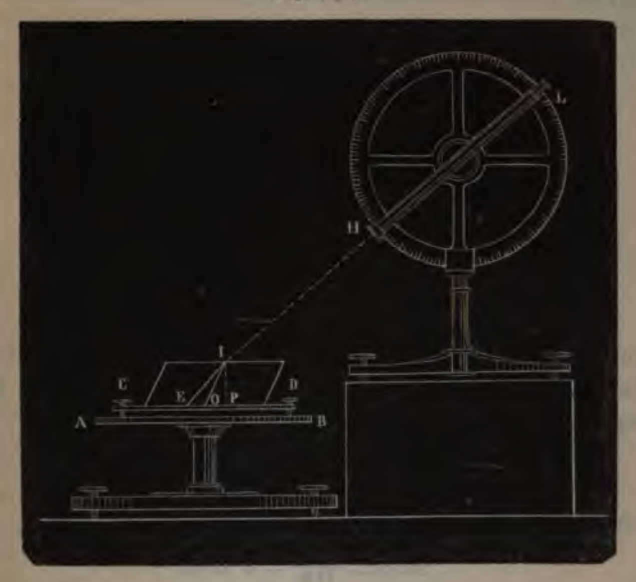


Fig. 141.



de cette équation. L'expérience a prouvé qu'il était constant et égal à $\frac{n_e}{n_o}$; donc

$$\frac{\tang r'}{\tang r} = \frac{n_e}{n_o}.$$

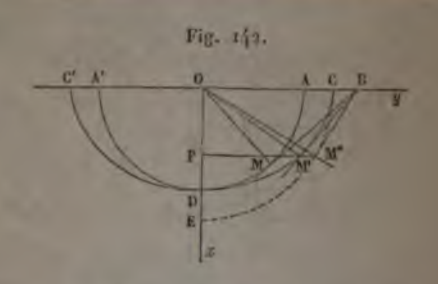
Une fois démontrée par l'expérience, cette relation prouve que la section de la surface de l'onde par un plan diamétral est une ellipse. Conséquemment, puisque cette surface est de révolution, elle est un ellipsoïde dont les axes sont a et b. Les deux vérifications que nous venons de faire suffisent donc pour justifier complètement la loi théorique : nous allons la confirmer par un troisième cas particulier.

III. *Lame perpendiculaire à l'axe.* — L'axe étant Ox (*fig.* 142), toute section des surfaces d'onde faite suivant sa

direction donne un cercle ADA′ et une ellipse CDC dont les axes sont a et b. Le point de contact M′ est encore dans le plan d'incidence.

Si l'on décrit un cercle OCE de rayon b et qu'on mène à ce

Fig. 142.



cercle une tangente BM″, les points M″M′ seront sur une même perpendiculaire M″P à Ox. On a, en désignant par ρ l'angle POM″,

$$\frac{\operatorname{tang} r'}{\operatorname{tang} \rho} = \frac{\text{M}''\text{P}}{\text{M}'\text{P}} = \frac{b}{a};$$

on a de plus

$$\sin \rho = \frac{\text{OM}''}{\text{OB}} = b \sin i,$$

par suite

$$\operatorname{tang} r' = \frac{b}{a} \frac{\sin \rho}{\cos \rho} = \frac{b^2 \sin i}{a\sqrt{1 - b^2 \sin i}}.$$

Malus a vérifié cette relation comme la précédente (*fig.* 141). Du moment qu'elle est démontrée, on peut conclure que la section de l'onde extraordinaire par un plan diamétral quelconque est une ellipse dont les axes sont a et b, et par suite que la surface de cette onde est un ellipsoïde de révolution dont cette ellipse est la génératrice. L'étude de ce cas suffirait seule pour justifier la théorie. Cette étude conduit en outre à une remarque importante : b étant plus grand que a, n_e est plus petit que n_o ; le rayon extraordinaire OM′ est plus éloigné de l'axe que l'ordinaire OM. Le contraire aurait lieu si b était plus petit que a ou n_e plus grand que n_o. Or c'est justement

ce qui a lieu pour le quartz; aussi, dans ce cristal, le rayon extraordinaire est plus rapproché de la normale que le rayon ordinaire.

On peut dès lors diviser les cristaux en deux classes : les premiers, où $n_e < n_o$; on les nomme *négatifs* ou *répulsifs*, parce que le rayon OM′ est comme repoussé par l'axe; les autres, où $n_e > n_o$, dans lesquels OM′ semble attiré par l'axe; on les appelle *positifs* ou *attractifs*.

Cristaux positifs ([1]).

	n_o.	n_e.
Zircon	1,92 à 1,96	1,97 à 2,10
Quartz	1,544 (D)	1,553 (D)
Sulfate de potasse	1,493	1,502
Dioptase	1,667	1,723
Stannite	»	»
Boracite	»	»
Apophyllite	»	»
Suracétate de cuivre et de chaux	»	»
Hydrate de magnésie		»
Glace	»	»
Hyposulfate de chaux	»	»
Argent rouge	»	»

Cristaux négatifs.

	n_o.	n_e.
Spath	1,658 (D)	1,486 (D)
Tourmaline	1,637 à 1,644	1,619 à 1,622
Corindon	1,769 (D)	1,762 (D)
Béryl	1,584 à 1,577	1,578 à 1,572
Apatite	1,646 (D)	1,642 (D)
Idocrase	1,729 (D)	1,718 (D)
Arséniate de potasse	1,591 (D)	1,536 (D)
Mellite	1,546 (D)	1,522 (D)
Molybdate de plomb	2,402 (D)	2,304 (D)

([1]) On a fait suivre du signe (D) les indices qui se rapportent à la lumière jaune de la soude.

	n_o.	n_e.
Néphéline	1,540 (D)	1,535 (D)
Carbonate de chaux et de magnésie	»	»
Carbonate de chaux et de fer	»	»
Rubellite	»	»
Saphir	»	»
Rubis	»	»
Émeraude	»	»
Vernérite	»	»
Mica	»	»
Phosphate de plomb	»	»
Cinabre	»	»
Octaédrite	»	»
Arséniate de plomb	»	»
Arséniate de cuivre	»	»

CAS D'UNE SECTION PRINCIPALE QUELCONQUE. — Il serait superflu d'insister davantage sur les vérifications ([1]), et le calcul suffira pour déterminer dans tous les cas particuliers les divers phénomènes de la double réfraction. Toutefois, ce calcul étant complexe, nous allons nous réduire au seul cas qui soit utile dans les applications, celui où le plan d'incidence se confond avec la section principale; alors les deux rayons réfractés restent dans ce plan, et l'on n'a à considérer au lieu de l'ellipsoïde qu'une section diamétrale.

Soient BB' la face d'entrée (*fig.* 143), ε l'angle qu'elle fait avec l'axe OX du cristal. Cet angle sera égal à 45°23' si BB' est une face de clivage naturel. Nous rapporterons l'ellipse à ses diamètres conjugués B'OB et Oy. En désignant par ε' l'angle que Oy fait avec l'axe OX, on sait qu'on a

$$\tang\varepsilon \tang\varepsilon' = -\frac{b^2}{a^2}.$$

([1]) Dans un Mémoire publié dans les *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. I, p. 289, et résumé dans le *Journal de Physique*, t. IV, p. 204 et 321 (1875), Abria a réalisé un grand nombre de vérifications se rapportant au cas le plus général de la double réfraction, soit pour le spath, soit pour le quartz; le résultat des mesures est en complet accord avec la théorie de la double réfraction.

Cette équation fera connaître ε'. Si l'on pose $\varepsilon' = \varepsilon + \varphi$, φ étant l'angle $y\mathrm{O}x$ ou B'OP,

$$\operatorname{tang}(\varepsilon + \varphi) = \frac{\operatorname{tang}\varepsilon + \operatorname{tang}\varphi}{1 - \operatorname{tang}\varphi \operatorname{tang}\varepsilon} = \frac{-b^2}{a^2 \operatorname{tang}\varepsilon},$$

d'où l'on tire

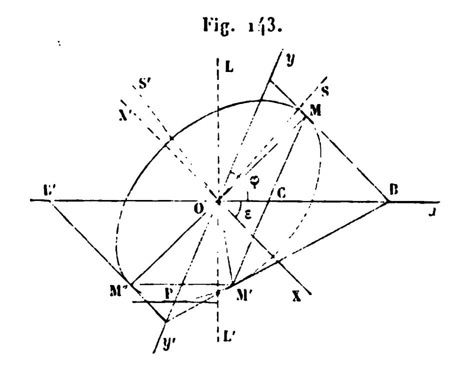
$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{a^2 \operatorname{tang}^2\varepsilon + b^2}{(b^2 - a^2)\operatorname{tang}\varepsilon}.$$

Les valeurs des deux axes conjugués $\overline{\mathrm{O}x} = a'$, $\overline{\mathrm{O}y} = b'$ sont données par les relations

$$a'^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 \sin^2\varepsilon + b^2 \cos^2\varepsilon}, \qquad b'^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 \sin^2\varepsilon' + b^2 \cos^2\varepsilon'}.$$

On pourra donc, dans chaque cas particulier où ε sera connu,

Fig. 143.



calculer ε', a' et b'. Nous supposerons ce calcul fait, et l'équation de l'ellipse sera déterminée :

$$a'^2 y^2 + b'^2 x^2 = a'^2 b'^2.$$

Il faudra maintenant, pour trouver le rayon réfracté correspondant à une incidence i, prendre $\mathrm{OB} = \frac{1}{\sin i}$, par le point B mener une tangente BM', et OM' sera le rayon réfracté ; il fera avec la normale un angle r que nous allons calculer.

I. Soit d'abord $i = 0$, c'est-à-dire le rayon incident normal

et dirigé suivant LO. Dans ce cas, $\frac{1}{\sin i} = \infty$, et il faut mener une tangente parallèle à Ox. On sait qu'elle passera en P à l'extrémité du diamètre conjugué Oy; donc le rayon réfracté sera ce diamètre conjugué OP; l'angle de réfraction R ou POL' sera complémentaire de B'OP ou de φ, et l'on aura

$$\operatorname{tang} R = \cot\varphi = \frac{(b^2 - a^2)\operatorname{tang}\varepsilon}{a^2 \operatorname{tang}^2\varepsilon + b^2}.$$

Si $\varepsilon = 0$, $\operatorname{tang} R = 0$. Si ε croît, R augmente jusqu'à un maximum; enfin, pour $\varepsilon = 90°$, R redevient nul. On trouve que le maximum d'écart a lieu pour $\varepsilon = 48°7'10''$, et alors on a $R = 6°14'20''$. Ce cas est sensiblement réalisé par les cristaux de spath taillés, suivant leurs faces de clivage, dans lesquels $\varepsilon = 45°23'20''$ et $R = 6°12'$. Cela veut dire que le rayon ordinaire, continuant sa route en ligne droite suivant OL', l'extraordinaire OP s'écarte de l'axe OX et fait avec la normale un angle de réfraction POL' égal à $6°12'$.

II. Supposons que l'incidence quelconque soit égale à i, et que le rayon incident vienne de S' en O : il faudra prendre $OB = \frac{1}{\sin i}$ du côté Ox et mener des tangentes BM' et BM dont l'équation sera

$$a'^2 yy' + b'^2 xx' = a'^2 b'^2.$$

En exprimant qu'elles passent par B, dont les coordonnées sont $y = 0$, $x = \frac{1}{\sin i}$, on trouve, pour le point de contact M',

$$x' = a'^2 \sin i, \qquad y' = -b'\sqrt{1 - a'^2 \sin^2 i}.$$

En comptant l'angle de réfraction à droite de la normale, on a dans le triangle OM'C,

$$\frac{-y'}{x'} = \frac{\sin(90° - r)}{\sin(90° - \varphi + r)} = \frac{\cos r}{\cos(\varphi - r)} = \frac{1}{\cos\varphi + \sin\varphi \operatorname{tang} r};$$

d'où, en remplaçant x' et y',

$$\operatorname{tang} r = \frac{a'^2 \sin i - b' \cos\varphi \sqrt{1 - a'^2 \sin^2 i}}{b' \sin\varphi \sqrt{1 - a'^2 \sin^2 i}}.$$

Si $\varepsilon = 0$, la plaque est parallèle à l'axe; $\tang\varphi = \infty$, l'angle φ est égal à 90°; l'ellipse est rapportée à ses axes principaux, et l'on trouve

$$\operatorname{tang} r = \frac{a}{b}\frac{a\sin i}{\sqrt{1 - a^2\sin^2 i}}.$$

En désignant par r_0 l'angle de réfraction ordinaire, on a $a\sin i = \sin r_0$. Donc

$$\frac{\operatorname{tang} r}{\operatorname{tang} r_0} = \frac{a}{b} = \frac{n_e}{n_o},$$

résultat déjà connu.

Si $\varepsilon = 90°$, la plaque est perpendiculaire à l'axe (*fig.* 142), φ est encore égal à 90°; l'ellipse est encore rapportée à ses axes principaux, mais a' se change en b et b' en a, et l'on a

$$\operatorname{tang} r = \frac{b^2\sin i}{a\sqrt{1 - b^2\sin^2 i}},$$

formule que nous avons déjà trouvée pour ce cas particulier.

Enfin, si l'on prend un cas intermédiaire, par exemple celui où la face est de clivage, φ prend une valeur égale à $(90° - R)$, R étant l'angle de réfraction normal calculé précédemment et compté à gauche de la normale; on a

$$\operatorname{tang} r = \frac{a'^2\sin i - b'\sin R\sqrt{1 - a'^2\sin^2 i}}{b'\cos R\sqrt{1 - a'^2\sin^2 i}};$$

pour $i = 0$,

$$\operatorname{tang} r = -\operatorname{tang} R;$$

l'angle de réfraction est à gauche de la normale.

Si i augmente, r diminue. Il arrive un moment où $\operatorname{tang} r$ est nul, c'est-à-dire où le rayon réfracté est normal :

$$a'^2\sin i = b'\sin R\sqrt{1 - a'^2\sin^2 i}.$$

En posant

$$a'\sin i = \sin I, \qquad \sqrt{1 - a'^2\sin^2 i} = \cos I,$$

$$\frac{a'\sin I}{b'\cos I} = \sin R, \quad \operatorname{tang} I = \frac{b'}{a'}\sin R,$$

on trouve que, pour une face de clivage, l'incidence pour laquelle le rayon réfracté est normal est égale à 9°49′25″. Pour des incidences plus grandes, r devient positif et augmente. Enfin, si $i = 90°$, $\sin i = 1$, et l'on atteint l'angle limite

$$\tang r = \frac{a'^2 - b' \sin R \sqrt{1 - a'^2}}{b' \cos R \sqrt{1 - a'^2}}.$$

Le calcul donne $r = 35°31'$ quand la surface réfringente est une des faces de clivage.

Examinons maintenant le cas où le rayon incident vient de S en O : alors le point B doit être pris dans le sens opposé, en B′, et la tangente est B′M″. Mais, si OB′ = OB, c'est-à-dire si les deux rayons SO et S′O font des angles d'incidence i égaux, B′M″ est parallèle à BM, et les points de contact M, M″ se trouvent aux extrémités d'un même diamètre. Ainsi MM′ et M′M″ sont deux cordes supplémentaires, et la première étant parallèle au diamètre yy', la seconde sera parallèle à xx' et divisée en deux parties égales par yy'; d'où il résulte que les deux rayons réfractés font des angles égaux avec OP, c'est-à-dire avec la direction du rayon réfracté quand l'incidence est normale. Ce théorème est dû à Huygens.

Si l'on calcule, comme précédemment, l'angle des rayons réfractés OM″, on trouve, en comptant r à gauche de la normale,

$$\tang r = \frac{a'^2 \sin i + b' \sin R \sqrt{1 - a'^2 \sin^2 i}}{b' \cos R \sqrt{1 - a'^2 \sin^2 i}};$$

l'angle r augmente en même temps que i; mais on remarquera que sous l'incidence normale le rayon est dévié vers la gauche, et que r est $> i$; qu'ensuite, sous des incidences obliques, r est $< i$. Il faut donc que pour une incidence donnée i devienne égal à r. Ce calcul assez complexe a été fait par Billet, qui trouve

$$i = 15°56'20''.$$

Enfin, si i, augmentant toujours, devient égal à 90°, on atteint

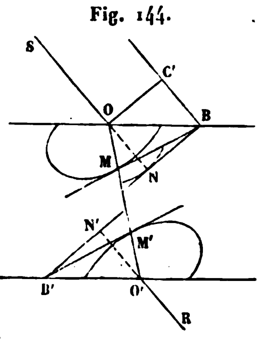
l'angle limite, qui est

$$\tang r = \frac{a'^2 + b' \sin R\sqrt{1 - a'^2}}{b' \cos R\sqrt{1 - a'^2}},$$

valeur plus grande que la précédente. Elle est, pour une face de clivage, égale à 42°57′50″.

Réfraction de la lumière a la sortie d'un cristal. — On peut modifier comme il suit la construction d'Huygens (*fig.* 144). Prolongez le rayon incident SO en ON, décrivez du point O une sphère de rayon ON = 1, menez un plan tangent en N : il est clair qu'il rencontre la surface suivant une ligne perpendiculaire au plan d'incidence et qui passe en B, à une distance $OB = \frac{1}{\sin i}$. Le point B ainsi trouvé, le reste de la construction s'achève comme précédemment.

Fig. 144.

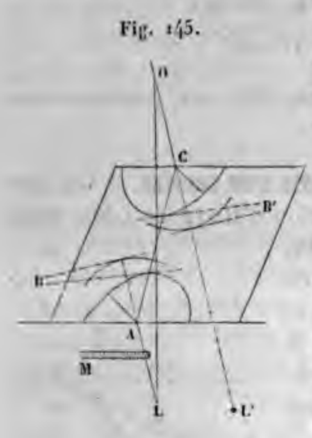


Nous pouvons nous proposer maintenant de chercher comment se réfracte un rayon OO′ qui sort du cristal pour passer dans l'air. Il faudra faire inversement la construction : décrire du point O′ l'ellipsoïde connu et mener en M′ un plan tangent qui rencontrera la surface suivant une ligne passant en B′. Elle sera perpendiculaire au plan de réfraction dans l'air. Du point O′ on décrira ensuite une sphère avec un rayon O′N′ égal à l'unité, suivant la ligne B′ on mènera un plan tangent B′N′, et l'on joindra N′O′ par une droite dont le prolongement O′R sera le rayon réfracté.

On reconnaît de suite que, si les faces du cristal OB′O′B′ sont parallèles, tout rayon incident SO donnera un rayon réfracté parallèle O′R, car, les deux ellipsoïdes décrits de O et de O′ ayant leurs axes égaux et parallèles, les plans tangents en M et M′ seront parallèles, couperont les deux surfaces suivant des lignes B et B′ parallèles et également éloignées de O et de O′ ; par suite, les plans tangents aux deux sphères seront parallèles, ainsi que les rayons SON, N′O′R.

Cela explique une curieuse expérience due à Monge. Quand on place un cristal au-dessus d'un point lumineux L (*fig.* 145) et qu'on regarde du point O, on voit deux images, l'une ordinaire L, qui n'a point été déviée, l'autre L', qui est jetée de côté. Comme les rayons incidents et émergents LA et CO sont parallèles, il faut que le faisceau extraordinaire intérieur AC coupe le faisceau ordinaire LO. Aussi, en faisant glisser sous le cristal un obstacle M à gauche de LO, on voit disparaître l'image L', qui est à droite.

Fig. 145.



APPLICATIONS.

Pour étudier les phénomènes de polarisation, nous nous sommes servis de gros rhomboèdres de spath. On peut les remplacer par des prismes biréfringents moins volumineux et moins coûteux.

PRISME DE ROCHON [1] (*fig.* 146). — Deux prismes de spath de même angle α sont collés l'un à l'autre par de la térébenthine. La face PQ du premier est normale à l'axe, les arêtes du second sont parallèles à cet axe. De cette façon, la section normale du biprisme contient l'axe du premier; elle est perpendiculaire à la section principale du second.

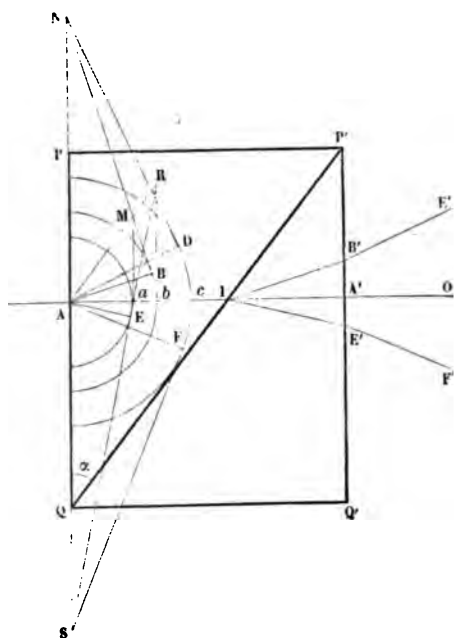
Un rayon incident normal de lumière naturelle traverse le premier prisme sans déviation et ordinairement; il se dédouble au point I en un rayon ordinaire IA', qui continue sa route en ligne droite et sort suivant AO, polarisé perpendiculairement au plan de la figure, et en un rayon extraordinaire IB', qui émerge suivant B'E', polarisé dans le plan de la figure.

Pour trouver la marche de ce rayon extraordinaire, menons du point A comme centre trois cercles de rayons A*a*, A*b*, A*c*,

[1] *Nova Acta Academiæ Petropolitanæ*, t. VI.

égaux aux vitesses a, b, 1 de la lumière dans les rayons ordinaire, extraordinaire et dans l'air. Le rayon se réfracte ordinairement en A et prend la vitesse a; ensuite il passe dans le second prisme et échange sa vitesse a contre la vitesse b.

Fig. 146.



Supposons que la section P'Q passe en A et soit représentée par AR; il faudra mener une tangente en a, la prolonger jusqu'en M, par ce point mener la tangente MB au cercle de rayon b, et AB sera la direction du rayon entrant dans le second prisme.

L'angle d'incidence AMa est égal à l'angle α du prisme; désignons l'angle de réfraction AMB par $\alpha + \mu$; nous avons dans les deux triangles rectangles AMa, AMB, qui ont l'hypoténuse commune,

$$\frac{\sin(\alpha + \mu)}{\sin \alpha} = \frac{b}{a},$$

et, comme μ est très petit,

$$\sin\alpha + \mu \cos\alpha = \frac{b}{a}\sin\alpha,$$

$$\mu = \frac{b-a}{a}\tang\alpha.$$

Après avoir pris dans le second prisme la direction IB′ parallèle à AB, le rayon sort en B′. Supposons que la face P′Q′ passe par A et soit représentée par AP. Le rayon échangeant la vitesse b pour la vitesse 1, il faudra mener une tangente en B et la prolonger jusqu'à la rencontre de AP en N, de ce point mener une tangente ND au cercle de rayon 1, et AD sera le rayon réfracté. L'angle d'incidence sera BNA = BM$a = \mu$, l'angle d'émergence DNA $= r$, et dans les deux triangles AND, ANB, qui ont l'hypoténuse commune,

$$\frac{\sin r}{\sin\mu} = \frac{1}{b},$$

et, en remplaçant μ,

$$\sin r = \frac{b-a}{ab}\tang\alpha = (n_o - n_e)\tang\alpha.$$

Le rayon émergent sera B′E′, parallèle à AD.

Or, puisque le rayon ordinaire AO traverse le cristal sans déviation, r indique l'angle des deux rayons à la sortie du prisme. Si le rayon incident arrivait par la face P′Q′ et sortait par PQ, alors la construction précédente ne serait plus applicable; on trouvera aisément celle qu'il faudrait exécuter; on verrait que le rayon ordinaire reste normal, que le rayon extraordinaire suit une route intérieure différente, mais qu'en définitive il sort avec la même déviation. Ordinairement le prisme de Rochon est construit en quartz, et, comme alors l'indice ordinaire n_e est plus petit que l'extraordinaire n_o, la déviation est de sens inverse, c'est-à-dire qu'elle a lieu vers la base QQ′ du second prisme.

PRISME DE WOLLASTON. — Il diffère du précédent en ce que dans le premier prisme PP′Q (*fig.* 146) l'axe est parallèle à PQ

et perpendiculaire aux arêtes au lieu d'être placé suivant AI; dans le second il est toujours dirigé suivant les arêtes : de cette manière les sections principales sont à angle droit. Dans ce cas, les intersections de la surface de l'onde par le plan de la figure sont, pour le rayon ordinaire, un cercle de rayon $OA = a$; pour le rayon extraordinaire, une ellipse d'axes a et b dans le premier prisme, et un cercle de rayon b dans le second; enfin un cercle de rayon 1 dans l'air.

En A le rayon se dédouble en deux qui se propagent suivant la même direction AI : l'un ordinaire avec une vitesse a, l'autre extraordinaire avec une vitesse b; le premier est polarisé dans le plan de la figure, le second perpendiculairement.

Le rayon ordinaire, en rencontrant QP′, se réfracte extraordinairement et prend la vitesse b, puis il reprend la vitesse 1 dans l'air. Il suit de là qu'il éprouve la même série d'actions que le rayon extraordinaire dans le prisme de Rochon, qu'il suit la même route et que la déviation est

$$\sin r = (n_o - n_e) \operatorname{tang} \alpha.$$

Il n'en est pas de même du rayon extraordinaire. En effet, après avoir reçu la vitesse b dans le premier cristal, il devient ordinaire dans le second avec une vitesse a; nous devons donc mener une tangente à l'ellipse en b jusqu'à la rencontre de la face AR en R, puis de là une seconde tangente RE, au cercle de rayon a, et AE sera la direction du rayon réfracté. L'angle d'incidence est $ARb = \alpha$, l'angle de réfraction est $ARE = \alpha - \mu'$, et l'on a, dans les deux triangles ARb, ARE,

$$\frac{\sin(\alpha - \mu')}{\sin \alpha} = \frac{a}{b},$$

$$\sin \alpha - \sin \mu' \cos \alpha = \frac{a}{b} \sin \alpha,$$

$$\sin \mu' = \frac{b-a}{b} \operatorname{tang} \alpha.$$

Enfin, le rayon sort du cristal et reprend la vitesse 1. Prolongeons donc la tangente RE au cercle de rayon a jusqu'à la rencontre en S de la face de sortie transportée en AQ; menons

de S une tangente SF au cercle de rayon 1, et AF sera la direction du rayon émergent.

L'angle d'incidence est ESA $= \mu'$; l'angle d'émergence FSA $= r'$, et l'on a, dans les triangles AES, AFS,

$$\frac{\sin r'}{\sin \mu'} = \frac{1}{a}.$$

Enfin, en remplaçant $\sin \mu'$,

$$\sin r' = \frac{b-a}{ab} = \operatorname{tang} \alpha \, (n_o - n_e).$$

On voit que dans le prisme de Wollaston les deux rayons sont déviés également l'un d'un côté, l'autre de l'autre, et que leur écart est doublé. Il faut remarquer que chaque rayon a subi une déviation inégale pour les diverses couleurs et que les images sont colorées. Dans le prisme de Rochon, l'image ordinaire n'était déviée pour aucune couleur et restait blanche.

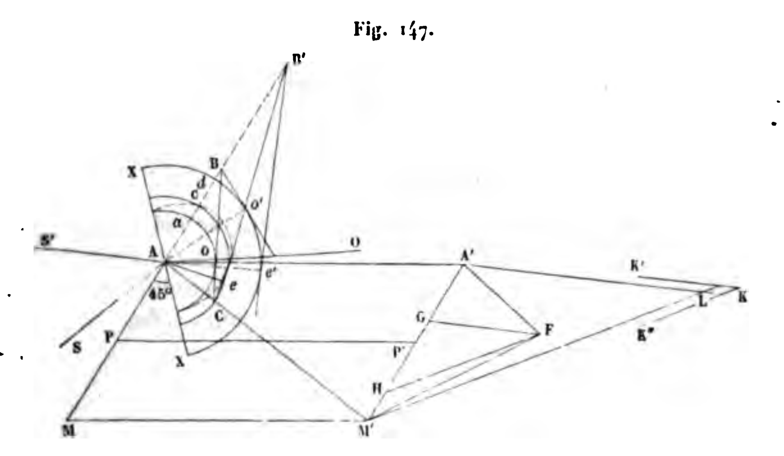
PRISME DE NICOL (1). — Soit AA'MM' (*fig.* 147) un long morceau de spath; AM et A'M' sont les projections de deux faces de clivage sur le plan de la figure qui est une section principale; AA', PP', MM' sont les arêtes. On divise ce cristal en deux morceaux par une section AM' très oblique; on en polit les deux faces et on les recolle dans leur position première avec un mastic que nous supposerons d'abord quelconque.

Si les rayons incidents sont dans le plan de la section principale, les rayons réfractés s'y trouveront également, et il suffira de décrire trois cercles dont les rayons A*a*, A*c*, A*d* sont égaux aux vitesses de la lumière *a*, *c*, 1, dans le rayon ordinaire, dans le mastic et dans l'air, et une ellipse dont les axes *a* et *b* sont dirigés suivant l'axe XX et perpendiculairement à cet axe. Soit SA un rayon incident; on le prolongera jusqu'en O'; on mènera la tangente O'B qui rencontrera la face d'entrée AM en B. De ce point on mènera la tangente B*o* au cercle de rayon *a*, et A*o*O sera la direction du rayon ordinaire dans

(1) NICOL, *Annales de Poggendorff*, t. XXIX, p. 182, et t. XLIX, p. 238

le premier prisme MAM′. Ce rayon viendra rencontrer la couche de mastic, et, pour avoir la direction qu'il y prendra, il faudra du point C mener une tangente au cercle intermédiaire de rayon AC $= c$. Or, si le point C est situé sur ce cercle, la tangente le touchera en C, le rayon sera réfracté suivant AC et sera à la limite de la réflexion totale. Inversement, menons par C la tangente Co au cercle de rayon a; elle rencontrera la face d'entrée AM au point B. De B menons la tangente BO′; joignons O′A, et la ligne prolongée SA sera le rayon incident qui, réfracté ordinairement, commencera à se réfléchir totalement.

Fig. 147.



ment. Tous les rayons incidents compris dans l'angle SAM se réfracteront, tous ceux qui sont dirigés dans l'angle SAB se réfléchiront totalement.

De même, en menant de C une tangente CeB′ à l'ellipse et du point B′ une seconde tangente B′e' au cercle extérieur, et joignant e'A, S′Ae' déterminera la limite de réflexion totale pour le rayon extraordinaire; tous les rayons compris dans l'angle S′AM traverseront le cristal extraordinairement, tous ceux qui sont dans l'angle S′AB se réfléchiront totalement. Il en résulte que les rayons compris dans l'angle SAS′ donneront naissance à des faisceaux ordinaires qui se réfléchiront totalement et à des rayons extraordinaires qui seront transmis; il en sera de même pour tout autre point de la surface AM.

Or comme, sauf l'interruption occasionnée par la couche de mastic, le cristal formé par les deux prismes recollés est continu et à faces parallèles, les rayons émergents seront parallèles aux rayons incidents. Si l'œil est en F et que nous menions FG et FH parallèles à S'A et à SA, tous les rayons compris dans l'angle GFH se réfracteront extraordinairement et seront polarisés perpendiculairement à la section principale. Dans l'angle HFM' il y aura de la lumière naturelle, et l'on ne verra aucune lumière dans la direction GFA'.

Par conséquent, si l'œil est en L au point d'intersection des deux parallèles A'L et M'L à S'A et SA, toute la lumière sortie du prisme sera polarisée extraordinairement, et *a fortiori*, si l'œil est en k, dans l'angle A'LM' prolongé. Inversement, si l'on met en F un point lumineux, les seuls rayons qui seront polarisés sont ceux qui, à l'incidence, seront compris dans l'angle GFH; ils le seront tous si le point est en L ou dans le prolongement de l'angle A'LM'.

Le point C peut être placé dans l'intérieur de l'ellipse; alors il est impossible de mener la tangente CeB' à cette courbe; cela veut dire que le rayon extraordinaire n'atteint pas la limite de la réflexion totale et qu'il est toujours réfracté. C'est ce qui arrive pour le prisme de Nicol ordinaire, dans lequel les deux prismes sont réunis par du baume de Canada, dont l'indice est intermédiaire entre ceux des deux rayons ordinaire et extraordinaire.

Foucault [1] a eu l'idée de supprimer le baume de Canada et de laisser une couche d'air entre les deux prismes juxtaposés. Alors le cercle intermédiaire de rayon Ac est confondu avec le cercle extérieur de rayon AB = 1, et les deux rayons atteignent leur réflexion totale sous des angles différents. Il suffit alors de donner à l'angle MAM' une valeur égale à 35°. Le prisme est de beaucoup moins long et son prix moins élevé [2].

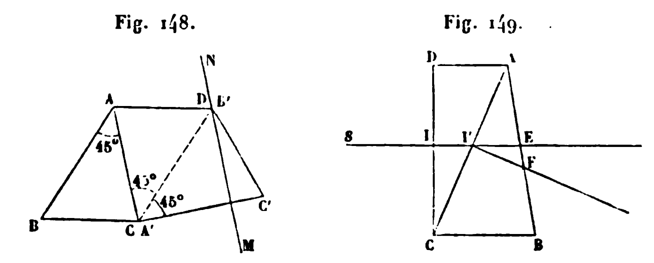
---

[1] *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XLV, p. 239; 1857.

[2] *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. L; 1857.

PRISME DE SENARMONT (¹). — On se rappelle que l'axe AC du spath fait environ 45° avec les faces de clivage AB et CD (*fig.* 148). Si donc on coupe ce spath perpendiculairement à la section principale et suivant cet axe, puis que l'on recolle la partie ABC sur ACD en appliquant la face AB sur CD, après l'avoir retournée de 180°, la somme des deux angles ACD, B'A'C' superposés vaudra 90° et la face AC contiendra l'axe. Ensuite on taille à partir de DB' une face MN perpendiculaire à A'C', et l'on a un biprisme qui a ses faces extrêmes parallèles entre elles, l'une MN normale à l'axe, l'autre AC parallèle à cet axe, et une face d'intersection CA'DB' inclinée de 45°. Tout rayon qui tombe normalement sur MN se réfracte

Fig. 148. Fig. 149.



ordinairement jusqu'à DB'CA'; ensuite il donne deux rayons, l'un ordinaire, qui continue sa route en ligne droite; l'autre extraordinaire, fortement dévié et coloré. On ferait la figure exacte comme précédemment.

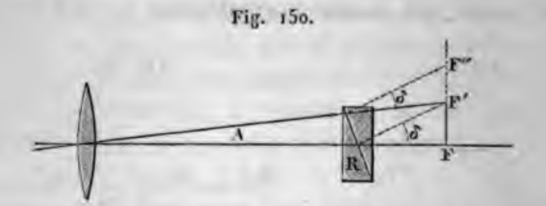
On se contente le plus généralement de prismes de spath ACB taillés sous un angle quelconque (*fig.* 149). L'une des faces AB est naturelle, l'autre AC est coupée perpendiculairement à la section principale. On y accole un autre prisme en verre ACD dont l'angle est un peu plus petit. Un rayon SI, tombant normalement sur le verre, se décompose dans le spath en deux

(¹) MM. Hartnack et Prazmowski ont décrit dans les *Annales de Chimie et de Physique*, 4ᵉ série, t. VII, p. 181, 1866, un prisme qui ne diffère du prisme de Nicol que par la substitution de l'huile de lin ou de pavot au baume de Canada et par la direction correspondante de la face de jonction. Le nouveau prisme est moins long que le prisme de Nicol et présente un champ aussi étendu.

autres : l'un extraordinaire, qui n'éprouve qu'une déviation et une dispersion très faibles, parce que les indices du verre et du rayon extraordinaire sont sensiblement égaux; l'autre ordinaire, qui a un indice beaucoup plus grand et se trouve rejeté vers la base BC.

LUNETTE DE ROCHON ([1]). — Si dans une lunette ordinaire on interpose entre l'objectif et son foyer un prisme biréfringent, par exemple un prisme de Rochon, l'image qui se forme au foyer de l'objectif est dédoublée. L'axe OM d'un faisceau quelconque de rayons (*fig.* 150) subit en mF'' une déviation δ qui

Fig. 150.



est très sensiblement la même pour tous, puisque OM est sensiblement normal au prisme; par suite, la seconde image n'est pas déformée. Le prisme de Rochon est mobile dans l'intérieur de la lunette; on le déplace jusqu'à ce que les deux images soient tangentes.

S'il s'agit d'un astre, on déterminera ainsi son diamètre apparent A. Soient, en effet, F la distance focale OF, p la distance RF du prisme au foyer; on a

$$F \operatorname{tang} A = p \operatorname{tang} \delta,$$

$$\text{(1)} \qquad \operatorname{tang} A = \frac{p}{F} \operatorname{tang} F.$$

Il suffira donc de connaître δ et F et de mesurer p.

S'il s'agit d'un objet de hauteur y placé à la distance x, on aura

$$\text{(2)} \qquad y = x \operatorname{tang} A,$$

([1]) *Acta nova Academiæ Petropolitanæ*, t. VI.

et, par suite, l'équation (1) permettra de déterminer y si l'on connaît x, ou inversement. Enfin, on pourra mesurer δ à l'aide d'un objet de hauteur et de distances connues.

CONSTANTES DE DOUBLE RÉFRACTION DU SPATH ET DU QUARTZ. — Nous terminerons ce Chapitre par un certain nombre de données numériques relatives aux indices principaux du spath et du quartz, les deux types les plus remarquables de corps biréfringents uniaxes.

Spath.

RAIES.	LONGUEURS D'ONDE (Ångström, Mascart, Cornu).	RUDBERG ([1]).		MASCART ([2]).		SARAZIN ([3]).	
		Ordinaire n_o.	Extraordin. n_e.	Ordinaire n_o.	Extraordin. n_e.	Ordinaire n_o	E
A	7604,0	"	"	1,65012	1,48285	1,64991	1
a	7183,6	"	"	"	"	1,65153	1
B	6867,1	1,65308	1,48391	1,65296	1,48409	1,65284	1
C	6560,7	1,65452	1,48455	1,65446	1,48474	"	
Cd_1	6437,0	"	"	"	"	1,65501	1,
D	5892,0	1,65850	1,48635	1,65846	1,48654	1,65837	1,
Cd_2	5377,1	"	"	"	"	1,66234	1,
Cd_3	5336,3	"	"	"	"	1,66274	1,
E	5267,8	1,66360	1,48868	1,66364	1,48885	"	
Cd_4	5084,4	"	"	"	"	1,66525	1,
F	4860,7	1,66802	1,49075	1,66793	1,49084	1,66783	1,
Cd_5	4798,6	"	"	"	"	1,66858	1,
Cd_6	4676,5	"	"	"	"	1,67023	1,
Cd_7	4414,5	"	"	"	"	1,67417	1,
G	4307,5	1,67617	1,49453	1,67620	1,49470	"	
h	4101,2	"	"	"	"	1,68022	1,
H	3968,1	1,68330	1,49780	1,68330	1,49777	1,68320	1,
L	3819,0			1,68706	1,49941	"	
M	3728,8			1,68966	1,50054	"	
Cd_9	3609,0			"	"	1,69317	1,
N	3580,2			1,69441	1,50256	"	
Cd_{10}	3465,5			"	"	1,69830	1
O	3440,1			1,69955	1,50486	"	
Cd_{11}	3401,5			"	"	1,70079	1
P	3360,2			1,70276	1,50628	"	
Q	3285,6			1,70613	1,50780	"	
$Cd_{12}\gamma$	3258,0			"	"	1,70716	
$Cd_{12}\begin{Bmatrix}\beta\\\alpha\end{Bmatrix}$	3247,5			"	"	"	1
R	3177,5			1,71155	1,51028	"	
S	3099,5			1,71580	"	"	
T	3019,7			1,71939	"	"	
Cd_{17}	2746,7					1,74158	
Cd_{18}	2571,3					1,76055	
Cd_{23}	2312,5					1,80260	
Cd_{24}	2264,5					1,81296	
Cd_{25}	2193,5					1,83090	
Cd_{26}	2143,1					1,84586	

([1]) RUDBERG, *Pogg. Ann.*, t. XVII, p. 1.
([2]) MASCART, *Comptes rendus*, t. LVII, p. 789; t. LVII, p. 111.
([3]) SARAZIN, *Journal de Phys.*, 2e série, t. II, p. 369.

Quartz.

i.	LONGUEURS D'ONDE (Angström, Mascart, Cornu).	RUDBERG ([1]).		MASCART ([2]).		SARAZIN ([3]).	
		n_o.	n_e.	n_o.	n_e.	n_o.	n_e.
....	7604,0	"	"	1,53902	1,54812	"	"
....	6867,1	1,54090	1,54990	1,54099	1,55002	"	"
....	6560,7	1,54181	1,54083	1,54188	1,55095	"	"
....	6437,0	"	"	"	"	1,54227	1,55124
....	5892,0	1,54418	1,55328	1,54423	1,55338	1,54419	1,55335
....	5377,1	"	"	"	"	1,54655	1,55573
....	5336,3	"	"	"	"	1,54675	1,55595
....	5267,8	1,54711	1,55631	1,54718	1,55636	"	"
....	5084,4	"	"	"	"	1,54825	1,55749
....	4860,7	1,54965	1,55894	1,54966	1,55897	"	"
....	4798,6	"	"	"	"	1,55014	1,55943
....	4676,5	"	"	"	"	1,55104	1,56038
....	4414,5	"	"	"	"	1,55318	1,56270
....	4307,5	1,55425	1,56365	1,55419	1,56372	"	"
....	3968,1	1,55817	1,56772	1,55816	1,56770	"	"
....	3819,0			1,56019	1,56974	"	"
....	3728,8			1,56150	1,57121	"	"
....	3609,0			"	"	1,56348	1,57319
....	3580,2			1,56400	1,57381	"	"
....	3465,5			"	"	1,56617	1,57599
....	3440,1			1,56668	1,57659	"	"
....	3401,5			"	"	1,56744	1,57741
....	3360,2			1,56840	1,57822	"	"
....	3285,6			"	1,57998	"	"
....	3258,0			"	"	1,57094	1,58097
....	3177,5			"	1,58273	"	"
....	2746,7					1,58750	1,59812
....	2571,3					1,59624	1,60713
....	2312,5					1,61402	1,62561
....	2264,5					1,81816	1,62992
....	2193,5					1,62502	1,63705
....	2143,1					1,63040	1,64268
27	2098,8					1,63569	1,64813
28.	2062,2					1,64041	1,65308
29.	2024,3					1,64566	1,65852
)...	1988,1					1,65070	1,66410
1...	1931,1					1,65990	1,67410
2...	1856,2					1,67500	1,68910

BERG, *Pogg. Ann.*, t. XVII, p. 1.
CART, *Comptes rendus*, t. LVII, p. 789; t. LVIII, p. 111.
AZIN, *Comptes rendus*, t. LXXXV, p. 1230.

Les variations d'indices du spath pour la raie D, avec l[a] température, sont données par les formules (¹)

$$\frac{dn_o}{dt} = 0{,}000000565, \qquad \frac{dn_o}{dt} = 0000108.$$

Les indices du quartz pour la raie D varient, avec la tempé[-]rature, d'après les formules suivantes (²) :

$$\frac{dn_e}{dt} = -0{,}000007223 - 0{,}0000000037\,t,$$

$$\frac{dn_o}{dt} = -0{,}000006248 - 0{,}0000000005\,t.$$

A ces renseignements sur le quartz, nous joindrons les valeurs très exactes de $n_e - n_o$ pour un certain nombre de longueurs d'onde, obtenues directement par M. Macé de Lépinay, et dont on a besoin pour un certain nombre d'expériences :

λ.	$n_e - n_o$.
6742,4	0,0090053
6665,0	0,0090125
6590,4	0,0090207
6516,8	0,0090282
6446,2	0,0090374
6305,0	0,0090490
5987,4	0,0090897
5701,7	0,0091292
5444,3	0,0091685
5211,8	0,0092094
5000,7	0,0092511
4845,3	0,0092852
4667,8	0,0093223
4502,7	0,0093756
4352,5	0,0094241
4212,3	0,0094700
4082,3	0,0095164
4032,8	0,0095348

(¹) FIZEAU, *Annales de Chimie et de Physique*, 3ᵉ série, t. LXII, p. 460; 1861.
(²) DUFET, *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. III, p. 392; 1885.

Nous donnerons enfin, d'après M. Mouton, les indices du quartz pour quelques radiations infra-rouges :

λ.	n_o.	n_e.
8880	1,5371	1,5460
10800	1,5338	1,5427
14500	1,5289	1,5377
17700	1,5247	1,5335
21400	1,5191	1,5278

CHAPITRE VI.

DOUBLE RÉFRACTION DANS LES CRISTAUX A DEUX AXES.

Théorie de Fresnel. — Surface d'élasticité. — Surface de l'onde. — Polarisation des ondes qui se propagent suivant un rayon vecteur donné. — Construction d'Huygens. — Formules relatives aux différences de marche. — Axes de double réfraction conique extérieure. — Axes de double réfraction conique intérieure
Double réfraction et polarisation des radiations infra-rouges et ultra-violettes.

THÉORIE DE FRESNEL (¹). — Pour interpréter les phénomènes de la double réfraction dans les cristaux à deux axes, Fresnel a eu recours aux mêmes hypothèses qui servent de base à sa théorie de la double réfraction uniaxiale. Il suppose :

1° Que les vibrations lumineuses sont perpendiculaires au plan de polarisation ;

2° Que les forces élastiques mises en jeu par la propagation d'un système d'ondes planes, à vibrations rectilignes et transversales, ne dépendent que de la direction des vibrations et sont dans un rapport constant avec les forces élastiques développées par le déplacement parallèle d'une molécule unique:

3° Que, lorsqu'une onde plane se propage, les composantes de la force élastique parallèles au plan de l'onde sont seules efficaces ;

4° Que la vitesse de propagation est proportionnelle à la racine carrée de la composante efficace de la force élastique.

Cela posé, Fresnel emprunte à la Mécanique rationnelle un certain nombre de propositions.

1° Il y a toujours dans un milieu élastique trois directions

(¹) *Œuvres de Fresnel*, t. II, p. 267 à 596.

rectangulaires telles, que la force élastique développée par le mouvement d'une molécule unique (et par conséquent d'une onde plane) est dirigée suivant le déplacement. Nous prendrons ces directions pour axes de coordonnées et nous représenterons par a^2, b^2, c^2 les valeurs des réactions correspondant à un déplacement égal à l'unité dans chacune de ces directions. Nous supposerons $a > b > c$.

2° La force élastique mise en jeu par un déplacement égal à l'unité dans une direction quelconque faisant avec les axes les angles α, β, γ a pour composante efficace

$$P = a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \cos^2 \beta + c^2 \cos^2 \gamma.$$

Construisons une surface dont les rayons vecteurs ρ, à partir de l'origine, soient en raison inverse des racines carrées de la composante P, c'est-à-dire en raison inverse des vitesses de propagation des ondes planes correspondant à un déplacement dans la direction du rayon vecteur; on a $\cos\alpha = \frac{x}{\rho}$, $\cos\beta = \frac{y}{\rho}$, $\cos\gamma = \frac{z}{\rho}$, et par suite

$$\frac{1}{\rho^2} = a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \cos^2 \beta + c^2 \cos^2 \gamma = \frac{1}{\rho^2}(a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2),$$

$$(1) \qquad a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2 = 1.$$

Cette surface est un ellipsoïde.

3° La condition essentielle pour qu'une onde plane puisse se propager sans altération, c'est que la composante efficace de la force élastique mise en jeu par le déplacement agisse suivant le déplacement. Cette condition n'est réalisée, en général, que pour deux directions du plan. On démontre qu'elles sont rectangulaires et coïncident avec les axes de l'ellipse découpée dans l'ellipsoïde (1) par un plan parallèle au front de l'onde et passant par l'origine.

Supposons que la vibration de l'onde incidente présente une direction quelconque; on peut lui substituer ses deux composantes dans les directions singulières que nous venons de déterminer, et, par conséquent, il y aura deux ondes distinctes

polarisées dans deux plans rectangulaires et se propageant avec des vitesses différentes. Ces vitesses sont en raison inverse des longueurs des axes de la section de l'ellipsoïde ([1]) déterminée par un plan perpendiculaire à la direction de propagation.

Comme cas particulier, si le plan de l'onde est parallèle aux sections circulaires de l'ellipsoïde, un déplacement parallèle à une droite quelconque du plan peut se propager sans altération; par suite, l'onde incidente conservera sa polarisation; il n'y aura pas à proprement parler de double réfraction.

Surface d'élasticité. — Si l'on porte suivant chaque direction de propagation des longueurs proportionnelles aux vitesses des deux ondes planes polarisées susceptibles de se propager dans cette direction, on obtient ce qu'on appelle la *surface d'élasticité*. Cette surface se construit au moyen de l'ellipsoïde (1), en portant sur les normales aux sections diamétrales des longueurs inversement proportionnelles aux axes de ces sections.

Son équation polaire est, en désignant par r son rayon vecteur, par l, m, n les angles que fait la direction de ce rayon avec les axes de coordonnées,

$$(2) \qquad \frac{\cos^2 l}{r^2 - a^2} + \frac{\cos^2 m}{r^2 - b^2} + \frac{\cos^2 n}{r^2 - c^2} = 0.$$

Cette équation est, en général, du sixième degré.

Surface de l'onde. — Quant à la surface de l'onde, elle est l'enveloppe des ondes planes issues d'un même point à un même instant et dans toutes les directions, c'est-à-dire l'enveloppe des plans perpendiculaires aux extrémités des rayons vecteurs de la surface d'élasticité. On suit, pour la détermination de cette enveloppe, la même marche que nous avons employée pour le cas de la double réfraction uniaxiale, et l'on trouve pour équation polaire de la surface de l'onde

$$(3) \qquad \frac{a^2 \cos^2 \lambda}{\rho^2 - a^2} + \frac{b^2 \cos^2 \mu}{\rho^2 - b^2} + \frac{c^2 \cos^2 \nu}{\rho^2 - c^2} = 0,$$

qu'on peut aussi écrire

$$\frac{\cos^2\lambda}{\rho^2-a^2}+\frac{\cos^2\mu}{\rho^2-b^2}+\frac{\cos^2\nu}{\rho^2-c^2}=\frac{1}{\rho^2}. \tag{3 bis}$$

En coordonnées rectilignes, cette équation devient

$$\left\{\begin{aligned}&(x^2+y^2+z^2)(a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2)-a^2(b^2+c^2)x^2\\&\quad -b^2(c^2+a^2)y^2-c^2(a^2+b^2)z^2+a^2b^2c^2=0.\end{aligned}\right. \tag{3 ter}$$

Cette équation du quatrième degré se simplifie quand on y fait $b^2=c^2$ et peut alors se mettre sous la forme

$$(x^2+y^2+z^2-b^2)[a^2x^2+b^2(y^2+z^2)-a^2b^2]=0;$$

elle se décompose donc en une sphère

$$x^2+y^2+z^2=b^2$$

et un ellipsoïde

$$a^2x^2+b^2(y^2+z^2)=a^2b^2,$$

de révolution autour de l'axe des x et tangent à la sphère extérieurement aux extrémités de cet axe; le cristal est uniaxe et négatif. On obtiendrait une décomposition analogue en faisant $a^2=b^2$; alors l'ellipsoïde est tangent à la sphère intérieurement, et le cristal est positif.

Enfin, si l'on a $a^2=b^2=c^2$, l'équation se réduit à

$$(x^2+y^2+z^2-a^2)^2=0;$$

la surface de l'onde est une sphère. C'est le cas des corps isotropes ou cristallisés dans le système cubique.

Quand, dans l'équation générale de la surface de l'onde, on fait successivement $x=0$, $y=0$, $z=0$, on obtient les sections faites par les plans coordonnés (sections principales); elles se dédoublent en deux courbes planes, un cercle ayant pour centre l'origine et une ellipse concentrique qui admet pour axes les axes de coordonnées.

1° $x = 0$ (*fig.* 151). — Le cercle a pour équation

$$y^2 + z^2 = a^2;$$

l'ellipse

$$\frac{y^2}{c^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$

est intérieure au cercle.

Fig. 151.

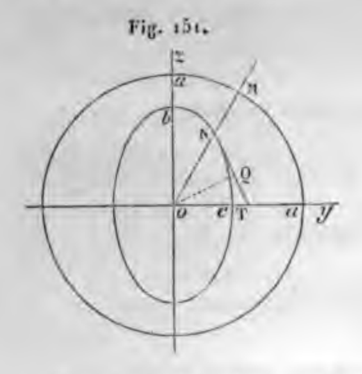
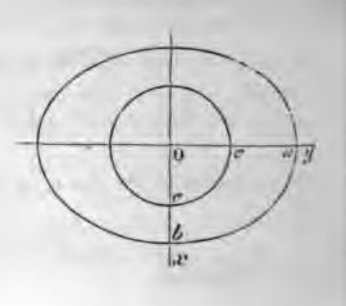


Fig. 152.



2° $z = 0$ (*fig.* 152). — L'ellipse

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

est extérieure au cercle

$$x^2 + y^2 = c^2.$$

3° $y = 0$ (*fig.* 153). — L'ellipse

$$\frac{x^2}{c^2} + \frac{z^2}{a^2} = 1$$

coupe le cercle $x^2 + z^2 = b^2$ en quatre points P, P′, P_1, P'_1.

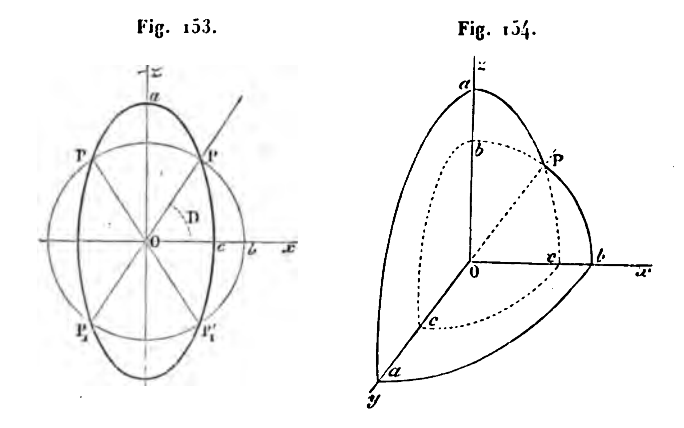
Dans son ensemble, la surface de l'onde offre le relief représenté par la *fig.* 154. Elle intercepte sur l'axe des x (axe de plus grande élasticité) les longueurs b et c, sur l'axe des y (axe de moyenne élasticité) c et a, sur l'axe des z (axe de



plus petite élasticité) a et b. Elle présente quatre ombilics situés aux points P, P′, P_1, P'_1 dans le plan des zx. Toute direction autre que celles de OP, OP′,... rencontre la surface en deux points.

Les droites POP_1, $P'OP'_1$ s'appellent les *axes optiques* du

Fig. 153. Fig. 154.



cristal, et l'on désigne sous le nom d'*angle des axes* l'angle aigu de ces deux droites. La bissectrice de l'angle des axes, qui peut être soit l'axe de plus grande ou de plus petite élasticité, se nomme la *ligne moyenne;* la bissectrice de l'angle obtus est la *ligne supplémentaire.*

POLARISATION DES ONDES. — Dans chaque direction peuvent se propager deux ondes planes polarisées dans des plans rectangulaires et douées de vitesses de propagation différentes. La direction des vibrations de chacune de ces deux ondes est celle des axes de la section déterminées dans l'ellipsoïde (1) par un plan normal au rayon vecteur de la surface de l'onde. On démontre que ces directions sont parallèles aux projections du rayon vecteur sur les plans tangents à la surface de l'onde aux deux points où celle-ci est rencontrée par le rayon.

Le plan de polarisation de chacune des deux ondes est, d'après Fresnel, le plan normal à la direction de la vibration mené par l'extrémité du rayon vecteur. Mais tous les corps doués de double réfraction ne possédant cette propriété qu'à

un degré très faible, on peut, avec une rigueur suffisante, confondre ces plans avec les plans menés par le rayon vecteur et coupant le plan tangent normalement à la vibration. On démontre que ces plans bissectent intérieurement et extérieurement le dièdre formé par les plans qui comprennent le rayon vecteur et les axes optiques.

Appliquons ces notions aux directions de propagation, telles que ONM (*fig.* 151), comprises dans les sections principales. Les plans tangents à l'onde sont alors perpendiculaires au plan des sections. La projection de ON sur le plan tangent à l'ellipse est située dans la section principale, et, par conséquent, l'onde correspondante (dont la vitesse de propagation normale varie avec la direction) est polarisée perpendiculairement à la section principale; elle partage cette propriété avec l'onde extraordinaire des cristaux à un axe. La deuxième onde se propage avec une vitesse constante et se trouve polarisée dans le plan de la section principale : elle correspond à l'onde ordinaire et obéit à la loi de Descartes; l'indice de réfraction de ce rayon ordinaire est $\frac{1}{a}$ dans le plan des zy (*fig.* 151), $\frac{1}{b}$ dans le plan des zx, $\frac{1}{c}$ dans le plan des xy : ce sont les *indices principaux*. On peut les déterminer expérimentalement par la méthode du minimum de déviation, à l'aide de trois prismes dont l'arête devra être parallèle à l'un des axes d'élasticité. C'est ce qu'a fait notamment Rüdberg ([1]), auquel on doit la détermination des indices principaux de l'arragonite et de la topaze. Pour la raie D, les indices principaux sont :

Arragonite	$\frac{1}{a}=1,53018$	$\frac{1}{b}=1,68157$	$\frac{1}{c}=1,68589$
Topaze	$\frac{1}{a}=1,61161$	$\frac{1}{b}=1,61375$	$\frac{1}{c}=1,62109$

En résumé, si l'on considère la section principale des zy, on constate qu'au point de vue des différences de marche du rayon qui suit la loi de Descartes et de celui qui ne la suit

([1]) RUDBERG, *Ann. de Pogg.*, t. XVII, p. 1.



point, un cristal à deux axes optiques se comporte, dans ce plan, à peu près comme un cristal à un axe positif. La seule différence consiste en ce que dans la direction oz se propagent deux ondes dont les vitesses de propagation a et b sont différentes, et qui, par conséquent, fourniront deux ondes réfractées distinctes si la face de sortie est taillée obliquement à oz; il n'en est pas ainsi dans la direction de l'axe d'un cristal à un axe positif.

Sous les mêmes réserves, un cristal à deux axes se comporte dans le plan des xy comme un cristal négatif; dans le plan des zx, il est comparable à un cristal positif dans l'angle PoP'_1 contenant l'axe oz, à un cristal négatif dans l'angle P_1oP' contenant ox. Quand l'angle PoP' est $< 90°$ (ligne moyenne, axe oz de plus petite élasticité), la région positive est plus étendue que la région négative; le cristal est dit positif; quand $PoP' > 90°$ (ligne moyenne, axe ox de plus grande élasticité), le cristal est dit *négatif* (¹).

CONSTRUCTION D'HUYGENS. — Quand une onde incidente plane vient frapper la face d'un cristal biaxe, elle donne naissance à deux ondes réfractées dont les directions de propagation pourront toujours être déterminées par la construction d'Huygens. Les ondes élémentaires émanées des divers points du plan d'incidence ont la forme représentée par la *fig.* 154; leur enveloppe se compose de deux plans dont chacun est tangent soit à toutes les nappes intérieures, soit à toutes les nappes extérieures des ondes élémentaires; pour trouver la direction de ces plans, il suffit de mener par la trace de l'onde incidente les plans tangents à la surface de l'onde ayant pour centre un point quelconque du plan.

La loi de Descartes ne s'applique à aucun rayon en dehors des sections principales; par suite il n'y a plus lieu de distin-

---

(¹) Un biaxe se comporte dans la direction oz comme le fait un uniaxe négatif dans une direction perpendiculaire à l'axe, et dans la direction ox comme le fait un uniaxe positif dans une direction également perpendiculaire à l'axe. Il suit de là que, si l'angle des axes optiques d'un biaxe positif tend vers 0, l'uniaxe produit est un cristal positif et inversement.

guer, comme nous le faisions pour les cristaux à un axe, le rayon réfracté ordinaire et le rayon extraordinaire.

FORMULE RELATIVE AUX DIFFÉRENCES DE MARCHE. — Proposons-nous de déterminer les rayons ρ' et ρ'' de la surface de l'onde dans une direction OR (*fig.* 155) faisant avec les axes optiques des angles quelconques θ et θ'.

L'équation polaire de la surface de l'onde est

$$(3)\qquad \frac{a^2\cos^2\lambda}{\rho^2-a^2}+\frac{b^2\cos^2\mu}{\rho^2-b^2}+\frac{c^2\cos^2\nu}{\rho^2-c^2}=0,$$

que l'on peut écrire

$$a^2b^2c^2\frac{1}{\rho^4}-[a^2(b^2+c^2)\cos^2\lambda + b^2(a^2+c^2)\cos^2\mu+c^2(a^2+b^2)\cos^2\nu]\frac{1}{\rho^2} + a^2\cos^2\lambda+b^2\cos^2\mu+c^2\cos^2\nu=0.$$

Les rayons ρ' et ρ'' sont les racines de cette équation; puisqu'elle est bicarrée en $\frac{1}{\rho}$, on a

$$(4)\qquad \left\{\begin{aligned} \frac{1}{\rho'^2}+\frac{1}{\rho''^2} &= \left(\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\cos^2\lambda + \left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{c^2}\right)\cos^2\mu+\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)\cos^2\nu,\\ \frac{1}{\rho'^2\rho''^2} &= \frac{1}{b^2c^2}\cos^2\lambda+\frac{1}{a^2c^2}\cos^2\mu+\frac{1}{a^2b^2}\cos^2\nu.\end{aligned}\right.$$

On peut transformer cette équation de manière à obtenir une relation intéressante. A cet effet, déterminons d'abord l'angle D de l'axe optique OP avec l'axe des x (¹). Le point P (*fig.* 154), appartenant au cercle de rayon b, a pour coordonnées

$$x=b\cos D,\qquad y=b\sin D;$$

(¹) L'angle des axes est 180° — 2D quand le cristal est positif, 2D quand il est négatif.



puisqu'il appartient aussi à l'ellipse

$$\frac{x^2}{c^2}+\frac{z^2}{a^2}=1,$$

on a

$$\frac{b^2\cos^2 D}{c^2}+\frac{b^2\sin^2 D}{a^2}=1;$$

d'où

$$\tang D=\frac{a}{c}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-b^2}},$$

$$\cos D=\sqrt{\frac{\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}}{\frac{1}{a^2}-\frac{1}{c^2}}},\qquad \sin D=\sqrt{\frac{\frac{1}{b^2}-\frac{1}{c^2}}{\frac{1}{a^2}-\frac{1}{c^2}}}.$$

Fig. 155.

Mais on a, en projetant OP sur OR,

$$\cos\theta=\cos\lambda\cos D+\cos\nu\sin D,$$

et de même

$$\cos\theta'=-\cos\lambda\cos D+\cos\nu\sin D;$$

d'où

$$\cos\lambda=\frac{\cos\theta-\cos\theta'}{2\cos D},$$

$$\cos\nu=\frac{\cos\theta+\cos\theta'}{2\sin D},$$

$$\cos\mu=\sqrt{1-\cos^2\lambda-\cos^2\nu}.$$

Substituant ces valeurs dans (4),

$$
(5)\quad\left\{
\begin{aligned}
\frac{1}{\rho'^2}+\frac{1}{\rho''^2} &= \frac{1}{a^2}-\frac{1}{c^2}-\frac{(\cos\theta-\cos\theta')^2}{4}\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{c^2}\right)\\
&\quad+\frac{(\cos\theta+\cos\theta')^2}{4}\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{c^2}\right)\\
&=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{c^2}-\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{c^2}\right)\cos\theta\cos\theta',\\
\frac{1}{\rho'^2\rho''^2} &= \frac{1}{a^2c^2}-\frac{\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{c^2}\right)\frac{1}{c^2}}{4}(\cos\theta-\cos\theta')^2\\
&\quad+\frac{\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{c^2}\right)\frac{1}{a^2}}{4}(\cos\theta-\cos\theta')^2\\
&=\frac{1}{a^2c^2}+\frac{\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{c^2}\right)^2}{4}\cos\theta^2\cos^2\theta'\\
&\quad+\frac{\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{c^2}\right)\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{c^2}\right)}{2}\cos\theta\cos\theta'.
\end{aligned}
\right.
$$

Élevons la première des équations (5) au carré et retranchons la seconde multipliée par 4,

$$
(6)\quad\left\{
\begin{aligned}
\left(\frac{1}{\rho'^2}-\frac{1}{\rho''^2}\right)^2 &= \left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{c^2}\right)^2\sin^2\theta\sin^2\theta',\\
\frac{1}{\rho'^2}-\frac{1}{\rho''^2} &= \left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{c^2}\right)\sin\theta\sin\theta'.
\end{aligned}
\right.
$$

Posons

$$\frac{1}{\rho'}=\mu',\qquad \frac{1}{\rho''}=\mu'',\qquad \frac{1}{a}=n,\qquad \frac{1}{c}=n'',$$

nous aurons enfin

$$(7)\qquad \mu'^2-\mu''^2=(n^2-n''^2)\sin\theta\sin\theta',$$

et, comme μ', μ'', n, n' sont des quantités très voisines, on



substituer à cette relation la relation approchée

$$\mu' - \mu'' = (n - n'')\sin\theta\sin\theta'.$$

et ρ'' sont les vitesses de propagation des rayons ordi- et extraordinaire, qu'il faut se garder de confondre avec itesses de propagation normale que posséderaient les s planes correspondantes. La différence de marche de rayons qui traversent une épaisseur e d'un cristal sui- la direction quelconque OR est donc sensiblement égale $-\mu'')e = (n - n'')e\sin\theta\sin\theta''$.

S DE DOUBLE RÉFRACTION CONIQUE EXTÉRIEURE. — Considé- un rayon lumineux qui se propage à l'intérieur d'un cris- ivant la direction de l'un des axes optiques. La surface de e présente, au point où ce rayon la rencontre, une infinité ans tangents; il peut donc se propager suivant l'axe une té de rayons, dont chacun est polarisé dans un plan per- iculaire à l'une des génératrices du cône enveloppé par lans tangents. Tous ces rayons se propagent dans l'inté- du cristal avec la même vitesse, mais ils donnent des is émergents distincts, que l'on peut déterminer en em- nt la construction d'Huygens. Ceux-ci forment un cône pour sommet le point d'émergence. Réciproquement, si ait tomber sur le cristal un cône de rayons identique à ce au émergent, il ne fournira, dans l'intérieur du cristal, les rayons réfractés coïncidant entre eux et avec la direc- le l'axe. De là le nom d'*axes de réfraction conique exté- e* donné aux axes du cristal par Hamilton [1], qui a dé- ert par le calcul cette curieuse propriété.

ur étudier expérimentalement la double réfraction conique ieure, Lloyd [2] tailla une lame d'arragonite à faces lèles perpendiculairement à la ligne moyenne et fit con- r en un point C de la face supérieure (*fig.* 156) un fais-

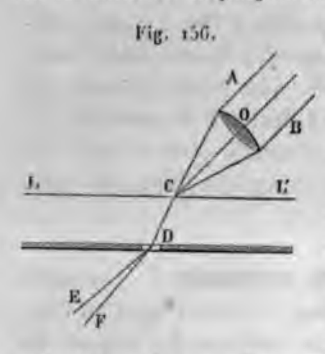
---

HAMILTON, *Transactions of Irish Academy*, t. XV, p. 69, et t. XVI,

LLOYD, *On the phenomena presented by light in its passage along the f biaxial crystals* (*Transactions of Irish Academy*, t. XVII, p. 3).

ceau de rayons solaires ABC, dont l'axe OC faisait, avec la normale à la lame, un angle de 15°25′8″. Sur la face postérieure de la lame se déplaçait un écran percé d'un trou, qui, pour une position convenable, livra passage à un cône creux DEF de rayons, de 2°59′ d'ouverture. Ces angles seraient, d'après la théorie, 15°58′ et 3°0′58″.

Fig. 156.



Voici ce qui se passe dans l'expérience de Lloyd. Parmi les rayons qui constituent le cône ABC se trouvent ceux qui peuvent éveiller la double réfraction conique; mais, comme ces rayons ne sont pas polarisés, chacun d'eux donne naissance à deux rayons réfractés, polarisés à angle droit, et se propageant, l'un suivant l'axe CD du cristal, l'autre dans une direction variable. On n'observerait donc qu'un phénomène confus si l'on ne couvrait, à l'aide d'un écran, les points d'émergence des rayons irréguliers.

AXES DE DOUBLE RÉFRACTION CONIQUE INTÉRIEURE. — Parmi les plans tangents à la surface de l'onde, il en est quatre que l'on nomme *plans tangents singuliers*. Ce sont ceux dont la trace RPQ sur le plan des zx (*fig.* 157) est tangente à la fois au cercle $x^2 + z^2 = b_2$ et à l'ellipse $\frac{x^2}{c^2} + \frac{z^2}{a^2} = 1$.

L'équation générale des tangentes au cercle est

$$z = mx \pm b\sqrt{1 + m^2};$$

celle des tangentes à l'ellipse

$$z = m'x \pm \sqrt{c^2 m'^2 + a^2}.$$

Les deux droites se confondent quand on a

$$m = m'$$

et

$$b_2(1 + m^2) = c^2 m^2 + a^2;$$



d'où

$$m = \pm\sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2 - c^2}}.$$

Le plan tangent commun est donc parallèle aux sections cir culaires de l'ellipsoïde (1) (p. 437**)

$$a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2 = 1,$$

d'où il résulte qu'une onde plane, se propageant dans le cristal parallèlement à l'un des plans tangents singuliers, n'a pas de plan de polarisation déterminé.

On démontre que les plans tangents singuliers touchent la surface de l'onde suivant un cercle. Cela posé, supposons que

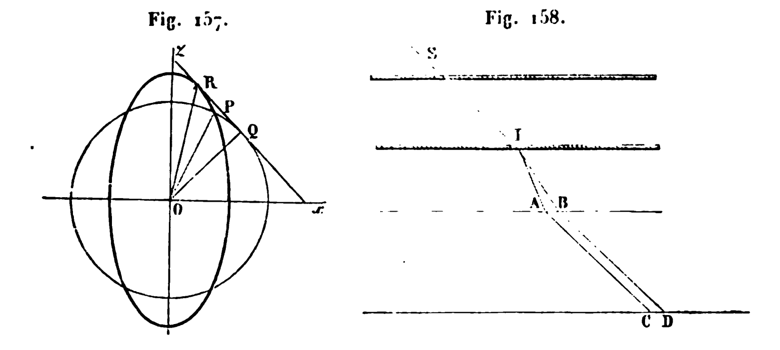


Fig. 157. Fig. 158.

la construction d'Huygens amène à mener à la surface de l'onde l'un des plans tangents singuliers. Puisque le plan touche la surface en une infinité de points, il y aura une infinité de rayons réfractés correspondant au rayon incident donné, et ces rayons formeront un cône à base circulaire ; l'un d'eux sera dirigé suivant OQ (*fig.* 157) et, par conséquent, perpendiculaire à la base du cône. Le phénomène que nous signalons est connu sous le nom de *double réfraction conique intérieure*, et les droites OQ, perpendiculaires aux plans singuliers, s'appellent les *axes de double réfraction conique intérieure*.

Pour mettre en évidence ce cas remarquable de la double

réfraction, Lloyd [1] employa la même lame d'arragonite qui lui avait servi pour la double réfraction conique extérieure. Il fit tomber à sa surface un faisceau très mince SI de rayons parallèles, limité par deux écrans, dont l'un était placé à la surface même du cristal (*fig.* 158). Quand le faisceau SI avait une direction convenable, la lumière émergente formait un cylindre creux de rayons parallèles au rayon incident. La théorie indique 15°19′ pour l'angle d'incidence du rayon incident, et 1°55′ pour angle du cône intérieur; Lloyd trouva 15°40′ et 1°50′ [2].

Les axes de double réfraction conique intérieure forment avec l'axe de plus grande élasticité Ox un angle D′ dont la tangente est

$$\operatorname{tang} D' = -\frac{1}{m} = \sqrt{\frac{b^2 - c^2}{a^2 - b^2}};$$

on a entre cet angle D′ et l'angle correspondant D des axes de réfraction conique extérieure la relation très simple

$$\operatorname{tang} D = \frac{a}{c} \operatorname{tang} D'.$$

Les quantités a et c étant peu différentes l'une de l'autre, on confond souvent les directions des deux sortes d'axes : c'est pourquoi nous avons désigné les axes de double réfraction conique extérieure sous le nom d'*axes optiques du cristal*, qui, rationnellement, appartiendrait plutôt aux axes de double réfraction conique intérieure.

Les expériences de Lloyd sur la double réfraction conique peuvent passer pour la meilleure démonstration expérimentale de la théorie de Fresnel.

Toutefois, celle-ci ne doit pas être considérée comme parfaite, car elle repose sur des hypothèses dont on ne peut mé-

(1) Lloyd, *loc. cit.*

(2) Voir *Journal de Physique*, 1re série, t. II, p. 23 et 25, la disposition imaginée par M. Lissajous et réalisée par M. Laurent pour l'observation commode de la double réfraction conique.



connaître le caractère artificiel. On doit à Cauchy ([1]) une théorie analytique de la double réfraction, qui n'est pas sujette aux mêmes critiques; à la condition d'établir entre les coefficients des formules générales auxquelles elle conduit certaines relations, dont le sens physique est malheureusement bien difficile à préciser, on retrouve tous les théorèmes de Fresnel, non comme exactement rigoureux, mais comme approchés; les vibrations ne sont plus rigoureusement, mais très sensiblement transversales par rapport au rayon. La théorie de Cauchy intéresse surtout les mathématiciens; elle comporte des développements analytiques très étendus, pour lesquels nous renverrons le lecteur soit aux Mémoires originaux ou à l'exposé de la théorie de Cauchy donné par Verdet ([2]).

DOUBLE RÉFRACTION ET POLARISATION DES RADIATIONS INFRA-ROUGES ET ULTRA-VIOLETTES.

Quand l'identité de la chaleur rayonnante et de la lumière n'était pas encore démontrée, il y avait un grand intérêt à reconnaître, à l'aide de la pile thermo-électrique, si la chaleur se polarise et si elle subit la double réfraction.

Forbes ([3]) établit le premier que les rayons calorifiques se polarisent par leur passage à travers une lame de tourmaline ou de mica. Plus tard, Knoblauch ([4]) montra directement le dédoublement d'un faisceau calorifique par un rhomboèdre de spath d'Islande, la rotation du faisceau extraordinaire autour du faisceau ordinaire quand on fait tourner la section principale du rhomboèdre et l'égalité d'intensité des deux faisceaux : reçus par une pile thermo-électrique linéaire, ils produisent une même déviation du galvanomètre.

Les mêmes expérimentateurs ont étudié les interférences de

([1]) Cauchy, *Exercices de Mathématiques*, t. III, p. 188; t. IV, p. 129; t. V, p. 19. — *Nouveaux Exercices de Mathématiques*, p. 1. — *Exercices d'Analyse et de Physique mathématique*, t. I, p. 288. — *Mémoires de l'Académie des Sciences*, t. IX, p. 114; t. X, p. 293; t. XVIII, p. 153.

([2]) *Optique physique*, t. I, p. 490 et suiv.

([3]) Forbes, *Philosophical Magazine*, 4e série, t. VI, et *Ann. de Pogg.*, t. XXXV, p. 533, et t. XLV, p. 64; 1835-1838.

([4]) Knoblauch, *Annales de Poggendorff*, t. LXXIV, p. 161, et t. CXXXI, p. 1.

la chaleur polarisée et établi que, quand une lame biréfringente, placée entre deux nicols, fournit une image blanche, la chaleur portée par cette image est dénuée de thermochrose, ce qui n'a pas lieu dans le cas où l'image lumineuse est colorée. On étudie la thermochrose de l'image en mesurant la proportion de chaleur, soit de la source, soit de l'image, qui passe à travers divers milieux absorbants.

Dans ces diverses expériences, on n'avait pas pris soin de séparer la chaleur lumineuse de la chaleur obscure. Cette lacune a été comblée par M. Tyndall (1). A cet effet, le savant professeur anglais emploie la lumière de l'arc électrique tamisée à travers une solution d'iode dans le sulfure de carbone. Les diverses expériences relatives à la polarisation de la chaleur obscure se font ainsi d'une manière extrêmement nette.

On n'a pas fait d'expériences spéciales en vue d'étendre les lois de la double réfraction et de la polarisation aux rayons ultra-violets; mais il résulte incidemment d'une foule de travaux, notamment des recherches de M. Mascart et de M. Sarazin sur les indices du spath et du quartz (2) qu'il n'y a aucune distinction à établir sous ce rapport entre les rayons visibles ou invisibles.

---

(1) *Philosophical Magazine*, 4e série, t. XXXIX, p. 280.

(2) *Voir* p. 432** et 433**.



CHAPITRE VII.

COULEURS DES LAMES MINCES CRISTALLISÉES.

Vibrations elliptiques. — Propriétés des rayons vibrant elliptiquement.
Théorie des couleurs des lames minces cristallisées. — Vérifications. — Appareil de projection. — Lumière convergente. — Microscope d'Amici.
Cristaux à un axe. — Lame perpendiculaire à l'axe. — Surface isochromatique dans les cristaux à un axe.
Cristaux à deux axes. — Surface isochromatique. — Lignes neutres.
Détermination du signe d'un cristal. — Mesure de l'angle des axes. — Dispersion des axes. — Action de la chaleur sur les propriétés optiques des cristaux. — Cristaux irréguliers. — Double réfraction accidentelle. — Dichroïsme.

Vibrations elliptiques. — Considérons une vibration rectiligne dirigée suivant OM (*fig.* 159). La vitesse de la molécule O est donnée par la formule

Fig. 159.

$$v = -\mathrm{A}\sin 2\pi \frac{t}{\mathrm{T}}.$$

Décomposons cette vitesse en deux autres, suivant deux axes rectangulaires quelconques Ox et Oy,

$$v' = -\mathrm{A}\cos\alpha \sin 2\pi \frac{t}{\mathrm{T}},$$

$$v' = -\mathrm{A}\sin\alpha \sin 2\pi \frac{t}{\mathrm{T}},$$

et supposons que cette dernière, par une cause quelconque, prenne une avance c sur la première; elle deviendra

$$v'' = -\mathrm{A}\sin\alpha \sin 2\pi\left(\frac{t}{\mathrm{T}} + \frac{c}{\lambda}\right),$$

et, en posant $2\pi\frac{c}{\lambda}=\delta$,

$$v''=-\mathrm{A}\sin\alpha\sin\left(2\pi\frac{t}{\mathrm{T}}+\delta\right).$$

v' et v'' sont les vitesses de la molécule O parallèlement aux axes des x et des y; elles sont égales à $\frac{dx}{dt}$ et à $\frac{dy}{dt}$. En les intégrant, on aura les distances de cette molécule aux axes des y et des x, c'est-à-dire ses coordonnées x et y au temps t. L'intégration donne, en prenant comme unité le facteur constant $\frac{\mathrm{TA}}{2\pi}$,

$$(1)\qquad \begin{cases} x=\cos\alpha\cos2\pi\frac{t}{\mathrm{T}},\\ y=\sin\alpha\cos\left(2\pi\frac{t}{\mathrm{T}}+\delta\right). \end{cases}$$

On suppose que les constantes introduites par l'intégration sont nulles, ce qui revient à choisir convenablement l'origine des temps; x et y variant avec le temps, le point M décrira une trajectoire dont on trouvera l'équation en éliminant t, comme il suit, entre x et y,

$$y=\sin\alpha\cos\delta\cos2\pi\frac{t}{\mathrm{T}}-\sin\alpha\sin\delta\sin2\pi\frac{t}{\mathrm{T}},$$

$$y=\sin\alpha\cos\delta\frac{x}{\cos\alpha}-\sin\alpha\sin\delta\sqrt{1-\frac{x^2}{\cos^2\alpha}},$$

$$(y\cos\alpha-x\sin\alpha\cos\delta)^2=\sin^2\alpha\sin^2\delta(\cos^2\alpha-x^2),$$

et enfin

$$(2)\qquad \frac{y^2}{\sin^2\alpha}+\frac{x^2}{\cos^2\alpha}-\frac{2\cos\delta}{\sin\alpha\cos\alpha}xy=\sin^2\delta.$$

C'est l'équation d'une ellipse rapportée à deux diamètres rectangulaires. La molécule O doit donc se mouvoir sur cette ellipse dans des conditions que nous allons discuter.

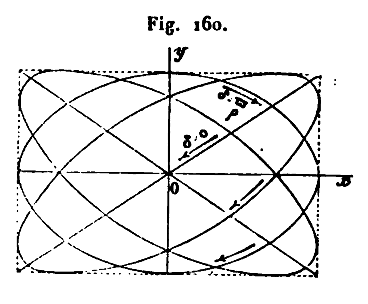


Pour $t = 0$, les équations (1) donnent

$$X = \cos\alpha, \qquad Y = \sin\alpha\cos\delta.$$

Ce sont les coordonnées de la position initiale B de la molécule O. On voit que X est maximum et indépendant de δ, ce qui veut dire que l'ellipse sera toujours tangente à une ligne menée parallèlement à l'axe des y à une distance égale à $\cos\alpha$ (*fig.* 160). Y est l'ordonnée du point de tangence ; elle variera avec δ, c'est-à-dire avec la phase. Supposons δ positif et croissant peu a peu.

Fig. 160.



1° Si $\delta = 0$,

$$X = \cos\alpha, \qquad Y = \sin\alpha.$$

L'ellipse devient

$$\left(\frac{y}{\sin\alpha} - \frac{x}{\cos\alpha}\right)^2 = 0, \qquad y = x\,\mathrm{tang}\,\alpha.$$

C'est une droite. Le temps croissant à partir de zéro, les équations (1) montrent que x et y diminuent. Le mouvement s'effectue suivant le sens de la flèche.

2° δ augmentant entre zéro et $\frac{\pi}{2}$, Y décroît jusqu'à zéro; le point de tangence s'abaisse vers l'axe des x et l'atteint quand $\delta = \frac{\pi}{2}$. En même temps, l'ellipse, d'abord confondue avec une droite, s'ouvre de plus en plus, et son axe des y est maximum quand $\delta - \frac{\pi}{2}$.

Les équations (1) montrent que x et y diminuent à partir du point de tangence à mesure que t croît à partir de zéro. Cela prouve que le mouvement de la molécule sur l'ellipse se fait dans le sens de la flèche, c'est-à-dire dans le sens des aiguilles d'une montre.

3° Lorsque δ est compris entre $\frac{\pi}{2}$ et π, $\cos\delta$ devient négatif et reprend les mêmes valeurs qu'entre $\frac{\pi}{2}$ et zéro. Le point de tangence s'abaisse au-dessous de l'axe des x, et l'ellipse prend des positions symétriques des précédentes; elle se resserre de plus en plus, devient une droite pour $\delta = \pi$, et le sens du mouvement vibratoire est le même que précédemment.

4° Si enfin δ augmente de π à 2π, la même discussion prouve que le point de tangence remonte et revient sur l'axe des x quand $\delta = \frac{3\pi}{2}$, que l'ellipse reprend les mêmes formes, mais que le sens du mouvement vibratoire se produit en sens inverse. Il y aura donc des mouvements vibratoires elliptiques de gauche à droite ↗ si δ est moindre que π; il y en aura qui se feront de droite à gauche ↘ quand δ sera compris entre π et 2π. Si δ était négatif, c'est-à-dire si y était en retard sur x au lieu d'être en avance, le sens du mouvement serait partout opposé, mais les ellipses auraient les mêmes formes.

Parmi tous ces cas, il en est un qui mérite une mention spéciale. Supposons d'abord $\delta = \frac{\pi}{2}$ et ensuite $\alpha = 45°$; l'ellipse devient un cercle

$$2y^2 + 2x^2 = 1.$$

Il y aura des vibrations circulaires de gauche à droite ou de droite à gauche; elles seront constituées par le concours de rayons polarisés rectangulairement, égaux en intensité, dont les phases diffèrent de $\pm\frac{\pi}{2}$ ou qui présentent une différence de marche de $\frac{\lambda}{4}$.

Nous reviendrons dans la suite sur ce cas particulier.

PROPRIÉTÉS DES RAYONS POLARISÉS ELLIPTIQUEMENT. — Les valeurs de x et y dans les équations (1) représentent deux choses: 1° les vibrations qui composent et dans lesquelles on peut décomposer le mouvement elliptique; 2° les coordonnées de la

position de la molécule à un moment donné. Si nous changeons les axes coordonnés en un autre système faisant un angle ω avec le premier, x et y se changeront en x' et y', et x' et y' représenteront de la même manière : 1° deux vibrations rectangulaires qui composent et dans lesquelles on pourra décomposer le mouvement elliptique; 2° les coordonnées de la molécule, à un moment donné, par rapport au deuxième système d'axes. Or les formules connues donnent

$$x' = x\cos\omega + y\sin\omega, \qquad y' = y\cos\omega - x\sin\omega.$$

En remplaçant x et y, on aura

$$x' = \cos\omega\cos\alpha\cos 2\pi\frac{t}{T} + \sin\omega\sin\alpha\cos\left(2\pi\frac{t}{T} + \delta\right),$$

$$y' = \cos\omega\sin\alpha\cos\left(2\pi\frac{t}{T} + \delta\right) - \sin\omega\cos\alpha\cos 2\pi\frac{t}{T}.$$

En réduisant, d'après la règle de Fresnel, on trouve aisément

$$(3)\qquad x' = \mathrm{E}\cos\left(2\pi\frac{t}{T} + \delta'\right), \qquad y' = \mathrm{O}\cos\left(2\pi\frac{t}{T} + \delta''\right).$$

$$(4)\qquad \left\{\begin{aligned} \mathrm{E}^2 &= \cos^2(\omega - \alpha) - \sin 2\omega\sin 2\alpha\sin^2\frac{\delta}{2} \\ &= \sin^2\alpha\sin^2\omega + \cos^2\alpha\cos^2\omega + \frac{1}{2}\sin 2\omega\sin 2\alpha\cos\delta, \\ \mathrm{O}^2 &= \sin^2(\omega - \alpha) + \sin 2\omega\sin 2\alpha\sin^2\frac{\delta}{2} \\ &= \sin^2\alpha\cos^2\omega + \cos^2\alpha\sin^2\omega - \frac{1}{2}\sin 2\omega\sin 2\alpha\cos\delta, \end{aligned}\right.$$

$$(5)\qquad \left\{\begin{aligned} \operatorname{tang}\delta' &= \frac{\sin\alpha\sin\omega\sin\delta}{\cos\omega\cos\alpha + \sin\omega\sin\alpha\cos\delta}, \\ \operatorname{tang}\delta'' &= \frac{\sin\alpha\cos\omega\sin\delta}{-\sin\omega\cos\alpha + \sin\alpha\cos\omega\cos\delta}, \end{aligned}\right.$$

et par suite

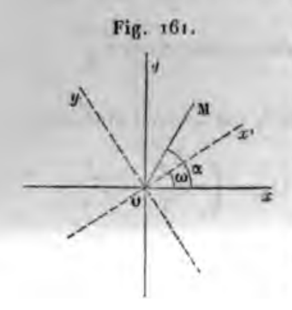
$$(6)\qquad \operatorname{tang}(\delta'' - \delta') = \frac{-\sin\delta\sin 2\alpha}{\sin 2\omega\cos 2\alpha - \sin 2\alpha\cos 2\omega\cos\delta}.$$

L'équation de l'ellipse rapportée à ces nouveaux axes se trouverait en remplaçant x et y par leurs valeurs en x' et y' ; mais puisque les valeurs de x' et de y' des formules (3) représentent les nouvelles composantes du mouvement, cette équation se trouvera plus aisément en éliminant t entre x' et y', comme on l'a fait précédemment entre x et y. Le calcul sera le même, et il suffira de remplacer dans le résultat $\cos\alpha$ par E, $\sin\alpha$ par O et δ par $\delta''-\delta'$, ce qui donnera

$$(7) \qquad \frac{y'^2}{O^2}+\frac{x'^2}{E^2}-\frac{2x'y'\cos(\delta''-\delta')}{OE}=\sin^2(\delta''-\delta').$$

En résumé, on peut décomposer un rayon polarisé elliptiquement en deux vibrations rectilignes y' et x' de direction quelconque, mais rectangulaires entre elles, l'une ayant une phase δ' et une intensité E^2, l'autre une phase δ'' et une intensité O^2. C'est précisément la décomposition qui se fera si l'on reçoit le rayon sur un prisme biréfringent dont l'axe soit Ox' (*fig.* 161); x' se réfractera extraordinairement et y' ordinairement; les intensités des rayons seront E^2 et O^2, et la différence de leurs phases $\delta''-\delta'$.

Fig. 161.



Si $\delta=\frac{\pi}{2}$ et $\alpha=45°$, l'ellipse se réduit à un cercle. Les deux rayons E^2 et O^2 sont égaux à $\frac{1}{2}$, et $\tan(\delta''-\delta')$ à l'infini. Donc un rayon polarisé circulairement peut toujours se décomposer, en traversant un cristal biréfringent dont l'axe a une direction quelconque, en deux vibrations rectilignes, rectangulaires, égales en intensité, dont les phases diffèrent de $\frac{\pi}{2}$ et qui offrent une différence de marche égale à $\frac{\lambda}{4}$.

COULEURS DES LAMES MINCES CRISTALLISÉES.

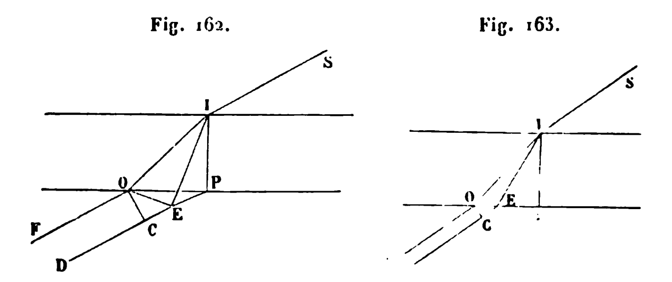
LUMIÈRE PARALLÈLE. — Avant d'étudier plus complètement les propriétés des vibrations elliptiques, nous allons montrer par des exemples comment on peut les réaliser et comment les formules précédentes en représentent toutes les circonstances.

Polarisons un rayon de lumière par un prisme de Nicol et faisons-le passer à travers une lame cristallisée très mince, à faces parallèles, par exemple à travers une feuille de mica ou de gypse obtenue par le clivage. Recevons la lumière sur un prisme biréfringent et de là dans l'œil : nous verrons deux images. Analysons les phénomènes.

La vibration incidente dirigée suivant OM (*fig.* 161) se décompose parallèlement et perpendiculairement à l'axe Ox du cristal et donne

$$x = \cos\alpha \cos 2\pi \frac{t}{T}, \qquad y = \sin\alpha \cos 2\pi \frac{t}{T}.$$

En traversant avec des vitesses différentes v' et v la lame d'épaisseur $IP = e$ (*fig.* 162), ces deux vibrations prennent une



différence de phase δ qu'il est toujours possible de calculer. En effet, l'un des rayons parcourt l'épaisseur $IO = \frac{e}{\cos r}$ avec une vitesse v dans un temps $\frac{e}{v \cos r}$. L'autre suit la route IE avec une vitesse v', après quoi l'onde correspondante se re-

trouve superposée à l'onde ordinaire. Les temps employés pour parcourir IE dans la lame et EC dans l'air sont

$$\frac{\text{IE}}{v'} + \text{EC}.$$

En général, IE et IO ne sont pas dans un même plan avec la normale IP; mais, comme l'angle des deux plans IOP, IEP est très faible, on peut calculer approximativement la différence de marche en supposant cet angle égal à zéro (*fig.* 163). On a alors

$$\begin{aligned}\frac{\text{IE}}{v'} + \text{EC} &= \frac{e}{v'\cos r'} + \text{OE}\sin i \\ &= \frac{e}{v'\cos r'} + (\text{OP} - \text{EP})\sin i \\ &= \frac{e}{v'\cos r'} + e(\tang r - \tang r')\sin i.\end{aligned}$$

Donc la différence des temps que mettent les deux rayons pour arriver à la surface d'onde OC sera égale à

$$\frac{e}{v'\cos r'} - \frac{e}{v\cos r} + e(\tang r - \tang r')\sin i = ke,$$

et la différence de phase sera

$$\delta = 2\pi\frac{ke}{\lambda}.$$

k variera avec r et r', c'est-à-dire avec la nature de la lame, avec sa direction par rapport aux axes, avec l'inclinaison du rayon incident, avec l'azimut du plan d'incidence par rapport au plan de la section principale ; mais, dans chaque cas particulier donné, on pourra calculer sa valeur d'après les lois connues de la double réfraction.

Dès lors, les deux rayons composants x et y, polarisés rectangulairement, ayant une différence de phase $\delta = 2\pi\frac{ke}{\lambda}$,

produiront une vibration elliptique dans les conditions calculées précédemment. L'équation de l'ellipse sera

$$(2)\qquad \frac{y^2}{\sin^2\alpha}+\frac{x^2}{\cos^2\alpha}-\frac{2\cos\delta}{\sin\alpha\cos\alpha}xy=\sin^2\delta,$$

et, si l'on reçoit le rayon sur un prisme biréfringent faisant un angle ω avec Ox, on le décomposera en deux rayons ordinaire O et extraordinaire E, dont les intensités sont

$$E^2=\cos^2(\omega-\alpha)-\sin 2\alpha\sin 2\omega\sin^2\pi\frac{ke}{\lambda},$$

$$O^2=\sin^2(\omega-\alpha)+\sin 2\alpha\sin 2\omega\sin^2\pi\frac{ke}{\lambda}.$$

Si la lumière employée est simple, O^2 et E^2 ne font que passer par des intensités variables quand on change la direction ω de l'analyseur; mais, si elle est blanche, le phénomène se complique. En effet, ke est sensiblement constant quand on passe d'une couleur à une autre; mais, λ variant beaucoup, $\frac{ke}{\lambda}$ est très différent du rouge au violet. Il en résulte que le rayon total se compose d'une infinité de vibrations elliptiques dont les axes diffèrent en grandeur et en position, et que les intensités totales O^2 et E^2, variables de l'une à l'autre couleur, s'expriment par les formules

$$E^2=\cos^2(\omega-\alpha)-\sin 2\alpha\sin 2\omega\sum\sin^2\pi\frac{ke}{\lambda},$$

$$O^2=\sin^2(\omega-\alpha)+\sin 2\alpha\sin 2\omega\sum\sin^2\pi\frac{ke}{\lambda}.$$

VÉRIFICATIONS. — Le premier terme de ces valeurs est indépendant de λ : c'est de la lumière blanche. Le second représente une somme des couleurs simples en proportions inégales : c'est une teinte mixte. On pourrait la calculer par le cercle de Newton ; il vaut mieux la comparer à d'autres qui nous sont déjà connues.

Or, dans l'expérience des deux miroirs, deux rayons inter-

férents de lumière simple, dont les intensités sont égales entre elles et à $\frac{1}{2}$, et la différence de marche c, se superposent en un rayon unique d'intensité A^2 (p. 314**),

$$A^2 = \cos^2 \frac{\pi c}{\lambda}$$

et, si la lumière incidente est blanche,

$$A^2 = \sum \cos^2 \frac{\pi c}{\lambda},$$

formule identique à la valeur de E^2 si

$$\pi = \alpha, \qquad \alpha = 45° \qquad \text{et} \qquad ke = c.$$

Il suit de là que la teinte de l'image extraordinaire, lorsque l'épaisseur du cristal augmente, devra passer successivement par toutes les colorations que nous avons observées, dans l'expérience des deux miroirs, à partir de la frange centrale.

Fig. 164.

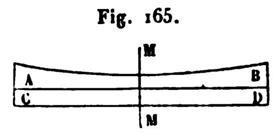


Pour vérifier cette première conséquence, on taille deux lames de même angle ABC, BCD dans un cristal de quartz (*fig.* 164), de telle sorte que l'axe soit contenu dans les faces d'entrée et de sortie, mais parallèle à AB dans la première et perpendiculaire à CD dans la seconde. Tout faisceau polarisé se décompose dans la première en deux rayons dont la différence de marche est $\frac{ke}{\lambda}$; ces deux rayons changent de rôle dans la seconde lame et y prennent une différence de phase $\frac{ke'}{\lambda}$, qui se retranche de la précédente; ils sortent comme si l'épaisseur traversée était $e - e'$, avec une différence de phase $2\pi k \frac{e - e'}{\lambda}$, qui est nulle au milieu MN et qui croît positivement ou négativement de chaque côté et proportionnellement à la distance de MN. Placée entre deux prismes de

Nicol parallèles, cette double lame montre en effet des franges disposées symétriquement des deux côtés de MN et qui offrent les mêmes teintes que dans l'expérience de Fresnel.

Biot [1] opérait autrement : il superposait deux lames de quartz CD et AB (*fig.* 165), toutes deux parallèles à l'axe, mais croisées. Il avait fait creuser une cuvette sphérique dans AB et diminuer l'épaisseur en M jusqu'à la rendre égale à celle de CD. L'ensemble des deux lames agissait comme une seule plaque, dont l'épaisseur, nulle au centre M, aurait augmenté comme dans les anneaux de Newton. Aussi voyait-on dans l'image ordinaire les couleurs des anneaux réfléchis, dans l'image extraordinaire celles des anneaux transmis, lorsque le polariseur et l'analyseur sont parallèles.

Fig. 165.



Supposons maintenant que la plaque ait une épaisseur constante et discutons les formules.

1° La teinte ne dépend que du facteur $\sum \sin^2 \pi \frac{ke}{\lambda}$. Si donc on change ω et α, c'est-à-dire si l'on fait tourner le polariseur et l'analyseur, on ne fait que changer les proportions dans lesquelles se mêlent la lumière blanche, représentée par le premier terme, et la lumière colorée, exprimée par le second. Une lame d'épaisseur donnée produira donc des teintes invariables dans les deux images.

2° $O^2 + E^2 = 1$, c'est-à-dire que les deux images ont des teintes complémentaires. On le vérifie en prenant un faisceau lumineux assez large pour que les deux images se superposent en partie; l'une est par exemple verte, l'autre est rouge, et à l'endroit où elles se confondent elles reproduisent le blanc.

3° La teinte disparaît pour $\sin 2\alpha = 0$ ou pour $\sin 2\omega = 0$. Dans le premier cas, $\alpha = 0$ ou $\alpha = 90°$; la vibration originelle n'éprouve point de modification en traversant la lame et conserve sa polarisation primitive jusqu'au moment où elle ren-

---

(1) *Mémoires de l'Institut*, 1811.

contre l'analyseur, où elle se décompose suivant la loi de Malus. Les formules donnent, en effet,

$$E^2 = \cos^2(\omega - \alpha), \qquad O^2 = \sin^2(\omega - \alpha).$$

Dans le second cas, $\omega = 0$ ou $\omega = 90^\circ$; les deux vibrations x et y ne se décomposent point dans l'analyseur, qui alors ne produit aucun effet.

4° Les teintes sont maxima quand, α étant constant, $\omega = 45^\circ$, et quand, ω étant constant, $\alpha = 45^\circ$; et, si ω et α sont tous deux variables, ce maximum a lieu quand $\alpha = 45^\circ$ et $\omega = 45^\circ$:

$$E^2 = 1 - \sin^2\pi\frac{ke}{\lambda}, \qquad O^2 = \sin^2\pi\frac{ke}{\lambda}.$$

5° Examinons en particulier le cas où $\alpha = 45^\circ$ et faisons croître progressivement ω :

$$E^2 = \cos^2(\omega - 45^\circ) - \sin 2\omega \sin^2\pi\frac{ke}{\lambda},$$

$$O^2 = \sin^2(\omega - 45^\circ) + \sin 2\omega \sin^2\pi\frac{ke}{\lambda}.$$

$\omega = 0$: pas de teinte dans les images.

ω croît de 0 à 45° : les teintes prennent leur maximum de vivacité.

ω croît de 45° à 90° : les teintes diminuent d'éclat et la lumière redevient blanche.

ω croît de 90° à 180° : $\sin 2\omega$ change de signe, les images échangent leur coloration, et le rayon extraordinaire passe par les mêmes alternatives que précédemment l'image ordinaire quand ω croissait de 0 à 90°.

Appareil de projection. — On peut vérifier tous ces résultats en regardant le ciel ou une surface éclairée quelconque à travers un système composé de deux prismes de Nicol séparés par la lame cristallisée. Il vaut mieux projeter les images sur un tableau, comme nous allons l'indiquer (*fig.* 166).

On polarise la lumière solaire à travers un prisme de Foucault A, et on la reçoit sur un système de deux lentilles égales

et très convergentes LL, L′L′ qui ont un foyer commun S. Il est clair que les rayons donneront une image du soleil en S et qu'ils se retrouveront, en sortant de L′L′, dans les conditions où ils étaient avant d'entrer dans LL. On les reçoit sur L″L″, qui les concentre de nouveau en une seconde image étroite du soleil S′, après quoi ils divergent. C'est en S′, où le faisceau a une très petite section, qu'on mettra le prisme analyseur dans un cercle azimutal PP.

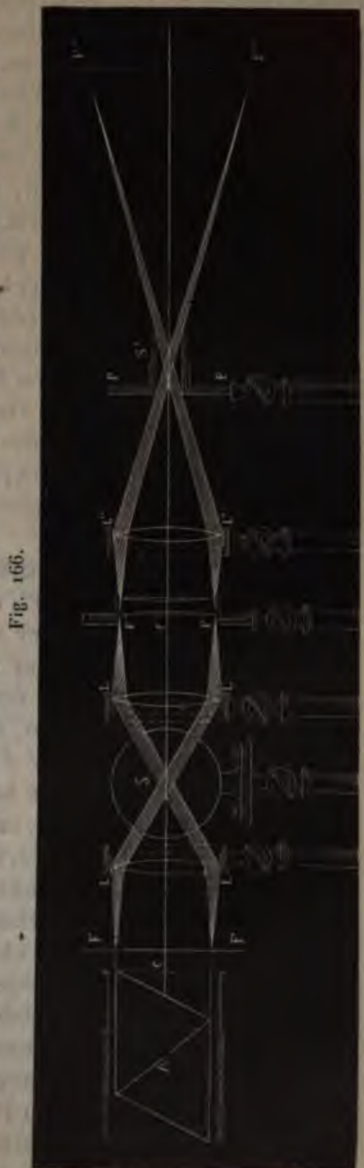


Fig. 166.

Plaçons en FF un diaphragme. Chaque point tel que F reçoit un cône de rayons, de 16′ d'ouverture, venus des divers points du soleil ; il peut être considéré comme le lieu de départ de ce cône qui se réfracte de L à L′ en un faisceau de rayons parallèles et se concentre ensuite en un foyer réel F′. F′, à son tour, est le lieu de départ de ces mêmes rayons, et il donne à travers L″L″ un foyer réel F″ qui se peint sur l'écran.

Supposons qu'on place en FF une lame mince cristallisée : elle recevra de A une lumière polarisée à $90° - \alpha$ de sa section principale. Elle décomposera cette lumière en deux rayons et leur imprimera une différence de marche ; une

première image se formera en $F'F'$. La lumière sera ensuite concentrée en S', où l'analyseur est placé; là elle se réduira définitivement en deux faisceaux E et O, et l'image de ceux-ci se fera en $F''F''$ sur un écran. Il suffira de mettre $L''L''$ au point convenable pour que l'image de FF, et par suite de $F'F'$, soit nette en $F''F''$. On verra donc sur cet écran deux images réelles de l'ouverture; elles seront complémentaires. Si elles se superposent partiellement, elles donneront du blanc, et, quand on fera varier la direction de l'axe de la lame en FF, c'est-à-dire α, et la section principale de l'analyseur en PP, c'est-à-dire ω, on verra changer la teinte des deux images comme l'a indiqué la discussion précédente. Il est clair qu'on pourra, à volonté, mettre la lame cristalline en FF ou en $F'F'$, et que, si l'on en place deux, l'une en FF, l'autre en $F'F'$, elles agiront comme si on les superposait. On pourrait supprimer le système des lentilles LL, $L'L'$ et mettre la lame en $F'F'$; mais ces lentilles ne nuisent point à l'expérience, et l'on verra bientôt des cas où elles sont nécessaires.

CAS DE LA LUMIÈRE CONVERGENTE. — Si, une lame étant placée à l'un des foyers FF ou $F'F'$, on l'incline sur la direction des rayons en la faisant tourner autour d'une ligne située dans son plan, on change la valeur de k, et par suite la teinte des deux images. Ainsi, lorsque cette lame est un cristal à un axe taillé parallèlement à cet axe, k augmente ou diminue quand on incline le cristal autour d'une perpendiculaire ou d'une parallèle à l'axe. Supposons la lame placée en S : les conditions sont toutes différentes, car elle est traversée par des systèmes de faisceaux parallèles, tels que LL', inclinés très diversement et dans tous les azimuts. L'effet est le même que si la lame avait été inclinée sur chacun d'eux de l'angle qu'ils font avec CC'. D'un autre côté, chacun de ces systèmes se concentre en un point de l'image $F'F'$; tous les points de cette image sont formés par la réunion de rayons qui ont traversé la lame parallèlement et qui y ont pris une polarisation elliptique identique; mais l'ellipse change d'un point à l'autre de $F'F'$, puisque chaque système de rayons traverse la lame avec des inclinaisons croissantes à partir de CC' et fait des angles diffé-

rents avec l'axe du cristal. Par la lentille L″L″, l'image F′F se reproduit en F″F″, mais après que la lumière a été analysée par le prisme biréfringent PP, et l'on voit sur l'écran des franges d'interférence généralement curvilignes, dont la forme dépend de la direction suivant laquelle le cristal a été taillé. Dans chaque cas, comme nous le verrons, le calcul prévoit et l'expérience confirme la forme de ces franges.

Fig. 167.

MICROSCOPE D'AMICI. — Au lieu de projeter les images agrandies sur un tableau éloigné, on peut, comme l'a fait Amici, les observer au microscope (*fig.* 167). La lumière, polarisée par un appareil quelconque, part de l'ouverture FF, tombe sur un système de deux lentilles rapprochées L, L′ qui fonctionnent comme une seule et concentrent la lumière en un foyer C, où elle arrive en un cône très convergent. En sortant de cet étroit passage, elle rencontre deux autres lentilles semblables L″, L‴, qui ramènent le faisceau à être sensiblement parallèle et à former en F′F′ une image réelle de l'ouverture FF. Le cristal qu'on veut étudier est en C. Toute cette partie de l'appareil est identique à celle de l'instrument précédent. Chaque groupe de rayons parallèles vient former un foyer en F′F′, absolument comme si la lame était en F′F′ et qu'elle fût traversée par ces rayons sous l'inclinaison qu'ils avaient en C. Par conséquent, on peut placer un microscope au-dessus de F′F′, comme au-dessus d'un objet, et tous les rayons iront former en F″ des foyers réels qu'on regarde avec la loupe M″; tous vont passer par un anneau oculaire O qui est très petit

et entrent dans l'œil. L'appareil est disposé de façon que cet anneau soit loin de la loupe M″, et dans l'intervalle on place un spath d'Islande qui dédouble cet anneau en deux autres, l'un ordinaire O, l'autre extraordinaire E. Si l'œil est en O, il voit l'image ordinaire ; s'il est en E, il voit l'extraordinaire ; et, au moyen d'un petit œilleton qu'on déplace à volonté, on fait en sorte qu'il ne reçoive que l'un ou l'autre des deux systèmes de rayons.

On peut placer le cristal en F′F′ : alors il est traversé par un faisceau de lumière parallèle et montre des teintes plates complémentaires dans les deux images.

Quand on veut observer les anneaux dans la lumière convergente, on peut aussi se borner à mettre la lame cristallisée dans une pince à tourmalines, en plaçant l'œil au voisinage immédiat de la pince et dirigeant l'appareil vers le ciel. Les rayons qui parviennent à l'œil ont traversé la lame cristallisée dans des directions formant un cône de faible ouverture. L'inconvénient de cet appareil sera donc d'avoir un champ très peu étendu.

Nous examinerons maintenant en détail ce qui arrive, et d'abord quand le cristal est à un axe.

CRISTAUX A UN AXE. — LAME NORMALE A L'AXE. — Quand l'analyseur est perpendiculaire au nicol polariseur, on voit dans l'image ordinaire une croix noire rectangulaire dont les branches sont parallèles et perpendiculaires au plan de la polarisation primitive (*Pl. IV*, *fig.* 1) ; entre ces branches, on distingue des anneaux qui présentent les teintes successives des franges d'interférence. Dans l'image extraordinaire, le phénomène est entièrement complémentaire (*Pl. IV*, *fig.* 2).

Soit yOx (*fig.* 168) le plan de la lame cristallisée ; supposons que la vibration incidente soit OM. Comme l'axe du cristal se projette en O, tous les plans Ox menés par cet axe sont autant de sections principales ; l'angle α de ces sections principales avec la direction des vibrations est quelconque et varie de 0 à 180°. Si l'analyseur est perpendiculaire au nicol polariseur, Ox' est confondu avec OM, les angles α et ω égaux ;

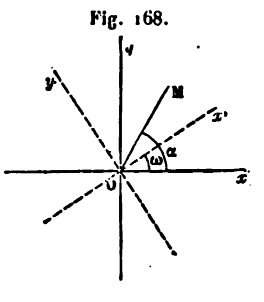
$\omega - \alpha = 0$, et les formules deviennent

$$E^2 = 1 - \sin^2 2\alpha \sin^2 \pi \frac{ke}{\lambda},$$

$$O^2 = \sin^2 2\alpha \sin^2 \pi \frac{ke}{\lambda}.$$

O^2 est nul et E^2 maximum si α est égal à 45°. Il y a donc, suivant OM et perpendiculairement à OM, une croix noire dans l'image ordinaire et une croix blanche dans l'image extraordinaire. Pour toutes les autres directions Ox il y aura des teintes colorées; elles ont leur intensité maxima pour $\alpha = 45°$; elles sont complémentaires dans les deux images. Leur composition ne changera pas avec α; elles seront donc distribuées sur des cercles qui ont pour centre le point O, et, comme k augmente à mesure que l'inclinaison des rayons qui traversent la lame augmente, ces teintes offrent dans E^2 des anneaux analogues aux anneaux de Newton ([1]).

Fig. 168.



([1]) Proposons-nous de calculer approximativement le diamètre de ces anneaux. Au calcul exact de k nous substituerons celui de la différence de marche des deux rayons ordinaire et extraordinaire se propageant dans le cristal suivant une même direction IO (*fig.* 169). Ils proviennent de deux rayons incidents un peu différents et qui ne coïncident pas rigoureusement à la sortie du cristal; leur différence de marche est

$$\delta = (\nu - n)\,CO = (\nu - n_o)\,\frac{e}{\cos r}.$$

Mais nous avons démontré que l'on a sensiblement

$$\nu - n_o = (n_e - n_o)\sin^2 r;$$

on a donc

$$\delta = (n_e - n_o)\,e\,\frac{\sin^2 r}{\cos r}$$

ou, aux quantités près du second ordre de grandeur,

(1) $$\delta = (n_e - n_o)\,e\sin^2 r.$$

Soit ρ la distance PO,

$$\rho = e \tang r$$

Le phénomène est un peu plus compliqué quand les sections principales du polariseur et de l'analyseur sont orientées d'une manière quelconque. On a alors

$$E^2 = \cos^2(\omega - \alpha) - \sin 2\alpha \sin 2\omega \sin^2 \frac{\pi k e}{\lambda},$$

$$O^2 = \sin^2(\omega - \alpha) + \sin 2\alpha \sin 2\omega \sin^2 \frac{\pi k e}{\lambda}.$$

Pour $\alpha = 0$, $\alpha = 90^\circ$, $\omega = 0$, $\omega = 90^\circ$, le second terme s'annule et il n'y a que de la lumière blanche : le champ est donc tra-

---

où sensiblement

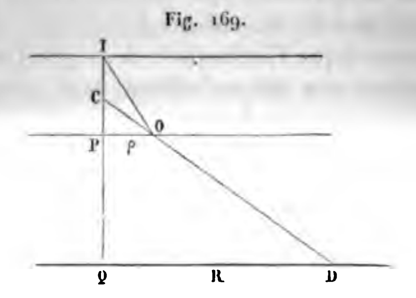
$$\rho = e \sin r;$$

on a donc

$$\delta = (n_e - n_o)\,\frac{\rho^2}{e}, \qquad \rho^2 = \frac{\delta e}{n_e - n_o}.$$

En réalité, les anneaux se forment à la distance D de la vision distincte et leur

Fig. 169.



rayon R est déterminé par la relation

$$\frac{R}{\rho} = \frac{D}{\frac{e}{n_o}} = \frac{n_o D}{e};$$

d'où

$$R^2 = \frac{n_o^2 D^2}{e^2}\,\frac{\delta e}{n_e - n_o} = \frac{n_o^2}{n_e - n_o}\,\frac{D^2}{e}\,\delta.$$

Les anneaux sombres correspondent à $\delta = (2p+1)\frac{\lambda}{2}$, les anneaux brillants à $2p\frac{\lambda}{2}$; les diamètres des anneaux successifs sont donc proportionnels aux racines carrées des nombres entiers, ce qui est la loi indiquée par Newton. Les anneaux sont d'autant plus larges que la lame est plus mince.

versé par deux croix neutres d'intensités différentes, séparant huit secteurs dans lesquels se produisent les anneaux. Comme le second terme de E^2 et de O^2 change de signe en s'annulant, les teintes complémentaires s'échangent en traversant les croix neutres; aux anneaux brillants d'un secteur correspondent les anneaux sombres des secteurs voisins, et inversement.

SURFACE ISOCHROMATIQUE DANS LES CRISTAUX A UN AXE. — M. Bertin [1] a indiqué un procédé approximatif qui fournit d'une manière commode et rapide la forme générale des franges que l'on observe à travers une lame d'un cristal à un axe, quelle que soit son orientation par rapport à l'axe. Il consiste à déterminer la forme des sections faites par le plan de la lame dans une surface que M. Bertin désigne sous le nom d'*isochromatique*. Cette surface est le lieu des points de l'espace où la différence de marche du rayon ordinaire et du rayon extraordinaire qui se propagent suivant une même direction a une valeur donnée.

Soient u le rayon vecteur de la surface isochromatique, ρ celui de la surface de l'onde; la vitesse du rayon extraordinaire est $\frac{1}{\rho}$. Désignant par n_o et n_e les indices ordinaire et extraordinaire, par δ la valeur constante de la différence de marche, on a, d'après la définition de la surface isochromatique,

$$\delta = u\left(\frac{1}{\rho} - n_o\right). \tag{1}$$

Il s'agit de calculer ρ. La méridienne de la surface de l'onde a pour équation en coordonnées rectilignes

$$n_o^2 x'^2 + n_e^2 y'^2 = 1. \tag{2}$$

Soient x et y les coordonnées rectilignes de la méridienne de la surface isochromatique; on a, pour les points où les deux

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LXIII, p. 57; 1861.

méridiennes sont rencontrées par un même rayon,

$$(3)\qquad \frac{x'}{x} = \frac{y'}{y} = \frac{\sqrt{x'^2+y'^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{\rho}{u}.$$

Entre ces équations il faut éliminer x', y' et ρ. Portant dans l'équation (2) les valeurs de x' et de y' tirées de (3), on a

$$(4)\qquad n_o^2 x^2 + n_e^2 y^2 = \frac{u^2}{\rho^2};$$

mais on tire de (1)

$$\frac{1}{\rho^2} = \left(\frac{\delta}{u} + n_o\right)^2,$$

valeur qui, substituée dans (4), donne

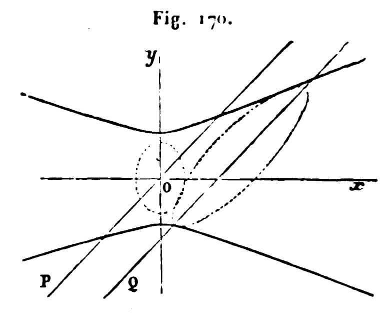
$$n_o^2 x^2 + n_e^2 y^2 = (\delta + n_o u)^2 = (\delta + n_o\sqrt{x^2+y^2})^2,$$

$$(5)\qquad [(n_e^2 - n_o^2)y^2 - \delta^2]^2 = 4n_o^2\delta^2(x^2+y^2).$$

Telle est l'équation de la méridienne de la surface isochromatique.

La courbe représentée par cette équation a la forme générale figurée ci-dessous (*fig.* 170). La partie pointillée est une

Fig. 170.



branche parasite qui ne convient pas à la solution du problème physique que nous nous sommes proposé; on a en effet pour $x = 0$ les deux valeurs de y

$$y' = \frac{\delta}{n_e - n_o}, \qquad y'' = \frac{\delta}{n_e + n_o},$$

dont la plus grande seule convient.

Le forme générale de la branche utile se rapproche, dans la partie voisine de l'axe des y, d'une hyperbole ([1]) ayant cet axe de y pour axe transverse; mais les branches infinies n'admettent pas d'asymptote.

La surface dont cette courbe est la méridienne admet l'axe des x, qui est l'axe du cristal, pour axe de révolution

Considérons une lame cristalline QP (*fig.* 170) orientée d'une manière quelconque et la surface isochromatique correspondant à $\delta = \frac{\lambda}{2}$. L'intersection de la surface avec la face inférieure de PQ est le lieu des points pour lesquels la différence de marche des rayons divergents issus de O est égale à $\frac{\lambda}{2}$; c'est donc la première frange sombre. On trouverait de même les autres.

La recherche des franges se simplifie encore en remarquant que les surfaces isochromatiques successives sont homothétiques. On peut donc substituer à la section faite par un plan à la distance e du centre, dans la surface isochromatique correspondant à une différence de marche δ, la section faite par un plan à la distance $\frac{e}{\delta}$ dans la surface isochromatique correspondant à une différence de marche égale à l'unité, à la condition d'en réduire ensuite tous les rayons vecteurs dans le rapport $\frac{\delta}{e}$. Il suffit donc de considérer les sections parallèles d'une seule surface isochromatique.

1° *Lame perpendiculaire à l'axe.* — La section faite dans la surface isochromatique δ par un plan perpendiculaire à l'axe est un cercle, dont le rayon ρ s'obtient en faisant $y = \rho$, $x = e$ dans l'équation (5) :

$$(n_e^2 - n_o^2)\rho^4 - 2\delta^2(n_e^2 - n_o^2)\rho^2 - 4n_o^2\delta^2 e^2 + \delta^4 = 0,$$

$$\rho^2 = \frac{\delta^2(n_o^2 + n_e^2) \pm 2n_o\delta\sqrt{n_e^2\delta^2 + (n_e^2 - n_o^2)^2 e^2}}{(n_e^2 - n_o^2)^2}.$$

([1]) L'équation de cette hyperbole serait $n_e y^2 - n_o x^2 = \frac{n_e\delta^2}{(n_e - n_o)^2}$.

C'est la plus grande des deux valeurs qui convient : il faut donc prendre le signe + devant le radical.

A un degré d'approximation plus grossier et grâce à la petitesse du rapport $\frac{\delta}{e}$, cette valeur se réduit sensiblement à

$$\rho^2 = \frac{2n_o\delta e}{n_e^2 - n_o^2},$$

ou même, en remarquant que le facteur $\frac{2n_o}{n_e + n_o}$ est très voisin de l'unité, à

$$\rho^2 = \frac{\delta e}{n_e - n_o}.$$

Pour obtenir les anneaux consécutifs, il reste à remplacer δ par $p\frac{\lambda}{2}$; on voit que leurs diamètres croissent comme les racines carrées des nombres entiers (1).

2° *Lame parallèle à l'axe.* — La forme générale de la surface isochromatique rappelle un hyperboloïde de révolution; les sections faites par des plans parallèles à l'axe ressembleront à des hyperboles. Si dans l'équation de la méridienne de la surface on remplace y par e, la valeur de x représentera l'un des axes de ces hyperboles :

$$4n_o^2\delta^2x^2 = (n_e^2 - n_o^2)^2e^4 - 2\delta^2(n_e^2 + n_o^2)e^2 + \delta^4.$$

Pour des valeurs très petites de δ, x^2 est positif et très grand; l'hyperbole admet l'axe des x pour axe transverse; pour $\delta = e(n_e - n_o)$, $x^2 = 0$, et alors l'hyperbole se réduit à ses asymptotes; pour des valeurs de δ plus grandes, x^2 est négatif; l'axe des x est l'axe non transverse (2).

L'ensemble des hyperboles obtenues en posant $\delta = p\frac{\lambda}{2}$ est

(1) *Voir* la note de la page 469**.

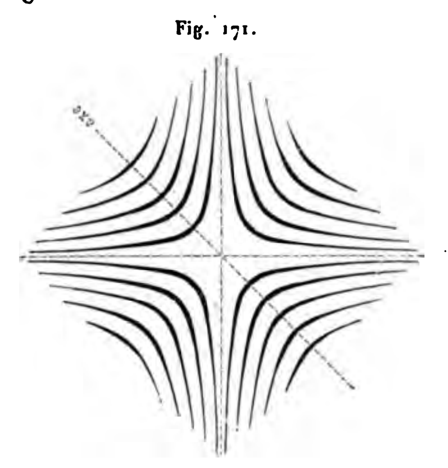
(2) On trouverait de nouveau des valeurs positives de x^2 pour des valeurs de δ supérieures à $(n_e + n_o)e$; mais ces valeurs correspondent aux intersections du plan $x = e$ avec la nappe parasite de la surface isochromatique.

représenté par la *fig.* 171. Si

$$(n_e - n_o)\,e = q\,\frac{\lambda}{2},$$

q étant un nombre entier, les asymptotes seront comprises parmi les franges.

Fig. 171.



Le champ ne présente pas de lignes de teinte neutre, à moins que la section principale de la lame ne soit dirigée parallèlement ou perpendiculairement à celle de l'analyseur, et alors les franges disparaissent entièrement; les images sont incolores.

La teinte des franges est la plus vive possible quand la section principale de la lame est à 45° du polariseur, le polariseur et l'analyseur étant parallèles ou croisés. Comme ces franges hyperboliques correspondent toujours à des différences de marche considérables, elles seront toujours visibles dans la lumière monochromatique.

3° *Lames obliques à l'axe.* — Les sections de la surface isochromatique sont des courbes du quatrième degré qui tendent vers des cercles quand la lame est presque perpendiculaire à l'axe, vers des hyperboles quand elle est presque parallèle. Dans le cas d'une obliquité de 45°, par exemple, on ne voit que les portions des franges voisines de leur sommet :

ce sont des droites perpendiculaires à la section principale de la lame. Il n'y a pas de lignes neutres.

CRISTAUX A DEUX AXES. — SURFACE ISOCHROMATIQUE. — Pour étudier les phénomènes que les cristaux à deux axes présentent dans la lumière convergente, nous étudierons séparément les franges colorées et les lignes neutres. Nous déterminerons les franges au moyen de la surface isochromatique.

Pour trouver l'équation de celle-ci, on désigne par ρ et ρ' les rayons vecteurs de la surface de l'onde dans la direction où la surface isochromatique possède le rayon vecteur u. La différence de marche constante δ est

$$(1) \qquad \delta = u\left(\frac{1}{\rho'} - \frac{1}{\rho''}\right);$$

or l'équation de la surface de l'onde est

$$\frac{a^2\cos^2\lambda}{\rho^2 - a^2} + \frac{b^2\cos^2\mu}{\rho^2 - b^2} + \frac{c^2\cos^2\nu}{\rho^2 - c^2} = 0$$

ou, en posant $\frac{1}{a} = n$, $\frac{1}{b} = n'$, $\frac{1}{c} = n''$,

$$\frac{\cos^2\lambda}{n^2\rho^2 - 1} + \frac{\cos^2\mu}{n'^2\rho^2 - 1} + \frac{\cos^2\nu}{n''^2\rho^2 - 1} = 0,$$

$$\left|\begin{array}{l} n'^2 n''^2 \cos^2\lambda \\ + n''^2 n^2 \cos^2\mu \\ + n^2 n'^2 \cos^2\nu \end{array}\right| \rho^4 - \left|\begin{array}{l} (n'^2 + n''^2)\cos^2\lambda \\ + (n''^2 + n^2)\cos^2\mu \\ + (n^2 + n'^2)\cos^2\nu \end{array}\right| \rho^2 + 1 = 0,$$

d'où

$$\frac{1}{\rho'^2} + \frac{1}{\rho''^2} = (n'^2 + n''^2)\cos^2\lambda + (n''^2 + n^2)\cos^2\mu + (n^2 + n'^2)\cos^2\nu,$$

$$\frac{1}{\rho'^2\rho''^2} = n'^2 n''^2 \cos^2\lambda + n''^2 n^2 \cos^2\mu + n^2 n'^2 \cos^2\nu.$$

Il est facile d'introduire ces dernières quantités dans l'équation (1); on a en effet, par deux élévations au carré,

$$\left[u^2\left(\frac{1}{\rho'^2}+\frac{1}{\rho''^2}\right)-\delta^2\right]^2=\frac{4u^4}{\rho'^2\rho''^2}.$$

L'équation polaire de la surface isochromatique est donc

$$\begin{aligned}\{\,u^2[(n'^2-n''^2)\cos^2\lambda+(n''^2-n^2)\cos^2\mu\\ +(n^2+n'^2)\cos^2\nu]-\delta^2\,\}^2\\ =4u^4(n'^2n''^2\cos^2\lambda+n''^2n^2\cos^2\mu+n^2n'^2\cos^2\nu),\end{aligned}$$

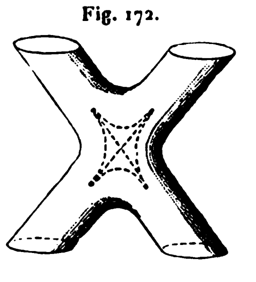
et son équation en coordonnées rectangulaires,

$$\begin{aligned}[(n'^2+n''^2)x^2+(n''^2+n^2)y^2+(n^2+n'^2)z^2-\delta^2]^2\\ =4(x^2+y^2+z^2)(n'^2n''^2x^2+n''^2n^2y^2+n^2n'^2z^2).\end{aligned}$$

Toutes les surfaces obtenues en donnant à δ diverses valeurs sont homothétiques. Il suffit donc de considérer l'une d'elles en particulier (*voir* p. 473**).

La section de cette surface par le plan des xz (*fig.* 172) qui contient les axes optiques OP, OP' s'obtient en faisant $y=0$ dans l'équation; elle comprend une branche parasite fermée (non figurée), et admet deux directions asymptotiques à l'autre branche parallèlement à OP et à OP'. En effet, dans ces directions, les deux rayons vecteurs ρ' et ρ'' sont égaux; par suite,

Fig. 172.



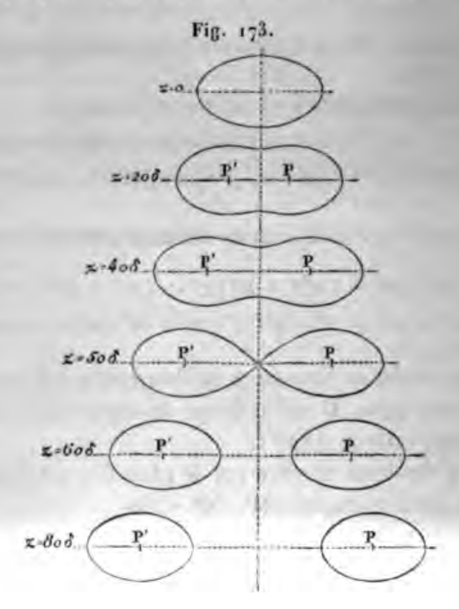
$$\frac{1}{\rho'}-\frac{1}{\rho''}=0,\qquad u=\infty.$$

Les sections faites par les autres plans de coordonnées sont des courbes du quatrième degré, comprenant toujours une branche parasite, mais dont la branche utile est une courbe fermée. La forme générale de la surface se compose donc de deux nappes, l'une parasite, fermée, intérieure à la nappe utile, l'autre asymptotique à deux directions comprises dans le plan des zx.

1° *Lames parallèles au plan des axes.* — Les sections

de la surface isochromatique par des plans parallèles au plan des axes diffèrent peu, dans leur partie centrale, d'hyperboles ayant pour asymptotes communes des directions parallèles aux axes optiques (*fig.* 173). On peut trouver l'équation de

Fig. 173.



ces hyperboles en faisant $y = e$ dans l'équation de la surface isochromatique et remarquant ensuite que δ est très petit par rapport à e; on trouve

$$n^2 z^2 - n''^2 x^2 = \frac{2nn''\delta\left(e - \dfrac{\delta}{n'' - n}\right)}{n^2 - nn''}.$$

Pour $\delta = (n'' - n)e$, l'hyperbole se réduit à ses asymptotes; pour des valeurs plus faibles de δ, l'axe des z est l'axe transverse, tandis que pour des valeurs plus grandes c'est l'axe des x. Les franges observées ressembleront à celles des cristaux à un axe parallèles à l'axe, à cela près que dans le cas actuel les hyperboles ne sont point équilatères.

2° *Lames perpendiculaires à la ligne moyenne ou à la ligne supplémentaire.* — Les sections de la surface isochro-

matique ressemblent aux diverses formes de lemniscates. Pour de très petites valeurs de δ, elles ont deux branches fermées autour de chacun des axes; pour des valeurs plus grandes elles n'ont qu'une seule branche fermée autour des deux axes; les deux formes de courbe sont séparées par une courbe en 8 qui peut faire partie des franges pour une valeur convenable de l'épaisseur e de la lame ([1]).

3° *Lames perpendiculaires à l'un des axes.* — Les lignes isochromatiques prises dans leur ensemble seraient analogues à des lemniscates déformées; mais le champ de vision est assez restreint pour ne permettre d'apercevoir que des anneaux ayant pour centre l'axe auquel le cristal est perpendiculaire; ces anneaux sont toujours plus écartés dans la direction du second axe que dans la direction opposée.

LIGNES NEUTRES DES CRISTAUX BIAXES. — La recherche des lignes neutres se fait comme pour les cristaux à un axe, par la discussion de la formule relative aux intensités. Nous nous

---

([1]) On peut dans ce cas trouver directement l'équation approchée des franges. Soient O (*fig.* 174) la position de l'œil, OP, OP′ les directions des axes optiques; le retard dans la direction OC est

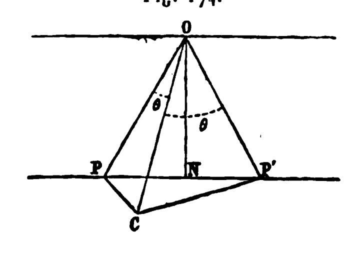
$$\delta = \left(\frac{1}{\rho'} - \frac{1}{\rho''}\right)\mathrm{OC}.$$

Mais nous avons démontré (p. 476**) que l'on a approximativement

$$\frac{1}{\rho'} - \frac{1}{\rho''} = (n - n'')\sin\theta\sin\theta',$$

θ et θ' étant les angles de OC avec les axes. De plus OC diffère peu de e, et l'on a très sensiblement (*fig.* 174)

Fig. 174.



$$\frac{\mathrm{PC}}{\mathrm{OP}} = \sin\theta, \quad \frac{\mathrm{P'C}}{\mathrm{OP}} = \sin\theta';$$

d'où

$$\delta = (n - n'')\,e\,\frac{\overline{\mathrm{PC}}.\overline{\mathrm{P'C}}}{\overline{\mathrm{OP}}^2},$$

$$\overline{\mathrm{PC}}.\overline{\mathrm{P'C}} = \frac{\delta.\overline{\mathrm{OP}}^2}{(n - n'')\,e},$$

équation bipolaire de lemniscates ayant pour pôles les points P et P′

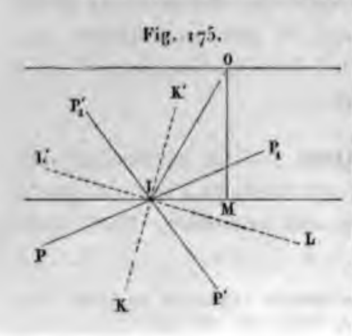
bornerons à considérer le cas où le polariseur et l'analyseur sont parallèles ou croisés. Alors les lignes neutres sont données par l'équation

$$\sin 2\alpha = 0,$$

qui est satisfaite pour $\alpha = 0$, $\alpha = 90°$; α est l'angle que fait avec le plan de polarisation du polariseur le plan de polarisation de l'un des rayons qui se propagent suivant la direction considérée.

1° *Lame parallèle au plan des axes.* — Dans ce cas il n'y a pas de lignes neutres. Rappelons que les plans de polarisation des deux rayons qui se propagent dans une direction quelconque OI (*fig.* 175) sont les plans bissecteurs du dièdre OIPP', formé par cette direction avec les axes, et du dièdre supplémentaire. Pour une faible obliquité du rayon OI, les traces de ces plans sur le plan de la lame se confondent sensiblement avec les bissectrices de l'angle PIP' et de son supplémentaire et par suite sont sensiblement parallèles pour toutes les directions OI comprises dans le champ. Si donc on a $\alpha = 0$ ou $90°$ pour une direction, α différera très peu de 0 ou 90° pour toutes les autres et le champ sera entièrement incolore. Donc il n'y a pas de lignes neutres.

Fig. 175.



2° *Lame perpendiculaire à la ligne moyenne ou à la ligne supplémentaire.* — La trace sur le plan de la lame du plan bissecteur du dièdre OCPP' (*fig.* 176) se confond, pour une très faible obliquité, avec la bissectrice CD de l'angle PCP'. Soient φ l'angle que le plan de polarisation du polariseur fait avec le plan des axes, d l'angle PDC; l'angle α du plan de polarisation de l'un des rayons avec le plan de polarisation de l'analyseur est $\alpha = \varphi + d$.

Mais, puisque CD est bissectrice de l'angle PCP', on a

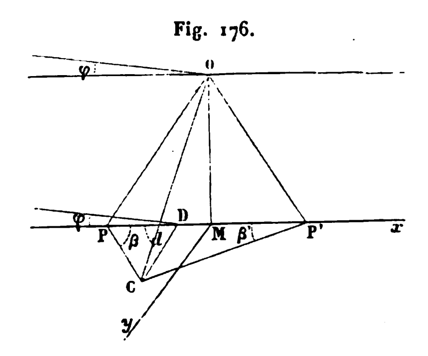
$$\beta + d = \beta' + 180° - d,$$

d'où

$$\tang 2d = \tang[180^\circ + (\beta' - \beta)]$$
$$= \tang(\beta' - \beta) = \frac{\tang\beta' - \tang\beta}{1 + \tang\beta \tang\beta'}.$$

La condition pour que le point C appartienne à une ligne

Fig. 176.



neutre, c'est que l'on ait $\alpha = 0$ ou $\varphi = -d$; on a donc

$$\tang 2\varphi = \frac{\tang\beta - \tang\beta'}{1 + \tang\beta \tang\beta'}.$$

Pour obtenir l'équation de la courbe en coordonnées rectilignes, nous prendrons pour axes Mx et My; posant $PP' = 2a$, on a

$$\tang\beta = \frac{y}{a + x}, \qquad \tang\beta' = \frac{y}{a - x},$$

$$\tang 2\varphi = \frac{\dfrac{y}{a + x} - \dfrac{y}{a - x}}{1 + \dfrac{y^2}{a^2 - x^2}} = -\frac{2xy}{a^2 + y^2 - x^2},$$

$$(a^2 + y^2 - x^2) \tang 2\varphi + 2xy = 0.$$

C'est l'équation d'une hyperbole passant par les points P et P' (*Pl. IV, fig.* 5). Pour $\varphi = 0$ ou 90°, l'équation de l'hyperbole se réduit à

$$x = 0, \qquad y = 0;$$

c'est une croix (*Pl. IV, fig.* 4). Pour $\omega = 45^\circ$, l'équation devient

$$x^2 - y^2 = a^2;$$

l'hyperbole est équilatère et a pour sommets les points P et P'. On fait passer l'hyperbole par toutes les formes dont elle est susceptible en faisant varier φ, c'est-à-dire en faisant tourner la lame cristalline entre le polariseur et l'analyseur, que nous supposons toujours parallèles ou croisés. Elle est noire dans l'image ordinaire, blanche dans l'image extraordinaire.

En raisonnant de la même manière, on trouvera, pour le cas où le polariseur et l'analyseur font entre eux un angle $(\alpha - \omega)$ quelconque, les deux solutions

$$\sin 2\alpha = 0,$$
$$\sin 2\omega = 0,$$

conduisant aux équations des lignes neutres :

$$(a^2 + y^2 - x^2)\,\text{tang}\,2\varphi + 2xy = 0,$$
$$(a^2 + y^2 - x^2)\,\text{tang}\,2\varphi' + 2xy = 0.$$

En traversant chacune de ces hyperboles, les teintes des anneaux passent aux teintes complémentaires.

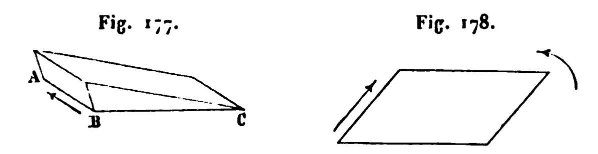
3° *Lame perpendiculaire à l'un des axes.* — On n'aperçoit qu'une partie du phénomène, analogue par son ensemble au précédent; les franges annulaires seront traversées par une ligne neutre sensiblement rectiligne qui, pour $\omega = 90^\circ$, est noire dans l'image ordinaire, blanche dans l'image extraordinaire. Pour ω quelconque, on aura à travers les anneaux deux barres noires, mais qui en général ne seront pas rectangulaires. Il est donc impossible de confondre ce cas avec celui des cristaux à un axe taillés perpendiculairement à l'axe.

DÉTERMINATION DU SIGNE D'UN CRISTAL. — Les phénomènes de la polarisation chromatique dans la lumière convergente permettent de déterminer aisément le signe d'un cristal sans avoir recours à la mesure difficile des indices.

1° *Cristaux à un axe.* — Soit à déterminer le signe d'un

cristal taillé perpendiculairement à l'axe. On emploie un cristal positif (quartz, zircon, sulfate de potasse) taillé sous la forme de prisme aigu dont l'arête AB est parallèle à l'axe (*fig.* 177). Le rayon ordinaire, traversant le prisme perpendiculairement à l'axe sous une épaisseur e, acquiert sur le rayon extraordinaire une avance $(n_e - n_o)\,e$, qui s'ajoute à celle produite par le cristal ou s'en retranche suivant que ce dernier est positif ou négatif. Les anneaux correspondant à une différence de marche invariable seront donc rapprochés du centre par l'introduction du prisme si le cristal est positif, éloignés

Fig. 177. Fig. 178.



s'il est négatif. En faisant glisser le prisme dans un sens ou dans l'autre, on verra les anneaux se rétrécir ou s'élargir, et l'on en conclura le signe du cristal.

On peut aussi se servir d'une lame mince d'un cristal positif parallèle à l'axe, que l'on incline autour de l'axe (*fig.* 178), de façon à accroître l'épaisseur traversée, sans modifier le coefficient de retard apporté par la lame. Les anneaux se rapprochent du centre si le cristal est positif, s'en éloignent s'il est négatif (1).

Pour déterminer le signe d'une lame parallèle à l'axe, on emploiera une lame mince d'un cristal positif perpendiculaire.

---

(1) On emploie souvent pour les uniaxes un procédé dont la théorie se trouve exposée dans les *Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XIII, p. 245 (*Sur la détermination du signe des cristaux*, par M. Bertin). La lame cristallisée, taillée perpendiculairement à l'axe, est placée entre deux nicols à l'extinction; on lui superpose un mica d'un quart d'onde, dont on amène l'axe à 45° du plan de polarisation. Alors la croix noire se trouve remplacée par une croix grise divisant chaque anneau en quatre parties alternativement brillantes et sombres; les deux premiers anneaux sombres apparaissent comme deux taches noires : quand la ligne qui les joint est perpendiculaire à l'axe du mica, le cristal est positif; quand elle est parallèle à l'axe du mica, le cristal est négatif.

En inclinant celui-ci, on augmente la différence de marche introduite; si la lame parallèle est positive, les hyperboles se rapprochent du centre dans la région qui contient l'axe et s'en éloignent dans le sens perpendiculaire : c'est l'inverse si le cristal est négatif.

2° *Cristaux à deux axes.* — Rappelons qu'un cristal à deux axes est positif quand la ligne moyenne est l'axe des z (axe de plus petite élasticité), négatif quand c'est l'axe des x (axe de plus grande élasticité); par suite, que, si l'on considère un cristal taillé perpendiculairement à la ligne moyenne, il jouira, dans la partie du champ intérieure aux axes, de propriétés analogues à celles d'un uniaxe négatif quand le biaxe est positif, positif quand il est négatif.

Si, par exemple, on superpose au cristal un prisme de quartz dont l'arête est parallèle à l'axe, et qu'on fasse courir le prisme de manière que l'épaisseur traversée augmente, le phénomène observé sera inverse, suivant que c'est l'axe des z ou l'axe des x qui occupe le milieu du champ. Si c'est l'axe des z, le rayon ordinaire est en retard, mais le quartz introduit compense en partie cet effet; les petits anneaux entourant l'axe et correspondant à de faibles différences de marche s'élargissent et s'avancent vers le centre : tel est le caractère d'un biaxe positif. Les petits anneaux s'avanceront vers les axes et le cristal sera négatif si l'axe des x occupe le milieu du champ.

On peut encore employer une lame de quartz parallèle, que l'on incline perpendiculairement à l'axe : si le cristal est positif, les anneaux se déplacent des pôles vers le centre; s'il est négatif, du centre vers les pôles.

MESURE DE L'ANGLE DES AXES D'UN CRISTAL. — Pour opérer cette mesure, on taille le cristal perpendiculairement à la ligne moyenne; puis on le place sur un appareil de polarisation; on le supporte par une pince mobile sur un cercle divisé et que l'on fait tourner jusqu'à amener successivement le centre des petits anneaux sous la croisée de fils. L'angle dont le cristal a tourné est égal à l'angle *apparent* des axes, c'est-à-dire à l'angle des directions que suivent à l'extérieur les

rayons qui ont traversé le cristal dans la direction des axes (1). Soient $2r$ l'angle cherché, n l'indice moyen du cristal, $2i$ l'angle mesuré; on a, pour déterminer r, la relation (2)

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n.$$

Au lieu de mesurer directement l'angle des axes, on peut mesurer séparément les trois indices $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{c}$ et calculer cet angle à l'aide de la formule

$$\tang D' = \sqrt{\frac{b^2 - c^2}{a^2 - b^2}},$$

qui donne l'angle de l'un des axes avec la ligne de plus grande

(1) Les axes ainsi déterminés sont les axes de double réfraction conique intérieure : rappelons, en effet, qu'à un rayon qui se propage dans le cristal suivant l'un des axes de réfraction conique extérieure correspond non un rayon réfracté déterminé, mais un cône de rayons réfractés dans des directions différentes.

(2) Lorsque les axes auraient dans l'air un écart excessif, on emploie des appareils dans lesquels le cristal se trouve plongé, ainsi que les faces internes du polariseur et de l'analyseur, soit dans l'huile, soit dans un liquide formé d'un mélange d'alcool et de sulfure de carbone, dont l'indice peut varier suivant sa composition de 1,38 à 1,75. Il n'est d'ailleurs nullement nécessaire de connaître cet indice si l'on possède deux plaques de cristal taillées l'une perpendiculairement à la ligne moyenne, l'autre perpendiculairement à la ligne supplémentaire. Dans ce cas, en effet, les angles cherchés sont complémentaires l'un de l'autre, et l'on a

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n,$$

$$\frac{\sin i'}{\cos r} = n,$$

d'où

$$\tang r = \frac{\sin i}{\sin i'}.$$

La meilleure disposition pour la mesure de l'angle des axes est celle de l'appareil de M. Des Cloizeaux (*voir* sur ce sujet, et pour toute l'Optique minéralogique, l'excellent *Manuel de Minéralogie* de M. Des Cloizeaux).

élasticité. L'angle des axes est $180° - 2D'$ quand le cristal est positif, $2D'$ quand il est négatif.

Le Tableau suivant donne l'angle des axes pour les biaxes les mieux déterminés; nous indiquons en même temps la valeur des trois indices principaux ([1]).

([1]) Nous devons ce Tableau à l'obligeance de M. Dufet. Les valeurs données pour l'angle des axes sont les valeurs calculées au moyen des indices; mais il convient d'ajouter que, pour les substances comprises dans ce Tableau, elles ne diffèrent pas d'une manière appréciable des valeurs directement mesurées.

SUBSTANCES.	SYSTÈME cristallin.	INDICES PRINCIPAUX. $\frac{1}{c}$.	$\frac{1}{b}$.	$\frac{1}{a}$.	ANGLES des axes.	COULEUR des rayons.	OBSERVATEURS.
		1° Cristaux positifs.					
Barytine	Orthorhombique.	1,64797	1,63745	1,63630	36°.59′	Raie D.	Heusser.
Calamine	Id.	1,63597	1,61696	1,61358	46. 9	Jaune.	Von Lang.
Topaze blanche (du Brésil)	Id.	1,62109	1,61375	1,61161	56.59	Raie D.	Rüdberg
Topaze de Schneckenstein	Id.	1,62320	1,61644	1,61400	62.12	Rouge.	Des Cloizeaux.
Id.	Id.	1,62740	1,62071	1,61835	61.37	Verte.	Id.
Gypse	Clinorhombique.	1,52726	1,51946	1,51746	57.18	Raie B.	Von Lang.
Id.	Id.	1,53048	1,52277	1,52072	58. 8	Raie D.	Id.
Id.	Id.	1,54072	1,53280	1,53086	56.13	Raie G.	Id.
Diopside	Id.	1,7026	1,6798	1,6727	58.59	Jaune.	Des Cloizeaux.
Sulfate de potasse	Orthorhombique.	1,4980	1,4946	1,4932	67. 4	Raie D.	Topsoë et Christiansen.
Soufre	Id.	2,240	2,038	1,958	69.39	Raie D.	Cornu.
Péridot	Id.	1,697	1,678	1,661	87.46	Jaune.	Des Cloizeaux.
		2° Cristaux négatifs.					
Céruse	Orthorhombique.	2,0780	2,0763	1,8037	8. 7	Jaune.	Schrauf.
Arragonite	Id.	1,68589	1,68157	1,53013	17.50	Raie D.	Rüdberg.
Borax	Clinorhombique.	1,473	1,470	1,447	39.14	Jaune.	Des Cloizeaux.
Sulfate de zinc	Orthorhombique.	1,48445	1,48010	1,45683	46.10	Raie D.	Dufet.
Sulfate de magnésie	Id.	1,46803	1,45529	1,43207	51.25	Raie D.	Id.
Axinite	Clinoédrique.	1,6810	1,6779	1,6720	71.38	Rouge.	Des Cloizeaux.
Id.	Id.	1,6954	1,6918	1,6850	71.49	Bleue.	Id.
Bitartrate d'ammoniaque	Clinorhombique.	1,5910	1,5614	1,5188	79.54	Raie D.	Topsoë et Christiansen.
Orthose (adulaire du St-Gothard)	Id.	1,5260	1,5237	1,5190	69.43	Jaune.	Des Cloizeaux.
Orthose vitreux de Wehr	Id.	1,5240	1,5239	1,5170	13.34	Rouge.	Id.
Id.	Id.	1,5356	1,5355	1,5265	18.14	Bleue (1).	Id.

(1) Le plan des axes bleus est perpendiculaire au plan des axes rouges.

DISPERSION DES AXES. — On voit, par le Tableau qui précède, que l'angle des axes peut varier avec la couleur des rayons. Les cristaux des divers systèmes à deux axes optiques (orthorhombique, clinorhombique et clinoédrique) présentent à cet égard des particularités remarquables.

I. Dans les cristaux orthorhombiques (trois axes cristallographiques rectangulaires et inégaux) il y a trois plans de symétrie rectangulaires dont les intersections sont les axes d'élasticité du cristal. Deux de ces axes (les axes de plus grande et de plus petite élasticité) bissectent les angles des axes optiques. Ces derniers peuvent ne pas coïncider, mais ils ont au moins une bissectrice commune et se trouvent par conséquent compris dans un même plan ou dans deux plans rectangulaires. Les lignes isochromatiques observées sur une lame perpendiculaire à l'axe de plus grande ou de plus petite élasticité admettent pour axes les traces des plans de symétrie du cristal sur le plan de la lame (arragonite, nitre, topaze, sel de Seignette).

II. Dans les cristaux clinorhombiques (deux axes obliques, le troisième perpendiculaire au plan des premiers), il existe un plan unique de symétrie, auquel un des axes d'élasticité est nécessairement perpendiculaire; il coïncide avec l'un des axes cristallographiques; les deux autres axes d'élasticité sont situés dans le plan de symétrie, mais quelconques : leur situation peut varier avec la couleur. On peut observer trois phénomènes distincts.

α. L'axe d'élasticité normal au plan de symétrie est la bissectrice aiguë de l'angle des axes optiques (axe de plus grande élasticité pour les cristaux négatifs, de plus petite élasticité pour les cristaux positifs); les bissectrices aiguës de l'angle des axes relatif aux diverses couleurs coïncident, mais les bissectrices de l'angle obtus ne coïncident pas nécessairement; le plan des axes peut varier en même temps que leur angle. Donc, sur une plaque taillée perpendiculairement à la bissectrice aiguë, les courbes isochromatiques auront toutes le même centre, mais leurs axes ne coïncideront pas nécessairement. Ce mode de dispersion des axes optiques s'observe, par exemple, dans le *borax;* il a reçu le nom de *dispersion croisée*.

β. L'axe normal au plan de symétrie est la bissectrice obtuse de l'angle des axes optiques (axe de plus grande élasticité pour les cristaux positifs, de plus petite élasticité pour les cristaux négatifs); les bissectrices aiguës des différentes courbures sont dans le plan de symétrie, mais leur position n'y est pas déterminée. Donc, sur une plaque perpendiculaire au plan de symétrie et normale à la position moyenne des bissectrices aiguës, les centres des lemniscates se trouveront sur une même droite perpendiculaires à la trace du plan des axes (coïncidant avec la trace du plan des bissectrices aiguës) : les courbes isochromatiques sont donc symétriques par rapport à cette droite. C'est la *dispersion horizontale* présentée, par exemple, par l'*orthose*.

γ. L'axe normal au plan de symétrie est l'axe de moyenne élasticité; les deux autres axes sont dans le plan de symétrie, mais leur position y est quelconque; les bissectrices aiguës relatives aux diverses couleurs ne coïncident pas nécessairement, et l'angle des axes n'est pas le même pour les diverses couleurs. Donc, sur une plaque perpendiculaire à la moyenne des bissectrices aiguës, la trace du plan de symétrie qui contient les axes sera l'axe de symétrie des courbes isochromatiques. L'inclinaison sur la normale à la lame des deux axes relatifs à une même couleur n'étant en général plus la même, les deux systèmes d'anneaux formant une même lemniscate ne seront plus identiques. Ce mode de dispersion présenté par le *gypse* se nomme *dispersion inclinée*.

III. Dans les cristaux clinoédriques (trois axes cristallographiques obliques) il n'y a plus aucun rapport entre la position des axes d'élasticité optique et celle des axes cristallographiques. La dispersion est donc quelconque et présentera les caractères de tous les cas précédents; on pourra leur appliquer un des noms de *dispersion croisée, horizontale ou inclinée*, suivant le genre de dispersion qui prédomine.

En général, la dispersion des axes est assez faible pour n'altérer que médiocrement la forme des courbes isochromatiques (1).

---

(1) Les divers phénomènes relatifs à la dispersion des axes ont été décou-

ACTION DE LA CHALEUR SUR LES CRISTAUX. — Quand on élève la température d'une substance réfringente, nous avons déjà indiqué (p. 22**) que l'indice de réfraction diminue. Dans un cristal biaxe, les trois indices principaux varient; il en résulte que l'angle des axes peut varier avec la température. Ces phénomènes sont surtout marqués avec le gypse, la glaubérite et l'orthose.

Dans le gypse, les axes se rapprochent, arrivent à se confondre vers 80° et, pour des températures plus hautes, se séparent dans un plan perpendiculaire au premier.

Dans la glaubérite, les axes se rapprochent d'abord; mais, comme la dispersion des axes est grande, les axes violets arrivent à se trouver, vers 60°, dans un plan perpendiculaire à celui des axes rouges; les phénomènes deviennent extrêmement confus dans la lumière blanche.

Dans l'orthose, l'angle des axes augmente avec la température. Dans l'orthose vitreuse de Wehr, les axes bleus s'écartent, tandis que les axes rouges situés dans un plan perpendiculaire se rapprochent d'abord jusqu'au contact à 40°; leur angle augmente ensuite : il est de 30° à 100° C., de 50° à 225° et de 64° à 350°. M. Des Cloizeaux [1], à qui l'on doit ces déterminations, a montré de plus que la chaleur rouge imprime à l'orthose des modifications permanentes qui ne paraissent pas dues à une altération dans sa composition chimique.

CRISTAUX IRRÉGULIERS. — DOUBLE RÉFRACTION ACCIDENTELLE. — Quand un cristal est bien continu, les courbes isochromatiques sont régulières; s'il ne l'est pas, elles sont brusquement interrompues en certains points. Inversement, ces changements de forme suffisent pour révéler l'irrégularité de la cristallisation et les groupements qu'il peut y avoir dans la lame.

Toute action mécanique qui établit dans les corps homo-

---

verts et étudiés par Brewster (*Phil. Mag.*, 3e série, t. I, p. 417), Herschel (*Corresp. mathém. et phys.*, t. VI, p. 77), Nörremberg (*Pogg. Ann.*, t. XXVII, p. 240), Neumann (*Pogg. Ann.*, t. XXXIII, p. 257) et MM. Grailich (*Krystallographisch-optische Untersuchungen*; Wien, 1858), von Lang (*Wiener Berichte*) et Des Cloizeaux (*Ann. des Mines*).

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LXVIII, p. 191; 1863.

gènes non cristallisés des changements d'élasticité variables dans diverses directions établit aussi nécessairement des phénomènes de double réfraction qui se traduisent par des colorations dans la lumière polarisée. Ils sont extrêmement complexes et n'ont pas été soumis complètement au calcul. On les observe en particulier quand une lame de verre est comprimée, fléchie, tordue ou chauffée inégalement et, en général, quand elle a éprouvé des actions mécaniques inégales. Ces effets deviennent permanents quand, après avoir chauffé des verres de différentes formes, on les refroidit brusquement; ils présentent dans la lumière parallèle l'aspect des *fig.* 6 et 7 (*Pl. IV*) suivant qu'ils ont la forme d'un rectangle ou d'un carré [1]. Maxwell [2] a constaté des signes de double réfraction dans le baume de Canada demi-liquide et comprimé.

DICHROISME. — Quelques cristaux jouissent de la propriété de paraître de couleurs différentes suivant la direction dans laquelle on les observe. Par exemple, certains échantillons de zircon (cristal à un axe positif) sont bruns dans le sens de l'axe et gris bleuâtre perpendiculairement à l'axe. Ce phénomène provient de l'absorption plus ou moins considérable exercée par le cristal sur les vibrations ordinaire et extraordinaire. En effet, si l'on taille un cristal de zircon en prisme dont l'arête est parallèle à l'axe, le faisceau ordinaire possède une couleur brune, le faisceau extraordinaire une couleur vert asperge, et la superposition des deux faisceaux régénère le gris bleuâtre observé à travers une lame parallèle.

Les cristaux à deux axes optiques peuvent présenter des teintes différentes suivant les trois axes d'élasticité. On observe bien plus nettement les phénomènes du dichroïsme en regardant les cristaux à travers un analyseur en spath d'Islande, qui sépare les deux faisceaux confondus dans la direction de l'axe. Voici quelques exemples :

---

[1] Les lois de la double réfraction accidentelle ont été surtout étudiées par Wertheim (*Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XXII, p. 96). *Voir* aussi la Thèse de M. Macé de Lépinay (*Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XIX, p. 5; 1880).

[2] *Annales de Poggendorff*, 1874.

		a.	*b.*	*c.*
Cordiérite ou dichroïte.	Couleur......	Bleu pur.	Bleu pâle.	Jaunâtre.
	Faisceaux élémentaires.	Gris bleuâtre et bleu de Prusse.	Bleu de Prusse et gris jaunâtre.	Gris jaunâtre et gris bleuâtre.
Diaspore.	Couleur......	Bleu prune.	Bleu violet.	Vert asperge.
	Faisceaux élémentaires.	Jaune vineux et bleu violacé.	Bleu violacé et bleu ciel.	Bleu ciel et jaune vineux.
Axinite.	Couleur......	Gris perle.	Vert olive.	Brun canelle.
	Faisceaux élémentaires.	Brun canelle. et olive pâle.	Olive pâle et bleu violet sombre.	Bleu violet sombre et brun canelle.

Le cas limite du dichroïsme est l'absorption complète de l'un des faisceaux : c'est ce qui se présente pour la tourmaline, cristal dichroïque à un axe qui absorbe complètement le faisceau ordinaire sous une épaisseur de $0^m,001$ au plus.

Les cristaux dichroïques, examinés dans la lumière convergente, présentent souvent des phénomènes spéciaux (houppes) qui s'expliquent précisément par l'absorption inégale exercée par le cristal sur les deux faisceaux colorés qui le traversent (1).

---

(1) *Voir* à ce sujet les Mémoires de MM. Bertin et Bertrand sur le phénomène des houppes (*Journal de Physique*, 1re série, t. VIII, p. 217 et 227; 1879).

CHAPITRE VIII.

ÉTUDE DES VIBRATIONS CIRCULAIRES ET ELLIPTIQUES.

Propriétés des vibrations elliptiques. — Étude expérimentale d'un rayon elliptique.

PROPRIÉTÉS DES VIBRATIONS ELLIPTIQUES. — Nous allons revenir sur la théorie des rayons polarisés elliptiquement, étudier leurs propriétés et montrer comment on peut les analyser. Pour cela, il faut se rappeler les formules des pages 454**, 457** et 458**. L'équation (7)

$$\frac{y'^2}{O^2} + \frac{x'^2}{E^2} - \frac{2x'y'\cos(\delta''-\delta')}{OE} = \sin^2(\delta''-\delta')$$

est celle de l'ellipse décrite par une molécule; elle est rapportée à un système d'axes faisant un angle ω avec la section principale de la lame mince qui a donné la différence de marche, et un angle $(\alpha-\omega)$ avec la vibration primitive OM (*fig.* 161, p. 458**).

Les mêmes équations prouvent que cette vibration elliptique peut se décomposer en deux vibrations rectilignes situées suivant Ox' et Oy', qui sont

$$x' = E\cos\left(2\pi\frac{t}{T}+\delta'\right) \qquad \text{et} \qquad y' = O\cos\left(2\pi\frac{t}{T}+\delta''\right);$$

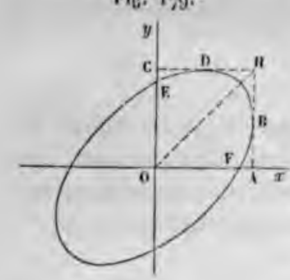
E, O, δ et δ' sont donnés par les équations (4) et (5) (p. 457**).

I. Supposons que l'on ait $2\pi\frac{t}{T}+\delta'=0$. A ce moment $x'=E$, c'est-à-dire que l'abscisse du point occupé sur la courbe est maxima; ce point est en B, sur la tangente menée

à l'ellipse parallèlement à l'axe des y (*fig.* 179). Or, l'intensité du rayon extraordinaire est égale à E^2; elle est donc représentée par le carré de la distance OA du centre O à la tangente AH. Par la même raison, l'intensité du rayon ordinaire est égale à $\overline{OC}^2$ ou au carré de la distance du centre à une tangente parallèle à l'axe des x.

II. Si l'on remplace x' par sa valeur maximum E dans l'équation de l'ellipse, on a l'ordonnée du point de tangence B, qui est

Fig. 179.



$$y' = O\cos(\delta'' - \delta') = AB,$$

d'où l'on tire

$$\cos(\delta'' - \delta') = \frac{AB}{O} = \frac{AB}{AH}.$$

On a de même

$$\cos(\delta'' - \delta') = \frac{CD}{E} = \frac{CD}{CH}.$$

III. Si l'on fait successivement $y' = o$ et $x' = o$ dans l'équation de la courbe, les longueurs des deux diamètres OF et OE sont

$$OF = E\sin(\delta'' - \delta'),$$
$$OE = O\sin(\delta'' - \delta').$$

Donc le rapport des intensités O^2 et E^2 des deux rayons est égal au rapport des carrés des deux diamètres OE et OF. Enfin, puisque $OA = E$ et $OC = O$,

$$\frac{OF}{OA} = \frac{OE}{OC} = \sin(\delta'' - \delta').$$

IV. Il résulte de là que toute vibration elliptique peut être considérée comme produite par une vibration rectiligne unique OH d'amplitude égale à la diagonale du rectangle construit sur AO et OC, qui aurait été décomposée suivant deux axes, et dont les composantes OA et OC auraient reçu une différence de marche donnée par l'une des équations suivantes :

$$\cos(\delta'' - \delta') = \frac{AB}{AH} = \frac{CD}{CH}, \qquad \sin(\delta'' - \delta') = \frac{OF}{OA} = \frac{OE}{OC}.$$

Ces équations permettront de calculer les coordonnées des points extrêmes B et D de la courbe et celles des points E et F où elle rencontre Ox et Oy, et réciproquement.

V. Lorsque les diamètres OA et OC seront confondus avec les axes principaux de l'ellipse, les points A et F d'une part, C et E de l'autre seront confondus; par suite, $\sin(\delta'' - \delta') = 1$. Donc, dans cette direction, la différence de phase des deux rayons composants sera $\frac{\pi}{2}$. Réciproquement, si elle est égale à $\frac{\pi}{2}$, le terme en xy disparaîtra dans l'équation de l'ellipse, qui alors sera rapportée à ses axes.

VI. D'où il suit qu'on peut toujours supposer qu'une vibration elliptique a été produite par deux vibrations rectilignes inégales différant de $\frac{\pi}{2}$, dirigées suivant les axes, dont les intensités sont égales aux carrés de ces axes, puisqu'on peut toujours la réduire à ces composantes. Cela étant, supposons que les vibrations (1) qui ont donné la vibration elliptique soient dans ce cas. Le problème ne perdra rien de sa généralité, mais les formules vont se simplifier. Posons

$$\cos\alpha = a, \qquad \sin\alpha = b, \qquad \delta = -\frac{\pi}{2}.$$

Elles deviennent (¹)

$$(1)_1 \qquad \begin{cases} x = a\cos 2\pi\dfrac{t}{T}, \\ y = b\cos\left(2\pi\dfrac{t}{T} - \dfrac{\pi}{2}\right) = b\sin 2\pi\dfrac{t}{T}. \end{cases}$$

L'équation (2) de l'ellipse rapportée à ses axes devient

$$(2)_1 \qquad \frac{y^2}{b^2} + \frac{x^2}{a^2} = 1.$$

(¹) Les équations numérotées avec indice correspondent aux équations du Chapitre précédent (p. 454**, 457** et 458**) portant les mêmes numéros.

et, si l'on décompose, comme précédemment, le rayon en deux autres vibrations suivant x' et y', on trouve

$$(3)_1 \quad x' = \mathrm{E}\cos\left(2\pi\frac{t}{\mathrm{T}} + \delta'\right), \qquad y' = \mathrm{O}\cos\left(2\pi\frac{t}{\mathrm{T}} + \delta''\right),$$

$$(4)_1 \quad \begin{cases} \mathrm{E}^2 = a^2\cos^2\omega + b^2\sin^2\omega, \\ \mathrm{O}^2 = a^2\sin^2\omega + b^2\cos^2\omega, \end{cases}$$

$$(5)_1 \quad \begin{cases} \operatorname{tang}\delta' = -\frac{b}{a}\operatorname{tang}\omega, \\ \operatorname{tang}\delta'' = +\frac{b}{a}\cot\omega, \end{cases}$$

$$(6)_1 \quad \operatorname{tang}(\delta'' - \delta') = \frac{2}{\sin 2\omega}\,\frac{ab}{a^2 - b^2}.$$

VII. Lorsque $a = b$, l'ellipse est un cercle et $\delta'' - \delta'$ est égal à 90° : cela veut dire qu'une vibration circulaire se décompose dans tous les azimuts en deux rayons ordinaire et extraordinaire égaux et dont les phases diffèrent de $\frac{\pi}{2}$. A mesure que b diminue, $\delta'' - \delta'$ décroît et devient nul pour $b = 0$, c'est-à-dire quand l'ellipse s'allonge jusqu'à se confondre avec une droite. Quand b n'est pas nul, $\delta'' - \delta' = \frac{\pi}{2}$ lorsque $\sin 2\omega = 0$, c'est-à-dire quand $\mathrm{O}x'$ et $\mathrm{O}y'$ sont confondus avec les axes de l'ellipse. Dans tous les cas $\delta'' - \delta'$ diminue quand ω augmente et atteint un minimum pour $\sin 2\omega = 1$, c'est-à-dire lorsque la section principale est à 45° des axes. Alors on a

$$\operatorname{tang}(\delta'' - \delta') = \frac{2ab}{a^2 - b^2}.$$

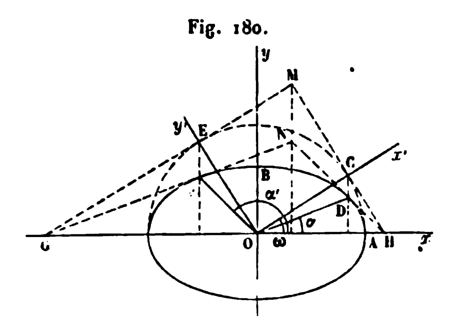
VIII. Les formules (5) montrent que

$$\operatorname{tang}\delta' \operatorname{tang}\delta'' = -\frac{b^2}{a^2};$$

δ' et δ'' sont donc les angles que font avec l'axe des x deux diamètres conjugués que nous allons construire (*fig.* 180).

Décrivons un cercle sur le grand axe comme diamètre; menons à l'extrémité de l'axe Ox', en C, la tangente CH, et par le

Fig. 180.



point H une tangente HDN à l'ellipse : les points C et D seront sur une parallèle à l'axe des y, et l'on aura

$$\text{tang DOG} = -\frac{b}{a}\text{tang}\,\omega = \text{tang}\,\delta';$$

donc l'angle DOG exprimera la phase de la composante x', c'est-à-dire du rayon extraordinaire. Si l'on fait la même construction pour la composante y', on aura

$$\text{tang FOG} = \frac{b}{a}\cot\omega = \text{tang}\,\delta''.$$

La phase du rayon ordinaire sera mesurée par l'angle FOG, et $\delta'' - \delta'$ sera égal à l'angle FOD des deux diamètres conjugués OD et OF ou à son supplément.

IX. Si l'on calcule les longueurs de OD et de OF, on aura, par des formules connues,

$$\overline{\text{OD}}^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 \sin^2 \alpha + b^2 \cos^2 \alpha}.$$

Or

$$\text{tang}\,\alpha = \frac{b \sin\omega}{a \cos\omega};$$

donc

$$\sin^2\alpha = \frac{b^2 \sin^2\omega}{a \cos^2\omega + b^2 \sin^2\omega},$$

$$\cos^2\alpha = \frac{a^2 \cos^2\omega}{a^2 \cos^2\omega + b^2 \sin^2\omega};$$

par suite,

$$\overline{OD}^2 = \frac{a^2b^2(a^2\cos^2\omega + b^2\sin^2\omega)}{a^2b^2\sin^2\omega + a^2b^2\cos^2\omega} = a^2\cos^2\omega + b^2\sin^2\omega = E^2.$$

Ainsi $\overline{OD}^2$ exprime l'intensité du rayon extraordinaire; on verra de même que $\overline{OF}^2$ égale celle du rayon ordinaire.

X. On sait que le parallélogramme construit sur deux diamètres conjugués est égal au rectangle construit sur les axes, ou

$$OD.OF\sin(\alpha' - \alpha) = ab,$$

et, puisque $\alpha' - \alpha = \delta'' - \delta'$ et que OD et OF sont égaux à O et à E,

$$\sin(\delta'' - \delta') = \frac{ab}{O \times E}.$$

Pour construire les diamètres conjugués OF et OD, il suffira d'abaisser sur l'axe des x les perpendiculaires EF et CD et de joindre au point O leurs points de rencontre F et D avec l'ellipse.

XI. Théoriquement, on peut encore supposer que la vibration elliptique est formée par deux vibrations obliques OD et OF, différant de $\frac{\pi}{2}$. En effet, remplaçons les deux vibrations $y = OB$ et $x = OA$ par leurs projections x' et y' sur OD et OF: nous aurons

$$x'\sin(\alpha' - \alpha) = x\sin\alpha' - y\cos\alpha',$$
$$y'\sin(\alpha' - \alpha) = y\cos\alpha - x\sin\alpha;$$

et, en remplaçant x par $a\cos 2\pi\frac{t}{T}$, y par $b\sin 2\pi\frac{t}{T}$,

$$x' = \frac{1}{\sin(\alpha' - \alpha)}\left(a\sin\alpha'\cos 2\pi\frac{t}{T} - b\cos\alpha'\sin 2\pi\frac{t}{T}\right),$$

$$x' = E'\cos\left(2\pi\frac{t}{T} + \delta'\right),$$

$$E'^2 = \frac{a^2\sin^2\alpha'^2 + b^2\cos^2\alpha'}{\sin^2(\alpha' - \alpha)}, \qquad \tang\delta' = \frac{b}{a\tang\alpha'}.$$

On trouve de même

$$y' = O' \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \delta''\right),$$

$$O'^2 = \frac{a^2 \sin^2\alpha + b^2 \cos^2\alpha}{\sin^2(\alpha' - \alpha)}, \qquad \text{tang}\,\delta'' = \frac{b}{a\,\text{tang}\,\alpha},$$

d'où l'on tire

$$\text{tang}\,\delta' \,\text{tang}\,\delta'' = \frac{b^2}{a^2 \,\text{tang}\,\alpha \,\text{tang}\,\alpha'},$$

et, comme OD et OF sont deux diamètres conjugués,

$$\text{tang}\,\alpha \,\text{tang}\,\alpha' = -\frac{b^2}{a^2};$$

donc

$$\text{tang}\,\delta' \,\text{tang}\,\delta'' = -1,$$

d'où il résulte que les phases sont complémentaires et que les deux vibrations OD et OF diffèrent de $\frac{\pi}{2}$. D'un autre côté, les carrés des diamètres conjugués OD et OF sont

$$E^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 \sin^2\alpha + b^2 \cos^2\alpha}, \qquad O^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 \sin^2\alpha' + b^2 \cos^2\alpha'},$$

et l'on a de plus la relation

$$\sin^2(\alpha' - \alpha) = \frac{a^2 b^2}{O^2 E^2}.$$

Donc

$$O'^2 E^2 = \frac{a^2 b^2}{\sin^2(\alpha' - \alpha)} = O^2 E^2, \qquad O'^2 = O^2;$$

de même

$$O^2 E'^2 = O^2 E^2,$$

et par suite

$$E^2 = E'^2,$$

ce qui veut dire que les intensités des vibrations OD et OF sont égales aux longueurs des diamètres conjugués.

On sait, de plus, que

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{b}{a}\operatorname{tang}\omega, \qquad \operatorname{tang}\alpha' = -\frac{b}{a}\cot\omega;$$

donc

$$\operatorname{tang}\delta' = -\operatorname{tang}\omega, \qquad \operatorname{tang}\delta'' = \cot\omega,$$

c'est-à-dire que les phases des rayons OD et OF sont, la première, égale à l'angle GOx', la seconde, à l'angle GOy'.

En résumé, on peut considérer une vibration elliptique comme décomposable en deux vibrations rectilignes dirigées suivant deux diamètres conjugués OD, OF, égales en intensité au carré des longueurs de ces diamètres, dont les phases diffèrent de $\frac{\pi}{2}$ et sont égales en valeurs absolues aux angles que font avec Ox' les deux diamètres OC et OE.

Ou bien on peut la décomposer en deux vibrations rectangulaires quelconques OC et OE, dont les phases sont données par les formules

$$(\alpha) \qquad \operatorname{tang}\delta' = \frac{b}{a}\operatorname{tang}\omega, \qquad \operatorname{tang}\delta'' = -\frac{b}{a}\cot\omega,$$

dont les intensités E^2 et O^2 sont égales aux carrés des deux diamètres conjugués OD et OF, qui font avec l'axe des x des angles δ' et δ'',

$$(\beta) \qquad E^2 = \frac{a^2b^2}{a^2\sin^2\delta' + b^2\cos^2\delta'}, \qquad O^2 = \frac{a^2b^2}{a^2\sin^2\delta'' + b^2\cos^2\delta''},$$

et dont la différence des phases est égale à l'angle de ces mêmes diamètres conjugués, soit à leur angle obtus, soit à leur angle aigu, suivant le sens du mouvement de la vibration et la valeur de ω. Cet angle est donné par la formule

$$(\gamma) \qquad \sin(\delta'' - \delta') = \frac{ab}{E \times O}.$$

Il résulte de cette discussion que, pour connaître complètement un rayon polarisé elliptiquement, il suffira de connaître la direction de ses axes et les rapports de leurs longueurs a

et b: car, si on le reçoit sur un cristal quelconque dont la section principale fait un angle ω avec les axes, on le décompose en deux vibrations rectangulaires dont on calculera aisément les intensités et les phases par les formules précédentes.

Nous allons montrer comment on peut déterminer par l'expérience cette direction et ce rapport des axes.

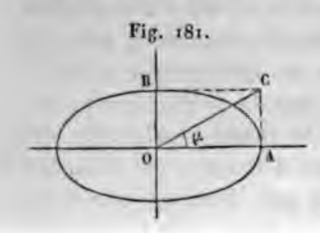
ÉTUDE EXPÉRIMENTALE D'UN RAYON ELLIPTIQUE. — Il y a deux cas à distinguer. Le premier est celui où la différence de marche des deux rayons primitifs qui ont constitué la polarisation elliptique ne dépasse pas $\frac{\lambda}{2}$. Dans ce cas, tous les rayons simples peuvent être considérés comme formant des ellipses égales et superposées; alors il n'y a pas de dispersion sensible et les phénomènes sont à peu près les mêmes que si la lumière était simple. Le deuxième cas, beaucoup plus complexe, est réalisé quand cette différence de marche originelle est très grande; alors le rayon qu'il s'agit d'analyser est composé d'une infinité d'ellipses appartenant aux diverses couleurs, dont les axes varient d'une manière continue avec la réfrangibilité et se placent dans une infinité d'azimuts. Nous commencerons par le premier cas.

Cas des différences de marche inférieures à $\frac{\lambda}{2}$. — Nous le réaliserons comme exemple avec une lame très mince cristallisée en FF (*fig.* 165). La lumière partie de cette lame fera son foyer en F'F', et nous l'analyserons en S', soit en regardant à l'œil, soit en la projetant.

En tournant l'analyseur, on trouvera aisément une position où l'image extraordinaire est maxima et l'ordinaire minima; la section principale de l'analyseur est alors dans le grand axe de l'ellipse. Cette observation ne peut être précise; elle sert néanmoins à obtenir approximativement la direction du grand et du petit axe. Mais, en tournant l'analyseur de 45°, on détermine plus exactement la direction pour laquelle les deux images sont égales, et l'on en conclut celle des axes de l'ellipse.

Plaçons maintenant en F′F′ un mica d'un quart d'onde [1] mobile sur un cercle divisé et faisons-le tourner autour de la direction du rayon. Lorsque sa section principale sera dirigée suivant l'un des axes de l'ellipse, il décomposera le rayon en deux, l'un extraordinaire, l'autre ordinaire, et la différence de marche de ces rayons sera d'un quart d'onde, augmentée ou diminuée d'un autre quart produit par le mica. Leur différence totale sera donc ou nulle ou égale à $\frac{\lambda}{2}$, et, dans tous les cas, ils reconstitueront un rayon polarisé rectilignement. On reconnaîtra que les différences s'ajoutent si la dispersion est augmentée, et se retranchent si elle est annulée. Supposons qu'on réalise le deuxième cas : on n'aura fait rien autre chose que de rendre concordantes les vibrations dirigées suivant les axes OA et OB de l'ellipse, sans changer leurs intensités; elles seront, l'une égale à a, l'autre égale à b, et elles reconstitueront une vibration suivant OC (*fig.* 181). En dirigeant la section principale de l'analyseur suivant OC, l'image ordinaire sera nulle, et la tangente de l'angle COA que fait cette section principale avec celle du mica mesure le rapport de b à a. Quant à la direction des axes de l'ellipse, c'est la direction de l'axe du mica quart d'onde et la direction perpendiculaire à cet axe.

Fig. 181.



Ce procédé a été employé par de Senarmont [2]. Il réussit fort bien quand la dispersion est la même dans l'ellipse et

---

(1) On appelle *lame d'un quart d'onde* une lame cristallisée qui introduit entre le rayon ordinaire et le rayon extraordinaire qui la traversent une différence de marche d'un quart d'ondulation. On les fait d'ordinaire en mica, biaxe négatif qui se clive en lames très minces perpendiculaires à l'axe de plus petite élasticité; c'est le rayon ordinaire qui est en retard sur le rayon extraordinaire; pour que ce retard soit de $\frac{\lambda}{4}$ pour la lumière jaune, le mica doit posséder une épaisseur d'environ $0^{mm},032$.

(2) DE SENARMONT, *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. LXXIII, p. 337; 3e série, t. XX, p. 397; 1847.

dans le mica; il laisse à désirer quand elle est différente. Jamin ([1]) a fait connaître une autre méthode qui, jusqu'à présent, paraît satisfaire à toutes les exigences.

Elle consiste dans l'emploi de deux prismes de quartz ABC, CDB dont les faces extérieures sont parallèles à l'axe, mais dont les sections principales sont croisées (*fig.* 182). Cet appareil, déjà décrit précédemment, avait été imaginé par Babinet pour compenser l'un des prismes par l'autre. Entre un nicol et un analyseur parallèles, il montre des franges brillantes aux points où la différence de marche est un multiple pair de la demi-longueur d'onde MM, AA, BB par exemple, dans l'image extraordinaire, aux points CC, DD, où elle est égale à un multiple impair de la demi-longueur d'onde, dans l'image ordinaire. On le monte (*fig.* 3, *Pl. III*, et *fig.* 183) dans une bonnette EE sur laquelle un des quartz est fixé, tandis que l'autre est mobile parallèlement à son axe au moyen d'une vis micrométrique BA qui mesure son déplacement. Un

Fig. 182.

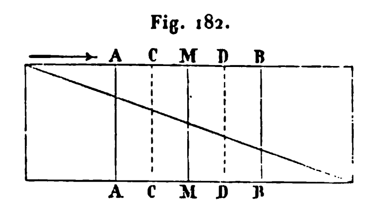
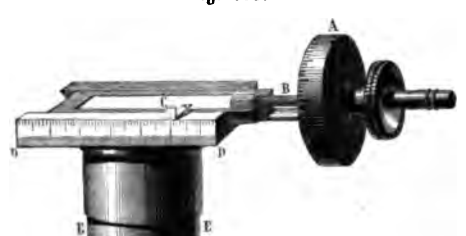


Fig. 183.



([1]) Jamin, *Mémoire sur la réflexion métallique* (*Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XIX, p. 296; t. XXII, p. 311; 1847-48).

fil très fin, placé dans la bonnette et parallèle aux franges, permet de fixer leur position.

On commence par étudier cet appareil avec de la lumière polarisée à 45° de l'axe AB (*fig.* 182), qu'on reçoit sur un analyseur parallèle au nicol polarisant. L'image ordinaire est éteinte quand la différence de marche est o ou λ, au centre MM ou au point A et au point B; mais, en faisant mouvoir le prisme ACB d'une quantité AM = L, on transporte peu à peu la frange A jusqu'à la faire coïncider avec le fil central M. Or, puisque, pour un déplacement du micromètre égal à L, la différence de marche des deux rayons devient égale à λ au point M, pour un autre déplacement p elle sera $p\frac{\lambda}{L}$. On saura donc toujours trouver cette différence de marche; elle est la même que si, aux points situés vis-à-vis du fil M, le compensateur était remplacé par une lame mince d'épaisseur variable à volonté et produisant une différence de marche $p\frac{\lambda}{L}$.

Cela posé, mettons ce même compensateur dans le trajet d'un rayon polarisé elliptiquement. On peut opérer de plusieurs manières pour déterminer les constantes de ce rayon.

1° Le compensateur ayant une orientation quelconque, on fait tourner l'analyseur jusqu'à ce que les franges noires apparaissent et acquièrent la plus grande intensité dans l'image extraordinaire. Alors la section principale de l'analyseur coïncide avec la direction OH du grand axe de l'ellipse (*fig.* 181); la frange noire la plus voisine du fil indique qu'aux points correspondants du compensateur l'ellipse a été décomposée en deux rayons OA et OC parallèles aux plans principaux de ce compensateur; que leur différence de marche $\delta'' - \delta'$ a été détruite par celle du compensateur, que la polarisation plane a été rétablie et que la vibration résultante est dirigée suivant OH. Donc la différence de marche introduite par le compensateur est égale et contraire à $\delta'' - \delta'$. On la mesure en déplaçant le micromètre d'une quantité p jusqu'à amener la frange noire sous le fil; elle est $p\frac{\lambda}{L}$. En même temps, la tangente de l'angle HOA est égale au rapport de OC à OA. Le compen-

sateur mesure donc dans toutes les directions qu'on lui donne tout ce qu'il faut connaître des composantes de l'ellipse dans cette direction, c'est-à-dire leur différence de marche et le rapport de leurs amplitudes.

2° Si l'on suppose l'axe du compensateur placé dans la direction de l'un des deux axes de l'ellipse, $\delta'' - \delta'$ est égal à $\frac{\lambda}{4}$; le déplacement p du compensateur doit être égal à $\frac{L}{4}$. Réciproquement, pour trouver la direction des axes, on commencera par déplacer le compensateur de $\frac{L}{4}$, et l'on fera tourner sa section principale jusqu'à ce que la frange soit sur le fil. Alors cette section sera dans la direction des axes de l'ellipse en OA ou en OB (*fig.* 181). On fait tourner l'analyseur jusqu'à ce que la frange prenne son obscurité maxima dans l'image extraordinaire. Soit alors μ l'angle que fait avec OA la section principale OC de l'analyseur; OC est la direction de la vibration plane résultante, $\tang\mu$ est égal à $\frac{b}{a}$, et l'ellipse est déterminée en grandeur et en position. Cette dernière méthode est tout à fait analogue à celle de Senarmont.

Cas des grandes différences de marche. — Il nous reste à chercher comment on peut étudier la polarisation elliptique quand la différence de marche primitive est très grande. On pourrait opérer séparément sur chaque couleur simple et se servir du compensateur comme précédemment; mais il vaut mieux employer la méthode générale de MM. Fizeau et Foucault.

Sans rien changer aux dispositions des appareils, remplaçons le fil du compensateur par une fente mince; plaçons le micromètre dans la position pour laquelle le compensateur produit une différence de marche égale à $\frac{\lambda}{4}$ (2e méthode), et mettons un prisme devant l'œil; nous verrons dans le spectre les raies de Fraunhofer et, en outre, du rouge au violet, une série de franges d'interférence également espacées. Tournant l'analyseur de manière à produire le maximum d'obscurité de

l'une des franges, pour la couleur où elle est placée, la polarisation est rétablie, les axes du compensateur sont parallèles à ceux de l'ellipse, et le rapport de ceux-ci est égal à la tangente de l'angle μ que font les sections principales du compensateur et de l'analyseur. En tournant un peu le compensateur, on voit les franges marcher soit vers le violet, soit vers le rouge, et l'on peut amener l'une d'elles à coïncider avec l'une des raies du spectre. On déterminera ainsi successivement pour les principales raies la direction et le rapport des axes de l'ellipse de polarisation.

CHAPITRE IX.

POLARISATION ROTATOIRE. PHÉNOMÈNES DU QUARTZ.

Découverte d'Arago. — Lois du phénomène. — Cas des lumières simples; de la lumière blanche. — Méthode de Biot, de MM. Fizeau et Foucault. — Teinte sensible. — Quartz à deux rotations. — Théorie de Fresnel. — Piles de mica de M. Reusch. — Théorie de M. Mallard. — Phénomènes présentés par le quartz dans la lumière convergente. — Variation du pouvoir rotatoire du quartz avec la température. — Rotation des rayons calorifiques infra-rouges et ultra-violets.

DÉCOUVERTE D'ARAGO. — Une lame d'un cristal à un axe quelconque, taillée perpendiculairement à cet axe, ne dédouble point les rayons polarisés qui la traversent normalement. Ces rayons conservent leur plan de polarisation et toutes leurs propriétés primitives, comme si la lame n'était pas cristallisée.

Arago (¹) découvrit en 1811 que le quartz fait exception à cette loi. Il reconnut que, si l'on reçoit sur un analyseur une onde plane polarisée qui a traversé ce quartz suivant son axe, elle donne deux images, ordinaire et extraordinaire, toutes deux colorées de teintes complémentaires très vives. L'apparence du phénomène est la même qu'avec une lame mince cristallisée non perpendiculaire à l'axe. Elle en diffère par deux points : le premier, c'est qu'elle ne varie pas si l'on fait tourner le quartz autour de sa normale; le second, c'est que les couleurs changent progressivement en passant par une série de teintes mixtes, si l'on fait tourner la section principale de

(¹) ARAGO, *Sur une modification remarquable qu'éprouvent les rayons lumineux dans leur passage à travers certains corps diaphanes* (*Mémoires de la première Classe de l'Institut*, t. XII, p. 93).

l'analyseur. Dans un second Mémoire ([1]), qui n'a pas été publié à cette époque, Arago a défini nettement l'action exercée sur la lumière en disant que chacun des rayons simples qui composent le faisceau incident reste polarisé, mais que son plan de polarisation a éprouvé une rotation qui est différente pour chaque couleur : de là le nom de *polarisation rotatoire* qui a été donné et conservé à ce phénomène. Ce mot n'exprime point un nouveau mode de vibration que la lumière aurait pris, mais rappelle le fait du déplacement éprouvé par le plan primitif de polarisation.

Deux ans après cette découverte trop sommairement analysée, Biot ([2]) commença sur le même sujet une étude féconde qu'il n'a pas cessé de poursuivre. Il reconnut bientôt que cette propriété n'appartient point exclusivement au quartz; il la retrouva dans la plupart des huiles essentielles, dans la vapeur de l'essence de térébenthine, dans les dissolutions de l'acide tartrique, des tartrates, du sucre, des gommes et de la dextrine. M. Bouchardat ([3]) la constata dans les alcalis organiques, M. Des Cloizeaux ([4]) dans le cinabre, et M. Marbach ([5]),

---

([1]) Arago, *Mémoire sur plusieurs nouveaux phénomènes d'Optique* (*Œuvres complètes*, t. X, p. 35; 1812).

([2]) Biot, *Mémoire sur un nouveau genre d'oscillations que les molécules de la lumière éprouvent en traversant certains cristaux* (*Mémoires de la première Classe de l'Institut*, t. XIII, p. 218; 1813); *Découverte de la polarisation rotatoire dans les liquides* (*Bulletin de la Société philomathique*, décembre 1815); *Comparaison du sucre et de la gomme arabique dans leur action sur la lumière polarisée* (*Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. IV, p. 90; 1815); *Mémoire sur les rotations que certaines substances impriment aux axes de polarisation des rayons lumineux* (*Mémoires de l'Académie des Sciences*, t. II, p. 41; 1818); et une série de Mémoires publiés de 1832 à 1860 dans les *Annales de Chimie et de Physique*, les *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences* et les *Mémoires de l'Académie des Sciences*.

([3]) Bouchardat, *Sur les propriétés optiques des alcalis végétaux* (*Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. IX, p. 213; 1843); *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XVIII, p. 298; t. XIX, p. 1174; t. XXV, p. 274; t. XXVIII, p. 319).

([4]) Des Cloizeaux, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XLIV, p. 1870; *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LI, p. 361; 1857.

([5]) Marbach, *Annales de Poggendorff*, t. XCI, p. 428; *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XLII, p. 418 (1854); t. XLIV, p. 41; *Annales de Poggendorff*, t. XCIX, p. 451.

de Breslau, dans les cristaux de bromate et de chlorate de soude qui ont la forme cubique. Nous avons donc affaire ici à une propriété réalisée par une classe de corps nombreux, cristallisés ou non, solides, liquides et même gazeux. Nous allons l'étudier avec quelque détail, chercher ses lois, ses conditions déterminantes et enfin son explication.

LOIS DU PHÉNOMÈNE. — Toute action produite sur la lumière blanche étant la somme de celles qui s'exercent individuellement sur tous les rayons simples, nous devons étudier séparément chacun d'eux. Prenons d'abord la lumière qui traverse un verre rouge, polarisons-la par un prisme de Foucault en A (*fig.* 166), recevons-la sur un quartz placé en FF ou en F′F′, puis sur un analyseur S′ monté dans un cercle azimutal, après l'avoir concentrée au moyen d'une lentille L″L″, qui permet en outre de projeter l'image sur un écran F″F″. En faisant cette étude, Biot reconnut :

Fig. 184.

1° Que la lumière simple reste polarisée, mais que son plan de polarisation a tourné d'un angle A;

2° Que la rotation du plan de polarisation est proportionnelle à l'épaisseur du cristal;

3° Il y a des substances pour lesquelles le plan primitif de polarisation Oy se déplace vers OA (*fig.* 184). On dit alors qu'il a tourné vers la droite, dans le sens indiqué par la flèche ↗, et que la substance est dextrogyre. D'autres corps transportent le plan de polarisation en OB; ils sont lévogyres, et l'on représente par la flèche ↖ le sens de leur action.

Il existe en particulier deux variétés de quartz, l'une dextrogyre ↗, l'autre lévogyre ↖. A épaisseur égale, elles donnent des rotations égales; elles ne diffèrent que par leur signe.

4° Lorsqu'on superpose plusieurs milieux, l'action définitivement exercée sur la lumière est la somme algébrique des rotations du plan de polarisation occasionnées séparément par chaque corps.

Passons maintenant à l'étude comparée des diverses couleurs simples. Le procédé qui se présente le plus naturellement à l'esprit consiste à préparer un spectre très pur avec de la lumière polarisée, à recevoir successivement chacune des couleurs sur le quartz, et à mesurer la rotation de son plan de polarisation. C'est ce procédé, assez difficile à mettre en pratique, que Biot adopta. Il reconnut que la rotation augmente avec la réfrangibilité et qu'elle est sensiblement en raison inverse du carré de la longueur d'onde.

Le Tableau suivant fait connaître la rotation de chaque couleur à travers une épaisseur de quartz égale à $0^m,001$:

	Valeur de λ.	Déviation R.	Excès des valeurs de R sur celle du jaune.
		° ′ ″	° ′ ″
Rouge extrême................	645	17.29.47	— 6.30.13
Vert rouge..................	628	18.25. 0	— 5.35. 0
Limite du rouge et de l'orangé.	596	20.28.47	— 3.31.13
Limite de l'orangé et du jaune.	571	22.18.49	— 1.41.11
Jaune moyen.............. ..	550	24. 0. 0	— 0. 0. 0
Limite du jaune et du vert.....	532	25.40.31	+ 1.40.31
Limite du vert et du bleu.....	492	30. 2.45	+ 6. 2.45
Limite du bleu et de l'indigo...	459	34.34.18	+10.34.18
Limite de l'indigo et du violet.	439	37.51.58	+13.51.58
Violet extrême...............	406	44. 4.58	—20. 4.58

Biot a représenté graphiquement ses résultats par des Tableaux ingénieusement conçus. Soit d'abord une plaque d'épaisseur égale à $0^{mm},4$ (*fig.* 185). Représentons par Oy le plan primitif de polarisation et menons des rayons OR, OO,..., OV faisant avec Oy des angles égaux aux rotations des diverses couleurs simples; le faisceau de lumière polarisée blanche qui aura traversé la lame se trouvera représenté par une infinité d'autres dont les plans de polarisation seront éparpillés sur l'arc RV. L'épaisseur augmentant, la déviation de chaque rayon augmente proportionnellement et l'arc de dispersion s'agrandit. La *fig.* 186 représente le phénomène quand l'épaisseur est égale à $13^{mm},41$. Le rouge extrême est dévié de plus de 180° en Rr, et le violet extrême Vv de plus d'une circonfé-

rence et demie, en OVv. De cette façon, l'arc de dispersion compris entre Rr et Vv occupe à peu près 360°, sur lesquels les plans de polarisation de couleurs intermédiaires sont répartis comme l'indique la figure.

Concevons maintenant que la section principale de l'analyseur soit placée dans une direction quelconque AA. Les images ordinaire et extraordinaire seront formées par la superposi-

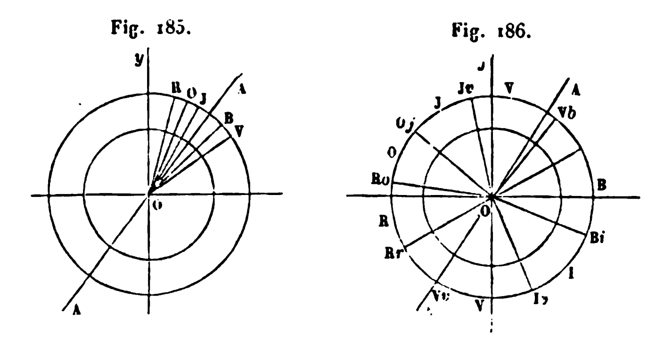


Fig. 185. Fig. 186.

tion des images ordinaire et extraordinaire de chaque lumière simple, et, celles-ci étant inégales, celles-là seront colorées. L'image extraordinaire ne contiendra aucun des rayons de la couleur dont le plan de polarisation coïncide avec OA : c'est un vert pour la *fig.* 185; c'est le vert bleu et le violet dans la *fig.* 186.

Nous pouvons déduire de ces explications un moyen bien plus simple pour mesurer les déviations des diverses couleurs. Il a été imaginé par MM. Fizeau et Foucault (¹) et appliqué ensuite par MM. Broch (²), Wiedemann (³) et Arndtsen (⁴).

Que l'on fasse passer la lumière polarisée d'abord à travers une fente mince, de là sur la substance à essayer, ensuite dans un analyseur, enfin sur un prisme : on verra à travers

(¹) Fizeau et Foucault, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XXVI, p. 138, et t. XXX, p. 146 (1849-1850); *Œuvres de Foucault*, p. 105-128.

(²) Broch, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XXXIV, p. 119; 1852.

(³) Wiedemann, *Annales de Poggendorff*, t. LXXXII, p. 215; 1851.

(⁴) Arndtsen, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LIV, p. 403; 1858.

ce prisme deux spectres inégalement déviés, l'un ordinaire, l'autre extraordinaire. Ne considérons que ce dernier, le seul qui se verra avec un prisme de Nicol : il contiendra les images extraordinaires de toutes les couleurs simples. Si l'analyseur est placé suivant OR (*fig.* 185), il n'y aura pas de rouge; si on le déplace pour le mettre successivement en OO, OJ, ..., OV, il n'y aura pas d'orangé, de jaune, ..., de violet. On verra donc dans le spectre une bande noire s'avancer depuis le rouge jusqu'au violet si l'on tourne l'analyseur de OR à OV.

S'il s'agit de la *fig.* 186, l'analyseur étant en OR*r*, il y aura deux couleurs éteintes, le rouge extrême R*r*, et un bleu qui est polarisé suivant le prolongement de OR*r*. On verra donc deux bandes, l'une dans le rouge, l'autre dans le bleu, et toutes deux marcheront vers le violet si l'on tourne l'analyseur à droite. En général, si l'arc de dispersion occupe *n* demi-circonférences, on verra *n* bandes obscures, qui se projetteront successivement sur chacune des raies.

Cela posé, revenons à la *fig.* 185. Plaçons l'analyseur en OR : la bande se verra sur le rouge et la rotation de cette couleur sera *y*OR. Si l'on met l'analyseur en OO, la bande sera sur l'orangé, et la déviation de cette couleur, ou, en général, d'une couleur quelconque, sera mesurée par l'angle que fait avec le plan primitif O*y* la section principale de l'analyseur quand on verra la bande sur la couleur considérée. On raisonnerait de même sur la *fig.* 186.

En opérant par cette méthode, M. Broch a trouvé pour le quartz les nombres suivants :

Raies.	B.	C.	D.	E.	F.	G.
A	15° 30′	17° 24′	21° 67′	27° 46′	32° 50′	42° 20′
A λ^2..	723,802	742,950	751,104	759,674	762,219	784,152

M. Wiedemann a obtenu pour les essences de térébenthine et de citron :

A	10° 9′	14° 5′	18° 7′	23° 2′	32° 75′
A λ^2	4690	4371	5184	5471	6044
A	37,9	485	633	77	106
A λ^2	1631	1631	1683	1823	1926



Ces expériences très précises s'accordent pour montrer que les déviations ne sont point rigoureusement en raison inverse du carré des longueurs d'onde, puisque $A\lambda^2$ va en croissant avec la réfrangibilité. La loi de Biot ne doit donc être considérée que comme approximative.

On peut se demander si toutes les substances dextrogyres ou lévogyres ont une égale loi de dispersion. Cette question se résout par une épreuve différentielle très précise : en faisant traverser par le même rayon lumineux deux substances de rotation inverse, sous des épaisseurs telles, qu'elles produisent sur le rayon rouge des déviations égales et de signes contraires. On trouve alors que deux quartz de même épaisseur, dextrogyres et lévogyres, détruisent mutuellement toute déviation et toute dispersion des plans de polarisation quand on les superpose, qu'il en est de même avec une dissolution de sucre ↗ et un quartz équivalent ↘, mais qu'il n'est pas possible de détruire ainsi la dispersion des essences de citron et de térébenthine, ni de l'essence de térébenthine et du camphre. La loi de cette dispersion dans chaque substance est donc individuelle.

LUMIÈRE BLANCHE. — On va dire maintenant comment on peut obtenir la teinte des deux images, en se contentant d'un calcul approximatif.

Désignons par e l'épaisseur traversée. Soient eA_1, $eA_2, \ldots,$ eA_7 les déviations moyennes de chaque couleur simple, et α l'angle que font les deux sections principales du polariseur et de l'analyseur; $\alpha - eA_1$, $\alpha - eA_2$, $\ldots$, $\alpha - eA_7$ seront les angles de l'analyseur avec chacun des plans de polarisation; les deux images auront les intensités suivantes O et E :

$$O = R\cos^2(\alpha - eA_1) + O\cos^2(\alpha - eA_2) + \ldots + V\cos^2(\alpha - eA_7),$$
$$E = R\sin^2(\alpha - eA_1) + O\sin^2(\alpha - eA_2) + \ldots + V\sin^2(\alpha - eA_7).$$

Chacun des termes représente la proportion de chaque lumière simple, et, comme ils sont inégaux, la somme O ou E sera colorée. Au moyen du cercle de Newton, Biot a calculé pour treize lames d'épaisseurs croissantes les valeurs de E

quand $\alpha = 0$. Ce calcul a présenté avec l'épreuve directe une coïncidence parfaite.

On voit :

1° Que la somme O + E est égale à la somme des rayons qui entrent dans la lumière blanche; donc les deux images sont complémentaires;

2° Que, α changeant, les teintes varient continûment;

3° Que, si l'on augmente α de 90°, les valeurs de O et de E, et par conséquent les teintes, s'échangent dans les deux images.

Si l'on revient à l'expérience telle que l'ont exécutée MM. Broch, Wiedemann et Arndtsen, on voit que l'image extraordinaire contient toutes les lumières simples, excepté celles qui correspondent aux bandes qui sillonnent le spectre; or, si l'épaisseur est grande, et que le nombre de ces bandes soit considérable, on peut dire qu'il restera des proportions égales de toutes les couleurs simples et qu'elles reconstitueront du blanc. Les teintes doivent donc perdre de leur vivacité à mesure que l'épaisseur croît : c'est en effet ce qui arrive.

TEINTE SENSIBLE. — Quand on analyse avec un prisme biréfringent la lumière polarisée qui a traversé un quartz dont l'épaisseur varie de 0^{mm} à 5^{mm}, il n'y a qu'une lumière simple éteinte à la fois dans l'image extraordinaire. Quand c'est la lumière jaune qui est la plus intense, il ne reste que le rouge d'une part, le bleu et le violet de l'autre; ce sont les couleurs les moins vives, et l'image prend une intensité minimum. On arrive à la même conclusion en considérant la formule qui donne la valeur de E, et, en y faisant $\alpha = eA_3$, elle devient

$$E = R\sin^2 e(A_3 - A_1) + \ldots + V\sin^2 e(A_3 - A_7).$$

On a calculé dans le Tableau de la page 510** les valeurs des angles $A_3 - A_1, \ldots, A_3 - A_7$. On voit qu'elles sont très faibles, que leurs sinus sont négligeables, excepté pour les couleurs extrêmes, et que E sera extrêmement petit.

L'expérience prouve, en effet, que pour la valeur de α qui répond au jaune moyen, l'image extraordinaire est minimum; elle montre quelque chose de plus : c'est qu'alors la teinte de



cette image est un gris de lin et que, si l'on déplace très peu l'analyseur, soit vers la droite, soit vers la gauche, elle se modifie très rapidement, soit pour devenir rouge, soit pour devenir bleue. Biot l'a nommée *teinte sensible*, à cause de la facilité avec laquelle elle passe à d'autres colorations par un petit déplacement de l'analyseur.

Il est évident que sa composition change avec l'épaisseur, puisque les angles qui entrent dans l'expression de E sont proportionnels à cette épaisseur e; mais, pourvu que e ne dépasse pas $0^{m},005$, l'expérience prouve qu'on retrouve toujours une teinte minima comprise entre un rouge et un bleu, que la déviation correspondante de l'analyseur est proportionnelle à l'épaisseur et qu'elle est toujours égale à la rotation du jaune moyen; c'est ce que montre le Tableau suivant :

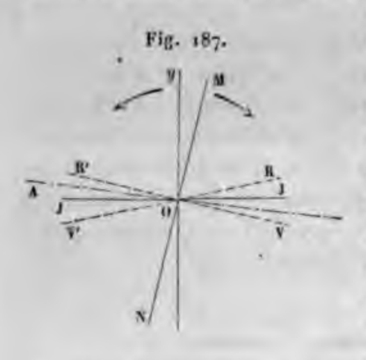
	Déviation α	
Épaisseur.	de la teinte sensible.	du jaune moyen.
mm	° '	° '
0,400	9.49	9.25
0,488	11.30	11.30
1,032	25.00	24.17
1,184	28.30	27.52
2,094	50.00	49.17
2,997	70.00	70.32
3,478	80.00	81.51

Il en résulte que, sans employer la lumière simple, on pourra mesurer la rotation du plan de polarisation pour le jaune moyen : ce sera la rotation de la teinte sensible. En la multipliant par $\frac{23}{30}$, on aura celle du rouge, et par des facteurs en raison inverse du carré de leurs longueurs d'onde celle des diverses couleurs. Si en tournant l'analyseur à droite la teinte passe au rouge, la substance est dextrogyre; elle est lévogyre si cette teinte vire au bleu.

QUARTZ A DEUX ROTATIONS (*fig.* 187). — Juxtaposons suivant une ligne quelconque MN deux quartz de rotation inverse et d'une épaisseur commune égale à $3^{mm},75$; ils feront tourner

de 90° le plan de polarisation du jaune moyen. S'il était primitivement en Oy, il se placera en OJ pour l'un, en OJ' pour l'autre des deux quartz. Le rouge sera polarisé suivant OR et OR', et le violet suivant OV et OV'; la teinte sensible se présentera dans l'image extraordinaire pour les deux quartz à la fois si l'analyseur coïncide avec OJ, et les deux moitiés de l'image offriront une coloration identique, celle de la teinte de passage, comme s'il n'y avait qu'un seul cristal. Cela est indépendant de la direction que l'on donne à la ligne de jonction MN; mais, si l'on tourne l'analyseur à droite suivant OA d'un angle très petit, la proportion de rouge augmente dans le quartz à rotation droite et celle de violet dans le cristal à rotation gauche, et l'opposition des tons se manifeste aussitôt. Cette plaque à deux rotations inverses, imaginée par Soleil père, permet de déterminer avec précision le plan de polarisation Oy d'une lumière quelconque; on l'interpose dans le trajet et l'on fait tourner l'analyseur. Tant que sa section principale diffère de OJ, l'image extraordinaire offre des teintes inégales à travers les deux quartz. Aussitôt qu'elle est confondue avec OJ, c'est-à-dire qu'elle est perpendiculaire au plan de polarisation primitive, ces deux teintes deviennent identiques. Ce procédé réussit surtout quand la lumière n'est que partiellement polarisée.

Fig. 187.



THÉORIE DE FRESNEL [1]. — Après cette étude générale des faits, il reste à en trouver une interprétation théorique. Fresnel en a proposé une fort élégante que nous allons exposer.

Il faut d'abord se rappeler que deux rayons de lumière d'égale intensité, dont la différence de phase est égale à 90° et qui sont polarisés à angle droit, se composent pour produire

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. XXVIII, p. 147; *Œuvres complètes*, t. I, p. 731.



une vibration circulaire. Soient x et y les deux vitesses composantes. En posant, pour abréger, $2\pi\frac{t}{T}=\xi$,

$$y=\sin(\xi+45),\qquad x=\sin(\xi-45);$$

en intégrant, on aura les coordonnées de la molécule vibrante; elles seront, à un facteur constant près,

$$y_1=-\cos(\xi+45),\qquad x_1=-\cos(\xi-45);$$

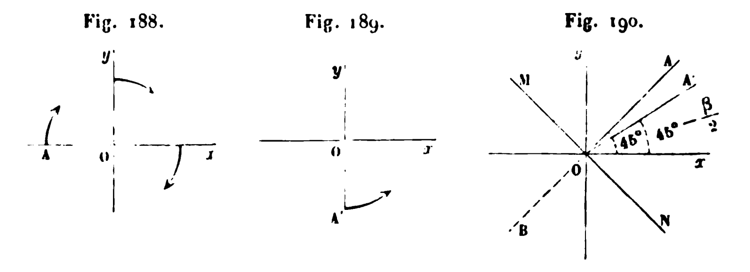
pour $\xi=45, y_1=0, x_1=-1$, la molécule est en A (*fig.* 188). Si ξ, c'est-à-dire si le temps croît, y_1 devient positif et augmente, x_1 reste négatif et décroît; la molécule lumineuse tourne dans le sens ↗ suivant la flèche A, c'est-à-dire vers la droite; le rayon circulaire est dit *rayon circulaire droit*. Si l'on a, au contraire, les vitesses vibratoires

$$y=\sin(\xi-45),\qquad x=\sin(\xi+45),$$

les coordonnées de x_1 et y_1 deviennent

$$y_1=-\cos(\xi-45),\qquad x_1=-\cos(\xi+45);$$

la molécule d'éther partant de A′ (*fig.* 189) pour $\xi=45$ prend une valeur de y_1 négative et décroissante, une valeur de x_1



positive et croissante; le mouvement vibratoire se fait dans le sens ↘ et produit un *rayon circulaire gauche*.

Cela posé, soit OA (*fig.* 190) une vibration dont la vitesse

est représentée par la formule ordinaire

$$v = \sin 2\pi \frac{t}{T} = \sin \xi.$$

On peut la décomposer en deux autres, suivant la même direction, qui seraient l'une en avance de 45° ou de $\frac{1}{8}$ d'ondulation, l'autre en retard de la même quantité :

$$v = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(\xi + 45) + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(\xi - 45).$$

Chacune de ces deux vibrations peut se décomposer en deux autres suivant des axes Ox et Oy placés à 45° de OA. La première donnera deux composantes égales x et y :

$$x = y = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 45 \sin(\xi + 45^\circ) = \frac{1}{2} \sin(\xi + 45^\circ).$$

La seconde se décomposera de même en deux vibrations égales x' et y', qui sont

$$x' = y' = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 45 \sin(\xi - 45^\circ) = \frac{1}{2} \sin(\xi - 45^\circ).$$

Combinons maintenant y et x' d'une part, y' et x de l'autre; nous aurons deux rayons polarisés circulairement, le premier vibrant de gauche à droite dans le sens ↗, le dernier dans un sens contraire ↘ :

1° ↗ $\begin{cases} y = \frac{1}{2} \sin(\xi + 45), \\ x' = \frac{1}{2} \sin(\xi - 45); \end{cases}$

2° ↘ $\begin{cases} y' = \frac{1}{2} \sin(\xi - 45), \\ x = \frac{1}{2} \sin(\xi + 45). \end{cases}$

Supposons maintenant qu'il existe des milieux tellement



constitués que le premier de ces rayons circulaires s'y meuve plus rapidement que le second ; il aura, après les avoir traversés, une avance de phase β, et, si alors nous composons y et y' d'une part, x et x' de l'autre, nous obtiendrons

$$y + y' = \mathrm{Y} = \frac{1}{2}\sin(\xi + 45 + \beta) + \frac{1}{2}\sin(\xi - 45),$$

$$x' + x = \mathrm{X} = \frac{1}{2}\sin(\xi + 45 + \beta) + \frac{1}{2}\sin(\xi + 45),$$

et, en remplaçant ces sommes de sinus par les doubles produits des sinus de la demi-somme par les cosinus de la demi-différence des arcs,

$$\mathrm{Y} = \cos\left(45 + \frac{\beta}{2}\right)\sin\left(\xi + \frac{\beta}{2}\right),$$

$$\mathrm{X} = \cos\left(45 - \frac{\beta}{2}\right)\sin\left(\xi + \frac{\beta}{2}\right).$$

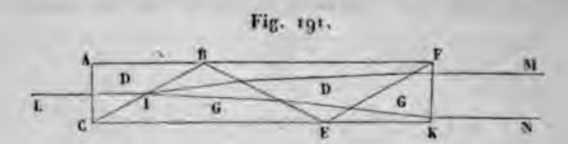
X et Y représentent deux composantes qui ont la même phase $\frac{\beta}{2}$; elles reconstitueront par conséquent un rayon polarisé comme le rayon incident, mais polarisé dans un azimut différent, qui fait avec l'axe des x un angle α, donné par la relation

$$\tan g\,\alpha = \frac{\mathrm{Y}}{\mathrm{X}} = \frac{\cos\left(45 + \frac{\beta}{2}\right)}{\cos\left(45 - \frac{\beta}{2}\right)} = \frac{\sin\left(45 - \frac{\beta}{2}\right)}{\cos\left(45 - \frac{\beta}{2}\right)} = \tan g\left(45 - \frac{\beta}{2}\right),$$

et, puisque le rayon incident était polarisé à 45° suivant OA, le rayon émergent le sera suivant OA'; il se sera rapproché de l'axe des x en tournant de AOA', égal à $\frac{\beta}{2}$. En résumé, lorsque le rayon circulaire droit ↗ est en avance sur le rayon circulaire gauche ↘, le plan de polarisation du rayon émergent a tourné vers la droite ↗; si le rayon circulaire gauche allait plus vite que le droit, la rotation du plan de polarisation se ferait vers la gauche.

On voit que cette théorie reproduit les phénomènes offerts par le quartz dans le sens de son axe et par toutes les substances actives. Fresnel a cherché à démontrer qu'elle n'est pas un simple jeu de formules et qu'en réalité le rayon polarisé se décompose, pendant son trajet dans ces substances, en deux rayons circulaires de sens opposés et de vitesses inégales. A cet effet, il disposa plusieurs prismes en quartz de rotation alternativement contraire, qui sont traversés dans la direction de l'axe ABF (*fig.* 191). D'après la théorie de Fresnel,

Fig. 191.



un rayon polarisé se dédouble dans le premier ABC, qui est de rotation droite, en deux rayons circulaires, l'un droit, l'autre gauche; le premier marche plus vite que le second, mais en pénétrant dans CBE il va moins vite; dès lors il se rapproche de la normale pendant que le circulaire gauche s'en éloigne; tous deux se séparent, et, l'action continuant à chaque surface traversée, on finit par obtenir une double réfraction très sensible. Les deux images sont égales et blanches : il s'agit de voir si elles sont polarisées circulairement.

1° On les reçoit sur un prisme biréfringent; elles donnent deux images ordinaire et extraordinaire d'égale intensité. On a vu en effet que tout rayon elliptique reçu sur un analyseur dont la section principale est parallèle à ses axes se décompose en deux rayons dont la phase diffère de $\frac{\pi}{2}$, ou dont la différence de marche est $\frac{\lambda}{4}$, et dont les intensités sont proportionnelles aux carrés des longueurs de ces axes. Quand l'ellipse dégénère en un cercle, toute direction est celle des axes qui sont égaux, et les deux images sont égales en intensité.

2° Interposons entre le prisme de Fresnel et l'analyseur une lame mince cristallisée de $\frac{1}{4}$ d'onde, dont l'axe est Oy (*fig.* 190), et supposons que la vibration extraordinaire Oy



soit *en avance* de $\frac{\lambda}{4}$ sur la vibration ordinaire Ox après avoir traversé cette lame. Celui des deux rayons circulaires qui est de rotation droite ↗ se décompose dans cette lame en deux vibrations Oy et Ox ; la première est *en avance* de $\frac{\lambda}{4}$ sur la seconde; cette avance sera doublée à l'émergence et deviendra $\frac{\lambda}{2}$; toutes deux se composeront suivant MN, et le rayon sera polarisé suivant OA à 45° des axes de la lame mince, quelle que soit la direction qu'on leur aura donnée. Au contraire, le rayon circulaire gauche ↘ aura, en pénétrant dans la lame, une vibration Oy *en retard* de $\frac{\lambda}{4}$ sur Ox; ce retard se détruira en la traversant; la vibration résultante sera dirigée suivant OA, et le plan de polarisation sera suivant MN; l'expérience prouve en effet que les deux rayons sortis du prisme multiple de quartz et reçus sur une lame d'un quart d'onde dont l'axe est placé dans une direction quelconque se transforment en deux rayons polarisés rectangulairement, suivant des plans perpendiculaires entre eux, et à 45° de la section principale de la lame mince (¹).

(¹) Arago, répétant avec deux lames de quartz normales à l'axe et de rotation contraires l'expérience de la page 390**, avait cru démontrer l'interférence des rayons polarisés circulairement. Il observait un système de franges centrales qu'il attribuait à l'interférence des rayons circulaires de même rotation dans les deux quartz, deux systèmes de franges latérales qu'il faisait dépendre de l'interference des rayons circulaires de rotation inverse. Mais M. Righi [*Ricerche sperimentali sull' interferenza della luce* (*Mémoires de l'Académie des Sciences de Bologne*, 3ᵉ série, t. VIII; 1877), analysées dans le *Journal de Physique*, 1ʳᵉ série, t. VII, p. 24; 1878] a démontré que l'apparence observée, qu'on ne peut reproduire dans la lumière monochromatique, tient simplement à l'absence de certaines couleurs dans la lumière qui a traversé les quartz. On observe les mêmes franges en supprimant les quartz, et faisant disparaître certaines radiations, soit à l'aide d'un prisme et d'un écran ou d'un absorbant convenablement choisi. Il est, en effet, bien improbable que les rayons circulaires superposés, invoqués par la théorie de Fresnel, conservent en dehors du quartz une existence réelle qui leur permette d'interférer autrement que ne le feraient les vibrations rectilignes dans lesquelles on peut toujours les décomposer.

Ainsi la théorie de Fresnel a fait découvrir la double réfraction circulaire. Toutefois, on ne peut considérer les expériences que nous venons de signaler comme démontrant que le mécanisme de la polarisation rotatoire est nécessairement celui que Fresnel a invoqué. M. Gouy [1] a prouvé qu'on peut déduire le phénomène de la double réfraction circulaire de celui de la rotation du plan de polarisation accepté comme un fait. Toute interprétation satisfaisante du premier phénomène doit donc expliquer le second.

PILES DE MICA DE M. REUSCH. — THÉORIE DE M. MALLARD. — Une interprétation toute différente des phénomènes de la polarisation rotatoire a été suggérée par de remarquables expériences de M. Reusch.

En cherchant à imiter certaines anomalies présentées par les micas, Nörremberg avait été conduit à étudier l'action produite sur la lumière polarisée par des piles de lames de mica diversement constituées. Il avait reconnu que, si l'on empile un grand nombre de lames de mica biaxe de même épaisseur en croisant à chaque fois les sections principales, le système obtenu jouit des propriétés d'un cristal optiquement uniaxe. En suivant le même ordre d'idées, M. Reusch [2] est parvenu à imiter la polarisation rotatoire.

Superposons trois lames de mica de même épaisseur avec leurs sections principales à 60°. Ce triplet peut être réalisé de deux manières, suivant que pour passer d'une lame à la suivante l'axe du cristal se déplace dans le sens des aiguilles d'une montre ou en sens contraire (*fig.* 192 et 193). On peut maintenant superposer un grand nombre de triplets de même espèce et interposer le système ainsi formé entre un polariseur et un analyseur dans la lumière parallèle. Le pentagone intérieur offre les mêmes phénomènes qu'un quartz droit

---

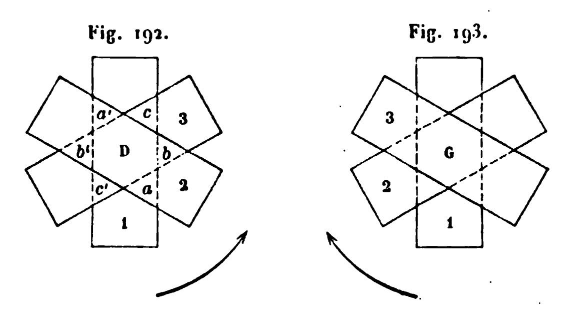
(1) Gouy, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XC, p. 992 et 1121; 1880.

(2) Reusch, *Pogg. Ann.*, t. CXXXVIII, p. 628. (*Voir* à ce sujet l'analyse très intéressante publiée par Bertin, *Ann. de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XX, p. 207; 1870.)



(*fig.* 192) ou qu'un quartz gauche (*fig.* 193). Au contraire, les pentagones extérieurs se comportent comme une lame de mica unique, et enfin les triangles *a*, *b*, *c*, *a'*, *b'*, *c'* offrent des phénomènes intermédiaires. En lumière convergente, la partie

Fig. 192. Fig. 193.



centrale des piles de mica de M. Reusch offre aussi les mêmes franges que présenteraient dans les mêmes conditions le quartz droit ou gauche équivalent. Il y a donc identité absolue de propriétés optiques.

L'imitation obtenue est d'autant plus parfaite que les lames superposées sont moins épaisses; elle serait rigoureuse pour le cas de lames infiniment minces, ainsi que l'a démontré M. Mallard (¹). On peut donc envisager un cristal doué du pouvoir rotatoire comme résultant de la superposition de lames biaxes d'épaisseur infiniment petite et dont les sections principales sont inclinées à 60°. Cette conception permettrait de se rendre compte aisément des anomalies observées dans un certain nombre d'échantillons de quartz et de quelques autres substances qu'on pourrait nommer *pseudo-rotatoires*. On rencontre, en effet, des quartz non homogènes dont certaines portions paraissent nettement biaxes; quant aux hyposulfates, M. Wyrouboff (¹) affirme qu'ils ne présentent qu'exceptionnellement le phénomène classique de la polarisation rotatoire.

Faut-il conclure de là que le mécanisme de la polarisation ro-

(¹) MALLARD, *Annales de l'École des Mines*, 7ᵉ série, t. X, p. 119; 1876 et mars-avril 1881.

(²) WYROUBOFF, *Annales de Chimie et de Physique*, 6ᵉ série, t. XVIII, p. 340; 1886.

tatoire est nécessairement celui des piles de M. Reusch? Il resterait alors à expliquer pourquoi les lames cristallines biréfringentes d'épaisseur moléculaire se groupent précisément d'après la loi de Reusch pour former un cristal unique.

PHÉNOMÈNES PRÉSENTÉS PAR LE QUARTZ DANS LA LUMIÈRE CONVERGENTE. — Quand on introduit une lame mince de quartz, entre un polarisateur et un analyseur, dans la lumière convergente, on observe les phénomènes généraux que donnerait toute autre lame uniaxe non douée du pouvoir rotatoire. Toutefois, quand on emploie une lame perpendiculaire à l'axe, on observe des particularités remarquables qui n'ont d'ailleurs d'effet sensible que jusqu'à une médiocre distance angulaire de l'axe.

M. Airy ([1]), qui a étudié ces phénomènes, invoque pour les expliquer une décomposition spéciale des vibrations, dont celle que Fresnel a proposée n'est qu'un cas particulier. Considérons deux vibrations elliptiques s'exécutant en sens inverses autour des mêmes axes Ox et Oy, et dont les composantes sont, pour la première,

$$(1)\qquad \begin{cases} x_1 = \cos\xi, \\ y_1 = k\cos\left(\xi - \dfrac{\pi}{2}\right), \end{cases}$$

et, pour la seconde,

$$(2)\qquad \begin{cases} x_2 = k^2\cos\xi, \\ y_2 = k\cos\left(\xi + \dfrac{\pi}{2}\right), \end{cases}$$

Ces deux ellipses (*fig.* 194) sont semblables et ont une dimension commune. Les deux composantes dirigées suivant l'axe des y se détruisent; les autres ont une résultante d'amplitude $1 + k^2$, équivalente à l'ensemble des deux elliptiques. M. Airy suppose que le quartz décompose toute vibration, se propageant dans une direction oblique à l'axe, en deux elliptiques

([1]) Airy, *Cambridge Trans.*, vol. IV, Part I, p. 79 et 198.



composants, représentés par les formules (1) et (2), et dont le dernier prend un retard égal à ρ :

$$x_1 = \cos\xi, \quad \searrow \qquad\qquad x_2 = k^2\cos(\xi - \rho), \quad \swarrow$$

$$y_1 = k\cos\left(\xi - \frac{\pi}{2}\right), \qquad y_2 = k\cos\left(\xi + \frac{\pi}{2} - \rho\right),$$

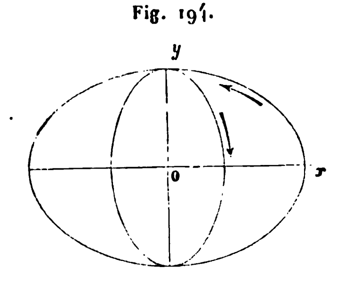
ou, pour une vibration incidente égale à 1,

$$x_1 = \frac{1}{1+k^2}\cos\xi, \quad \searrow \qquad\qquad x_2 = \frac{k^2}{1+k^2}\cos(\xi - \rho), \quad \swarrow$$

$$y_1 = \frac{k}{1+k^2}\cos\left(\xi - \frac{\pi}{2}\right), \qquad y_2 = \frac{k}{1+k^2}\cos\left(\xi + \frac{\pi}{2} - \rho\right).$$

Ces deux vibrations elliptiques se recomposent à la sortie du

Fig. 194.



cristal en une vibration elliptique unique dont les composantes sont

$$X = x_1 + x_2 = \frac{A}{1+k^2}\cos(\xi - \varphi),$$

$$A^2 = 1 + k^4 + 2k^2\cos\rho, \qquad \operatorname{tang}\varphi = \frac{k^2\sin\rho}{1+k^2\cos\rho},$$

$$Y = y_1 + y_2 = \frac{kB}{1+k^2}\cos\left(\xi - \frac{\pi}{2} - \varphi'\right).$$

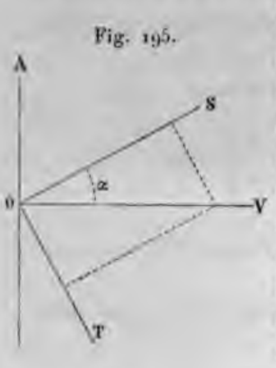
$$B^2 = 4k^2\sin^2\frac{\rho}{2}, \qquad \operatorname{tang}\varphi' = -\cot\frac{\rho}{2}.$$

Pour des rayons qui se propagent suivant l'axe, on doit avoir

$k=1$; on retombe sur l'hypothèse de Fresnel ; mais k décroît à mesure qu'on s'éloigne de l'axe et tend vers zéro pour des rayons suffisamment obliques.

Considérons maintenant une lame de quartz perpendiculaire à l'axe, placée entre deux nicols à l'extinction. La vibration incidente OV, polarisée dans un plan qui fait l'angle α (*fig.* 195) avec le plan d'incidence dont la trace est en OS, se décompose en deux, polarisées dans des azimuts rectangulaires, et ayant respectivement pour amplitudes $\cos\alpha$ et $\sin\alpha$. Chacune d'elles donnera dans le quartz deux vibrations elliptiques; nous avons donc à considérer à la sortie du cristal les quatre elliptiques

Fig. 195.



$$x_1=\sin\alpha\cos\xi,\qquad x_2=k^2\sin\alpha\cos(\xi-\rho),$$

$$y_1=k\sin\alpha\cos\left(\xi-\frac{\pi}{2}\right),\qquad y_2=-k\sin\alpha\cos\left(\xi-\rho-\frac{\pi}{2}\right),$$

$$y'_1=\cos\alpha\cos(\xi-\rho),\qquad y'_2=k^2\sin\alpha\cos\xi,$$

$$x'_1=k\cos\alpha\cos\left(\xi-\rho-\frac{\pi}{2}\right),\qquad x'_2=-k\cos\alpha\cos\left(\xi-\frac{\pi}{2}\right).$$

On a négligé dans l'écriture le facteur $1+k^2$, ce qui n'altère évidemment en rien les résultats.

Nous n'examinerons que le cas où les deux nicols sont à l'extinction.

La vibration de l'image extraordinaire a pour élongation

$$\begin{aligned}\mathrm{Y}&=\sin\alpha(y_1+y_2+y'_1+y'_2)-\cos\alpha(x_1+x_2+x'_2+x'_1)\\&=2k\sin\frac{\rho}{2}\cos\left(\xi-\frac{\rho}{2}\right)+(1-k^2)\sin2\alpha\sin\frac{\rho}{2}\sin\left(\xi-\frac{\rho}{2}\right)\end{aligned}$$

et pour intensité

$$\mathrm{I}=4k^2\sin^2\frac{\rho}{2}+(1-k^2)^2\sin^2 2\alpha\sin^2\frac{\rho}{2}.$$

Pour les rayons voisins de l'axe, $k = 1$, et la formule se réduit à

$$I = 4 \sin^2 \frac{\rho}{2}.$$

On a donc le long de chaque rayon vecteur des maxima et des minima qui ne dépendent que de la valeur de ρ, c'est-à-dire de l'épaisseur de quartz traversée.

Mais, pour les rayons éloignés, on a sensiblement $k = 0$,

$$I = \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\rho}{2}.$$

Le terme $\sin^2 2\alpha$ fournit une croix noire (pour $\alpha = 0$, $\alpha = 90°$); le second terme donne sensiblement les anneaux des uniaxes.

L'ensemble du phénomène observé ne différera donc de celui que présentent les autres uniaxes qu'en ce que la croix noire n'atteindra pas le centre (*Pl. IV, fig.* 3).

M. Airy a étudié d'une manière analogue une foule de cas intéressants. Nous nous bornerons à indiquer le suivant, qui est très caractéristique.

Quand on suppose deux quartz perpendiculaires à l'axe d'égale épaisseur et de rotations contraires, on observe quatre spirales partant du centre, où elles forment un rudiment de croix noire dont les bras rectangulaires ont une orientation variable axec l'épaisseur commune aux deux quartz. Elles tournent dans le même sens que le quartz placé du côté du polariseur et ont le rouge en dedans. Elles coupent obliquement les anneaux sur deux diamètres rectangulaires (*Pl. IV, fig.* 6).

Pas plus que l'interprétation de Fresnel, celle d'Airy ne possède un caractère de nécessité. M. Gouy ([1]) a, en effet, établi que tous ces phénomènes résultent de la superposition de la polarisation rotatoire, admise comme un fait, et de la double réfraction.

VARIATION DU POUVOIR ROTATOIRE DU QUARTZ AVEC LA TEMPÉRATURE. — Quand on élève la température d'une lame de quartz,

---

([1]) GOUY, *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 149; 1885.

son pouvoir rotatoire augmente. Cette variation, signalée d'abord par Dubrunfaut, a été étudiée par MM. Fizeau [1], V. von Lang [2], Sohncke [3] entre 0 et 100°, puis étendue par MM. Joubert [4] et Gernez [5], jusqu'à des températures très élevées. La méthode employée par M. Gernez est extrêmement sensible : elle consiste à placer deux quartz égaux, mais de rotations contraires, aux deux extrémités d'un tube, et à les orienter de manière que leur ensemble produise une rotation nulle. L'un d'eux est alors introduit au sein d'un foyer à température élevée, l'autre demeurant à l'extérieur, et, quand la température est stationnaire, on observe que la rotation du système est dans le sens de la rotation que produirait le quartz échauffé s'il était seul. Il suffit de la mesurer pour déterminer la variation du pouvoir rotatoire du quartz avec la température.

Les recherches de M. Joubert ont été poussées jusqu'à 1500°. Il opère sur une colonne de quartz placée dans un tube de porcelaine que l'on chauffe dans une étuve maintenue à température constante par les vapeurs de divers liquides [6]; le tube est fermé à ses extrémités, en dehors de l'étuve, par des glaces planes maintenues sensiblement à la température ordinaire. Le polariseur et l'analyseur sont placés de part et d'autre en dehors du tube.

Entre $-20°$ et $+100°$, le pouvoir rotatoire du quartz est représenté par la formule

$$\rho = \rho_0(1 + 0{,}000146324\,t + 0{,}0000000329\,t^2);$$

au delà, la variation est moins régulière, ainsi qu'on le verra par le Tableau suivant :

---

(1) Fizeau, *Recherches sur la dilatation et la double réfraction du cristal de roche* (*Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. II, p. 176; 1864).

(2) V. von Lang, *Annales de Poggendorff*, t. CLVI, p. 422; 1875.

(3) Sohncke, *Wied. Annal.*, t. III, p. 516; 1878.

(4) Joubert, *Journal de Physique*, 1re série, t. VIII, p. 5; 1879.

(5) Gernez, *ibid.*, 1re série, t. VIII, p. 57; 1879.

(6) Alcool, 76°,26; eau, 107°; aniline, 183°,5; mercure, 360°; soufre, 448°; cadmium, 840°. Pour produire une température de 1500°, on a eu recours à un fourneau inverse chauffé aux huiles lourdes de pétrole.

Température.	Pouvoir rotatoire de 1^{mm} de quartz	Coefficient moyen à partir de 0° $\frac{\rho - \rho_0}{t}$
°	°	
— 20	21,599	»
0	21,658	»
100	21,982	0,000149
350	23,040	0,000182
448	23,464	0,000186
850	25,259	0,000190
1500?	25,420	»

ROTATION DES RAYONS INFRA-ROUGES ET ULTRA-VIOLETS. — Desains a effectué, dès 1866, des recherches sur le pouvoir rotatoire du quartz pour les rayons infra-rouges; il les a complétées en 1877 (¹). La source employée est la lampe Bourbouze (²); les rayons qui en émanent sont dispersés par un prisme de flint, puis on mesure la rotation du plan de polarisation produite sur les rayons obscurs symétriques des diverses couleurs du spectre par rapport à la limite rouge du spectre visible. A cet effet, on reçoit sur une pile de Nobili de $0^m,001$ d'ouverture (³) la chaleur tamisée par deux grands nicols entre lesquels est placée une lame de quartz dextrogyre ou lévogyre, et on détermine par tâtonnements la position de l'analyseur pour laquelle la déviation du galvanomètre est nulle; on connaît alors approximativement la rotation D. Pour la déterminer avec plus de précision, on place successivement le polariseur à $D + 45°$ et à $D - 45°$: les effets thermoscopiques doivent être égaux. S'ils sont différents, a et b par exemple, l'équation

$$\cos^2 x = \frac{2}{a+b}$$

donne la différence x entre l'angle $D + 45°$ et celui qui mesure exactement la rotation cherchée.

(¹) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXXXIV, p. 1056.

(²) C'était environ la vingtième partie de l'étendue du spectre obscur.

(³) *Voir* p. 146**.

	Rotation des rayons obscurs qui, par rapport au rouge extrême, sont symétriques du					
	jaune.	jaune verdâtre.	vert bleuâtre.	bleu.	indigo violacé.	vio ava
Rotations par millimètre de quartz...........	6°,8	6°,0	2°,9	2°,08	1°,0	0°,

Pour la couleur obscure symétrique du violet avancé, la r tation produite par le quartz est cent trente-deux fois moindr que pour le violet du Tableau de Biot.

On n'a pas exécuté d'expériences spéciales sur la rotatio des rayons ultra-violets.

CHAPITRE X.

POLARISATION ROTATOIRE. — CAS GÉNÉRAL.

État sous lequel les corps présentent la polarisation rotatoire. — Pouvoir rotatoire moléculaire. — Effet de la température. — Cas des vapeurs. — Combinaisons. — Dispersion des plans de polarisation; cas de l'acide tartrique. — Relation entre la forme cristalline et le pouvoir rotatoire.

Applications. — Saccharimétrie. — Saccharimètre de Soleil. — Polaristrobomètre de Wild. — Polarimètres à pénombres de MM. Jellett et Cornu. — Saccharimètre de M. Laurent. — Liste des substances organiques qui présentent le pouvoir rotatoire.

ÉTAT SOUS LEQUEL LES CORPS PRÉSENTENT LA POLARISATION ROTATOIRE. — I. Le pouvoir rotatoire du quartz est lié à sa forme cristalline. Ni la silice en gelée, ni les opales, ni les agates, ni les globules de quartz fondus au chalumeau ne possèdent cette propriété. Diverses substances, soit minérales, soit organiques, se placent à côté du quartz et font tourner le plan de polarisation de la lumière quand elles sont cristallisées. M. Des Cloizeaux a reconnu l'existence de cette propriété dans le sens de l'axe optique pour le cinabre, qui appartient au système du prisme droit à base carrée, et M. Marbach l'a constatée, suivant toutes les directions, dans les cristaux de bromate et de chlorate de soude et dans ceux d'acétate d'urane et de soude et de sulfantimoniate de soude, qui appartiennent au système cubique. Cette liste s'est encore étendue, grâce à divers expérimentateurs, mais ne contient encore qu'un nombre de corps assez restreint, comme on le verra par le Tableau suivant emprunté à M. Wyrouboff (1).

---

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. VIII, p. 353; 1887.

Nous y joignons, à titre de renseignement et d'après M. Landolt, les valeurs de la rotation produite pour le jaune moyen ou pour la raie D, par une épaisseur de la substance égale à 1^{mm}.

SUBSTANCES					
hexagonales ou rhomboédriques. A		quadratiques. B.		cubiques. C.	
	° ′		° ′		
1. Quartz...........	21.67 (D)	1. Sulfate de strychnine...........	″	1. Chlorate de soude.	[illegible]
2. Cinabre..........	32. 5 (D)	2. Diacétyl-phénol-phtaléine.......	19. 7 (D)	2. Bromate de soude.	[illegible]
3. Maticocamphre...	2. 4 (D)	3. Carbonate de guanidine...........	14.35 (D)	3. Acétate uranosodique............	[illegible]
4. Hyposulfate de potasse.........	8.39 (D)	4. Sulfate d'éthylène-diamine........	″	4. Sulfo-antimoniate de soude.......	[illegible]
5. Hyposulfate de rubidium.......	″			5. Alun d'amylamine.	[illegible]
6. Métaperiodate de soude..........	″				
7. Benzile..........	24.92 (D)				
8. Hyposulfate de plomb.........	5.53 (D)				
9. Hyposulfate de strontium......	1 64				
10. Hyposulfate de calcium...........	2. 9				

On doit noter que, d'après M. Wyrouboff, les valeurs de α sont loin d'être bien déterminées pour plusieurs de ces substances. Il est probable que, dans un certain nombre de cas, le pouvoir rotatoire apparent n'est que le résultat de macles qui présentent accidentellement à l'observateur des empilements de lames cristallines analogues aux piles de Reusch. L'épaisseur de ces lames étant quelconque, on n'aura pas un pouvoir rotatoire parfait, et la valeur de α mesurée variera d'un échantillon à un autre. M. Wyrouboff est porté à généraliser ces observations; mais il paraît bien difficile d'admettre que les choses se passent ainsi pour le quartz, par exemple, dont les échantillons les plus purs présentent une remarquable constance dans leurs propriétés optiques.



Plusieurs des cristaux que nous avons signalés présentent une dissymétrie particulière, sur laquelle nous reviendrons.

II. Un très grand nombre de substances organiques (1) présentent le pouvoir rotatoire dans toutes les directions, à l'état amorphe ou en dissolution : elles ne le présentent pas à l'état cristallisé. Il est évident que dans ce cas le pouvoir rotatoire appartient aux molécules mêmes de la substance active, et il y a lieu d'étudier les lois spéciales de la rotation produite, suivant la concentration, l'état solide, liquide ou gazeux de la substance, etc. Tel est l'objet spécial de ce Chapitre.

III. Deux substances seulement offrent à la fois le pouvoir rotatoire à l'état liquide et à l'état cristallisé : ce sont le sulfate de strychnine (2) et l'alun d'amylamine (3). On peut penser que des causes toutes différentes agissent pour produire la rotation sous les deux états et qu'il n'y a là qu'une coïncidence fortuite.

POUVOIR ROTATOIRE MOLÉCULAIRE. — Considérons une substance qui jouit du pouvoir rotatoire à l'état liquide. Pour expliquer l'ensemble des phénomènes observés, on a été conduit à admettre que chaque molécule possède, par sa constitution même, un pouvoir rotatoire propre qui peut bien varier avec l'orientation de la molécule elle-même; mais, comme dans une épaisseur suffisante du liquide il y a des molécules dans toutes les situations, on peut les considérer comme ayant chacune un pouvoir rotatoire moyen égal à la moyenne de l'action totale que leur ensemble exerce. Dès lors la rotation du plan de polarisation produite par un milieu liquide sera nécessairement proportionnelle au nombre des molécules rencontrées par un rayon, c'est-à-dire à la densité de la substance active. Dissolvons un poids ε de cette substance dans un poids $1-\varepsilon$ d'un milieu inactif; si δ est la densité du mélange, le volume

(1) *Voir* leur liste à la fin du Chapitre.
(2) Des Cloizeaux, *Ann. de Pogg.*, t. CII, p. 474.
(3) Le Bel, *Ber. d. Deutschen Chem. Gesellschaft*, t. V, p. 39.

total sera $\frac{1}{\delta}$, et la densité du corps actif amené à ce volume sera

$$x = \frac{\varepsilon}{\frac{1}{\delta}} = \varepsilon\delta.$$

On devra avoir, pour la rotation A,

$$A = K l \varepsilon\delta.$$

K serait la rotation de l'un des rayons simples, le rouge par exemple, si l'épaisseur l était égale à l'unité, la proportion de matière active ε égale à l'unité, et sa densité δ égale aussi à l'unité. K est ce que Biot a nommé le *pouvoir rotatoire moléculaire*.

Si l'on mêle deux substances actives, la deuxième a une densité $(1 - \varepsilon)\delta$; sa rotation est

$$A' = K' l (1 - \varepsilon)\delta,$$

et, suivant que les rotations sont de même sens ou de sens contraires, la somme ou la différence de A et de A' sera la rotation totale

$$A \pm A' = l\delta[K\varepsilon \pm K'(1 - \varepsilon)].$$

Pour justifier ces formules, Biot a dissous dans de l'eau distillée des proportions ε de sucre égales à 0,3, 0,4, 0,5, .. ; il a mesuré la densité δ du mélange, puis déterminé la rotation A dans des tubes de longueur connue l. La formule précédente permettait de calculer K, et sa valeur était identique quel que fût ε. Bien plus, elle est restée la même quand on étudia le sucre d'orge pur, pour lequel ε est sensiblement égal à l'unité. Il en est de même quand on dissout l'essence de térébenthine dans des liquides inactifs : pour le prouver, Biot mesura dans un tube de longueur l la rotation d'un certain poids d'essence, puis il le versa dans un autre tube de même diamètre, mais plus long, qu'il acheva de remplir avec de l'éther. Dans ce second cas, la lumière traversait le même nombre de molécules, seulement elles étaient écartées par le dissolvant; or, on trouva que la rotation était demeurée la même, ce qui



exige que le pouvoir rotatoire moléculaire soit resté constant.

Cette loi n'est point absolue; en général, le pouvoir rotatoire moléculaire augmente un peu avec la proportion du dissolvant; quelquefois c'est l'inverse, comme pour le camphre. Mais ce sont les alcaloïdes organiques et leurs sels qui ont jusqu'ici offert les plus grandes déviations par rapport à la loi, ainsi qu'on le verra par les exemples suivants, empruntés à M. Oudemans [1] :

Substance active.	Dissolvant.	Concentration ε.	Pouv. rotatoire spécifique K.
Cinchonine	Alcool	0,006 à 0,005	228
Cinchonine	Chloroforme	0,004 à 0,005	212
Brucine	Alcool	0,054	35
Brucine	Chloroforme	0,019	127
Brucine	Chloroforme	0,049	119
Azotate de cinchonine ..	Eau	0,020	154
Azotate de cinchonine ..	Alcool	0,022	1

L'addition de $\frac{1}{300}$ d'alcool élève de plus de 4° le pouvoir rotatoire de la solution de cinchonine dans le chloroforme.

Effet de la température. — Le pouvoir rotatoire moléculaire change avec la température. M. Gernez [2] a montré que pour les essences d'orange, de bigarade et de térébenthine, il diminue, contrairement à ce qui a lieu pour le quartz et le chlorate de soude [3], et s'exprime par la formule

$$K = a - bt - ct^2.$$

Voici les valeurs de K pour la raie D :

Essence d'orange	$115,91 - 0,1237\,t - 0,000016\,t^2$
» de bigarade	$118,55 - 0,1175\,t - 0,000216\,t^2$
» de térébenthine	$36,61 - 0,004437\,t$

---

[1] *Ann. de Poggendorff*, t. CXLVIII, p. 337, et *Journal de Physique*, 1re série, t. II, p. 223; 1873.

[2] Gernez, *Sur le pouvoir rotatoire des liquides actifs et de leurs vapeurs* (*Annales de l'École Normale*, t. I, p. 1).

[3] Pour ce dernier corps, les mesures ont été réalisées par M. Sohncke (*Wied. Ann.*, t. VIII, p. 516; 1878); la variation du pouvoir rotatoire est bien plus accusée qu'avec le quartz.

Le rapport des déviations du plan de polarisation pour deux couleurs simples est sensiblement en raison inverse du carré de leurs longueurs d'onde pour l'essence de térébenthine. Avec celles d'orange et de bigarade, il suit une autre loi; mais, pour une substance donnée, ce rapport demeure constant quelle que soit la température.

CAS DES VAPEURS. — S'il est vrai que la propriété rotatoire des liquides tienne à la constitution de la molécule elle-même, elle ne doit pas changer quand la substance change d'état physique. Biot essaya de le démontrer en 1818. Il disposa à cet effet un long tube fermé par des glaces, dans lequel il fit passer un courant de vapeur d'essence de térébenthine. Il reconnut que le plan de polarisation tournait vers la droite; mais, au moment où il se préparait à mesurer la rotation, une fuite se fit à l'appareil, la vapeur s'enflamma et mit le feu au plafond de l'Orangerie du Luxembourg, où l'expérience avait été établie. Cette expérience, demeurée incomplète, a été reprise par M. Gernez. Le tube qu'il employait n'avait que 4^m de longueur, il était enveloppé d'un manchon rempli d'huile et chauffé par une rampe de gaz; les rotations déterminées par la vapeur étaient mesurées pour chaque raie par la méthode de MM. Fizeau et Foucault. M. Gernez trouva d'abord que la dispersion des vapeurs du camphre, des essences d'orange, de bigarade et de térébenthine était, à toute température, la même que celle de ces mêmes substances à l'état liquide, bien qu'elle fût inégale pour chacune d'elles. Il mesura ensuite le pouvoir rotatoire moléculaire de ces vapeurs, calcula par les formules précédentes celui qu'auraient, à la même température, les liquides correspondants, et trouva ainsi deux valeurs identiques. Le changement d'état physique, qui ne fait qu'écarter les molécules sans les modifier intimement, n'a donc aucune influence sur leur pouvoir rotatoire propre.

COMBINAISONS. — Toute substance active qui se combine communique son activité à la combinaison : ainsi les tartrates, les sels formés avec les alcalis organiques, les combinaisons des sucres, celles des essences font tourner le plan de polarisa-



tion; mais, si la propriété persiste, le pouvoir rotatoire moléculaire ne reste pas le même, il change de valeur, quelquefois de sens. *A fortiori* voit-on se modifier la faculté rotatoire quand la molécule se modifie. Lorsqu'on traite l'amidon par les acides, il se transforme d'abord en une sorte de gomme qui est soluble dans l'eau et fait tourner le plan de polarisation vers la droite, ce qui lui a fait donner le nom de *dextrine;* l'acide, continuant son effet, change ensuite la dextrine en glucose, qui possède la rotation gauche. De même, le sucre de canne traité par l'acide sulfurique passe à l'état de glucose, et de dextrogyre il devient lévogyre. Ce qu'il y a de remarquable dans ces exemples, c'est qu'en général les corps qui dérivent d'une molécule active conservent l'activité rotatoire malgré la transformation de cette molécule.

DISPERSION ANOMALE DES PLANS DE POLARISATION. — ACIDE TARTRIQUE. — L'acide tartrique, dissous dans e pour 100 d'eau, d'esprit de bois ou d'alcool, présente des anomalies singulières. Pour chaque couleur simple le pouvoir rotatoire moléculaire K_1 varie, à la température ordinaire, suivant la formule

$$K_1 = P + Ne.$$

Voici pour chacune des raies du spectre les valeurs de P et de N. Le signe + correspond à la rotation droite :

	P.	N.
	°	°
C..........	+ 2,75	+ 9,45
D..........	+ 1,95	+ 13,03
E..........	+ 0,15	+ 17,51
b..........	− 0,83	+ 19,15
F..........	− 3,60	+ 23,98
G..........	− 9,61	+ 31,44

1° Si l'acide ne contient point d'eau, $K_1 = P$; la rotation se fait vers la droite pour les couleurs comprises entre les raies A et E, et vers la gauche pour la deuxième partie du spectre, de *b* à H; c'est ce que Biot a constaté en étudiant des plaques transparentes amorphes de cet acide, qui avaient été préparées par Laurent.

2° Quand la dissolution contient des poids égaux d'acide et d'eau, la rotation se fait vers la droite pour toutes les couleurs; elle augmente depuis le rouge jusqu'à la raie E, elle diminue depuis D jusqu'à H : il en résulte une dispersion entièrement anomale, des successions de couleurs tout à fait irrégulières, et il est impossible d'utiliser la teinte de passage.

3° Quand on compare deux solutions inégalement concentrées, leur dispersion est entièrement dissemblable.

4° Lorsque la quantité du dissolvant augmente, le deuxième terme Ne de l'équation précédente est prédominant, la rotation devient de plus en plus grande à mesure que la réfrangibilité diminue, et le phénomène semble rentrer dans le cas général.

Ces faits perdent leur singularité si l'on admet, comme Jamin l'a proposé en 1842, que l'acide tartrique se sépare dans l'eau en deux composés chimiquement définis, mais dont les proportions sont ε et ε' et les pouvoirs rotatoires K et K'. Alors la formule précédemment établie pour les rotations de deux milieux actifs mêlés donne

$$A + A' = l\delta(K\varepsilon + K'\varepsilon');$$

donc le pouvoir moléculaire K_1 du mélange serait

$$K_1 = K\varepsilon + K'\varepsilon'.$$

Si l'on suppose que ε croisse et ε' décroisse proportionnellement à la quantité d'eau e, et qu'on pose $\varepsilon = 1 + me$, $\varepsilon' = 1 - ne$, on aura

$$K_1 = K(1 - me) + K'(1 - ne) = K + K' + (Km - K'n)e;$$

les irrégularités de la dispersion pourraient provenir de ce que $K + K'$ serait positif pour les couleurs peu réfrangibles et négatif pour les autres.

RELATION ENTRE LE POUVOIR ROTATOIRE ET LA FORME CRISTALLINE. — Il n'y a pas de relation connue bien précise [1] entre la

(1) MM. Le Bel (*Bulletin de la Société chimique*, 2e série, t. XXII, p. 337; 1874) et Van't Hoff (*Bulletin de la Société chimique*, 2e série, t. XXIII, p. 295;



constitution chimique d'une part, d'autre part l'existence et le sens du pouvoir rotatoire moléculaire. Il n'en est pas de même en ce qui concerne la forme que présentent les cristaux des substances actives, lesquels, comme on le sait, ne possèdent pas le pouvoir rotatoire. Une relation que nous signalerons ultérieurement pour le quartz et le chlorate de soude, actifs seulement à l'état cristallisé, se retrouve en général dans les cristaux des substances actives à l'état liquide.

En dissolution, tous les tartrates sont actifs et dextrogyres. Prenons en particulier le tartrate de soude et d'ammoniaque. Sa forme primitive est celle d'un prisme droit P′MT à base rectangulaire (*fig.* 196). Il a toujours sur ses sommets b, b', b'', b''' quatre facettes qui, si elles étaient prolongées, formeraient un tétraèdre irrégulier. La loi de symétrie d'Haüy exigerait que les autres sommets a, a', a'', a''' eussent aussi des facettes disposées de la même manière; cependant elles ne se présentent jamais. Alors le cristal est dit *hémièdre*.

Supposons que l'observateur se place sur la base P′, en avant du cristal, et qu'il regarde la face M : il verra la facette b vers sa droite et en haut de son corps. M. Pasteur (¹) convient d'exprimer ceci en disant que l'hiémiédrie est à droite.

On peut figurer maintenant le cristal P′M′P″T′ qui serait égal au précédent et juxtaposé, et l'on peut imaginer qu'il ait des facettes sur les sommets qui n'en avaient pas au premier cristal, c'est-à-dire en $\beta, \beta', \beta'', \beta'''$, et qu'il n'en ait pas à ceux

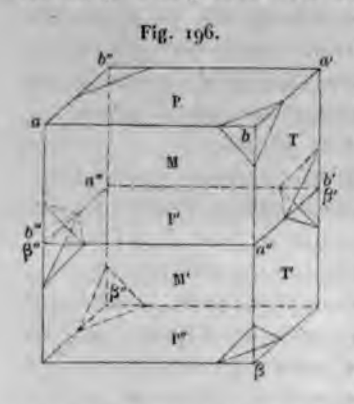
---

1875) ont cependant donné une règle qui paraît s'appliquer dans la plupart des cas, mais qui est liée à une conception particulière sur le groupement atomique dans les composés organiques. D'après Van't Hoff les substances actives contiennent toujours un ou plusieurs atomes de charbon dissymétriques; les substances qui n'en contiennent pas ne présentent pas le pouvoir rotatoire. Mais on connaît un grand nombre de corps qui, d'après la manière de voir de M. Van't Hoff, contiennent des atomes de charbon dissymétriques et qui n'offrent pas le pouvoir rotatoire (*voir* le Traité publié par M. H. Landolt sous le titre *Das optische Drehungsvermögen organischer Substanzen und die praktische Anwendungen desselben;* Braunschweig, 1879).

(¹) PASTEUR, *Recherches sur les relations qui peuvent exister entre la forme cristalline, la composition chimique et le sens de la polarisation rotatoire* (*Annales de Chimie et de Physique,* 3ᵉ série, t. XXIV, p. 442; t. XXXI, p. 67; t. XXXVIII, p. 437; 1848-1853).

où précédemment on en voyait. Alors l'observateur placé sur la base P″, en avant du cristal, et tourné vers lui verrait une facette β‴ à sa gauche : ce serait l'hémiédrie gauche. Les deux cristaux seraient symétriques par rapport à la face P′. L'un serait l'image de l'autre dans le miroir P′, et il est aisé de voir que, de quelque manière qu'on les tourne, les deux cristaux ne seraient pas superposables.

Fig. 196.



Cela posé, M. Pasteur remarque que tous les tartrates ont des formes voisines des précédentes (*fig.* 197 et *fig.* 198), qu'ils ont tous l'hémiédrie droite qu'on voit en T, jamais l'hémiédrie gauche qui est dessinée en T′, qu'ils sont tous dextrogyres et jamais lévogyres. Voilà un premier rapprochement.

Gartner, de Thann, en extrayant les tartrates de potasse des vins, reconnut qu'en 1819 ces sels avaient exceptionnellement des propriétés nouvelles, qu'ils donnaient, par exemple, un sel de chaux insoluble au lieu du tartrate de chaux, qui est soluble. Il isola l'acide, trouva qu'il était isomère avec l'acide tartrique, que cependant il en différait par ses propriétés, et il le nomma acide *racémique*. Cette particularité ne s'est pas reproduite depuis cette époque et la source d'acide racémique semble être tarie.

Mitscherlich ([1]) découvrit ensuite que les racémates ne font point tourner le plan de polarisation.

Longtemps après, M. Pasteur reconnut que les racémates ont la même forme que les tartrates correspondants, mais qu'ils n'ont point d'hémiédrie. Ainsi, pas de pouvoir rotatoire, pas d'hémiédrie : second rapprochement qui s'ajoute au précédent.

Mais un de ces racémates, par une exception que M. Pasteur eut le bonheur de reconnaître, le racémate double d'am-

([1]) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*; 1844.



moniaque et de soude, se sépare par la cristallisation en deux sortes de cristaux qui offrent la même forme primitive, mais qui sont inversement hémièdres[1] : les uns ont l'hémiédrie droite, comme PMP', les autres l'hémiédrie gauche, comme M'P'P'' (*fig.* 197). En général, la forme des cristaux est plus complexe, comme dans les *fig.* 197 et 198; mais il y a toujours

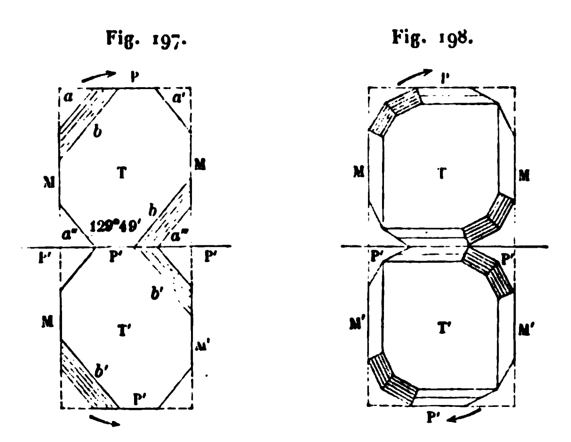


Fig. 197. Fig. 198.

deux sortes de formes hémièdres et symétriques : les unes T hémièdres à droite, les autres T' hémièdres à gauche.

M. Pasteur sépara les deux espèces de cristaux, les fit redissoudre, et trouva que les premiers, qui avaient l'hémiédrie droite, étaient dextrogyres, et les seconds, qui étaient hémièdres à gauche, étaient lévogyres. Il en conclut que l'hémiédrie non superposable est le signe du pouvoir rotatoire et que le sens de cette hémiédrie indique le sens de la rotation.

Il alla plus loin : il isola l'acide des dextroracémates, c'est-à-dire des cristaux qui avaient l'hémiédrie droite; c'était de l'acide tartrique. Les cristaux des lévoracémates lui donnèrent un acide nouveau, l'acide lévoracémique, isomère avec l'acide tartrique, mais lévogyre; le premier forme des sels qui font toujours tourner le plan de polarisation à droite et sont hémièdres à droite, le second des sels qui possèdent également le pouvoir rotatoire, mais à gauche, et qui sont hémièdres à gauche. Quand on mêle en quantités égales les deux acides

ou les sels qu'ils forment avec une même base, ils se combinent avec dégagement de chaleur, forment de l'acide racémique ou des racémates, mais ils n'ont aucun pouvoir rotatoire, et leurs cristaux n'ont aucune hémiédrie. Deux seulement se séparent par la cristallisation : celui que nous avons cité et le racémate double de soude et de potasse (¹).

Si l'hémiédrie non superposable est le caractère extérieur auquel on reconnaît les substances moléculairement actives, il est naturel de penser que les substances inactives qui acquièrent le pouvoir rotatoire en cristallisant prennent aussi une forme hémiédrique. Il y avait longtemps qu'Herschel avait en effet remarqué que le quartz est hémièdre. Cette substance cristallise en prismes hexaèdres droits terminés par des pyramides (*fig.* 199). Or on trouve dans certains échantillons, sur trois sommets alternes a, a', a'', trois facettes plagiédrales inclinées et penchant vers la droite ou vers la gauche de l'observateur qui les regarde. Sur la pyramide opposée se trouvent trois autres facettes; mais elles aboutissent aux arêtes b, b', b'' et sont tellement disposées, qu'en retournant le cristal de manière que l'observateur voie la deuxième pyramide, les trois facettes sont penchées comme les premières a, a', a''. Ce cristal est hémièdre, puisque la moitié seulement des sommets a, b, a', b', ... sont tronqués, et, comme les facettes sont plus inclinées vers la droite que vers la gauche,

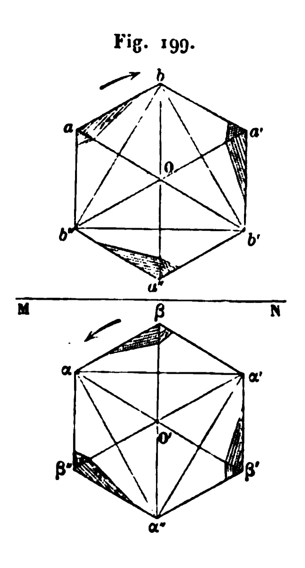
---

(¹) On avait admis pendant longtemps que le pouvoir rotatoire ne pouvait exister dans des substances organiques préparées artificiellement, mais seulement dans les corps produits sous l'influence directe de la vie, ou qui en dérivent immédiatement. M. Jungfleisch (*Journal de Physique*, 1re série, t. III, p. 237) est parvenu à préparer de toutes pièces un corps doué du pouvoir rotatoire. Partant du gaz oléfiant, qu'il est facile d'obtenir par synthèse, il l'a transformé en bibromure, puis en dicyanure d'éthylène, en acide succinique, en acide succinique bibromé, enfin en acide tartrique qui s'est trouvé, comme celui que l'on obtient à l'aide de l'acide succinique du commerce, formé d'acides racémique et tartrique inactifs. L'acide racémique a été ensuite changé en tartrate double de soude et d'ammoniaque, suivant la méthode de M. Pasteur : la liqueur a donné des cristaux droits et des cristaux gauches : leurs dissolutions séparées ont montré un pouvoir rotatoire identique à celui que M. Pasteur a indiqué. Tous les corps employés dans cette longue série d'opérations sont d'origine minérale.



nous dirons que c'est l'hémiédrie droite. Si maintenant nous prenons dans un miroir MN l'image du cristal O, nous aurons une deuxième forme hémièdre en O', de sens opposé et non superposable à la première. Elle se rencontre dans la nature aussi fréquemment que la première. Or. Herschel avait remarqué que l'hémiédrie droite entraîne le pouvoir rotatoire à droite, et l'hémiédrie gauche la rotation à gauche. Il y a même des cristaux mixtes formés de deux cristaux soudés et qui offrent des hémiédries inverses; aussi trouve-t-on, quand on les examine optiquement, qu'ils sont composés de deux parties, l'une dextrogyre, l'autre lévogyre.

Fig. 199.



Ce caractère de l'hémiédrie entraînant le pouvoir rotatoire avait donc été depuis longtemps signalé; Delafosse avait souvent annoncé qu'on retrouverait le même fait dans d'autres hémièdres, mais M. Pasteur a précisé cette condition en faisant remarquer qu'il y a deux sortes d'hémiédrie : l'une qui donne des cristaux superposables, l'autre des solides qui ne le sont pas; la seconde seule entraîne le pouvoir rotatoire.

Par exemple, si l'on suppose sur le prisme hexaèdre des facettes bab'', $ba'b'$, $b'a''b''$ et sur le sommet inférieur trois autres facettes semblables à l'extrémité des arêtes b, b', b'', on aura une hémiédrie, mais elle ne sera ni droite, ni gauche : elle donnera un rhomboèdre superposable à celui qu'on formerait par des facettes placées en β, β', β'', ... C'est ce qui se voit dans le spath, qui dérive par hémiédrie du prisme hexagonal et qui cependant n'a pas de pouvoir rotatoire.

C'est en suivant ces idées que M. Marbach ([1]) a découvert

([1]) *Annales de Poggendorff*, t. XCI, p. 482; t. XCIV, p. 412; t. XCIX, p. 451; 1853-1856.

la rotation des bromate et chlorate de soude, et de l'acétate d'urane et de soude. Ces cristaux sont cubiques, mais ils ont des facettes hémiédres qui répondent à des solides symétriques non superposables; ils offrent donc le caractère reconnu par M. Pasteur, et ils devaient faire tourner, comme ils font en effet tourner, le plan de polarisation, les uns à droite, les autres à gauche, suivant le sens de leurs facettes; mais, si l'on fait redissoudre des cristaux de la même variété pour les laisser cristalliser de nouveau, ils reproduisent des cristaux tournant à droite avec une hémiédrie dans un sens et d'autres qui tournent à gauche avec l'hémiédrie contraire; c'est donc un caractère qu'ils prennent en cristallisant, sans qu'on sache pourquoi, et qu'ils perdent quand on les dissout.

APPLICATIONS.

SACCHARIMÉTRIE. — Lorsque l'on connaîtra le pouvoir rotatoire moléculaire K d'une substance active, la densité δ de sa dissolution dans un liquide inactif, et qu'on aura mesuré la rotation A du plan de polarisation pour une longueur l, on pourra, par la formule $A = Kl\delta\varepsilon$, calculer ε, c'est-à-dire la proportion de cette substance contenue dans l'unité de poids du mélange. La principale application de ce principe est l'analyse des sirops sucrés; mais les appareils que l'on a imaginés dans ce but sont intéressants à étudier en eux-mêmes et se prêtent, d'ailleurs, à l'étude de la polarisation rotatoire d'une substance quelconque. Ils ont tous pour organe essentiel un polariscope assez sensible pour permettre de fixer avec précision la position du plan de polarisation. Ils ne se distinguent que par la nature du polariscope.

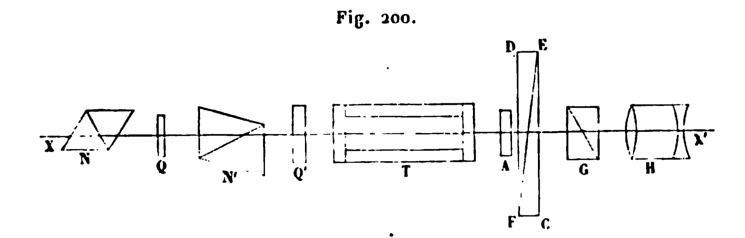
SACCHARIMÈTRE DE SOLEIL. — Dans cet appareil (*fig.* 200), le polariscope est une plaque de quartz à deux rotations Q'.

Un nicol N' polarise la lumière, puis vient la plaque à deux rotations, le tube T qui contient d'abord de l'eau, un quartz A de rotation droite, un double prisme CDEF formé de deux quartz à rotation gauche, un analyseur biréfringent G, et enfin une lunette de Galilée H visant en Q'.



Les deux prismes CEF, DEF sont mobiles au moyen d'une crémaillère. Quand on fait avancer leurs bases DE, FC vers l'axe de l'appareil, leur épaisseur totale augmente; elle diminue quand ils reculent. Pour une position convenable, ils annulent la rotation contraire du quartz A. Une division adaptée à la crémaillère marque alors zéro, et, lorsqu'ils s'éloignent de cette situation, la division fait connaître l'épaisseur de quartz excédante, soit du double prisme, soit de la lame A, ou l'équivalent de cette épaisseur en sucre de canne cristallisé. Plaçons l'appareil à zéro et fixons l'analyseur G dans le plan primitif de polarisation. Nous verrons à travers la plaque à deux rota

Fig. 200.



tions Q' deux moitiés d'images colorées de la teinte sensible. Emplissons maintenant le tube T avec le sirop sucré que nous voulons examiner : s'il tourne à droite, il agira comme si la plaque A était augmentée; alors on augmentera l'épaisseur des doubles prismes et la division fera connaître l'épaisseur réelle de sucre anhydre interposée dans le trajet.

Souvent le sirop est coloré. Il y a en N un premier nicol et en Q un quartz. En faisant tourner le système de ces deux pièces autour de l'axe de l'instrument, il se produit à travers N' une teinte déterminée qui altère la coloration de la lame sensible Q'; mais, si l'on choisit cette teinte complémentaire de la couleur du sirop, c'est comme si celui-ci était incolore.

Enfin, la plupart des sirops qu'on a à étudier dans les fabriques contiennent à la fois du sucre cristallisable et d'autres substances actives. C'est le premier seulement qu'il faut doser. Pour cela, on traite la liqueur par un centième de son poids d'acide chlorhydrique fumant et on la porte à l'ébullition, ce qui transforme le sucre en glucose qui fait tourner

le plan de polarisation à gauche. C'est comme si l'on avait supprimé de la liqueur le sucre cristallisable et qu'on y eût ajouté son équivalent en glucose. On calcule aisément son poids quand on a observé la valeur de la rotation avant et après cette inversion. Soient, en effet, K et K' les pouvoirs moléculaires du sucre de canne et du glucose, $\pm R$ la rotation totale produite par les substances étrangères actives mêlées à la solution; on a, avant et après l'inversion,

$$A = Kl\delta\varepsilon \pm R, \qquad A' = -K'l\delta\varepsilon \pm R;$$

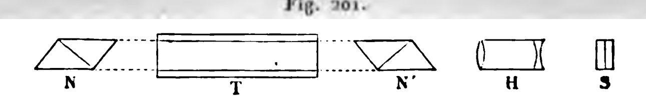
donc

$$A - A' = (K + K')l\delta\varepsilon,$$

$$\varepsilon = \frac{A - A'}{l\delta(K + K')}.$$

POLARISTROBOMÈTRE DE WILD (¹). — L'emploi de la plaque de quartz à deux rotations n'offre d'avantages sérieux qu'avec les substances dont la dispersion est la même que celle du quartz; ce cas, qui se présente pour le sucre de canne, fait

Fig. 201.



défaut pour beaucoup d'autres substances. Il faut alors avoir recours à l'emploi de lumière homogène et chercher un procédé qui dispense de l'emploi de la teinte sensible, tout en comportant une précision égale.

Dans le polaristrobomètre de Wild, l'organe sensible est un polariscope de Savart. C'est un système de deux lames de quartz taillées à 45° de l'axe et croisées; un analyseur parallèle à la bissectrice de l'angle des sections principales est fixé à ces quartz. Quand on fait tomber sur l'appareil de la lumière convergente partiellement ou totalement polarisée, on aperçoit une série de franges rectilignes parallèles à la section principale de l'analyseur et qui disparaissent, au moins dans

(¹) Wild, *Ueber ein neues Polaristrobometer*; Bern, 1865.

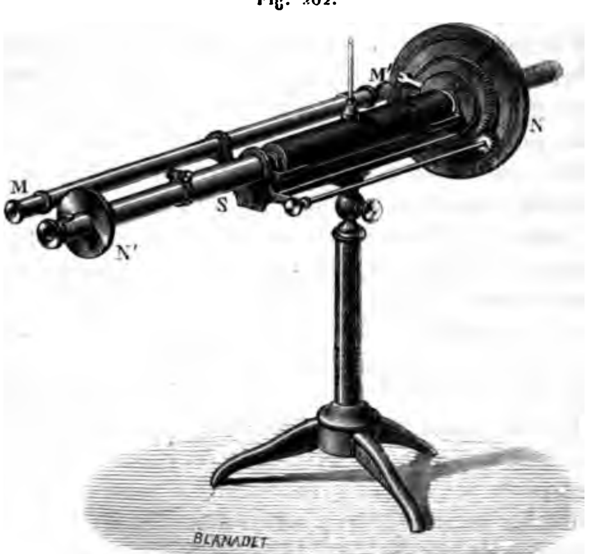


la partie centrale, quand l'analyseur est parallèle ou croisé avec le polariseur. Le phénomène est sensiblement aussi net dans la lumière homogène que dans la lumière blanche.

La disposition générale du polaristrobomètre de Wild est représentée par les *fig.* 201 et 202 (¹).

Le nicol polariseur N est mobile sur un cercle divisé (*fig.* 202), au moyen d'une vis dont le bouton est à la portée

Fig. 202.



de l'opérateur; on lit sa position à l'aide de la lunette MM'. L'analyseur est un nicol N', séparé de la double lame de quartz S avec laquelle il constitue le polariscope, par la lunette de Galilée H (*fig.* 201). Le tube destiné à recevoir le liquide actif se place en T entre le polariseur et l'analyseur.

POLARIMÈTRES A PÉNOMBRE DE MM. JELLETT ET CORNU. — M. Jellett (²) place entre le polariseur et l'analyseur un long rhom-

(¹) La *fig.* 202 a été gravée d'après l'ouvrage de Landolt, *Das optische Drehungsvermögen*, etc.

(²) Jellett, *Reports of the British Association*, t. II, p. 13; 1860.

boïde de spath que l'on a d'abord transformé en prisme droit en usant convenablement ses faces terminales, puis coupé dans le sens de sa longueur par un plan faisant avec la section principale un angle presque droit, enfin recollé en retournant les deux moitiés bout pour bout. Les deux moitiés P et Q du cristal étant ainsi disposées, leurs sections principales font entre elles un angle assez petit; quand l'une d'elles, P, coïncide avec la section principale de l'analyseur, supposé perpendiculaire au polariseur, l'image correspondante est complètement noire, tandis que l'autre moitié du champ est encore éclairée; l'inverse se produit quand la section principale de Q coïncide avec celle de l'analyseur. Il y a une position intermédiaire pour laquelle les deux moitiés de l'image offrent des intensités égales; on peut la saisir avec beaucoup de précision, et elle fournit un excellent point de repère.

M. Cornu (¹) a disposé un appareil analogue en remplaçant l'analyseur d'un appareil ordinairede po larisation par un nicol que l'on a coupé suivant le plan de la petite diagonale et usé sur les faces produites, de façon à les incliner l'une par rapport à l'autre de 5° environ; ces deux faces étant de nouveau réunies, on a réalisé un double nicol dont les sections principales font un angle de 5°. Quand l'une ou l'autre de ces sections principales coïncide avec celle du polariseur, le champ est partagé en deux moitiés, l'une noire, l'autre éclairée: pour une position intermédiaire, on réalise l'égalité d'éclat des deux moitiés du champ.

SACCHARIMÈTRE DE M. LAURENT (²). — Dans ce dernier appareil, la partie sensible se compose d'un diaphragme dont l'une des moitiés est vide, l'autre recouverte d'une lame mince de gypse ou de quartz parallèle à l'axe, et dont l'épaisseur est telle, qu'elle produit exactement une différence de marche d'une demi-onde pour la lumière jaune du sodium. L'axe de cette lame reçoit une orientation fixe à une distance angu-

(¹) Cornu, *Bulletin de la Société chimique*, 2ᵉ série, t. XIV, p. 140.
(²) *Journal de Physique*, 1ʳᵉ série, t. III, p. 183, et t. VIII, p. 164; 1874-79.



laire $\frac{\pi}{2} - \alpha$ de la section principale du polariseur, et l'on fait tourner l'analyseur de manière à obtenir un éclairement égal des deux moitiés du champ. Soit $\omega - \alpha$ l'angle des sections principales du polariseur et de l'analyseur, et prenons pour unité l'intensité de la vibration incidente. On a (p. 461**), pour l'intensité O^2 de l'image ordinaire des rayons qui ont traversé la lame,

$$O^2 = \sin^2(\omega - \alpha) + \sin 2\alpha \sin 2\omega,$$

tandis que l'intensité O'^2, pour les rayons qui ont traversé la partie vide du diaphragme, est

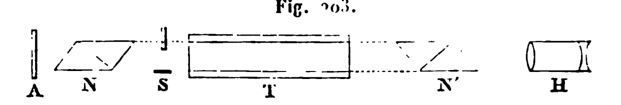
$$O'^2 = \sin^2(\omega - \alpha).$$

Quand on a fait varier ω de $-\alpha$ à $+\alpha$, on a

ω.	O^2.	O'^2.
$-\alpha$	o	$\sin^2 2\alpha$
o	$\sin^2\alpha$	$\sin^2\alpha$
$+\alpha$	$\sin^2 2\alpha$	o

L'égalité d'intensité se produit pour $\omega = 0$; pour une même variation de ω, la variation d'éclat des deux images sera d'autant plus marquée que α sera plus faible, pourvu que cet

Fig. 203.



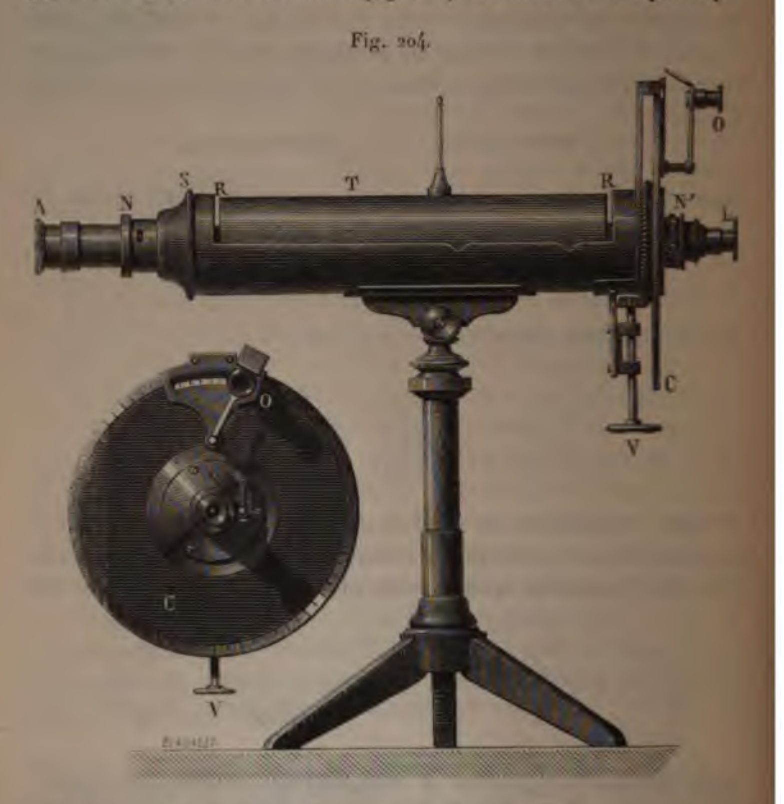
angle demeure supérieur à une certaine limite que l'expérience fixera, et au delà de laquelle les intensités seraient trop petites pour être exactement appréciées.

Les *fig.* 203 et 204 (²) représentent la disposition de l'appareil. En A est une lame de bichromate de potasse destinée à débarrasser la lumière jaune des rayons verts, bleus ou violets qui l'accompagnent dans la lumière quelconque employée;

(¹) La *fig.* 190 a été gravée d'après l'ouvrage de Landolt, *Das optische Drehungsvermögen*, etc.

N est un prisme biréfringent, S le diaphragme constituant la partie sensible, T le tube destiné à contenir le liquide actif, enfin N′ l'analyseur. La lunette, représentée par H dans la *fig.* 203 se voit en L dans la *fig.* 204. Le nicol N′ est porté par

Fig. 204.



un cercle divisé, de 0m,25 de diamètre, muni de verniers et d'un microscope pour la lecture des divisions.

Quand on emploie cet appareil comme saccharimètre, une graduation spéciale indique directement la quantité de sucre. On peut aussi employer la formule [1]

$$p = 0,747300\theta - 0,0017236\theta^2;$$

[1] Indiquée par Tollens (*Ber. der Chem. Gesellschaft*, t. X, p. 403).

p est le poids de sucre contenu dans 100gr de la dissolution, θ l'angle dont le plan de polarisation a tourné, évalué en degrés.

Le poids c de sucre contenu dans 100cc de la dissolution est donné par la formule

$$c = 0,75063\theta + 0,0000766\theta^2.$$

On emploie aujourd'hui les saccharimètres non seulement pour le dosage du sucre de canne, mais encore du glucose, du sucre de lait et des alcaloïdes du quinquina.

Liste des substances organiques présentant le pouvoir rotatoire, d'après Landolt.

SUBSTANCES.	ROTATION à droite.	ROTATION à gauche.	SUBSTANCES inactives.
Sucres $C^{24}H^{22}O^{22}$.	»	Sucres de canne, de lait, mycose, mélitose, mélézitose, maltose.	Synanthrose.
Sucres $C^{12}H^{12}O^{12}$.	Lévulose, sucre interverti, synanthrose intervertie, sorbine.	Dextrose (sucres de miel, de raisin, d'amidon, de salycine, d'amygdaline, de phloridzine, de gomme), galactose, eucaline.	Inosite.
Groupe de la mannite.	Mannite.	Nitromannite, mannitane, quercite, pinite, isodulcite.	Mannitose, quercitose, dulcite, nitrodulcite, érythrite.
Hydrates de carbone $C^{12}H^{10}O^{10}$.	Inuline, inuloïde, gomme arabique, gomme de *betterave*.	Amidon, xyloïdine, dextrine, glycogène, gomme arab., *gomme de fermentation*.	Cellulose, nitrocellulose.
Glycosides.	Amygdaline, ac. amygdalique (ext. ou non des amandes), salicine, populine, phloridzine, phlorétine, digitaline, cyclamine, coniferine.	Quinovine.	Glycyrrhizine, acide tannique (quelquefois actif).
Dérivés des groupes précédents.	Dérivés acétyliques de l'inuline. Alcool amylique de fermentation. Sels et éthers anhydres de l'ac. paralactique.	Dérivés acétyliques de dextrose, sucre de lait, mannite, amidon, acide saccharique. Dérivés des alcools, amyliques actifs, diamyle, ethylamyle, iodamyle, cyanamyle, amylamine, valérate d'amyle, aldehyde valérique, acides valérianique, caproïque. Acide paralactique.	Acid. lévulique, acid. mucique, alcools butylique et octylique de *fermentation*, huile de ricin, méthylamyle, hydrure d'amyle et amylène, extraits de l'alcool amylique actif.

SUBSTANCES.	ROTATION à droite.	ROTATION à gauche.	SUBSTANCES inactives.
Acides végétaux et corps correspondants.	Acide tartriq. gauche, sels de cet acide, tartramide gauche.	Acide tartrique droit, sels de cet acide, tartramide droit, acide métatartrique, acide ditartrique.	Acide racémique, acide tartrique obtenu par synthèse, acide pyrotartrique, acide nitrotartrique.
	Acide malique natur.	Acide malique de l'acide tartrique droit ou de l'asparagine.	Acide malique obtenu par synthèse.
	Malate d'ammoniaque dans l'eau.	Malate d'ammoniaque dans l'acide azotique.	Acides maléique, fumarique, succin.
	Malate acide de chaux dans l'eau.	Malate de chaux dans l'ammoniaque.	Acide citrique.
	Malamide.	Malate de zinc et antimoniate d'ammoniaque dans l'eau.	Acide citramalique.
	Asparagine en dissolution aqueuse ou alcoolique.	Asparagine en dissolutions acides.	Acides aspartique, fumarique, maléique.
	Acide aspartique en dissolutions alcalin[es].	Acide aspartique en dissolutions acides.	
	Acide glutarique.	Acide glutamique.	
	Acide quinique.	Acide quinovique en dissolutions alcalin[es].	
Terpène $C^{10}H^{16}$	Essence gauche de térébenthine ou térébenthène (extraite en France du *Pinus maritima*, à Venise du *Pinus Larix templinöl*, des *Pinus picea* et *pumilio*).	Essence droite de térébenthine ou australène (extraite en Angleterre et en Amérique du *Pinus balsamica australis* et *toeda*, en Allemagne du *Pinus abies nigra* et *sylvestris*).	Camphène, camphylène, térébène, térébilène, polytérébène, terpilène.
	Chlorhydrate de térébenthène, térécamphène.	Chlorhydrate d'australène, austrocamphène.	
	Hydrate liquide de terpilène.	Essences de citron, d'orange.	Hydrate solide de térébenthine.
Essences.	Essences de copahu, de cubebe, de lavande, de persil, de rue, de rose, de tanaisie, de thym, de genièvre.	Essence d'aneth, de cascarille, de camomille, de coriandre, de fenouil, de muscade, de myrthe, de sassafras.	Essences d'anis, de cassia, d'œillet, de cannelle, de thym, de gaultheria, d'amandes amères.
	Essences droites et gauches de poivre, de cumin, de romarin, de sauge, de sabine.		Essence de moutarde.

SUBSTANCES.	ROTATION à droite.	ROTATION à gauche.	SUBSTANCES inactives.
Résines.	Acides sylvique, pimarique, gaïacique.	Acide podocarpique.	
Camphres.	Camphre de matricaire, de menthe, de patchouli, de garance. Bornéol. Acide camphorique du camphre de matricaire, acide camphorique anhydre et ac. campholique du camphre droit.	Camphre des laurinées, de bornéol, de succin, de romarin, éthyl et amylcamphres. Acide camphorique du camphre des laurinées, sels de l'acide camphorique droit, acide camphique.	Essence de géranium, camphre de lavande, camphène, sulfocamphres.
Alcaloïdes.	Quinine, cinchonidine, morphine, narcotine dans l'alcool, pseudomorphine, thébaïne, papavérine, laudanine, strychnine, brucine, nicotine, atropine, aconitine, sels de ces bases.	Quinidine, cinchonine, quinicine, cinchonicine, narcotine en dissolutions acides, laudanosine, cicutine, pelosine, sels de ces bases.	Méconide, narcéine, hydrocotarnine, cryptopine, aricine, bétaïne, berbérine, vératrine, émétine, pipérine.
Substances amères, etc.	Santonine, acide santonique, picrotoxine; jalappine.	Hématoxyline.	
Matières de la bile.	Cholesterine.	Acide glycocholique, taurocholique, cholalique, choloïdinique, hyoglycocholique, hyocholoïdinique et lithofellique.	
Colles.	Gélatine, chondrine.		
Matières albumineuses.	Albumine du sérum, albumine de l'œuf, paralbumine, caséine, syntonine, peptone.		

Corps inactifs qui se dédoublent en deux corps actifs de sens inverses.

ACTIFS.		INACTIFS.	
Droits.	Gauches.	Combinaisons de molécules des modifications gauches et droites en nombre égal.	Résultats d'une autre disposition des molécules.
Acide tartrique droit.	Acide tartrique gauche.	Acide racémique.	Acide mésotartrique.
Acide malique, extrait de l'acide tartrique droit.	Acide malique naturel.	Acide malique de l'ac. racémique.	Acide malique de l'ac. succinique.
Camphre des laurinées.	Camphre de matricaire.	Camphre racémique.	
Acide camphorique du camphre des laurinées.	Acide camphorique du camphre de matricaire.	Paracamphre et camphre racémique ou camphre de lavande.	Mésocamphre.
Acide éthylidénolactique (paralactique) actif.			Acide éthylidénolactique inactif. Acide lactique de fermentation.

CHAPITRE XI.

THÉORIE MÉCANIQUE DE LA RÉFLEXION ET DE LA RÉFRACTION A LA SURFACE DU VERRE.

Théorie de Fresnel. — Cas de la lumière polarisée : 1° dans le plan d'incidence ; 2° dans le plan perpendiculaire. — Angle de polarisation. — Loi de Brewster. — Lumière polarisée dans un azimut A. — Mouvement du plan de polarisation. — Cas de la lumière naturelle. — Expérience de vérification. — Lois de la réfraction ; divers cas. — Loi d'Arago. — Théorème de M. Cornu. — Réflexion totale. — Théorie de Fresnel. — Vérifications.

Applications. — Appareils de polarisation de Biot et de Nörremberg. — Piles de glace. — Application à la photométrie. — Polarimètre d'Arago. — Spectrophotomètres.

THÉORIE DE FRESNEL (¹). — Soit AD (*fig.* 205) la surface qui sépare l'air d'un milieu AGD dont l'indice est n. Une portion d'onde plane AB, qui rencontre cette surface, donne naissance à deux autres ondes planes, l'une réfléchie DE, l'autre réfractée DG. Nous avons déterminé déjà leurs directions; nous voulons maintenant calculer leurs intensités et leurs phases. Ce problème a été résolu par Fresnel au moyen d'hypothèses simples et heureuses que nous allons reproduire.

A son arrivée en A, la vitesse vibratoire de toutes les molé-

(¹) *Mémoire sur les modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée*, présenté à l'Institut le 10 novembre 1817, et *Supplément*, présenté le 19 janvier 1818. — *Mémoire sur la réflexion de la lumière*, présenté le 15 novembre 1819. — *Mémoire sur la loi des modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée*, lu à l'Académie des Sciences le 7 janvier 1823, et diverses autres Notes. — *Œuvres de Fresnel*, t. I, p. 441 à 799.

cules situées sur le front AB de l'onde peut s'écrire

$$v = \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

En ce point A et au même moment, les vibrations des ondes réfléchie et réfractée pourront se représenter généralement par

$$u = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \varphi\right), \qquad w = b \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \varphi'\right);$$

le problème consiste à déterminer a, b, φ et φ'.

Fresnel commence par admettre que φ et φ' sont nulles, c'est-à-dire qu'au même moment et en un même point A les ondes incidentes réfléchie et réfractée sont dans la même phase de vibration. Cette hypothèse, que l'expérience ne justifie que dans des cas particuliers, réduit le problème à une extrême simplicité. Les trois vibrations deviennent

$$v = \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

$$u = a \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

$$w = b \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

et il n'y a plus qu'à trouver les paramètres a et b. Construisons les trois cylindres ABC, DEF, DGH, dont les hauteurs CB et EF d'une part, et GH de l'autre, soient égales aux longueurs d'onde λ et λ' dans les deux milieux; il est évident qu'ils seront parcourus par la lumière pendant le même temps T, qu'on pourra les décomposer en tranches élémentaires qui seront animées au même moment de toutes les valeurs que prennent les vitesses v, u, w quand la phase varie de $2\pi\lambda$, et que la somme des forces vives qui pendant un temps T anime ABC se répartit ensuite dans DEF et DGH.

Soient d et d' les densités de l'éther dans les deux milieux, s la section des cylindres ABC et DEF, s' la section de DGH. Considérons une tranche d'épaisseur dx prise à une distance x

de la surface dans le cylindre DGH; la masse d'éther comprise dans cette tranche est $d's'dx$, sa vitesse $b\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda'}\right)$, sa force vive $d's'dx\,b^2\sin^2 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda'}\right)$, la somme des forces vives que possèdent au même instant toutes les molécules du cylindre

$$d's'b^2\int_0^{\lambda'}\sin^2 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda'}\right)dx=\frac{d's'b^2}{2}\lambda'.$$

De même, les forces vives qui appartiennent aux cylindres ABC et DEF sont respectivement $\frac{ds\lambda}{2}$, $\frac{ds\,a^2\lambda}{2}$. Le principe de la conservation des forces vives est exprimé par la relation

$$\frac{ds\lambda}{4}=\frac{dsa^2\lambda}{4}+\frac{d's'b^2\lambda'}{4}$$

ou

$$\frac{1-a^2}{b^2}=\frac{d's'\lambda'}{ds\lambda}.$$

D'ailleurs

$$\frac{\lambda}{\lambda'}=\frac{\sin i}{\sin r},\qquad \frac{s}{s'}=\frac{\cos i}{\cos r};$$

par suite,

$$\frac{1-a^2}{b^2}=\frac{d'}{d}\frac{\sin r\cos r}{\sin i\cos i}.$$

En désignant par e et e' les élasticités de l'éther, les vitesses v et v' de propagation de la lumière dans les deux milieux sont égales respectivement à $\sqrt{\frac{e}{d}}$ et à $\sqrt{\frac{e'}{d'}}$. On ne sait pas suivant quelles lois varient e et e'; Fresnel en est réduit à faire une hypothèse que rien ne justifiera, si ce n'est le succès du résultat : il admet que $e=e'$, c'est-à-dire que l'élasticité de l'éther reste constante quand on passe d'un milieu à l'autre. Cela fait, on a

$$\frac{d'}{d}=\frac{v^2}{v'^2}=\frac{\sin^2 i}{\sin^2 r};$$

par suite,

$$\frac{1-a^2}{b^2}=\frac{\cos r}{\cos i}\frac{\sin r}{\sin i}\frac{\sin^2 i}{\sin^2 r}=\frac{\sin i\cos r}{\sin r\cos i}$$

et enfin

$$(1)\qquad 1-a^2=b^2\frac{\sin i\cos r}{\sin r\cos i}.$$

Pour trouver une seconde relation entre a et b, Fresnel fait remarquer que, pendant la propagation d'une onde dans un milieu homogène, deux molécules infiniment voisines ont au même moment des vitesses parallèles dont les amplitudes et les phases ne diffèrent que par des infiniment petits; il admet, pour satisfaire aux lois de la continuité, qu'il y a encore égalité entre les vitesses parallèles à AD dont sont animées deux molécules séparées par cette surface AD.

Supposons que l'onde primitive AB soit polarisée dans le plan d'incidence, qui est celui de la figure; alors les vibrations sont normales à ce plan; elles se projettent en A et D; elles sont parallèles à la surface AD, et il est évident qu'elles conserveront la même direction dans les ondes réfléchie et réfractée. Mais la tranche AD du milieu supérieur est animée des deux vitesses v et u incidente et réfléchie, tandis que la tranche en contact du second milieu n'a que la vitesse w. D'après l'hypothèse précédente, Fresnel admet que w est égale à $v+u$, d'où il il tire

$$(2)\qquad 1+a=b.$$

Quand l'onde est polarisée perpendiculairement au plan d'incidence, les vibrations sont dans ce plan et dirigées suivant AB, DE et DG; leurs composantes parallèles à AD sont $v\cos i$, $u\cos i$, $w\cos r$, et, puisqu'elles doivent être égales de part et d'autre de la surface, on pose

$$(30)\qquad (1+a)\cos i=b\cos r.$$

On remarquera que Fresnel ne s'occupe pas des composantes perpendiculaires à la surface : c'est un point que nous examinerons bientôt.

LUMIÈRE POLARISÉE DANS LE PLAN D'INCIDENCE. — Dans ce cas, les valeurs de a et b se trouveront en résolvant les équations (1) et (2)

$$(1)\qquad 1-a^2=b^2\frac{\sin i\cos r}{\sin r\cos i},$$

$$(2)\qquad 1+a=b.$$

On divise la première par le carré de la seconde, et l'on trouve

$$(3)\qquad \frac{1-a}{1+a}=\frac{\sin i\cos r}{\sin r\cos i},$$

$$(4)\qquad a=-\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}=\frac{\cos i-\sqrt{n^2-\sin^2 i}}{\cos i+\sqrt{n^2-\sin^2 i}},$$

$$(5)\qquad b=\frac{2\sin r\cos i}{\sin(i+r)}.$$

Les quantités totales de lumière dans les ondes incidentes réfléchie et réfractée sont représentées par leurs forces vives et proportionnelles à $ds\lambda$, $a^2 ds\lambda$, $b^2 d's'\lambda'$, ou à

$$1,\ a^2,\ b^2\frac{d'\lambda' s'}{d\lambda s}=b^2\frac{\sin i\cos r}{\sin r\cos i},$$

ou enfin, d'après l'équation (1), à

$$1,\ a^2,\quad 1-a^2.$$

On voit que l'onde réfractée est complémentaire de l'onde réfléchie.

Lorsque l'incidence croît de $i=0$ à $i=90°$, a augmente depuis $\frac{n-1}{n+1}$ jusqu'à 1, et l'intensité de la lumière réfléchie depuis $\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$ jusqu'à l'unité. Celle de la lumière réfractée décroît continuellement depuis $\frac{4n}{(n+1)^2}$ jusqu'à zéro.

On peut vérifier la formule au moyen de mesures photo-

métriques ; c'est la marche qu'a suivie Arago ([1]). Mais on peut tout aussi bien contrôler la théorie par la mesure, au moyen de la pile de Melloni, des quantités de chaleur réfléchies par le verre ; c'est ce que firent de la Provostaye et Desains ([2]), et leurs mesures sont conformes aux formules précédentes. Nous y reviendrons par la suite.

LUMIÈRE POLARISÉE PERPENDICULAIREMENT AU PLAN D'INCIDENCE. — Pour distinguer ce cas du précédent, désignons par a' et b' les coefficients de réflexion et de réfraction : il faut résoudre les équations

$$(1)\qquad 1 - a'^2 = b'^2 \frac{\sin i \cos r}{\sin r \cos i},$$

$$(3)\qquad (1 + a')\cos i = b' \cos r.$$

En divisant la première par le carré de la seconde,

$$\frac{1 - a'}{1 + a'} = \frac{\sin i \cos i}{\sin r \cos r},$$

$$a' = -\frac{\sin i \cos i - \sin r \cos r}{\sin i \cos i + \sin r \cos r} = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - n^2 \cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + n^2 \cos i},$$

$$(6)\qquad a' = -\frac{\operatorname{tang}(i - r)}{\operatorname{tang}(i + r)},$$

$$(7)\qquad b' = \frac{2 \sin r \cos i}{\sin i \cos i + \sin r \cos r}.$$

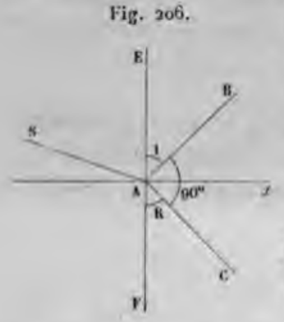
La quantité de lumière réfléchie est exprimée par a'^2. Pour $i = 0$, elle est $\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$, égale à celle qui se réfléchit normalement quand elle est polarisée dans le plan d'incidence. A mesure que i augmente, a'^2 diminue. Quand $i + r = 90°$, elle devient nulle. Elle augmente ensuite jusqu'à l'unité pour $i = 90°$. La quantité de lumière réfractée est complémentaire.

([1]) *Œuvres complètes*, t. X, p. 150, 185, 217, 448.

([2]) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. XXVII.

ANGLE DE POLARISATION. — LOI DE BREWSTER. — Il y a donc une incidence remarquable I pour laquelle la lumière polarisée perpendiculairement au plan d'incidence ne se réfléchit pas et se transmet totalement : c'est l'incidence de polarisation. Pour le verre, elle est sensiblement égale à 54° 35'. En général, elle est déterminée par la condition

Fig. 206.



$$I + R = 90°.$$

Soient SA (*fig.* 206) le rayon incident, AB et AC les rayons réfléchi et réfracté. Les angles I et R sont égaux à EAB et à CAF, et, puisque leur somme est égale à 90°, il faut que BAC soit un angle droit. Donc « l'incidence de polarisation est celle pour laquelle le rayon réfléchi est perpendiculaire au rayon réfracté ».

I et R étant complémentaires, sin R est égal à cos I. Donc

$$\frac{\sin I}{\sin R} = \frac{\sin I}{\cos I} = \operatorname{tang} I,$$

$$\operatorname{tang} I = n.$$

L'angle de polarisation est donc celui « dont la tangente est égale à l'indice de réfraction ». Avant les travaux de Fresnel, cette loi avait été découverte expérimentalement par Brewster, et elle porte son nom.

LUMIÈRE POLARISÉE DANS UN AZIMUT A. — MOUVEMENT DU PLAN DE POLARISATION. — Supposons que la surface réfléchissante soit verticale (*fig.* 207), que le plan d'incidence soit représenté par la ligne horizontale Ox, que le rayon incident se projette en O et que son plan de polarisation OM fasse un angle A avec Ox. La vibration incidente sera dirigée suivant OP ; elle pourra se décomposer en deux autres

$$OD = x = \sin A, \qquad OC = y = \cos A.$$



En se réfléchissant elles deviendront

$$OD' = x' = a' \sin A, \qquad OC' = y' = a \cos A;$$

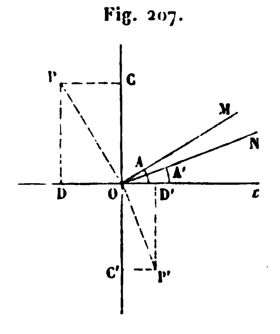
elles auront la même phase et seront les composantes d'une vibration unique OP′ faisant avec l'axe des y un angle A′; la tangente de A′ sera égale au rapport de x' à y' :

$$\tan A' = \frac{a' \sin A}{a \cos A} = \tan A \frac{\dfrac{\tan(i-r)}{\tan(i+r)}}{\dfrac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}},$$

$$(8) \qquad \tan A' = \tan A \frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)}.$$

$\dfrac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)}$ est une quantité égale à l'unité pour $i = 0$, décroissante quand i augmente, nulle si $i + r = 90°$, négative et croissante ensuite jusqu'à l'unité pour les valeurs de i qui augmentent jusqu'à 90°. Il en résulte que le plan de polarisation de la lumière réfléchie doit être confondu avec celui du rayon incident pour la réflexion normale, se rapprocher ensuite du plan d'incidence et se confondre avec lui sous l'angle de polarisation, s'en écarter de l'autre côté jusqu'à prendre une valeur égale et contraire à A pour $i = 90°$.

Fig. 207.



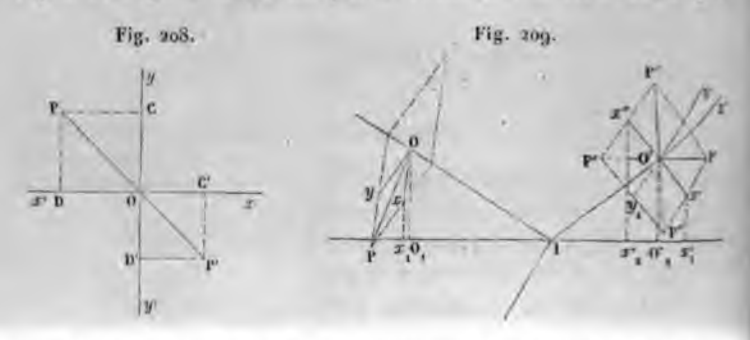
Or, Brewster avait découvert par l'expérience, antérieurement aux travaux de Fresnel, la loi des valeurs de A′ et l'avait exprimée par la formule

$$\tan A' = -\tan A \frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)},$$

qui est numériquement égale à celle de Fresnel, mais qui en diffère par le signe.

Cette contradiction vient de ce que nous n'avons pas tenu compte du changement de direction du rayon réfléchi.

Considérons d'abord le cas de l'incidence normale; supposons que le rayon incident vienne en O (*fig.* 208) vers l'observateur placé en avant de la figure et la regardant : la vibration se fera suivant le plan OP dans le quadrant yOx', vers la gauche de Oy. Par la réflexion, les deux vibrations OC, OD s'affaiblissent dans un même rapport, changent de signe et deviennent OC′, OD′. La vibration résultante OP′ est sur le prolongement de OP, et les deux plans de polarisation doivent être en réalité confondus, comme le veut la formule. Mais le rayon change de direction par la réflexion. Il en résulte que,


Fig. 208. Fig. 209.

pour le recevoir dans l'œil, l'observateur est obligé de se placer derrière le tableau en se retournant. Alors la vibration OP lui paraît être à la droite de Oy au lieu d'être à la gauche de cet axe; A se change en — A, mais c'est le changement de position de l'observateur qui cause ce changement de signe.

En général, soient OI un rayon incident quelconque (*fig.* 209), OP la vibration qu'on décompose en Oy, parallèle à la surface réfléchissante et perpendiculaire au plan d'incidence, et en Ox, située dans ce plan. Pour l'observateur placé en I, OP est à gauche de Oy; O_1x_1 est la projection de Ox sur la surface réfléchissante.

Le rayon se réfléchit en IO′, et l'observateur est placé en R′; la vibration y change de signe et devient y'. Quant à la composante x, il peut arriver trois cas :

1° Si l'incidence est plus petite que celle de polarisation, la projection O_1x_1, parallèle à la surface, change de signe par la réflexion et devient O'_1x'. $O'x'$ est la vibration dans le

plan d'incidence, et la résultante de y' et de x', OP', est à droite de Oy'; l'azimut de polarisation A' a donc un signe contraire à A.

2° Sous l'angle de polarisation, $O'_1 x'_1$ est nulle ainsi que $O'x'$, $O'y'$ est la vibration réfléchie, le plan de polarisation est confondu avec le plan d'incidence.

Fig. 210.



3° Pour une incidence supérieure à I, la projection $O'_1 x'_2$ est de même signe que $O_1 x_1$; la vibration $O'x'$ s'est changée en $O'x''$, et la résultante $O'P''$ de $O'x''$ et de $O'y'$ est à droite de Oy'; A' a le même signe que A.

On voit que les changements de position de l'observateur expliquent la contradiction de signe entre la formule qui résume l'expérience et celle de Fresnel.

Pour observer l'azimut A' du plan de polarisation du rayon

réfléchi, et en général pour toutes les expériences de réflexion et de réfraction, Jamin a fait construire le cercle représenté *Pl. III, fig.* 1, et qui a été décrit précédemment ([1]), seulement on place en a'' le tube M (*Pl. III, fig.* 2) qui porte un cercle azimutal sur lequel tourne un prisme de Nicol. La lumière partant de a', rendue parallèle par la lentille qui est en a'', se polarise ensuite dans un azimut A qu'on fait varier à volonté. Après avoir été réfléchie, elle est reçue dans l'appareil N (*Pl. III, fig.* 2), qui contient d'abord un second nicol mobile autour de l'axe pour mesurer l'azimut A′ du plan de polarisation après la réflexion, et ensuite une lunette qui vise à l'infini et donne l'image nette de l'ouverture a'. La substance réfléchissante est en D; on la fait affleurer au centre en élevant son support dans la coulisse H, et l'on règles on plan par les vis e, e, de telle sorte qu'en la faisant tourner autour d'un axe F parallèle au cercle, on ne déplace pas l'image réfléchie.

La *fig.* 210 montre l'appareil complet.

Rayon réfracté. — La réfraction produit des phénomènes analogues. Soient toujours (*fig.* 207) $x = \sin A$, $y = \cos A$ les deux composantes de la vibration incidente. En se réfractant, elles deviennent

$$x' = b' \sin A, \qquad y' = b \cos A$$

et sont les deux composantes horizontale et verticale d'une vibration unique polarisée dans un azimut A″; on a

$$\operatorname{tang} A'' = \frac{x'}{y'} = \frac{b'}{b} \operatorname{tang} A,$$

$$\frac{\operatorname{tang}^2 A''}{\operatorname{tang}^2 A} = \frac{1 - a'^2}{1 - a^2} = \frac{1 - \dfrac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)}}{1 - \dfrac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}}$$

$$= \frac{\sin^2(i+r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)} \left[\frac{\operatorname{tang}^2(i+r) - \operatorname{tang}^2(i-r)}{\sin^2(i+r) - \sin^2(i-r)} \right]$$

$$= \frac{1}{\cos^2(i-r)} \, \frac{\sin^2(i+r)\cos^2(i-r) - \sin^2(i-r)\cos^2(i+r)}{\sin^2(i+r) - \sin^2(i-r)}$$

([1]) Voir *Optique géométrique*, p. 18*.

et enfin

$$\operatorname{tang} A'' = \frac{\operatorname{tang} A}{\cos(i-r)}.$$

Si la plaque est à faces parallèles, le rayon polarisé dans l'azimut A″ rencontre la deuxième surface et sort de la plaque dans un azimut A_1 donné par la relation

$$\operatorname{tang} A_1 = \frac{\operatorname{tang} A''}{\cos(r-i)}$$

ou

$$(9) \qquad \operatorname{tang} A_1 = \frac{\operatorname{tang} A}{\cos^2(i-r)}.$$

Comme les précédentes, cette formule a été découverte expérimentalement par Brewster [1]. Elle se vérifie au moyen du même appareil.

Réflexion de la lumière naturelle. — Un rayon de lumière naturelle peut se décomposer en deux autres qui sont indépendants, dont l'intensité est égale à $\frac{1}{2}$ et qui sont polarisés parallèlement et perpendiculairement au plan d'incidence. Chacun d'eux se réfléchit suivant les formules précédentes, et leurs intensités s'ajoutent; on a donc, pour la quantité totale de lumière réfléchie,

$$(10) \qquad L = \frac{1}{2}\left[\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)} + \frac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)}\right].$$

Les deux termes du second membre représentent l'intensité des faisceaux polarisés dans le plan d'incidence ou perpendiculairement. Si tous deux étaient égaux, ils reproduiraient de la lumière naturelle; mais le second étant plus faible, excepté sous les incidences rasante et normale, il y a un excès de lumière polarisée dans le plan d'incidence.

Quand $i+r$ sera égal à 90°, le terme $\frac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)}$ sera nul

---

[1] Brewster, *On the laws which regulate the polarisation of light reflection from transparent bodies* (*Phil. Trans.*, p. 125; 1815).

et le faisceau réfléchi entièrement polarisé dans le plan d'incidence. C'est pour cette raison qu'on a nommé ***angle de polarisation*** l'incidence I qui satisfait à la relation

$$I + R = 90°.$$

Au moyen du cercle divisé que nous avons décrit, on pourra mesurer l'angle de polarisation en cherchant l'incidence qui satisfait à l'une des trois conditions suivantes : 1° de polariser complètement la lumière naturelle incidente; 2° d'éteindre totalement un rayon polarisé perpendiculairement au plan d'incidence; 3° de faire coïncider avec ce plan d'incidence celui de la polarisation du rayon réfléchi, quel que soit l'azimut A de la lumière incidente.

On peut vérifier toutes les formules au moyen de l'appareil représenté au n° 7 du banc d'optique (*Pl. I*); δ est une simple glace de verre. Un faisceau $\varepsilon\delta$ se réfléchit dans l'axe *mn*; on peut l'analyser avec un nicol placé en *n*, et l'on trouve qu'il est polarisé pour une incidence $i = 54°,35$. On peut faire tomber un faisceau $\alpha\beta$ sur une première glace métallique β qui ne le polarise pas, puis sur une seconde γ parallèle à β, qui est en verre noirci, et qui fait un angle de 54°,35 avec l'axe XX. Elle réfléchit et polarise la lumière qui est ensuite reçue sur la glace δ où elle est réfléchie une seconde fois en quantité donnée par la formule suivante, où A est l'angle de deux plans,

$$R = \frac{\tan^2(i-r)}{\tan^2(i+r)}\sin^2 A + \frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}\cos^2 A,$$

et si l'incidence est telle que $i + r = 90°$,

$$R = \frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}\cos^2 A,$$

quantité qui est maximum lorsque $A = 0$ et nulle si $A = 90°$.

RÉFRACTION DE LA LUMIÈRE NATURELLE. — Si le faisceau incident est égal à l'unité, on pourra le décomposer comme précédemment en deux autres égaux à $\frac{1}{2}$, polarisés dans les azi-

muts o et 90° qui donneront, par la réfraction, un faisceau total

$$(11)\quad T = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}\right] + \frac{1}{2}\left[1 - \frac{\text{tang}^2(i-r)}{\text{tang}^2(i+r)}\right].$$

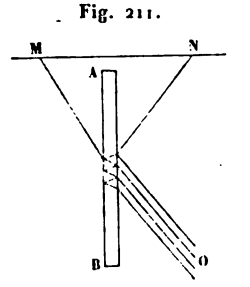
Le premier terme exprime la lumière polarisée dans le plan d'incidence; il est plus petit que le second qui exprime la lumière polarisée perpendiculairement. Donc, par une seule réfraction, la lumière est partiellement polarisée dans ce plan perpendiculaire au plan d'incidence.

La formule précédente s'écrit

$$T = 1 - \frac{1}{2}\left[\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)} + \frac{\text{tang}^2(i-r)}{\text{tang}^2(i+r)}\right] = 1 - R.$$

Loi d'Arago [1]. — Les rayons réfléchi et réfracté sont donc complémentaires, et l'excès de lumière polarisée dans le plan d'incidence par réflexion est égal à l'excès de lumière polarisée perpendiculairement par réfraction. Cette loi a été découverte par Arago; elle s'étend à un nombre quelconque de réflexions et de réfractions. On la vérifie de la manière suivante.

Fig. 211.



On fixe une glace AB (*fig.* 211) devant une feuille de papier MN, uniformément éclairée, de manière que l'œil placé en O reçoive à la fois la lumière réfléchie venant de N et la lumière réfractée venant de M. Toutes deux sont polarisées partiellement quand elles sont séparées; elles reproduisent de la lumière naturelle en se superposant.

Aucune des deux parenthèses qui composent la valeur de T dans l'équation (11) ne peut devenir nulle; il n'y a donc pas d'incidence de polarisation totale par réfraction. Mais la différence de ces quantités est maxima pour $I + R = 90°$; l'incidence I est donc celle de polarisation maxima.

Nous résumons tous les résultats qui précèdent dans le Tableau suivant :

---

(1) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XXX, p. 365, 405, 1850; *Œuvres complètes*, t. I, p. 150, 185, 217, 468.

1° Lumière polarisée dans le plan d'incidence.

Amplitudes du rayon
- réfléchi..... $-\dfrac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}$,
- réfracté..... $+\dfrac{2\sin r\cos i}{\sin(i+r)}$.

Quantités de lumière
- réfléchie.... $\dfrac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}$,
- réfractée.... $1-\dfrac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}$.

2° Lumière polarisée perpendiculairement au plan d'incidence.

Amplitudes du rayon
- réfléchi.... $-\dfrac{\mathrm{tang}\,(i-r)}{\mathrm{tang}\,(i+r)}$,
- réfracté.... $+\dfrac{2\sin r\cos i}{\sin i\cos i+\sin r\cos r}$.

Quantités de lumière
- réfléchie... $\dfrac{\mathrm{tang}^2(i-r)}{\mathrm{tang}^2(i+r)}$,
- réfractée... $1-\dfrac{\mathrm{tang}^2(i-r)}{\mathrm{tang}^2(i-r)}$.

3° Lumière polarisée dans l'azimut A.

Quantité de lumière
- réfléchie.. $R=\dfrac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}\cos^2 A+\dfrac{\mathrm{tang}^2(i-r)}{\mathrm{tang}^2(i+r)}\sin^2 A.$
- réfractée.. $T=\left[1-\dfrac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i-r)}\right]\cos^2 A+\left[1-\dfrac{\mathrm{tang}^2(i-r)}{\mathrm{tang}^2(i+r)}\right]\sin^2 A$

Nouvel azimut de polarisation du rayon
- réfléchi... $\mathrm{tang}\,A'=-\mathrm{tang}\,A\dfrac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)}$,
- réfracté.... $\cot A''=\cot A\cos(i-r)$.

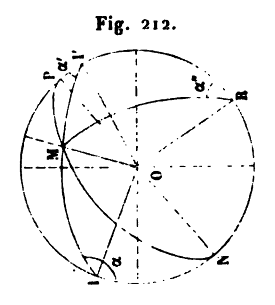
4° Lumière naturelle.

Quantité de lumière
- réfléchie. $\dfrac{1}{2}\left[\dfrac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}+\dfrac{\mathrm{tang}^2(i-r)}{\mathrm{tang}^2(i+r)}\right]$,
- réfractée. $\dfrac{1}{2}\left[1-\dfrac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}\right]+\dfrac{1}{2}\left[1-\dfrac{\mathrm{tang}^2(i-r)}{\mathrm{tang}^2(i+r)}\right]$.

Lumière polarisée par...........
- réflexion..... $\dfrac{1}{2}\dfrac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}\left[1-\dfrac{\cos^2(i+r)}{\cos^2(i-r)}\right]$,
- réfraction.... $\dfrac{1}{2}\dfrac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}\left[1-\dfrac{\cos^2(i+r)}{\cos^2(i-r)}\right]$.

THÉORÈME DE M. CORNU (¹). — Soient IO, OI′ et OR (*fig.* 212) les rayons incident, réfléchi et réfracté; décrivons une sphère du point O comme centre. Menons suivant IO le plan IOM qui contient les vibrations incidentes, et un autre plan NMP normal au rayon réfracté OR. M. Cornu a démontré que OMI′ et OMR contiennent les vibrations des rayons réfléchi et réfracté.

Fig. 212.



Soient α, α', α'' les angles que les trois plans OMI, OMI′, OMR font avec le plan d'incidence; on a

$$\text{tang}\,\text{MOP} = \text{tang}\,\alpha \sin \text{IOP} = \text{tang}\,\alpha' \sin \text{I}'\text{OP} = \text{tang}\,\alpha'' \sin \text{ROP};$$

on a, d'autre part,

$$\text{ROP} = 90°, \qquad \text{IOP} = 360 - \text{IOR} - \text{ROP} = 90 + i - r,$$
$$\text{I}'\text{OP} = 90 - \text{ROI}' = i + r - 90,$$

et, en remplaçant, on trouve

$$\text{tang}\,\text{MOP} = \text{tang}\,\alpha \cos(i - r) = \text{tang}\,\alpha' \cos(i + r) = \text{tang}\,\alpha'',$$

ou

$$\text{tang}\,\alpha'' = \text{tang}\,\alpha \cos(i - r),$$
$$\text{tang}\,\alpha' = \text{tang}\,\alpha \frac{\cos(i - r)}{\cos(i + r)};$$

donc α, α' et α'' sont complémentaires des angles que font avec le plan d'incidence les plans de polarisation des trois rayons; par conséquent les trois plans IOM, I′OM, ROM sont les plans qui contiennent les vibrations; ils se coupent suivant une même droite OM.

(¹) *Annales de Chimie et de Physique*, 4ᵉ série, t. XI, p. 283; 1867.

RÉFLEXION TOTALE.

Les formules de Fresnel sont générales; on vient de les vérifier pour le cas où l'indice du second milieu est plus grand que l'unité; elles s'appliquent également aux réflexions intérieures, tant que l'incidence ne dépasse pas l'angle limite; mais au delà elles deviennent imaginaires. Considérons d'abord le cas où la lumière est polarisée dans le plan d'incidence: on a

$$u = -\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)} = \frac{-\sin i\cos r + \sin r\cos i}{\sin i\cos r + \sin r\cos i}$$

$$= \frac{n\sin i\cos i - \sin i\sqrt{1-n^2\sin^2 i}}{n\sin i\cos i + \sin i\sqrt{1-n^2\sin^2 i}}$$

$$= \frac{n^2\sin^2 i\cos^2 i + \sin^2 i(1-n^2\sin^2 i) - 2n\sin^2 i\cos i\sqrt{1-n^2\sin^2 i}}{n^2\sin^2 i\cos^2 i - \sin^2 i(1-n^2\sin^2 i)}$$

$$= \frac{n^2+1-2n^2\sin^2 i}{n^2-1} - \frac{2n\cos i}{n^2-1}\sqrt{n^2\sin^2 i-1}\sqrt{-1}$$

$$= \mathrm{P} + \mathrm{Q}\sqrt{-1}.$$

En présence de ce résultat, Fresnel fait le raisonnement suivant, auquel nous ne changerons rien.

Puisque cette vitesse u est imaginaire, il faut que l'une des deux équations (1) et (2) qui ont servi à la calculer soit inexacte. Ce ne peut être l'équation des forces vives; il faut que ce soit la seconde $1 + a = b$. Or, celle-ci a été établie en supposant que la phase des rayons incident et réfléchi est la même à la surface de séparation; c'est probablement cette hypothèse qui est fausse, et l'analyse, ne pouvant abandonner dans ses réponses les conditions qui lui ont servi de fondement, nous avertit qu'il faut les changer. Reprenons donc le problème en admettant qu'il y ait entre v et u une différence de phase φ et qu'on ait

$$v = \sin 2\pi\frac{t}{\mathrm{T}}, \qquad u = a\sin 2\pi\left(\frac{t}{\mathrm{T}} + \varphi\right),$$

$$u = a\cos 2\pi\varphi\sin 2\pi\frac{t}{\mathrm{T}} + a\sin 2\pi\varphi\cos 2\pi\frac{t}{\mathrm{T}}.$$

D'après cela u pourra être considéré comme étant la somme de deux vibrations d'amplitudes $a\cos 2\pi\varphi$, $a\sin 2\pi\varphi$ et dont les phases diffèrent de $\frac{\pi}{2}$; son intensité A^2 devra être égale à la somme des intensités de ces deux vibrations :

$$A^2 = a^2\cos^2 2\pi\varphi + a^2\sin^2 2\pi\varphi.$$

D'un autre côté, dans la solution précédente, la valeur trouvée pour u était de la forme $P + Q\sqrt{-1}$. Or on sait qu'en Mathématiques on interprète de la manière suivante cette forme imaginaire : on construit un triangle rectangle dont les deux côtés sont P et Q, et l'hypoténuse, qui est $\sqrt{P^2+Q^2}$, représente la valeur qu'on aurait obtenue si l'on avait corrigé dans le problème la condition erronée qui a amené la forme imaginaire.

Faisant l'application de cette théorie au cas qui nous occupe, Fresnel admet que $\sqrt{P^2+Q^2}$ serait l'amplitude de la vitesse v et P^2+Q^2 son intensité. Comme, d'autre part, nous venons de la représenter par

$$a^2\cos^2 2\pi\varphi + a^2\sin^2 2\pi\varphi,$$

et que $a\cos 2\pi\varphi$ et $a\sin 2\pi\varphi$ sont les côtés d'un triangle rectangle, on est amené à poser

$$a\cos 2\pi\varphi = P = \frac{n^2+1-2n^2\sin^2 i}{n^2-1},$$

$$a\sin 2\pi\varphi = Q = -\frac{2n\cos i}{n^2-1}\sqrt{n^2\sin^2 i-1}.$$

En faisant la somme des carrés, on aura l'intensité de la lumière réfléchie,

$$A^2 = \frac{(n^2+1-2n^2\sin^2 i)^2 + 4n^2\cos^2 i(n^2\sin^2 i-1)}{(n^2-1)^2}$$

$$= \frac{(n^2-1)^2-4n^2}{(n^2-1^2)} = 1;$$

par conséquent, la réflexion est totale

On obtient, en second lieu, pour le changement de phase,

$$\tang 2\pi\varphi = \frac{Q}{P} = -\frac{2n\cos i\sqrt{n^2\sin^2 i - 1}}{n^2 + 1 - 2n^2\sin^2 i}.$$

Dans le cas où la lumière est polarisée perpendiculairement au plan d'incidence, on répète absolument les mêmes raisonnements; il n'y a qu'à remplacer la vitesse v par w, et l'on obtient, toutes réductions faites : 1° une intensité encore égale à l'unité; 2° un changement de phase φ' donné par la formule

$$\tang 2\pi\varphi' = -\frac{2n\cos i\sqrt{n^2\sin^2 i - 1}}{n^2 + 1 - (n^4 + 1)\sin^2 i}.$$

Quand la lumière sera polarisée dans un azimut quelconque A, on la décomposera en deux faisceaux $\cos^2 A$ et $\sin^2 A$, polarisés dans le plan d'incidence et dans le plan perpendiculaire. Ils se réfléchiront totalement et prendront une différence de phase $2\pi(\varphi - \varphi')$, qu'on calcule aisément, puisqu'on connaît $2\pi\varphi$ et $2\pi\varphi'$. On trouve

$$\cos 2\pi(\varphi - \varphi') = \frac{1 - (n^2 + 1)\sin^2 i + 2n^2\sin^4 i}{(n^2 + 1)\sin^2 i - 1}.$$

En résumé, Fresnel a cherché à interpréter les formules dans un cas où elles n'étaient point applicables; il y est parvenu d'une manière très conjecturale. Il est arrivé à cette conclusion que la lumière est réfléchie totalement, quel que soit son plan de polarisation, qu'elle est polarisée elliptiquement et que ses deux composantes ont une différence de phase $2\pi(\varphi - \varphi')$. C'est ce qu'il faut chercher à vérifier.

VÉRIFICATIONS. — Sous l'incidence limite

$$\sin i = \frac{1}{n},$$

$\cos 2\pi(\varphi - \varphi')$ est égal à l'unité et la différence de marche $2\pi(\varphi - \varphi')$ est nulle. Elle augmente ensuite avec i, atteint un maximum, puis décroît de nouveau jusqu'à l'incidence 90°,

pour laquelle $\sin i = 1$ et $\cos 2\pi(\varphi - \varphi') = 1$. Pour trouver ce maximum, il faut chercher le minimum de $\cos 2\pi(\varphi - \varphi')$, c'est-à-dire égaler à zéro la dérivée de $\cos 2\pi(\varphi - \varphi')$, ce qui conduit à l'expression

$$(n^2 + 1)\sin^2 i - 2 = 0, \qquad \sin^2 i = \frac{2}{n^2 + 1}.$$

Si l'on emploie du verre de Saint-Gobain pour lequel $n = \frac{3}{2}$,

$$\sin^2 i = \frac{8}{13}, \qquad i = 51^\circ 40' 20'' \qquad \text{et} \qquad \cos 2\pi(\varphi - \varphi') = \frac{119}{169}.$$

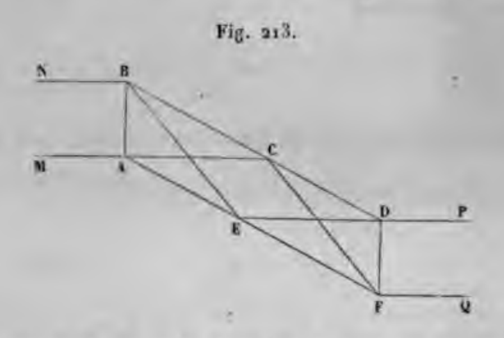
Cette valeur est un peu plus petite que $\sqrt{\frac{1}{2}}$, c'est-à-dire que la différence de phase maximum atteint à peu près $44^\circ 45' 40''$ et la différence de marche est un peu supérieure à un huitième de longueur d'onde sous une incidence d'un peu plus de 51°.

Si donc on fait réfléchir deux fois le rayon incident sous cet angle, la différence de phase des deux vibrations composantes sera sensiblement égale à 90° ou la différence de marche à un quart d'onde. La lumière sera polarisée elliptiquement, et l'un des axes de l'ellipse sera dans le plan d'incidence. Si, de plus, le rayon incident est polarisé dans un azimut de 45°, les axes de l'ellipse seront égaux et le rayon réfléchi polarisé circulairement. Telle est la conséquence qu'on va vérifier.

Fresnel a construit des parallélépipèdes de verre ABDF (*fig.* 213) dont les dimensions sont telles, qu'un faisceau de rayons parallèles MNAB, polarisé à 45°, qui tombe normalement sur AB, se réfléchit une première fois intérieurement en BC, sous l'angle de 51°, puis une seconde fois en EF, et sort normalement en DF, après avoir repris sa direction primitive. L'expérience montre : 1° qu'il est dépolarisé et donne deux images égales dans un analyseur dirigé d'une manière quelconque; 2° que, si l'on interpose en DPFQ un mica d'un quart d'onde dans une direction quelconque, le faisceau redevient polarisé à 45° de la section principale de ce mica; 3° enfin que, si à la suite du parallélépipède ABFD on en place un second

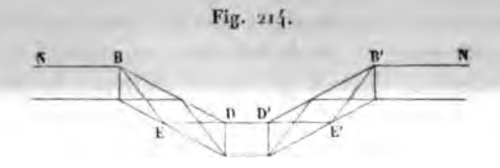
qui double le nombre des réflexions (*fig.* 214), la différence de marche est doublée; elle est égale à $\frac{\lambda}{2}$, le rayon est ramené

Fig. 213.



à la polarisation plane, et le plan de polarisation a tourné de 180°. Ces vérifications ne laissent rien à désirer. Depuis cette époque Jamin a mesuré la différence de phase $2\pi(\varphi - \varphi')$ pour

Fig. 214.



toutes les incidences et justifié complètement la formule de Fresnel.

APPLICATIONS DES LOIS DE LA POLARISATION PAR RÉFLEXION ET PAR RÉFRACTION.

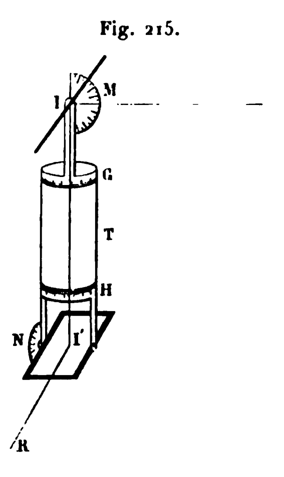
APPAREILS DE POLARISATION DE BIOT ET DE NÖRREMBERG. — L'un des premiers appareils de polarisation que l'on ait construits est celui de Biot [1], que son usage incommode a fait depuis longtemps abandonner. Il se compose (*fig.* 215) d'un tube P aux deux extrémités duquel sont mobiles deux glaces noires A et B, que l'on peut incliner sous l'angle de polarisation (54°35′)

---

(1) *Traité de Physique de Biot*, t. IV, p. 355.

à l'aide de deux cercles divisés M, N. Ceux-ci sont mobiles sur deux anneaux G, H embrassant les extrémités du tube et munis d'une graduation. Quand on tourne ces anneaux de telle sorte que les plans d'incidence soient rectangulaires, le rayon réfléchi IR est éteint. Cet appareil est surtout approprié à montrer l'existence de la polarisation par réflexion et les propriétés du rayon polarisé.

Fig. 215.



L'appareil de Nörremberg (¹) est, au contraire, d'un usage fréquent pour l'observation des phénomènes de la polarisation chromatique. Un rayon lumineux LA (*fig.* 216) tombe sur une glace A qui fait avec la verticale un angle de 54°35′; il se réfléchit suivant AB′, rencontre une glace métallique B′, revient suivant B′A, traverse la lame A et continue son chemin jusqu'en E. Ce rayon est polarisé dans le plan d'incidence. En E est un analyseur, par exemple un prisme de Nicol.

Sur le trajet de la lumière polarisée, en C, on peut mettre des lames minces cristallisées ou des quartz. Si on les dispose entre A et B′, ils sont traversés deux fois par la lumière polarisée; la différence de marche des rayons interférents est doublée pour les lames cristallisées; la rotation des plans de polarisation est détruite pour les quartz.

Pour les expériences qui exigent l'emploi de la lumière convergente, on place l'objet sur la plate-forme inférieure, et l'on interpose entre celle-ci et la glace plane une lentille qui agit pour concentrer en un point de la lame cristallisée la lumière réfléchie polarisée et pour rendre parallèles les rayons de retour. Si l'on plaçait l'objet sur la plate-forme supérieure, il faudrait le disposer entre deux lentilles. Le défaut de l'appa-

(¹) Appareil présenté au Congrès scientifique de Carlsruhe en 1858; décrit par M. Bertin, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3ᵉ série, t. LXIX, p. 87.

reil de Nörremberg, c'est d'avoir un champ beaucoup moins étendu que les microscopes polarisants.

Fig. 216.



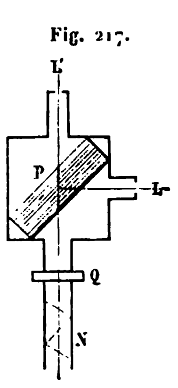
PILES DE GLACES. — Une lame de verre traversée par un faisceau de rayons lumineux parallèles produit à chacune de ses surfaces une série de réflexions, d'où résultent un faisceau réfléchi et un faisceau réfracté. Supposons que la lumière incidente soit de la lumière naturelle. Quand l'incidence a lieu sous l'angle de polarisation, la quantité de lumière polarisée est maximum dans le faisceau réfléchi et dans le faisceau réfracté.

Si, au lieu de considérer une lame unique, on prend une

série de lames superposées, chaque lame augmentera la proportion de lumière polarisée dans le faisceau réfléchi ou réfracté total. Une pile de glaces (*Pl. I, fig.* 3) sera donc un polariseur très supérieur à celui qui est formé d'une lame unique. Il polarise par réflexion d'une manière presque complète, sous une incidence même assez éloignée de l'incidence brewstérienne ([1]).

APPLICATION A LA PHOTOMÉTRIE ([2]). — Pour comparer deux luminaires L et L′, on peut appliquer le théorème d'Arago sur l'égalité des quantités de lumière polarisée dans les faisceaux réfléchi et réfracté. Les luminaires sont placés derrière des glaces de verre dépoli; les rayons qu'ils émettent rencontrent une pile de glaces P (*fig.* 217) qui envoie dans la direction de l'œil la lumière réfléchie venant de L et réfractée venant de L′. Ces lumières sont partiellement polarisées dans des azimuts rectangulaires; si leurs intensités sont égales, les quantités de lumière polarisée qu'elles contiennent reproduisent de la lumière naturelle. On constate l'absence de polarisation à l'aide de la plaque à deux rotations Q et de l'analyseur N.

Fig. 217.



On cherchera à faire varier la distance du luminaire inconnu L′ jusqu'à atteindre ce résultat. On aura alors, en désignant par d et d' les distances des luminaires à la pile de glaces, par I et I′ leurs intensités,

$$\frac{I}{d^2} = \frac{I'}{d'^2}.$$

POLARIMÈTRE D'ARAGO ([3]). — Pour mesurer la proportion p de lumière polarisée contenue dans un faisceau lumineux, on peut

---

([1]) Voir *Œuvres de Fresnel*, t. II, p. 189, la manière de calculer l'intensité de la lumière réfléchie ou transmise.

([2]) Photomètre construit par Duboscq, attribué à tort à Babinet.

([3]) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XIII, p. 84, 967.

recevoir celui-ci sur une pile de glaces que l'on incline de façon que le faisceau transmis soit complètement dépolarisé. Le faisceau incident peut être considéré comme formé d'une quantité de lumière $p + \frac{1-p}{2}$ polarisée dans l'azimut o, et de $\frac{1-p}{2}$ polarisée dans l'azimut 90°. Quand on tournera la pile de glaces, de telle sorte que le plan d'incidence coïncide avec l'azimut o, les proportions transmises pour une incidence déterminée i seront q dans le plan d'incidence, q' dans le plan perpendiculaire, c'est-à-dire que la lumière émergente contiendra des quantités $q\left(p + \frac{1-p}{2}\right)$ et $q'\frac{1-p}{2}$ de lumière polarisée dans des azimuts rectangulaires. Elle sera complètement dépolarisée si

$$q\left(p + \frac{1-p}{2}\right) = q'\frac{1-p}{2},$$

$$p = \frac{q'-q}{q'+q}.$$

Il est évident que cette disposition ne peut servir qu'autant que p est inférieur au maximum de $\frac{q'-q}{q'+q}$ pour la pile employée. Il n'est nullement nécessaire de calculer les valeurs de q et de q' : il suffit de graduer empiriquement l'appareil de la manière suivante.

On reçoit normalement de la lumière parallèle sur un quartz parallèle à l'axe que l'on fait tourner dans son plan. Soit $\alpha < 45°$ l'azimut de la section principale, la lumière émergente contient une proportion de lumière polarisée $\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos 2\alpha$. Il suffira d'inscrire la valeur de $\cos 2\alpha$ en regard de l'incidence i qu'il faut employer sur la pile de glaces pour obtenir la dépolarisation.

On constatera que la dépolarisation est complète à l'aide d'une plaque à deux rotations et d'un nicol, comme dans le photomètre précédemment décrit.

SPECTROPHOTOMÈTRES. — Les phénomènes de polarisation fournissent un procédé général et commode pour faire varier à volonté l'intensité d'un faisceau lumineux. Il était naturel d'en tirer parti pour les mesures photométriques. Nous ne nous occuperons ici que des mesures relatives à une longueur d'onde déterminée.

Le premier spectrophotomètre dont on ait fait usage fut imaginé par M. Govi ([1]). Ce savant eut l'idée de recouvrir les deux moitiés d'une fente F de deux prismes à réflexion totale, de manière à les éclairer par deux sources lumineuses différentes L, L', comme le représente la *fig.* 218. Derrière la fente se trouvaient une lentille et un prisme. On obtenait donc deux spectres réels formés par les deux moitiés de la fente, sillonnés par les mêmes raies et placés immédiatement au-dessus l'un de l'autre. Pour faire varier l'éclat respectif des deux spectres, M. Govi éloignait ou rapprochait les sources L, L'. M. Vierordt ([2]) préféra rendre mobiles les lèvres de la demi-fente inférieure et l'élargir à volonté, ce qui a l'inconvénient de rendre le second spectre un peu indistinct. Enfin MM. Trannin, Glan et Crova ont eu recours à des phénomènes de polarisation.

Fig. 218.

F L L'

Fig. 219

F L F'

M. Glan ([3]) imagina de séparer la fente FF' (*fig.* 219) en deux moitiés par une lame L de cuivre noirci, et de placer au delà un prisme de Wollaston à arêtes horizontales, qui dédouble dans le sens vertical les images FL et LF'. L'angle de duplication du prisme est tel que les deux images moyennes sont exactement en contact; elles sont d'ailleurs polarisées dans des plans rectangulaires. Cela posé, le prisme du spectrophotomètre don-

([1]) GOVI, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. L, p. 156; 1860.

([2]) VIERORDT, *Pogg. Ann.*; 1870.

([3]) GLAN, *Wied. Ann.*, t. I, p. 353; 1877.

nera quatre spectres, dont les deux moyens, seuls compris dans le champ et polarisés à angle droit, seront immédiatement au-dessus l'un de l'autre. Recevons la lumière émergente sur un prisme de Nicol, que nous tournerons de manière à obtenir l'égalité d'éclat des deux spectres dans une région déterminée. Soient I et I' les intensités dans cette région, α l'angle des sections principales du prisme de Wollaston et du nicol. Comme les deux lumières sont affaiblies dans un même rapport R par les réflexions qu'elles éprouvent dans l'appareil, on aura en définitive

$$\mathrm{IR}\cos\alpha = \mathrm{I'R}\sin\alpha,$$

$$\frac{\mathrm{I}}{\mathrm{I'}} = \operatorname{tang}\alpha.$$

Il y a lieu de remarquer que, l'angle de duplication du prisme de Wollaston dépendant de la longueur d'onde, l'exacte juxtaposition des spectres ne sera obtenue que pour une longueur d'onde déterminée. M. Crova ([1]) a écarté cet inconvénient en remplaçant la lame L à bords parallèles par une lame à bords légèrement obliques qu'on peut faire glisser dans le sens de sa longueur jusqu'à produire exactement la juxtaposition des spectres dans la région que l'on veut étudier.

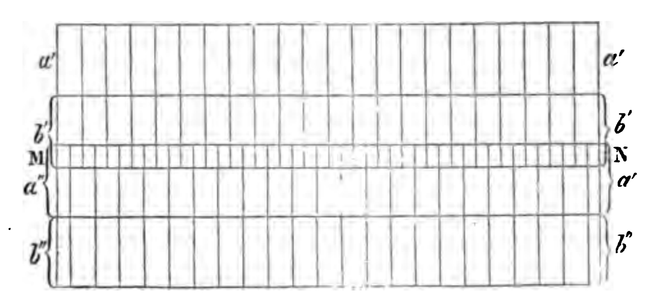
M. Trannin ([2]) a eu recours à un procédé tout différent. On sait que, si la lumière issue d'une fente est polarisée par un prisme de Nicol ou de Foucault, reçue par une lame de quartz parallèle à l'axe, enfin analysée, le spectre fourni par cette lumière est sillonné de bandes, et qu'aux bandes sombres du spectre ordinaire correspondent les bandes brillantes du spectre extraordinaire.

Cela posé, éclairons les deux moitiés d'une fente par les deux lumières à comparer et plaçons derrière la fente, outre le prisme de Foucault et la lame de quartz, un prisme de Wollaston qui servira d'analyseur. Nous choisirons l'angle de duplication de ce prisme assez petit pour que le spectre ordi-

([1]) Crova, *Journal de Physique*, 1re série, t. VIII, p. 85; 1879.
([2]) Trannin, *Journal de Physique*, 1re série, t. V, p. 297.

naire a'' de la moitié inférieure de la fente empiète sur le spectre extraordinaire b' de la moitié supérieure (*fig.* 220). La région N, commune aux deux spectres, présentera la superposition des bandes de b' et de a'', et, comme les deux spectres sont complémentaires, les bandes disparaîtront quand

Fig. 220



les intensités seront égales. Il suffira donc de faire tourner le prisme de Foucault d'un angle convenable pour obtenir la disparition des bandes au voisinage d'une certaine longueur d'onde λ. L'œil est particulièrement sensible à ce phénomène de la disparition des franges et, par conséquent, l'approximation obtenue dans les mesures est nettement supérieure à celle que pourraient fournir les autres spectrophotomètres usités.

CHAPITRE XII.

ANNEAUX COLORÉS.

Lois expérimentales. — Théorie. — Lumière polarisée dans le plan d'incidence. — Lumière polarisée perpendiculairement au plan d'incidence. — Anneaux à centre blanc. — Théorie complète. — Discussion. — Polarisation des anneaux. — Anneaux transmis. — Tache centrale.

LOIS EXPÉRIMENTALES. — Toutes les substances sont transparentes quand elles sont très minces, et toutes offrent alors des couleurs fort vives. Les bulles de savon en sont l'exemple le plus remarquable. Ce que nous allons chercher, c'est la loi de cette coloration pour toutes les épaisseurs, dans toutes les substances, et sous toutes les incidences.

Cette étude exigeait des lames très minces dont l'épaisseur pût être exactement mesurée et variât régulièrement. Newton (¹) a imaginé de poser une lentille convexe de grand rayon sur un plan de verre. Elle le touche en un seul point à partir duquel elle en est séparée par une lame d'air d'autant plus épaisse qu'elle est plus éloignée du contact. Voici quel est l'aspect du phénomène :

1° En recevant sur le double verre un faisceau de lumière homogène fourni par la combustion de l'alcool salé ou qui a traversé un verre rouge, on voit par réflexion une tache noire au point de contact, entourée d'anneaux concentriques alternativement brillants et obscurs qui se serrent de plus en plus à mesure que leur numéro d'ordre augmente.

2° Si l'on emploie successivement diverses lumières simples, les diamètres de ces anneaux augmentent ou diminuent en même temps que la longueur d'ondulation, d'où il suit qu'avec

(¹) NEWTON, *Optique*, I, II.

la lumière blanche les anneaux des diverses couleurs ne se superposent point, qu'ils sont colorés, et que pour les ordres les plus élevés le mélange des teintes reproduit une lumière sensiblement blanche.

3° Newton a décrit exactement leurs teintes successives. Après la tache noire centrale et en s'écartant du centre, on voit un premier ordre d'anneaux comprenant le bleu, le blanc, le jaune et le rouge; le premier peu apparent, les deux autres plus abondants et occupant quatre ou cinq fois l'étendue du bleu.

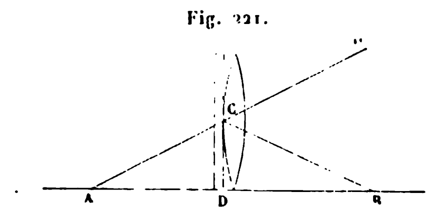
Le second ordre comprend le violet, le bleu, le vert, le jaune et le rouge; toutes ces couleurs sont abondantes et vives, excepté le vert.

Dans le troisième ordre, le plus remarquable par l'éclat et l'abondance des teintes, on distingue le pourpre, le bleu, le vert, le jaune et le rouge.

La quatrième série ne contient plus que le vert et le rouge, et les suivantes deviennent de plus en plus indécises. L'ensemble de ces anneaux reproduit exactement les successions de couleurs que nous avons déjà trouvées dans l'image ordinaire des lames minces cristallisées pour $\alpha = 45°$ et $\omega = 45°$; elles sont complémentaires de celles qu'on voit dans les bandes d'interférence.

4° Par réfraction, l'appareil montre un autre système d'anneaux, les anneaux transmis, beaucoup plus pâles, parce

Fig. 221.

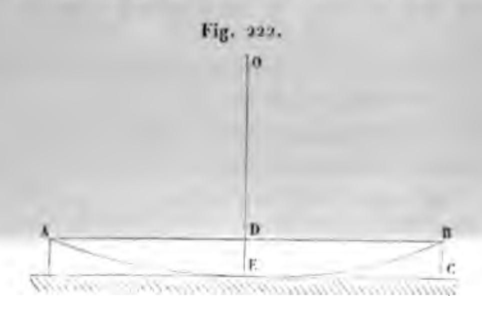


qu'ils sont noyés dans de la lumière blanche. Leur centre est blanc et, en général, ils sont inverses des anneaux réfléchis, c'est-à-dire que les noirs prennent la place des blancs et réciproquement. On peut s'en assurer en plaçant verticalement les deux verres sur une feuille de papier AB uniformément éclairée (*fig.* 221) et en regardant du point O. Si l'on couvre

l'espace AD d'un drap noir, on ne voit que les anneaux réfléchis suivant BCO. Quand on met ce drap en DB, on distingue les anneaux transmis suivant ACO. Enfin, quand on l'enlève, les deux systèmes se superposent, mais alors ils disparaissent, ce qui prouve : 1° que les anneaux obscurs vus par réflexion occupent la place des anneaux brillants vus par réfraction; 2° que la diminution d'éclat dans les premiers est égale à l'augmentation dans les seconds; 3° que la distribution des couleurs est complémentaire. Cela étant, il nous suffira d'observer les anneaux réfléchis.

Pour trouver les lois du phénomène, il faut commencer par mesurer l'épaisseur BC ou e de la lame d'air sur le contour de chaque anneau AB (*fig.* 222). Soit d le diamètre de cet anneau;

Fig. 222.



$\frac{d}{2}$ ou DB est moyenne proportionnelle entre les deux segments e et $2R - e$ du diamètre de la sphère à laquelle appartient la lentille

$$\frac{d^2}{4} = (2R - e)e;$$

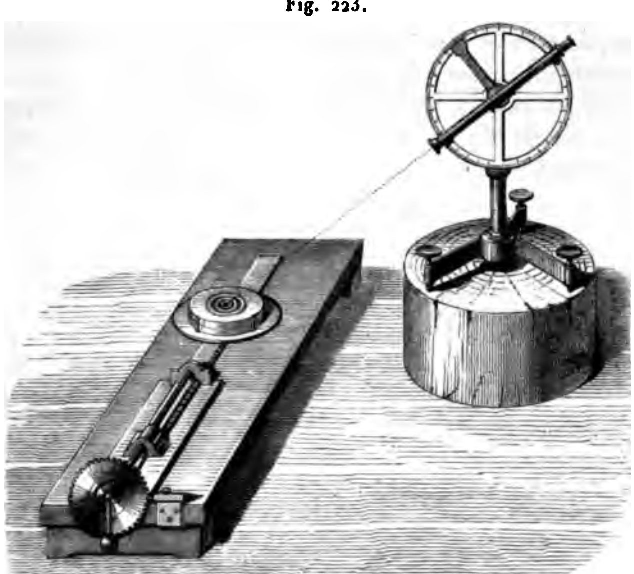
d'où, approximativement,

$$e = \frac{d^2}{8R}.$$

Le rayon R se trouvera au moyen du sphéromètre, ou se déduira de la distance focale de la lentille. Pour mesurer d, Newton plaçait l'œil sur la verticale EO, et appliquait en A et en B les deux pointes d'un compas dont il mesurait ensuite

l'écartement sur une règle divisée : méthode bien imparfaite même dans le cas de l'incidence normale et qui a néanmoins donné des résultats exacts. Le meilleur de tous les procédés est celui de de la Provostaye et Desains [1] (*fig.* 223). Il consiste à placer horizontalement le système des deux verres sur une machine à diviser, à recevoir les rayons réfléchis dans la

Fig. 223.



lunette d'un théodolite, et à faire mouvoir la vis micrométrique pour amener successivement les bords extrêmes de chaque anneau en coïncidence avec le fil vertical du réticule. La course de la machine donne le diamètre de l'anneau mesuré perpendiculairement au plan d'incidence sous l'inclinaison i qu'on a donnée à la lunette. Cette mesure n'entraîne aucune correction. Voici les lois du phénomène :

1° Sous l'incidence normale, les épaisseurs des anneaux obscurs successifs sont égales aux multiples pairs successifs

---

[1] *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. XVIII, p. 413; 1846.

de $\frac{\lambda}{4}$ ou à $2m\frac{\lambda}{4}$, celles des anneaux brillants aux multiples impairs de la même quantité, ou en général à $(2m+1)\frac{\lambda}{4}$.

2° En passant de l'air à une autre substance, la loi persiste, à la condition de remplacer λ par la valeur λ' de la longueur d'onde dans cette substance, valeur qui est $\frac{\lambda}{n}$. Les épaisseurs correspondant aux mêmes anneaux sont donc en raison inverse des indices de réfraction.

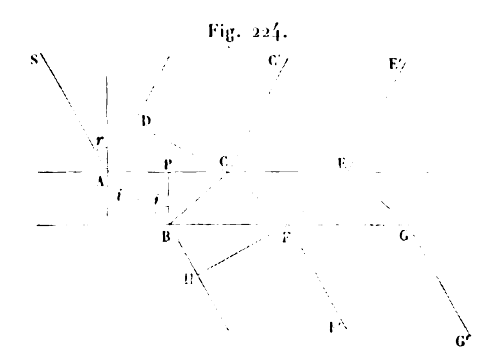
3° Toutes choses égales d'ailleurs, les épaisseurs varient en raison inverse du cosinus de l'angle de réfraction i dans la lame mince. Ces lois sont résumées par les formules suivantes :

$$\text{Anneaux obscurs\dots\dots}\quad e = 2m\,\frac{\lambda}{4n}\,\frac{1}{\cos i}$$

$$\text{Anneaux brillants\dots\dots}\quad e = (2m+1)\,\frac{\lambda}{4n}\,\frac{1}{\cos i}$$

Théorie. — Considérons (*fig.* 224) un rayon incident SA arrivant sur une lame mince AEBG. Il se réfléchira en partie

Fig. 224.



en A, suivant AD, pénétrera en partie dans la lame et y éprouvera des réflexions successives en B, C, F, E, G. Il y aura des réfractions partielles en C, E, ..., qui ramèneront de la lumière dans le milieu supérieur; il y en aura d'autres en B, F, G, ..., qui en enverront dans l'inférieur. Nous pourrons cal-

culer les intensités des rayons émergents en A, C, E, ... d'une part, et en B, F, G, ... de l'autre; leur somme sera l'intensité totale des rayons réfléchis ou réfractés. En cherchant pour quelle épaisseur elle devient maxima ou minima, nous aurons la condition pour qu'il y ait des anneaux brillants ou obscurs. Nous nous contenterons d'abord, comme première approximation, de superposer les rayons AD et CC' d'une part, BH et EF' de l'autre. Ce sont ces rayons qui, étant les plus intenses, détermineront au moins le sens des phénomènes.

Le point A peut être considéré comme l'origine des vibrations. Là elles se séparent en deux ondes, l'une réfléchie, l'autre réfractée.

Quand l'onde réfléchie arrive en CD, son retard à partir de A est AD. Or

$$\mathrm{AD} = \mathrm{AC}\sin r = 2\,\mathrm{AP}\sin r = 2e\,\mathrm{tang}\,i\sin r.$$

Mais l'espace AD a été parcouru dans le verre avec une vitesse v', pendant un temps $\frac{2e\,\mathrm{tang}\,i\sin r}{v'}$.

D'un autre côté, l'onde réfractée dans l'air avec une vitesse v parcourt l'espace ABC ou 2 AB ou $\frac{2e}{\cos i}$. Le temps employé à faire ce trajet est $\frac{2e}{v\cos i}$, d'où il résulte que la différence des temps mis par les deux rayons pour arriver sur la même surface d'onde CD est

$$t = \frac{2e}{\cos i}\left(\frac{1}{v} - \frac{\sin i \sin r}{v'}\right),$$

ce qui équivaut à une différence de chemin parcouru dans l'air égale à vt

$$vt = \frac{2e}{\cos i}\left(1 - \sin i \sin r\,\frac{v}{v'}\right)$$
$$= \frac{2e}{\cos i}\left(1 - \sin i \sin r\,\frac{\sin i}{\sin r}\right) = 2e\cos i.$$

LUMIÈRE POLARISÉE DANS LE PLAN D'INCIDENCE. — Quand une vibration $V = \sin 2\pi \frac{t}{T}$ se réfléchit ou se réfracte, son amplitude diminue dans le rapport de 1 à a ou à b. Le coefficient de réfraction b est toujours positif; quant à a, il est égal, suivant que la lumière est polarisée dans le plan d'incidence ou dans le plan perpendiculaire aux quantités suivantes :

$$a = -\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)},$$
$$a' = -\frac{\tang(i-r)}{\tang(i+r)}.$$

Étudions d'abord le premier cas : a est positif, si i est plus petit que r, quand la lumière se réfléchit d'un milieu plus réfringent sur un autre qui l'est moins : c'est ce qui arrive en A; mais il est négatif quand la lumière se réfléchit intérieurement en B sur un milieu plus réfringent, car alors i est plus grand que r. Cela étant, la vibration réfléchie en B est

$$v = -\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)} \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

Or on peut écrire

$$v = \frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{1}{2}\right).$$

Le changement de signe de l'amplitude équivaut donc à une différence de chemin parcouru égale à $\frac{\lambda}{2}$. Le rayon BCC' qui a éprouvé ce changement de signe en B est donc dans les mêmes conditions que si au retard provenant du chemin qu'il a parcouru s'en ajoutait un autre égal à $\frac{\lambda}{2}$ provenant de la réflexion qu'il a éprouvée. La différence de marche totale entre les rayons AD et CC' sera donc $2e\cos i + \frac{\lambda}{2}$, et il y aura un anneau

obscur ou brillant quand elle sera égale à un multiple impair ou pair de $\frac{\lambda}{2}$. Écrivons ces conditions :

Anneaux obscurs...
$$\left\{\begin{aligned} &2e\cos i + \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2},\\ &e = 2m\frac{\lambda}{4}\,\frac{1}{\cos i};\end{aligned}\right.$$

Anneaux brillants...
$$\left\{\begin{aligned} &2e\cos i + \frac{\lambda}{2} = 2m\frac{\lambda}{2},\\ &e = 2(m-1)\frac{\lambda}{4}\,\frac{1}{\cos i}.\end{aligned}\right.$$

Si le milieu changeait et avait un indice n, il faudrait remplacer λ par $\frac{\lambda}{n}$. Ces formules sont donc identiques à celles qui résultent de l'expérience.

Si l'on considère les anneaux transmis, la différence de marche se compose de celle qui est produite par l'inégalité des chemins parcourus, à laquelle il faut ajouter λ, puisqu'il y a deux réflexions sur le verre en B et en C; mais, comme on peut toujours retrancher un nombre exact de longueurs d'onde, on a simplement :

Anneaux obscurs....
$$\left\{\begin{aligned} &2e\cos i = (2m+1)\frac{\lambda}{2},\\ &e = (2m+1)\frac{\lambda}{4}\,\frac{1}{\cos i};\end{aligned}\right.$$

Anneaux brillants...
$$\left\{\begin{aligned} &2e\cos i = 2m\frac{\lambda}{2},\\ &e = 2m\frac{\lambda}{4}\,\frac{1}{\cos i}.\end{aligned}\right.$$

Ils sont inverses des anneaux réfléchis.

LUMIÈRE POLARISÉE PERPENDICULAIREMENT AU PLAN D'INCIDENCE. — Dans ce cas, le coefficient de réflexion est

$$a' = -\frac{\tang(i-r)}{\tang(i+r)}.$$

Quand l'incidence est moindre que celle de polarisation, a' est négatif ou positif si la réflexion se fait sur le verre ou sur l'air. Ces conditions sont les mêmes que dans le cas précédent, et les anneaux suivent les mêmes lois. Lorsque $i + r = 90°$, il n'y a plus de réflexions en A, B, C, ..., et il n'y a d'anneaux ni par réflexion ni par réfraction. $i + r$ étant plus grand que $\frac{\pi}{2}$, a' change de signe. Il n'y a plus de retard produit par la réflexion en B, C, F, ...; mais il y en a un égal à $\frac{\lambda}{2}$ en A. Il est clair que, ce retard n'ayant fait que changer de place, les anneaux se reproduisent dans les mêmes conditions.

Si la lentille était placée sur un plan BFG de substance très réfringente, l'incidence de polarisation en B, F, G, ... serait très grande. Voici ce qui arriverait. En inclinant le rayon SA jusqu'à l'angle de polarisation en A, AD s'annulerait, mais non BC; les anneaux disparaîtraient. En augmentant l'incidence, ils se reproduiraient; AD renaîtrait, mais AD aurait éprouvé par la réflexion le changement de signe et la perte de $\frac{\lambda}{2}$; BC l'éprouverait également; les anneaux réfléchis auraient été intervertis et seraient à centre blanc. En continuant d'augmenter l'inclinaison jusqu'à celle de la polarisation sur BF, le rayon BC s'éteindrait et les anneaux disparaîtraient une deuxième fois; puis ils se reformeraient, mais avec leur caractère primitif. Tous ces faits se vérifient en prenant pour milieu inférieur la blende ou le réalgar.

ANNEAUX A CENTRE BLANC. — Quand on observe une lame très mince de verre ou de mica dans l'air, le retard de $\frac{\lambda}{2}$ se produit par la réflexion à la première surface, en A, sans se faire à la seconde, en B; mais, quand l'indice de la lame mince est intermédiaire entre ceux des milieux supérieur et inférieur, les conditions sont changées. Supposons que ces indices aillent en croissant du premier au dernier milieu et soient 1, n et n': le retard de la réflexion se fait à la fois en A et en B; la diffé-

rence totale de marche est

$$n.\mathrm{ABC} + \frac{\lambda}{2} - \left(\mathrm{AD} + \frac{\lambda}{2}\right) = n.\mathrm{ABC} - \mathrm{AD} = 2en\cos i;$$

les anneaux réfléchis sont intervertis, les blancs ont pris la place des noirs, la tache centrale est blanche. Au contraire, la différence de marche des rayons transmis sera devenue

$$n.\mathrm{BCF} + \frac{\lambda}{2} - n'\,\mathrm{BH} = n.\mathrm{ABC} - \mathrm{AD} + \frac{\lambda}{2} = 2en\cos i + \frac{\lambda}{2};$$

les anneaux transmis auront pris les places qu'occupaient primitivement les anneaux réfléchis. Il est facile de démontrer que les conditions resteront les mêmes si les indices de réfraction diminuent du premier au dernier milieu.

On obtient les anneaux à centre blanc en posant une lentille de verre sur un plan de flint et en introduisant entre les deux une goutte de baume de Canada dont l'indice est intermédiaire. On peut encore remplacer le flint par un plan mi-partie de flint et de verre, et mettre le point de contact de la lentille sur la ligne de jonction. Il y a deux systèmes d'anneaux, l'un sur le verre, à centre noir, l'autre sur le flint, à centre blanc; ils se rejoignent sur la ligne de séparation des deux plans où l'on voit les blancs opposés aux noirs.

Dans ce que nous venons de dire, nous n'avons tenu compte que des deux premiers rayons réfractés ou réfléchis. Pour que la théorie soit complète, il faut calculer les intensités et les phases des ondes formées par la superposition de tous les rayons qui émergent de A, C, E, ... d'une part, et de B, F, G, ... de l'autre.

THÉORIE COMPLÈTE (1). — La vibration incidente SA est, en représentant $2\pi\frac{t}{T}$ par ξ,

$$v = \sin\xi,$$

(1) Elle a été donnée pour la première fois par Airy : *Cambridge Trans.*, t. IV, p. 219, 409; *Philosophical Magazine*, 2e série, t. X, p. 141; 3e série, t. II, p. 120.

L'amplitude du premier rayon réfléchi en A est $-a$; celle du second CC', qui a été réfracté une fois en A, une autre fois en C et réfléchi en B, est b^2a ou $a(1-a^2)$. Chaque réflexion en C, F, E, ... multiplie ensuite l'amplitude par a; les phases se retardent, de chaque rayon au suivant, d'un quantité égale à $2\pi\frac{2e\cos i}{\lambda}$, que nous exprimerons par φ; on aura donc

$$\begin{aligned}
\text{AD}: &\quad v_1 = -a\sin\xi,\\
\text{CC}': &\quad v_2 = a(1-a^2)\sin(\xi-\varphi)\\
&\qquad = a(1-a^2)(\sin\xi\cos\varphi - \sin\varphi\cos\xi),\\
\text{EE}': &\quad v_3 = a^3(1-a^2)\sin(\xi-2\varphi)\\
&\qquad = a^3(1-a^2)(\sin\xi\cos 2\varphi - \sin 2\varphi\cos\xi),
\end{aligned}$$

et, en faisant la somme

$$V = -a\sin\xi + a(1-a^2)\left[\begin{array}{l}\sin\xi(\cos\varphi + a^2\cos 2\varphi + \ldots)\\ -\cos\xi(\sin\varphi + a^2\sin 2\varphi + \ldots)\end{array}\right].$$

Prenons, en particulier, le coefficient de $\sin\xi$; nous pourrons remplacer chaque cosinus par sa valeur en exponentielles imaginaires, ce qui donnera

$$\frac{1}{2}\left(e^{\varphi\sqrt{-1}} + a^2e^{2\varphi\sqrt{-1}} + \ldots + e^{-\varphi\sqrt{-1}} + a^2e^{-2\varphi\sqrt{-1}} + \ldots\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left[e^{\varphi\sqrt{-1}}(1 + a^2e^{\varphi\sqrt{-1}} + \ldots) + e^{-\varphi\sqrt{-1}}(1 + a^2e^{-\varphi\sqrt{-1}} + \ldots)\right].$$

En faisant la somme limite des deux progressions géométriques comprises entre les parenthèses, on a

$$\frac{1}{2}\left(\frac{e^{\varphi\sqrt{-1}}}{1-a^2e^{\varphi\sqrt{-1}}} + \frac{e^{-\varphi\sqrt{-1}}}{1-a^2e^{-\varphi\sqrt{-1}}}\right) = \frac{\cos\varphi - a^2}{1+a^4-2a^2\cos\varphi}.$$

On trouvera, par un calcul analogue, la valeur du coefficient de $\cos\xi$; elle sera

$$\frac{\sin\varphi}{1+a^4-2a^2\cos\varphi},$$

et, en remplaçant dans la valeur de V,

$$V=\sin\xi\left[-a+\frac{a(1-a^2)(\cos\varphi-a^2)}{1-a^4-2a^2\cos\varphi}\right]-\cos\xi\frac{a(1-a^2)\sin\varphi}{1+a^4-2a^2\cos\varphi},$$

$$(1)\qquad V=\frac{-2a\sin\frac{\varphi}{2}}{(1-a^2)^2+4a^2\sin^2\frac{\varphi}{2}}\left[\begin{array}{c}(1+a^2)\sin\frac{\varphi}{2}\sin\xi\\ +(1-a^2)\cos\frac{\varphi}{2}\cos\xi\end{array}\right].$$

L'intensité I sera la somme des carrés des coefficients de $\sin\xi$ et de $\cos\xi$

$$(2)\qquad I=\frac{4a^2\sin^2\frac{\varphi}{2}}{(1-a^2)^2+4a^2\sin^2\frac{\varphi}{2}}.$$

La tangente de la phase φ' du rayon total réfléchi sera le rapport des coefficients de $\cos\xi$ et de $\sin\xi$

$$(3)\qquad \operatorname{tang}\varphi'=\frac{1-a^2}{1+a^2}\cot\frac{\varphi}{2}.$$

DISCUSSION. — 1° L'intensité I sera nulle et les anneaux complètement noirs lorsque $\sin\frac{\varphi}{2}$ sera égal à zéro, c'est-à-dire pour $\frac{\varphi}{2}=m\pi$ ou pour $\varphi=2m\pi$, et, en remplaçant φ par sa valeur $2\pi\frac{2e\cos i}{\lambda}$, lorsque

$$2m\pi=2\pi\frac{2e\cos i}{\lambda},\qquad e=2m\frac{\lambda}{4}\frac{1}{\cos i}.$$

2° I sera maximum et l'on aura un anneau brillant quand $\sin\frac{\varphi}{2}=1$, ou $\frac{\varphi}{2}=(2m+1)\frac{\pi}{2}$, ou quand

$$(2m+1)\pi=2\pi\frac{2e\cos i}{\lambda},\qquad e=(2m+1)\frac{\lambda}{4}\frac{1}{\cos i}.$$

3° Sous l'angle de polarisation, quand la lumière est polarisée perpendiculairement au plan d'incidence, le coefficient a

est nul; par conséquent, $I = 0$; il n'y a pas de lumière réfléchie et pas d'anneaux.

Ces résultats sont conformes à l'expérience; les suivants ne nous étaient pas encore connus.

POLARISATION DES ANNEAUX. — Supposons la lumière polarisée dans un azimut quelconque A; elle se décompose, comme dans tous les cas analogues, en deux vibrations dirigées dans les azimuts principaux. En se réfléchissant, ces vibrations prennent des intensités I et des phases φ' différentes; pour celle qui est polarisée dans le plan d'incidence, il faut remplacer a par $-\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}$, et la formule (3) donne

$$\tang\varphi' = \frac{\sin^2(i+r) - \sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r) + \sin^2(i-r)} \cot\frac{\varphi}{2}$$

$$= \frac{2\sin i\cos i\sin r\cos r}{\sin^2 i\cos^2 r + \sin^2 r\cos^2 i}\cot\frac{\varphi}{2} = \frac{2\cot\frac{\varphi}{2}}{n\frac{\cos r}{\cos i} + \frac{\cos i}{n\cos r}}.$$

Quand la vibration est dirigée dans le plan d'incidence, il faut remplacer a par $-\frac{\tang(i-r)}{\tang(i+r)}$:

$$\tang\varphi'_1 = \frac{\tang^2(i+r) - \tang^2(i-r)}{\tang^2(i+r) + \tang^2(i-r)}\cot\frac{\varphi}{2}$$

$$= \frac{(\sin i\cos i + \sin r\cos r)^2 - (\sin i\cos i - \sin r\cos r)^2}{(\sin i\cos i - \sin r\cos r)^2 + (\sin i\cos i + \sin r\cos r)^2}\cot\frac{\varphi}{2}$$

$$= \frac{2\cot\frac{\varphi}{2}}{n\frac{\cos i}{\cos r} + \frac{\cos r}{n\cos i}}.$$

La différence de marche entre ces deux vibrations sera donc

$$\tang(\varphi'_1 - \varphi') = \tang\psi = \frac{2\sin\frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi}{2}\left(n - \frac{1}{n}\right)\left(\frac{\cos r}{\cos i} - \frac{\cos i}{\cos r}\right)}{4\cos^2\frac{\varphi}{2} + \left(n + \frac{1}{n}\right)^2 + \left(\frac{\cos r}{\cos i} - \frac{\cos i}{\cos r}\right)^2\sin^2}$$

Donc, en général, la lumière polarisée primitivement dans un azimut A sera transformée en une vibration elliptique. La différence de marche $\varphi'_1 - \varphi'$ entre les rayons principaux sera nulle pour

$$\sin\frac{\varphi}{2} = 0 \quad \text{ou} \quad \cos\frac{\varphi}{2} = 0,$$

c'est-à-dire pour le milieu des anneaux obscurs et brillants; elle sera maximum pour

$$\sin\frac{\varphi}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}}.$$

Si donc on suppose l'intervalle compris entre deux anneaux obscurs consécutifs divisé en quatre parties égales, l'anomalie croît dans le premier quart de zéro à un maximum et diminue jusqu'à zéro dans le second. Dans les deux autres quarts elle reprend les mêmes valeurs avec des signes contraires. La valeur maximum de $\varphi'_1 - \varphi'$ ne peut jamais être égale à $\frac{\pi}{2}$, puisque le dénominateur $\operatorname{tang}(\varphi'_1 - \varphi')$ ne peut être nul; la vibration ne deviendra donc jamais circulaire.

Pour calculer tous les phénomènes, il faut non seulement connaître l'anomalie $\varphi'_1 - \varphi'$, mais encore le rapport des intensités des rayons composants. Soit $\operatorname{tang}^2 A'$ ce rapport. Les intensités sont données par la formule (2), et, en remplaçant a par les valeurs a et a' correspondant aux deux plans principaux, on aura

$$\operatorname{tang}^2 A' = \operatorname{tang}^2 A \frac{a'^2\left[(1-a^2)^2 + 4a^2\sin^2\frac{\varphi}{2}\right]}{a^2\left[(1-a'^2)^2 + 4a'^2\sin^2\frac{\varphi}{2}\right]}.$$

Lorsque $\sin\frac{\varphi}{2} = 0$, on a les anneaux obscurs, et, comme ils ne contiennent aucune lumière, ils seront toujours vus dans les deux images sous toutes les incidences. Pour $\sin\frac{\varphi}{2} = 1$, les anneaux sont brillants; ils sont polarisés dans l'azimut A'_1 :

$$\operatorname{tang} A'_1 = \operatorname{tang} A \frac{a'(1+a^2)}{a(1+a'^2)},$$

et si l'on met dans cette direction la section principale de l'analyseur, ils disparaîtront dans l'image extraordinaire, ils

Fig. 225.



occuperont la place des anneaux obscurs transmis. L'aspect de la figure est représenté ci-dessus (*fig.* 225).

ANNEAUX TRANSMIS. — La théorie des anneaux transmis s'établit de la même manière; en voici les résultats. Quand la lumière est polarisée dans les plans principaux, l'intensité des rayons transmis est

$$J = \frac{(1 - a^2)^2}{(1 - a^2)^2 + 4a^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}},$$

dans laquelle il faudra remplacer a^2 par $\frac{\sin^2(i - r)}{\sin^2(i + r)}$ ou par $\frac{\tang^2(i - r)}{\tang^2(i + r)}$, suivant que le plan de polarisation sera parallèle ou perpendiculaire à celui d'incidence. Cette intensité ne sera jamais nulle; elle devient maximum pour $\sin\frac{\varphi}{2} = 0$ et minimum pour $\sin\frac{\varphi}{2} = 1$, ce qui reproduit les conditions connues de l'expérience.

La différence de marche entre les deux rayons principaux est complémentaire de celle des rayons réfléchis; elle est nulle

pour les points qui correspondent aux lieux occupés par les anneaux obscurs et brillants. L'azimut de polarisation rétablie est calculé par la formule

$$\tang^2 A' = \tang^2 A \frac{(1 - a'^2)^2}{(1 - a^2)^2} \frac{\left[(1 - a^2)^2 + 4a^2 \sin^2\frac{\varphi}{2}\right]}{\left[(1 - a'^2)^2 + 4a'^2 \sin^2\frac{\varphi}{2}\right]}.$$

A′ sera l'azimut de la polarisation des anneaux réfractés obscurs, quand on fera $\sin\frac{\varphi}{2} = 1$:

$$\tang A' = \tang A \frac{(1 - a'^2)(1 + a^2)}{(1 - a^2)(1 + a'^2)} = \tang A \frac{\frac{n\cos r}{\cos i} + \frac{\cos}{n\cos r}}{\frac{n\cos i}{\cos r} + \frac{\cos r}{n\cos i}}.$$

Si au contraire $\sin\frac{\varphi}{2} = 0$, A′ exprimera le plan de polarisation des anneaux réfractés brillants :

$$\tang A' = \tang A \frac{(1 - a'^2)(1 - a^2)}{(1 - a^2)(1 - a'^2)} = \tang A.$$

Le plan de polarisation n'aura pas changé, et, si l'on dirige alternativement la section principale de l'analyseur dans cet azimut A et dans A′, on verra successivement apparaître dans un noir complet deux systèmes d'anneaux sombres correspondant à ceux qu'on voit par réflexion et par réfraction.

Ces expériences ont un grand éclat. Pour les reproduire, Jamin place sur le cercle divisé un appareil composé de deux prismes de flint AA′ et BB′ en contact au point O par deux faces, l'une plane, l'autre convexe (*fig.* 226). Tous deux sont pressés par des vis convenables C et D. On peut les soulever ou les abaisser par une vis micrométrique FG de manière à amener successivement les bords des anneaux sous le fil du réticule de la lunette avec laquelle on les observe. La disposition des appareils est représentée *fig.* 227. La lumière incidente AD est polarisée par un nicol mobile autour d'un premier cercle azimutal CB. Elle est rendue parallèle au moyen

CHAPITRE XIII.

RÉFLEXION SUR LES MÉTAUX.

Réflexion sur les métaux. — Différence de marche. — Réflexions multiples. — Formules de Cauchy. — Couleur des métaux. — Polarisation elliptique par les substances transparentes, par les corps absorbants.

Réflexion des rayons infra-rouges. — Leur polarisation par réflexion. — Intensité du faisceau réfléchi. — Substances transparentes. — Substances métalliques. — Recherches de M. Mouton.

RÉFLEXION SUR LES MÉTAUX. — Malus (1) avait reconnu que la réflexion sur les métaux se fait suivant d'autres lois qu'à la surface des corps transparents.

Brewster (2), Biot (3), Neumann (4), de Senarmont (5) et Jamin (6) ont étudié expérimentalement cette question: elle a été traitée théoriquement par Mac Cullagh (7) et Cauchy (8). Nous nous occuperons surtout des résultats de l'expérience.

---

(1) *Mémoires de l'Académie des Sciences*, t. XI.

(2) *Philosophical Transactions*, 1830.

(3) *Annales de Chimie et de Physique*, 1re série, t. XCIV, p. 209.

(4) *Ann. de Pogg.*, t. XXVI, p. 89; 1832.

(5) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 2e série, t. LXIII, p. 337; 1839.

(6) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XXI, p. 430; t. XXII, p. 477; t. XXIII, p. 1003; t. XXV, p. 714; t. XXVI, p. 83; *Ann. de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XIX, p. 296; t. XXII, p. 311; *Comptes rendus*, t. XXVI, p. 383; t. XXVII, p. 147; 1845-48.

(7) *Proceed. of the Irish Academy*, t. I, p. 2, 159; t. II, p. 375; *Irish Transact.*, t. XVIII, Part I.

(8) *Comptes rendus*, t. II, p. 427; t. VIII, p. 553; *Journal de Liouville*, t. VII, p. 338; *Comptes rendus*, t. XXVI, p. 86; 1836-48.

Tout rayon polarisé dans le plan d'incidence ou perpendiculairement reste, après la réflexion, polarisé dans le même plan. Dans le premier cas, la proportion de lumière réfléchie croît depuis la réflexion normale jusqu'à l'incidence rasante où elle devient égale à 1; dans le second elle diminue d'abord et atteint un minimum sous une incidence déterminée I, après quoi elle augmente jusqu'à la réflexion rasante où elle est encore égale à l'unité. Ce minimum est peu prononcé pour l'argent, il est beaucoup plus accentué pour l'acier; pour certains oxydes métalliques il est voisin de zéro.

Il résulte de là que la lumière naturelle, qui peut être décomposée en deux faisceaux égaux polarisés dans les plans principaux, restera composée, après la réflexion, de deux rayons polarisés l'un dans le plan d'incidence, l'autre dans le plan perpendiculaire, le premier plus intense que le second, et leur superposition donnera une lumière partiellement polarisée dans le plan d'incidence, surtout sous l'angle I. A cause de cela I se nomme l'angle de polarisation maximum ou simplement de polarisation.

Pour mesurer les proportions A^2 et A'^2 de lumière réfléchie, quand elle est polarisée dans le plan d'incidence ou dans le plan perpendiculaire, Jamin (¹) a employé un miroir plan, mi-partie de verre et du métal qu'il voulait étudier. Ce miroir étant placé au centre de l'appareil de réflexion de Jamin, on polarise la lumière incidente à 45° et l'on reçoit sur un analyseur biréfringent la double image donnée par le métal et le verre. Si α est l'azimut de l'analyseur, les images ordinaires et extraordinaires données par le verre et par le métal sont :

	O.	E.
Verre..................	$a^2 \cos^2 \alpha$	$a'^2 \sin^2 \alpha$
Métal..................	$A^2 \cos^2 \alpha$	$A'^2 \sin^2 \alpha$

Il y a deux valeurs α_1 et α_2 de α pour lesquelles les images de noms contraires réfléchies par les deux substances sont égales, ce que l'œil apprécie très exactement; on mesure ces

(¹) *Annales de Chimie et de Physique*, 3ᵉ série, t. XIX, p. 296.

valeurs, puis, substituant à a, a' leurs valeurs connues en fonction de i et de r, on obtient

$$a^2\cos^2\alpha_1 = A'^2\sin^2\alpha_1,\quad A'^2 = \frac{a^2}{\operatorname{tang}^2\alpha_1} = \frac{\sin^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2\alpha_1\sin^2(i+r)},$$

$$A^2\cos^2\alpha_2 = a'^2\sin^2\alpha_2,\quad A^2 = a'^2\operatorname{tang}^2\alpha_2 = \frac{\operatorname{tang}^2\alpha_2\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)}.$$

Nous citerons les nombres obtenus pour l'acier; le minimum de A'^2 se trouve pour l'incidence $I = 76°$.

ACIER.

INCIDENCES.	RACINE CARRÉE DES INTENSITÉS DE LA LUMIÈRE RÉFLÉCHIE			
	polarisée dans le plan d'incidence : A		polarisée perpendiculairement au plan d'incidence : A'	
	observée.	calculée.	observée.	calculée.
85	0,951	0,977	0,719	0,709
80	0,945	0,954	0,547	0,583
75	0,946	0,932	0,566	0,569
70	0,915	0,910	0,545	0,569
60	0,897	0,874	0,630	0,630
50	0,828	0,842	0,666	0,681
40	0,780	0,815	0,688	0,717
30	0,790	0,795	0,760	0,742
20	0,780	0,781	0,770	0,758

DIFFÉRENCE DE MARCHE. — On vient de voir que les métaux polarisent la lumière incomplètement. Ils diffèrent des miroirs transparents par un caractère encore plus remarquable : ils décomposent une vibration plane en deux rayons polarisés parallèlement et perpendiculairement au plan d'incidence, inégaux en intensité et différents dans leur phase, de sorte que la lumière réfléchie est polarisée elliptiquement.

Polarisons la lumière incidente dans un azimut α: disposons le compensateur décrit page 503** dans le trajet du rayon incident, dirigeons son axe parallèlement au plan d'incidence,

mettons le micromètre au zéro et plaçons la section principale de l'analyseur dans le plan de polarisation du rayon incident. Nous verrons dans l'image extraordinaire une frange centrale noire, entre les deux fils qui servent à faire la visée. Dans cet espace, les deux prismes du compensateur sont sans effet; la lumière a conservé sa polarisation plane; partout ailleurs la polarisation est elliptique. Cela fait, recevons le rayon incident sur une surface métallique.

Sous l'incidence normale, le rayon réfléchi sera polarisé rectilignement dans un azimut $-\alpha$. Ce changement de signe vient, comme nous l'avons expliqué, de ce que le rayon revient sur ses pas et de ce que, l'observateur s'étant retourné, sa droite s'est placée du côté où était primitivement sa gauche. La frange centrale noire se voit donc au zéro de l'appareil dans l'image extraordinaire, lorsque l'azimut de l'analyseur est $-\alpha$.

Quand l'incidence augmente, la frange centrale se déplace peu à peu et pâlit. Cela veut dire : 1° que les deux rayons principaux prennent une différence de marche; 2° qu'elle est détruite par une certaine épaisseur de quartz; 3° qu'aux points où cette épaisseur existe, la polarisation plane est rétablie, mais dans un azimut différent. On fera tourner l'analyseur de manière à rendre de nouveau la frange noire, et alors la section principale de l'analyseur est dans le plan de cette polarisation rétablie. Or, comme les amplitudes $A\cos\alpha$ et $A'\sin\alpha$ des rayons réfléchis ne sont point changées par le compensateur, l'azimut β de la polarisation rétablie est donné par la formule

$$\tang\beta = \frac{A'}{A}\tang\alpha.$$

Le sens du déplacement de la frange indique que le rayon polarisé dans le plan d'incidence est en avance sur celui qui est polarisé perpendiculairement. Cette avance est nulle sous l'incidence normale: elle croît avec l'inclinaison, devient égale à $\frac{\lambda}{4}$ sous l'angle de polarisation I et à $\frac{\lambda}{2}$ pour la réflexion rasante. Le compensateur permet de mesurer cette différence

de marche Δ; il suffit, comme on l'a expliqué page 503**, de faire jouer le micromètre d'une quantité p jusqu'à ramener la frange sous le fil central. Si L est le déplacement quand la différence de marche est λ, Δ est égale à $\frac{p\lambda}{L}$. Voici le Tableau des différences de marche trouvées pour l'acier poli :

ACIER.

$$I = 76, \qquad \varepsilon = 57°53'.$$

INCIDENCES.	DIFFÉRENCES DE MARCHE EN FONCTION DE $\frac{\lambda}{2}$	
	observées.	calculées.
84°. 0	0,800	0,796
83.20	0,750	0,753
80.46	0,666	0,641
79. 0	0,600	0,596
76. 0	0,500	0,500
73. 0	0,400	0,392
68.16	0,333	0,320
61.39	0,222	0,226
51. 0	0,143	0,133
45.27	0,100	0,100
38.59	0,071	0,071

Puisque la différence de marche est égale à un quart d'onde sous l'incidence I, la lumière réfléchie sera polarisée circulairement si les deux rayons composants sont égaux. Ils le seront si l'on a polarisé la lumière incidente dans un azimut α, tel que l'on ait

$$A \cos\alpha = A' \sin\alpha.$$

On y arrive par tâtonnement. Alors on reconnaît, en analysant la lumière réfléchie, qu'elle donne deux images égales, qu'elle repasse à la polarisation rectiligne en traversant un quart d'onde, et, par le sens de la polarisation rétablie, que le rayon polarisé dans le plan d'incidence est en avance.

RÉFLEXIONS MULTIPLES. — Brewster a fait le premier une expérience très curieuse qui consiste à faire réfléchir plusieurs fois la lumière polarisée entre deux miroirs métalliques parallèles. En général, le rayon est dépolarisé; mais, pour certaines incidences, la polarisation est rétablie dans des azimuts déterminés qui sont alternativement positifs et négatifs. Après 2, 3, 4, ..., n réflexions, il y a 1, 2, 3, ..., $n-1$ incidences de polarisation rétablie. Neumann a expliqué ce fait comme il suit. Après une réflexion sous des incidences progressivement croissantes i_1, i_2, ..., la différence de marche prend les $n-1$ valeurs croissantes

$$\frac{\lambda}{2n}, \quad \frac{2\lambda}{2n}, \quad \frac{3\lambda}{2n}, \quad \ldots, \quad \frac{(n-1)\lambda}{2n}.$$

Après n réflexions, cette différence de marche est multipliée par n; elle devient, sous les mêmes incidences, égale à des multiples entiers de demi-longueur d'onde qui sont

$$\frac{\lambda}{2}, \quad \frac{2\lambda}{2}, \quad \ldots, \quad \frac{(n-1)\lambda}{2};$$

par conséquent, la polarisation est rétablie.

Réciproquement, si l'on détermine les diverses incidences de polarisation rétablie, i_1, i_2, ..., la différence de marche, après une seule réflexion, sera, pour chacune d'elles, égale à

$$\frac{\lambda}{2n}, \quad \frac{2\lambda}{2n}, \quad \ldots, \quad \frac{(n-1)\lambda}{2n}.$$

C'est ainsi qu'ont été trouvées les différences de marche du Tableau précédent. D'un autre côté, on pourra mesurer l'azimut β_n de la polarisation et en déduire le rapport des intensités. En effet, pour une réflexion, les amplitudes réfléchies sont $A'\sin\alpha$, $A\cos\alpha$; pour deux, elles deviennent $A'^2\sin\alpha$, $A^2\cos\alpha$, et ainsi de suite jusqu'à n réflexions; l'azimut de polarisation rétablie serait alors

$$\operatorname{tang}\beta_n = \pm\left(\frac{A'}{A}\right)^n \operatorname{tang}\alpha.$$

Si l'on a mesuré β_{n}, on calculera $\frac{A'}{A}$. Le signe $\pm$ correspond au cas où la différence de marche totale est égale à un multiple pair ou impair de $\frac{\lambda}{2}$.

FORMULES DE CAUCHY. — Ce que nous venons de dire suffit pour faire connaître le sens et l'explication générale des phénomènes de la réflexion métallique. Pour les calculer numériquement, il faut admettre certaines hypothèses sur la constitution de l'éther dans les milieux. Nous n'aborderons pas ce point compliqué, et nous nous contenterons de résumer les formules de Cauchy. A et A′ sont donnés par les relations suivantes :

$$A = \text{tang}(\varphi - 45), \qquad A' = \text{tang}(\chi - 45);$$

φ et χ se calculent par les équations

$$(1)\quad \begin{cases} \cot\varphi = \cos(2\varepsilon - u)\sin\left(2\,\text{arc tang}\,\dfrac{U}{\theta^2\cos i}\right), \\ \cot\chi = \cos u \sin\left(2\,\text{arc tang}\,\dfrac{\cos i}{U}\right). \end{cases}$$

θ et ε sont deux constantes, U et u deux variables qu'on trouve par les relations

$$(2)\quad \begin{cases} \cot(2u - \varepsilon) = \cot\varepsilon\cos\left(2\,\text{arc tang}\,\dfrac{\sin i}{\theta}\right), \\ \theta^2\sin^2\varepsilon = U^2\sin 2u. \end{cases}$$

Enfin, les constantes θ et ε se déterminent comme il suit. Sous l'angle I de polarisation, les variables u, U prennent les valeurs particulières

$$u = 2\beta, \qquad U = \sin I \,\text{tang}\, I,$$

β étant l'azimut de polarisation rétablie, quand on a détruit la différence de marche et que le rayon incident est polarisé à 45°. On remplace dans les formules (2) u et U par ces valeurs.

et l'on tire θ et ε. Une fois ces constantes connues, les valeurs de u et U se calculent pour chaque incidence, ainsi que φ et χ, puis enfin A et A'.

COULEUR DES MÉTAUX. — On voit que, pour calculer les conditions de la réflexion sur les métaux, il faut deux constantes : l'angle I et l'angle β dont la tangente est égale à $\frac{A'}{A}$ sous l'incidence I.

En cherchant les valeurs de ces deux angles I et β pour les diverses raies du spectre depuis le rouge jusqu'au violet, Jamin ([1]) a trouvé qu'elles sont notablement différentes. Voici quelques exemples :

	ARGENT.		MÉTAL des cloches.		ACIER.		ZINC.		MÉTAL des miroirs.	
	I.	β.	I	β.	I.	β.	I,	β.	I.	β.
Rouge	75° 0'	40°59'	74°15'	28°46'	77° 4'	16°29'	75°11'	17° 9'	76°14'	28°37'
D.....	72.30	40. 9	73.28	28.24	76.40	16.48	74.27	18.45	74. 7	27.21
E.....	71.30	40.19	72.20	25.31	75.47	17.30	73.28	21.13	73.35	25.52
F.....	69.34	39.46	71.21	23.55	75. 8	18.29	72.32	22.44	73. 4	26.15
H.....	66.12	39.50	70. 2	23.21	74.32	20. 7	71.18	25.18	71.56	28. 0

Il faut d'abord remarquer que les valeurs de I vont en diminuant, pour tous les métaux, depuis le rouge jusqu'au violet. Cela constitue une notable différence avec les corps transparents, chez lesquels l'inverse se présente. Pour ceux-ci,

$$\tang I = n.$$

Si cette relation s'appliquait aux métaux, il faudrait en conclure que l'indice de réfraction de ces corps diminue depuis le rouge jusqu'au violet; ils présenteraient une dispersion anomale.

([1]) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XXII, p. 311; 1848.

En examinant les valeurs de β, on peut diviser les métaux en trois classes : 1° l'argent et le métal des cloches, auxquels il faudrait ajouter l'or, le cuivre et le laiton, ont des valeurs de β qui décroissent du rouge au violet; 2° pour l'acier et le zinc la loi est inverse; 3° le métal des miroirs participe de ces deux classes : β décroît du rouge au vert et croît du vert au violet.

Connaissant ces valeurs, on peut calculer, au moyen des formules de Cauchy, la proportion réfléchie des divers rayons simples du spectre. En faisant ce calcul pour l'incidence normale, Jamin a trouvé que la première classe réfléchit plus abondamment les rayons peu réfrangibles, tels que le rouge; que le contraire a lieu pour la deuxième, et que pour la troisième la proportion réfléchie diminue du rouge au vert pour augmenter du vert au violet.

Au moyen du cercle chromatique de Newton, Jamin a pu calculer la teinte du faisceau réfléchi, c'est-à-dire la couleur des métaux ; elle a été entièrement conforme à l'expérience. B. Prévost avait remarqué autrefois que ces divers métaux offrent des teintes fort vives quand on fait réfléchir plusieurs fois la lumière entre deux lames parallèles, que le cuivre est pourpre ainsi que l'or, que l'argent est jaune d'or, l'acier et le zinc bleus et le métal des miroirs un peu rouge. Le calcul des teintes reproduit rigoureusement ces résultats. En résumé, les couleurs des métaux s'expliquent par les lois mêmes des rayons réfléchis.

POLARISATION ELLIPTIQUE PAR LES SUBSTANCES TRANSPARENTES. — Il semblerait, d'après ce que nous avons dit, qu'il y a deux modes distincts de réflexion : l'un offert par les métaux qui polarisent incomplètement la lumière naturelle, l'autre par les matières analogues au verre qui offrent un angle de polarisation complète, ne produisent aucune différence de phase entre les rayons principaux et suivent les formules de Fresnel. En y réfléchissant bien, il est naturel de penser qu'on passe insensiblement du premier cas au second. Depuis longtemps, en effet, on savait que, sur le soufre et le diamant, la polarisation n'est jamais complète. En opérant avec la lumière so-

laire, Jamin ([1]) a pu s'assurer qu'elle ne l'est pas même avec le verre, ni avec aucune substance dont l'indice dépasse 1,40. Pour celles qui ont un indice voisin de ce nombre, l'alun par exemple, elle devient totale; mais elle cesse de nouveau de l'être avec les liquides tels que l'eau et avec les solides les moins réfringents, comme l'hyalite ou la fluorine. En général, le rapport des amplitudes des rayons polarisés dans les plans perpendiculaire et parallèle au plan d'incidence prend une valeur minima sous un angle de polarisation ; cette valeur diminue depuis l'argent jusqu'au verre; elle est nulle pour l'alun; mais elle cesse de l'être pour les corps moins réfringents que l'alun, et elle augmente à mesure que l'indice diminue.

En suivant de tout point la méthode qui vient d'être appliquée aux métaux, Jamin a constaté que non seulement les substances transparentes polarisent incomplètement la lumière, mais qu'en outre elles impriment une différence de marche aux vibrations dirigées dans les plans principaux; que le rayon polarisé dans le plan d'incidence est en avance sur celui qui est polarisé perpendiculairement; que la différence de marche croît d'abord très lentement depuis $i=0$ jusqu'à des angles voisins de I; qu'ensuite elle augmente rapidement jusqu'à la valeur $\frac{\lambda}{4}$, qu'elle atteint pour l'incidence I, puis jusqu'à $\frac{\lambda}{2}$, à mesure que l'on approche de la réflexion rasante. Ce qui se passait pour les métaux se reproduit donc, même pour le verre. Voici les résultats que cette substance a offerts; l'angle β est celui dont la tangente exprime le rapport des amplitudes ; la différence de marche est calculée en fraction de $\frac{\lambda}{2}$.

([1]) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XIX, p. 263; 1847

VERRE.

$n = 1{,}487, \qquad \varepsilon = 0{,}00752.$

INCIDENCE.	DIFFÉRENCE DE MARCHE		β	
	observée.	calculée.	observé.	calculé.
° '			° '	° '
0	0,000	0,000	1	
54	0,036	0,037	3. 9	3.17
55	0,058	0,061	1.43	1.44
55.30	0,141	0,127	0.54	0.59
55.45	0,223	0,159	0.33	0.39
56	0,420	0,396	0.21	0.22
56.15	0,636	0,681	0.29	0.28
56.30	0,846	0,837	0.51	0.47
57	0,913	0,917	1.36	1.12
58	0,958	0,970	3. 2	3.50
61	0,981	0,985	7. 8	7.41
90	1,000	1,000	45	45

On peut remarquer qu'avec l'argent la différence de marche se fait sentir depuis l'incidence de zéro jusqu'à l'incidence de 90°; avec le verre, elle n'est appréciable qu'entre 54° et 61°. A mesure que l'indice décroît, ces limites se rapprochent; elles se confondent quand on opère avec l'alun, et alors il y a un angle de polarisation complète.

Pour la fluorine, la différence de marche reparaît entre des limites très rapprochées de 1; elle croît encore depuis o jusqu'à $\frac{\lambda}{2}$ entre les incidences normale et rasante; mais elle a éprouvé un changement caractéristique : elle a changé de signe, et c'est le rayon polarisé dans le plan d'incidence qui est en retard sur celui qui est polarisé perpendiculairement. D'après ce caractère, on peut diviser les substances en deux catégories : les unes, dont l'indice dépasse 1,40, qui ont une différence de marche *positive*, et les autres, dont la réfringence est très faible, où cette différence de marche est *négative*.

Il est évident que les formules de Fresnel ne s'appliquent rigoureusement qu'à l'alun et au petit nombre de corps qui se comportent comme lui; dans l'immense majorité des cas, elles ne sont qu'une approximation, acceptable seulement pour les incidences éloignées de I; mais, au voisinage de cet angle, elles laissent passer inaperçu le phénomène capital de la réflexion elliptique.

Longtemps avant que Jamin eût découvert ces faits, Cauchy en avait prévu la théorie; mais il avait restreint ses formules pour les faire coïncider avec celles de Fresnel, ne supposant pas que celles-ci fussent inexactes. Voici quelles sont ces formules. Soit β l'angle dont la tangente exprime le rapport des amplitudes; on a, en représentant par ε un coefficient très petit,

$$\operatorname{tang}^2\beta = \frac{A'^2}{A^2} = \frac{\cos^2(i+r) + \varepsilon^2 \sin^2 i \sin^2(i+r)}{\cos^2(i-r) + \varepsilon^2 \sin^2 i \sin^2(i-r)};$$

la différence de marche entre les deux rayons principaux est

$$\operatorname{tang}\Delta = \frac{\varepsilon \sin i\,[\operatorname{tang}(i+r) + \operatorname{tang}(i-r)]}{1 - \varepsilon^2 \sin^2 i \operatorname{tang}(i+r)\operatorname{tang}(i-r)}.$$

La théorie de Cauchy ne pouvait déterminer la valeur de ε; c'est l'expérience qui a montré que ce coefficient, toujours très petit, est positif pour les substances à différence de marche positive et négatif pour les autres. Les formules se réduisent à celles de Fresnel si $\varepsilon = 0$, puisqu'on a

$$\operatorname{tang}\beta = \frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)} \qquad \text{et} \qquad \operatorname{tang}\Delta = 0.$$

Voici quelles sont les valeurs de ε et de n pour diverses substances :

	n.	ε.
Sélénium	2,605	0,1200
Houille	1,701	0,1158
Réalgar	2,454	0,0791
Strass	1,597	0,0492
Blende	2,371	0,0292
Diamant	2,434	0,0180

	n.	ε
Flint	1,714	0,0170
Quartz	1,530	0,0112
Alun	1,428	0,0000
Mélinite	1,482	0,0000
Fluorine	1,439	—0,0084
Hyalite	1,421	—0,0064

POLARISATION PAR LES CORPS ABSORBANTS. — Il y a des substances qui réfléchissent la lumière en la colorant et qui semblent tenir le milieu, au point de vue de leurs propriétés optiques, entre les corps transparents et les métaux. Brewster (¹), ayant reçu sur un prisme biréfringent des rayons réfléchis par le chrysamate de potasse, constata que la lumière polarisée dans le plan d'incidence est incolore, tandis que la lumière polarisée perpendiculairement à ce plan était fortement colorée; Haidinger (²) étendit ce résultat à un assez grand nombre de substances, carthamine, permanganate de potasse, etc. (corps à couleurs superficielles); enfin M. Stokes (³), opérant avec de la lumière homogène, reconnut que ces corps polarisent elliptiquement la lumière pour laquelle ils sont opaques, et rectilignement celle qu'ils peuvent transmettre.

Cette étude a été reprise par plusieurs physiciens, notamment par M. Lundquist (⁴) et M. Eilhard Wiedemann (⁵), qui ont exécuté des mesures précises; nous ne rapporterons que les résultats suivants, obtenus par M. Lundquist avec la fuchsine et en employant la méthode de Jamin.

(¹) *Phil. Trans.*, p. 187; 1829.

(²) *Wien. Berichte*, t. XXXVI, p. 183.

(³) *Philosoph. Magazine*, 4ᵉ série, t. VI, p. 395; *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3ᵉ série, t. XLVI, p. 504; 1856.

(⁴) Lundquist, Mémoire présenté à la Société royale des Sciences d'Upsal, le 6 décembre 1873, analysé dans le *Journal de Physique*, 1ʳᵉ série, t. III, p. 352.

(⁵) E. Wiedemann, *Ann. de Pogg.*, t. CLI, p. 1 (1874), analysé dans le *Journal de Physique*, 1ʳᵉ série, t. IV, p. 20.



	RAIES						
	B.	C.	D.	E.	F.	I.	V.
λ en milliém. de millim.	0,6867	0,6562	0,5892	0,5269	0,4860	0,4475	0,4226
I	50°52′	51°30′	55°12′	51°38′	45°45′	41°36′	41°36′
β	0°36′	0°24′	6°36′	15°48′	17°54′	9° 0′	4°36′.
n_0	1,230	1,264	1,405	1,108	0,877	0,864	"

Pour les raies B et C, la fuchsine est transparente et le coefficient β, qui mesure en quelque sorte l'ellipticité, est très faible; la fuchsine absorbe complètement le vert, et dans la région comprise du jaune au violet l'elliptisation est assez énergique. Les nombres n_0 de la dernière ligne sont les indices de la fuchsine par rapport au crown, mesurés directement par M. Christiansen. On voit que la dispersion est anomale dans l'intervalle où la réflexion est métallique, conformément à l'observation de Jamin (*voir* p. 609**) sur les indices des métaux. C'est dans la région de la réflexion métallique que l'angle de polarisation varie le plus rapidement avec la couleur.

RÉFLEXION DES RAYONS INFRA-ROUGES.

POLARISATION PAR RÉFLEXION DES RAYONS INFRA-ROUGES. — Bérard [1] constata le premier l'existence de la polarisation par des mesures d'intensité calorifique. Il employait une sorte d'appareil de Biot, en ayant le soin de concentrer la chaleur réfléchie par le second miroir sur la boule d'un thermomètre; il reconnut que l'élévation de température était plus forte quand les plans d'incidence sur les deux miroirs étaient parallèles que quand ils étaient croisés.

Plus tard, Knoblauch [2] d'une part, de la Provostaye et Desains d'autre part, établirent l'identité des lois de la polari-

[1] Bérard, *Mémoires de la Société d'Arcueil*, t. III.

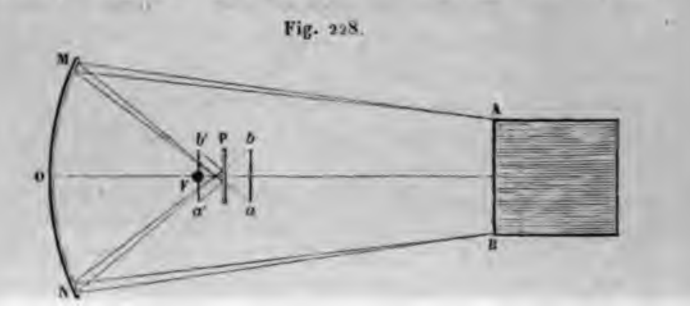
[2] Knoblauch, *Ann. de Pogg.*, t. LXXIV, p. 161, 170 et 177; 1848.

[3] De la Provostaye et Desains, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XXVII, p. 109; t. XXVIII, p. 252; 1849-50.

sation qu'on les étudie soit par des mesures photométriques, soit à l'aide de l'appareil de Nobili et Melloni. A cet effet, ils mesurèrent l'intensité du faisceau calorifique réfléchi à la surface des corps transparents ou opaques.

INTENSITÉ DU FAISCEAU RÉFLÉCHI. — On doit à Leslie les premières mesures relatives à l'intensité de la radiation réfléchie par diverses substances; mais on jugeait alors la question beaucoup moins compliquée qu'elle ne l'est en réalité. Leslie (¹) se contenta de la solution suivante. Un cube rempli d'eau bouillante AB (*fig.* 228) envoyait des rayons sur un miroir

Fig. 228.



concave qui les réfléchissait et tendait à former une image renversée *ba* de la face AB. Mais, avant d'arriver à ce plan focal, les rayons étaient reçus en P sur des lames de diverses substances, de dimensions égales et polies sur leur surface antérieure. Là ils étaient réfléchis de nouveau et se concentraient en *a'b'*, où l'on fixait un thermomètre différentiel F. Il est évident que les différentes lames placées en P interceptent une partie toujours égale de la chaleur émise par AB, qu'elles laissent arriver au miroir MN et qu'elles reçoivent sur leur face antérieure un faisceau toujours égal. Par suite, les élévations de température du thermomètre F sont proportionnelles à la quantité de chaleur réfléchie par les lames diverses que l'on place en P, et leur rapport mesure, d'après Leslie, celui des *pouvoirs réflecteurs* des diverses substances. Leslie trouva

(¹) *Inquiry into the nature of heat*; London, 1804.

que le laiton poli possède le plus grand pouvoir réflecteur; il le prit comme terme de comparaison, le désigna par 100, et ceux des autres corps furent proportionnellement exprimés par les nombres suivants :

Résultats de Leslie.

Laiton	100	Plomb	60
Argent	90	Étain amalgamé	50
Étain	85	Verre	10
Étain plané	80	Verre huilé	5
Acier	70	Noir de fumée	0

On voit que Leslie considérait les pouvoirs réflecteurs comme des constantes spécifiques propres à chaque substance et qu'il se contentait d'en déterminer les rapports. Cela était une idée fausse; nous savons maintenant que l'intensité des radiations réfléchies change avec l'inclinaison. Pour la déterminer, nous prendrons un faisceau incident d'intensité connue I, nous mesurerons l'intensité I' du faisceau réfléchi, et nous calculerons *la proportion* $\frac{I'}{I}$; nous chercherons suivant quelles lois elle varie avec l'incidence, et, comme le faisceau incident est un composé multiple de radiations simples superposées, nous examinerons successivement chacune d'elles. Cette étude rationnelle a été commencée par Melloni et continuée par de la Provostaye et Desains.

Le rayon incident arrivant dans la direction de MN (*fig.* 5, p. 9**) et la pile étant placée en D sur la règle mobile GP, on la dirige d'abord sur le prolongement de MN, de manière à recevoir le faisceau direct et à mesurer son intensité I. On place ensuite en I le miroir qu'on veut étudier, et on lui donne une inclinaison qu'on détermine par l'alidade F; puis, amenant la pile dans la direction du faisceau réfléchi, on mesure son intensité I'. Dans les deux cas, la distance de la source à la pile est la même; par conséquent, le rapport $\frac{I'}{I}$ est égal à la proportion de chaleur réfléchie. On trouve qu'il augmente généralement avec l'inclinaison.

SUBSTANCES TRANSPARENTES. — Voici maintenant le résultat des mesures quantitatives. On a commencé par les substances transparentes et l'on a pris le verre pour exemple. Or, d'après Fresnel, la fraction de lumière réfléchie est représentée par la formule

$$\frac{I'_1}{I_1} = \frac{1}{2}\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)} + \frac{1}{2}\frac{\tang^2(i-r)}{\tang^2(i+r)},$$

dans laquelle i et r sont les angles d'incidence et de réflexion qui sont liés par la relation

$$\sin i = n \sin r.$$

En donnant à n sa valeur moyenne, on pouvait donc calculer la proportion $\frac{I'_1}{I_1}$ de lumière réfléchie par le verre, mesurer avec l'appareil de Melloni la fraction $\frac{I'}{I}$ de chaleur réfléchie par le même corps sous les mêmes incidences et comparer $\frac{I'_1}{I_1}$ à $\frac{I'}{I}$. Voici le résultat de cette comparaison :

Incidence.	Proportion réfléchie de chaleur.	Proportion réfléchie de lumière.
80°	55,1	54,6
75	40,7	40,8
70	30,6	30,8
60	17,99	18,3
50	11,66	11,7
40	8,08	8,1
30	6,12	6,1
20	5,03	5,0

Le faisceau calorifique comprend, outre les radiations lumineuses, les radiations infra-rouges; mais pour un même corps, l'indice variant en somme dans des limites assez étroites, la proportion réfléchie varie peu d'une radiation à une autre, ce qui explique l'identité observée.

SUBSTANCES MÉTALLIQUES. — Le phénomène est plus complexe quand on s'adresse aux métaux. Cependant, grâce aux calculs de Cauchy et aux expériences de Jamin, la question optique est aussi bien résolue pour les métaux que pour les corps transparents, et la comparaison des effets calorifiques et lumineux peut se faire de la même manière. Elle présente ici un intérêt de plus. Le verre réfléchissait également les couleurs diversement réfrangibles, mais les métaux ne sont plus dans ce cas. Le cuivre est rouge, parce qu'il réfléchit mieux les lumières moins réfrangibles; l'or est jaune, parce qu'il réfléchit mieux la partie moyenne du spectre, et le zinc doit sa teinte bleuâtre à cette circonstance qu'il éteint par sa réflexion une partie des lumières rouge et jaune et une portion plus petite de la lumière bleue. Pour établir l'identité de la chaleur rayonnante et de la lumière, il y avait donc lieu d'examiner si ces substances réfléchissent inégalement les chaleurs de différente longueur d'onde, et également les chaleurs et les lumières simples de même réfrangibilité. Jamin avait déterminé pour différents métaux les proportions réfléchies des diverses couleurs du spectre; de leur côté, de la Provostaye et Desains ont fait la même opération pour les chaleurs qui ont la même réfrangibilité, et, ayant comparé leurs expériences à celles de Jamin, ils ont reconnu que les deux ordres de phénomènes sont absolument identiques, comme on en jugera par le Tableau suivant :

		INCIDENCE DE 70°			
		Platine.	Zinc.	Métal des miroirs	Laiton.
Chaleur.	Vert du spectre	0,59	0,65	0,58	0,63
	Rouge.........	0,60	0,60	0,65	0,75
	Obscure.......	"	"	"	0,90
Lumière.	Vert du spectre	"	0,62	0,62	0,62
	Rouge.........	"	0,58	0,69	0,72

L'ensemble de ces expériences a beaucoup contribué à faire admettre l'identité de la chaleur rayonnante et de la lumière.

RECHERCHES DE M. MOUTON. — M. Mouton [1] s'est proposé de mesurer, pour diverses radiations obscures, le rapport $\frac{A}{A'}$ des coefficients de réflexion pour les radiations polarisées dans le plan d'incidence et dans le plan perpendiculaire et la différence de phase $\frac{\delta'-\delta''}{\lambda}$ de la radiation réfléchie dans les deux azimuts principaux. Il a pris comme source rayonnante la lampe de MM. Bourbouze et Wiesnegg dont le spectre obscur offre un grand développement.

M. Mouton a employé trois miroirs d'acier, de métal des miroirs et de verre platiné, et des radiations de longueurs d'onde $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, définies par la condition que la rotation imprimée par une lame de quartz au plan de polarisation de la lumière correspondante est respectivement 0,32, 0,16 et 0,10 [2] de celle qui est imprimée à la lumière jaune du sodium. La méthode employée pour la mesure des constantes du rayon elliptique est, en principe, celle de Senarmont.

Ces mesures ont établi que le rapport $\frac{A}{A'}$ des amplitudes principales, partant de 1 pour l'incidence normale, va en diminuant, passe par un minimum correspondant à l'incidence pour laquelle $\frac{\delta'-\delta''}{\lambda} = 0,25$, puis tend de nouveau vers l'unité.

Le Tableau suivant résume, pour l'acier, les résultats relatifs à la différence de marche $\frac{\delta'-\delta''}{\lambda}$; on y a joint, pour servir de terme de comparaison, les valeurs de $\frac{\delta'-\delta''}{\lambda}$ relatives à la

---

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. XIII, p. 229; *Journal de Physique*, 1re série, t. VII, p. 157; 1878.

(2) Ces rotations sont mesurées par la méthode employée par Desains (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXXXIV, p. 1056; 1877). Si l'on admettait la loi de Biot pour les radiations obscures, on aurait

$$\lambda_1 = 0^{mm},001,$$
$$\lambda_2 = 0^{mm},0014,$$
$$\lambda_3 = 0^{mm},0018.$$

longueur d'onde des raies du thallium ($\lambda = 0,000534$) et du sodium ($\lambda = 0,000588$).

INCIDENCES.	THALLIUM.	SODIUM.	λ_1.	λ_2.	λ_1.
40°	0,040	0,030	0,00	0,00	0,00
45	0,060	0,045	0,00	0,00	0,00
50	0,080	0,065	0,02	0,00	0,00
55	0,100	0,085	0,03	0,01	0,00
60	0,115	0,105	0,05	0,03	0,01
65	0,155	0,145	0,09	0,06	»
70	0,200	0,185	0,15	0,10	»
75	0,250	0,240	0,19	0,15	0,12
76	»	0,250	»	»	»
79	»	»	0,25	»	»
80	0,320	0,310	0,26	0,20	0,18
82	»	»	0,31	0,25	0,22
83,5	»	»	»	»	0,25

Donc, à partir de l'incidence normale, la réflexion métallique se rapproche de la réflexion par les substances transparentes, dans un intervalle d'autant plus grand que la longueur d'onde est plus considérable.

CHAPITRE XIV.

DISPERSION.

Dispersion dans les corps transparents. — Formules de Cauchy, de Briot et de M. Wüllner. — Comparaison des diverses formules avec l'expérience. — Cas des radiations obscures; expériences de M. Mouton. — Dispersion dans les corps cristallisés.

Relations de la dispersion et de l'absorption. — Dispersion anormale. — Essais de la théorie de la dispersion anormale.

DISPERSION DANS LES CORPS TRANSPARENTS. — Nous avons constaté par l'expérience que les lumières de diverses longueurs d'onde se transmettent avec la même vitesse dans le vide; mais il n'en est pas de même dans les corps transparents, puisque les diverses couleurs sont caractérisées par leur inégale réfrangibilité. Soient n l'indice d'un corps relativement à la lumière dont la longueur d'onde dans le vide est λ, V' la vitesse de cette radiation dans le milieu réfringent, V la vitesse commune dans le vide; on a

$$V' = \frac{V}{n}.$$

L'étude de la dispersion consiste à établir la relation qui lie n ou V' à la longueur d'onde λ correspondante.

FORMULES DE CAUCHY, DE BRIOT ET DE M. WULLNER. — Les mathématiciens ont essayé de déduire la loi de la dispersion de celle de l'élasticité de l'éther lumineux, à l'aide d'hypothèses qui doivent satisfaire à la condition que la dispersion soit nulle pour le cas de l'éther libre.

Cauchy [1] a publié à ce sujet, en 1835, un Mémoire important. Après avoir intégré les équations différentielles qui représentent le mouvement vibratoire de l'éther engagé dans

---

[1] *Nouveaux Exercices de Mathématiques*; Prague, 1835.

les corps pondérables, il établit que les équations se simplifient si l'on admet que la distance des molécules est négligeable par rapport à la longueur d'onde, et que dans ce cas, qui est celui du vide, il n'y a pas de dispersion.

Il n'en est pas de même dans les corps transparents : tout se passe comme si la distance des molécules d'éther était plus considérable que dans le vide et assez grande pour qu'on ne puisse la négliger par rapport à la longueur d'onde. On conçoit, en effet, que l'action exercée par les molécules pondérables sur les molécules d'éther doit modifier la disposition de ces dernières; elles forment sans doute autour des molécules pondérables de véritables atmosphères dont la densité varie du centre à la circonférence. Le problème de l'élasticité d'un pareil milieu doit comporter une complication excessive; mais Cauchy a essayé d'établir qu'on peut substituer à l'éther ainsi modifié un *éther fictif* de densité constante, que l'on devra considérer comme isotrope ou comme cristallisé, suivant que le corps dans lequel il est engagé est lui-même isotrope ou cristallisé. Il suffit alors de tenir compte, dans les équations relatives à la double réfraction, des termes qui contiennent la première puissance des distances des molécules d'éther.

La théorie de Cauchy conduit à représenter la vitesse V' de propagation d'une onde plane à vibrations transversales, dans un milieu isotrope, par une expression de la forme

$$V'^2 = a + \frac{b}{l^2} + \frac{c}{l^4} + \frac{d}{l^6} + \ldots; \tag{1}$$

a, b, c sont des constantes qui ne dépendent que de la constitution du milieu et dont les valeurs sont rapidement décroissantes; l est la longueur d'ondulation que possède dans le milieu considéré la lumière dont la longueur d'ondulation dans le vide est λ. On a, par définition,

$$n = \frac{\lambda}{l} = \frac{V}{V'} \tag{2}$$

et, par suite,

$$\frac{V'^2}{V^2} = \frac{1}{n^2} = \frac{1}{V^2}\left(a + \frac{bn^2}{\lambda^2} + \frac{cn^4}{\lambda^4} + \frac{dn^6}{\lambda^6} + \ldots\right). \tag{3}$$

Cette équation ne peut être résolue que par approximation. Si l'on prend pour première valeur approchée

$$\frac{1}{n^2} = \frac{a}{V^2},$$

on a, en substituant à n^2 sa valeur approchée dans le second membre de l'équation (3), une valeur plus approchée

$$\frac{1}{n^2} = \frac{a}{V^2} + \frac{b}{a\lambda^2} + \frac{cV^2}{a^2\lambda^4} + \frac{dV^4}{a^3\lambda^6} + \ldots,$$

c'est-à-dire que l'indice n est représenté en fonction de la longueur d'onde par une expression de la forme

$$(4) \qquad \frac{1}{n^2} = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \frac{D}{\lambda^6} + \ldots,$$

que l'on peut aussi écrire

$$(5) \qquad n = A' + \frac{B'}{\lambda^2} + \frac{C'}{\lambda^4} + \frac{D'}{\lambda^6} + \ldots$$

La loi du décroissement des valeurs des coefficients A', B', C' n'est, d'ailleurs, nullement arbitraire, elle est assignée par la théorie.

Briot (¹) a proposé une théorie de la dispersion plus générale que celle de Cauchy, en ce qu'elle fait intervenir d'une manière plus directe l'action exercée par les molécules pondérables sur les molécules d'éther. Cette influence peut se manifester soit par une modification du mouvement vibratoire de l'éther, soit par une modification de sa distribution à l'intérieur des corps. L'action des molécules pondérables sur les vibrations de l'éther introduit dans l'expression de l'indice de réfraction un terme proportionnel au carré de la longueur d'onde, tandis que le changement de distribution des molécules éthérées fournit des termes analogues à ceux de la formule

(¹) Briot, *Essai sur la théorie mathématique de la lumière*; Paris, 1864.

de Cauchy; on aurait donc

$$(6)\qquad \frac{1}{n^2} = K\lambda^2 + A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \ldots,$$

et la loi de variation des coefficients K, A, B, C suivrait encore une loi particulière différente de celle de Cauchy.

En égalant à zéro la dispersion dans le vide, Briot démontre que les molécules d'éther se repoussent en raison inverse de la sixième puissance de la distance, tandis que Cauchy avait trouvé que cette répulsion est en raison inverse de la quatrième puissance. S'il y a des corps auxquels on puisse appliquer la formule

$$\frac{1}{n^2} = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \ldots,$$

il faut que pour eux l'influence directe de la matière pondérable sur les vibrations de l'éther soit nulle. Briot en conclut que la force qui s'exerce entre les molécules de ces corps et l'éther est en raison inverse du carré de la distance.

Enfin M. Wüllner ([1]) a proposé récemment la formule

$$n^2 - 1 = -P\lambda^2 + \frac{Q\lambda^4}{\lambda^2 - \lambda_1^2}$$

qu'il a rattachée ([2]) à la théorie de la dispersion anomale de M. Helmholtz dont nous nous occuperons par la suite. Dans cette formule P, Q, λ_1 sont des constantes qui dépendent de la nature du milieu et entre lesquelles il n'y a aucune relation à établir *a priori*.

COMPARAISON DES DIVERSES FORMULES AVEC L'EXPÉRIENCE. — Pour les trois premières formules et pour les radiations visibles, cette comparaison a été faite par M. Ketteler ([3]). Elle établit que, pour les milieux parfaitement transparents, la formule de Cauchy à deux ou trois termes est généralement suffisante, sans qu'il soit nécessaire d'ajouter un terme proportionnel au

---

([1]) WÜLLNER, *Experimentalphysik*, 4e édition.
([2]) WÜLLNER, *Wied. Ann.*, t. XVII, p. 580; 1882.
([3]) KETTELER, *Annales de Poggendorff*, t. CXL, p. 1; 1869.

carré de la longueur d'onde. Les Tableaux suivants (¹) montreront l'ordre de grandeur des différences :

FLINT-GLASS DE ROSETTE.

LONGUEURS D'ONDE admises (¹) (en millièmes de millimètre).	RAIES.	*n* OBSERVÉ (²).	*n* CALCULÉ (²) par les formules de Cauchy (3 termes).	*n* CALCULÉ (²) par les formules de Briot (4 termes).
0,6872	B	1,61268	»	0
0,6567	C	1,61443	0	+ 1
0,5893	D	1,61929	− 1	+ 4
0,5271	E	1,62569	+ 5	+ 1
0,4862	F	1,63148	−10	0
0,4304	G	1,64269	+12	− 4
0,3956	H	1,65268	0	0

(¹) Moyenne des valeurs données par Fraunhofer, Van der Willigen, Ditscheiner, Ångström, Stefan et Mascart.

(²) Différence de la valeur calculée et de la valeur observée en unités du cinquième ordre décimal.

EAU A 19°,5.

LONGUEURS d'onde admises.	RAIES.	*n* OBSERVÉ (¹).	*n* CALCULÉ PAR LES FORMULES de Cauchy (2 termes).	*n* CALCULÉ PAR LES FORMULES de Cauchy (3 termes).	*n* CALCULÉ PAR LES FORMULES de Briot (4 termes).
(Les	B	1,33048	+12	0	0
mêmes	C	1,33122	− 1	− 8	− 1
que	D	1,33307	−12	− 9	0
dans	E	1,33527	−15	0	+ 4
le	F	1,33720	− 3	+ 1	0
Tableau	G	1,34063	− 2	0	+ 1
précédent.)	H	1,34350	+14	−18	0

(¹) D'après M. Wüllner.

(¹) Ces Tableaux ont été calculés par M. Wüllner.

M. Wüllner [1] a vérifié que sa formule convient aussi parfaitement pour représenter les observations.

Il faut donc, pour se décider, avoir recours soit à d'autres radiations que les radiations visibles, soit à des corps imparfaitement transparents.

CAS DES RADIATIONS OBSCURES. — EXPÉRIENCES DE M. MOUTON ET DE M. LANGLEY. — M. Mouton [2] a étudié la dispersion produite par les corps transparents sur les radiations obscures. Pour cela il était indispensable de mesurer les longueurs d'onde des rayons calorifiques avec une grande exactitude, et de déterminer avec une précision égale les indices des corps transparents pour ces mêmes radiations.

M. Mouton est parvenu à ce double résultat par un emploi judicieux de la méthode d'interférence de MM. Fizeau et Foucault. Rappelons que, si entre un polariseur et un analyseur croisés on porte une lame de quartz parallèle à l'axe, d'épaisseur e, ayant sa section principale à 45°, et si l'on reçoit la lumière émergente sur la fente d'un spectroscope, on obtient une série de bandes pour chacune desquelles l'expression $\frac{e(n'-n)}{\lambda}$ est un nombre entier k. Pour en déterminer la valeur, il suffit de connaître e, λ et $n'-n$, ce qui n'offre aucune difficulté pour les radiations lumineuses. Imaginons maintenant que l'on fasse voyager une pile thermo-électrique linéaire à partir de la dernière bande observable dans la partie visible du spectre. Soit k le numéro d'ordre de cette bande; la première bande sans chaleur au delà de l'extrémité rouge aura pour numéro d'ordre $k-1$, la suivante $k-2$, etc., et, puisque l'on connaît e, il suffira de déterminer $n'-n$ pour obtenir en valeur absolue la longueur d'onde λ correspondant aux radiations calorifiques du centre de chaque bande.

Pour déterminer n et n', c'est-à-dire les indices ordinaire et

---

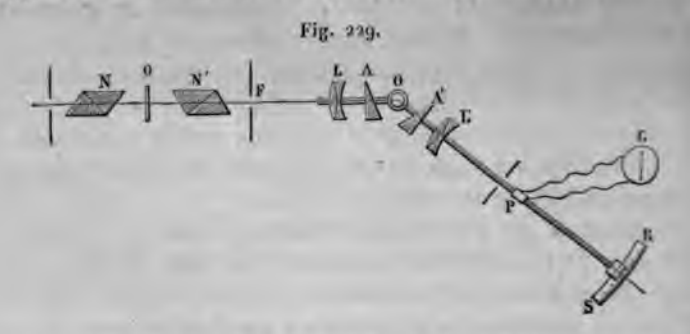
(1) Wullner, *Wied. Ann.*, t. XVII, p. 580; 1882.

(2) Mouton, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXXXVIII, p. 967, 1078 et 1189; 1879.

extraordinaire du quartz pour la radiation considérée, il faut employer la bande qui possède le même numéro d'ordre dans les deux spectres ordinaire et extraordinaire. On a recours à la méthode de la déviation minimum.

Le *spectroscope calorifique* de M. Mouton contient, outre l'appareil d'interférence NN'Q (*fig.* 229) : 1° un collimateur

Fig. 229.



représenté par la fente F et la lentille achromatique L; 2° deux prismes de quartz symétriques A, A', mobiles sur un pivot central, et qui donnent toujours le minimum de déviation; 3° enfin l'appareil remplaçant la lunette, à savoir une lentille achromatique et, en son foyer, la pile; A', L' et P sont portés par un bras mobile, terminé par un vernier R qui se déplace sur l'arc S dont le centre est en O.

Il est évident que, si l'on a fixé la position du vernier pour la raie D, dans le spectre ordinaire, par exemple, on a, en désignant par Δ la déviation correspondante, par A l'angle de chacun des prismes, par ν l'indice ordinaire de la raie D,

$$\nu = \frac{\sin\left(A + \frac{\Delta}{2}\right)}{\sin A}.$$

Soit δ l'angle dont on aura tourné la pile dans la direction des rayons les moins réfrangibles, mesuré par la course du vernier; on a

$$n = \frac{\sin\left(A + \frac{\Delta}{2} - \frac{\delta}{2}\right)}{\sin A}.$$

On mesure n' de la même manière, et l'on obtient la valeur $n' - n$, d'où l'on déduit λ.

Connaissant λ, n et n', on peut étudier la loi de la dispersion du quartz; pour obtenir la loi de la dispersion du flint, il suffira de remplacer les prismes de quartz A par des prismes de flint, etc.

Nous ne nous occuperons pour le moment que de cette dernière substance. La formule de Cauchy à trois termes, qui représente très bien les résultats pour le spectre lumineux, est tout à fait insuffisante pour le spectre calorifique, comme on le verra par le Tableau suivant; la longueur d'onde de la raie D a été prise égale à $0^{mm},0005888$.

LONGUEURS D'ONDE en millièmes de millimètre.	INDICES DU FLINT		DIFFÉRENCES.
	observés.	calculés.	
0,88	1,6040	1,6063	0,0023
1,08	1,5968	1,6028	0,0030
1,45	1,5939	1,5998	0,0059
1,77	1,5894	1,5986	0,0092
2,14	1,5841	1,5978	0,0137

La formule de Briot

$$\frac{1}{n^2} = K\lambda^2 + A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4},$$

présente, au contraire, une concordance absolue avec les résultats de l'expérience, en faisant

$\log K$..............	$\bar{3},6258267$
$\log A$..............	$1,5928307$
$\log(-B)$..........	$\bar{3},0995795$
$\log(-C)$..........	$\bar{5},0417832$

On suppose λ évalué en millièmes de millimètre.

D'autre part, M. Wüllner (1) a établi que sa formule repré-

(1) Wüllner, *Wied. Ann.*, t. XXIII, p. 310; 1884.

sente d'une manière parfaite les observations de M. Langley (¹) sur la dispersion du flint de $\lambda = 0^{mm},0002356$ à $0^{mm},0003968$, en posant

$$\log P = \bar{1},9927509,$$
$$\log Q = \bar{1},9927141,$$
$$\log \lambda_1^2 = 0,1646773.$$

Mais ni la formule de Briot ni celle de M. Wüllner ne suffisent à représenter les dernières observations de M. Langley (²) sur la dispersion du sel gemme jusqu'à des valeurs de λ supérieures à $0^{mm},005$. En calculant les constantes de ces formules d'après les observations faites dans le spectre visible, on trouve que, à partir de $\lambda = 0^{mm},001$, les valeurs de n calculées par la formule de M. Wüllner sont supérieures aux valeurs observées; la formule de Briot s'écarte de l'expérience en sens inverse.

DISPERSION DANS LES CORPS CRISTALLISÉS. — Les diverses théories de la dispersion conduisent, pour le cas des cristaux biréfringents et dans le cas de la réfraction opérée dans les sections principales, à des formules identiques à celles des milieux isotropes, mais en attribuant aux constantes des valeurs différentes pour la réfraction ordinaire et la réfraction extraordinaire dans les cristaux à un axe, ou pour les réfractions principales dans les cristaux à deux axes. M. Beer (³) a vérifié que la formule de Cauchy représente bien les indices du quartz et du spath, ainsi que ceux de l'arragonite et de la topaze, mesurés par Rüdberg dans le spectre visible.

Mais les formules de Briot et de M. Wüllner conviennent seules quand on fait entrer en ligne de compte les indices des radiations obscures. Voici le résultat des expériences de M. Mouton sur le quartz :

(¹) Langley, *Wied. Ann.*, t. XXII, p. 598; 1884.
(²) Langley, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 6ᵉ série, t. IX, p. 496; 1886.
(³) Beer, *Introduction à la haute Optique*, traduction de M. Forthomme, p. 250 et 328.

LONGUEURS D'ONDE en millièmes de millimètre.	INDICES		DIFFÉRENCES.
	observés.	calculés par la formule de Cauchy.	
	Spectre ordinaire.		
0,88	1,5371	1,5378	0,0007
1,08	1,5338	1,5359	0,0021
1,45	1,5289	1,5344	0,0055
1,77	1,5247	1,5337	0,0090
2,14	1,5191	1,5334	0,0143
	Spectre extraordinaire.		
0,88	1,5460	1,5467	0,0007
1,08	1,5427	1,5450	0,0023
1,45	1,5377	1,5434	0,0057
1,77	1,5335	1,5427	0,0092
2,14	1,5278	1,5423	0,0145

Au contraire, les résultats sont très bien exprimés par les formules de Briot avec

	Spectres	
	ordinaire.	extraordinaire.
log K.........	$\bar{3}$,6711447	$\bar{3}$,6774149
log A.........	$\bar{1}$,6277358	$\bar{1}$,6227630
log (— B).....	$\bar{4}$,9190876	$\bar{4}$,9195954
log C.........	$\bar{7}$,0487454	$\bar{7}$,0460964

M. Wüllner a aussi établi que sa formule s'applique aux observations de M. Mouton sur le spectre ordinaire du quartz, en posant

$$\log P = 0{,}2507919,$$
$$\log Q = 0{,}2509404,$$
$$\log \lambda_1^2 = \bar{1}{,}8825204.$$

RELATIONS DE LA DISPERSION ET DE L'ABSORPTION. — DISPERSION ANOMALE. — Dans le cours de ses études sur la réfraction des

(¹) WÜLLNER, *Wied. Ann.*, t. XXIII, p. 308; 1884.

gaz, M. Le Roux ([1]) découvrit que la vapeur d'iode, dont les propriétés absorbantes sont si remarquables, réfracte plus fortement le rouge que le violet, contrairement à ce qui a lieu pour toutes les substances que l'on avait étudiées jusque-là.

M. Hurion ([2]) est parvenu à mesurer, à la température de 700°, l'indice de la vapeur d'iode et a trouvé pour le rouge $n_r = 1{,}0205$, pour le violet $n_v = 1{,}019$, ce qui correspond à une dispersion négative à peu près égale à la dispersion positive du verre. En admettant que le pouvoir réfringent d'un corps est indépendant de son état physique, on trouverait, d'après ces données, pour la dispersion de l'iode solide,

$$n_r = 1{,}89,$$
$$n_v = 1{,}83,$$

tandis que l'étude de la dispersion d'une solution titrée d'iode dans le sulfure de carbone a donné, en admettant que le pouvoir réfringent du mélange est la somme des pouvoirs réfringents des corps qui le constituent, les nombres suivants :

$$n_r = 2{,}07,$$
$$n_v = 1{,}98.$$

M. Christiansen ([3]) reconnut, en 1870, la dispersion anomale dans les dissolutions de fuchsine; son procédé consistait à mesurer, par la méthode de la réflexion totale, les indices des diverses couleurs. Sous l'incidence normale, la lumière réfléchie est fortement colorée en vert; pour des incidences croissantes, la lumière réfléchie étudiée au spectroscope montre, outre le vert, successivement le bleu, le violet, le rouge, l'orangé et enfin le jaune. On doit conclure de là que le vert est totalement réfléchi pour toutes les incidences, que parmi les autres couleurs le bleu est la plus réfrangible, le jaune la moins réfrangible.

([1]) Le Roux, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LXI, p. 385; 1861.

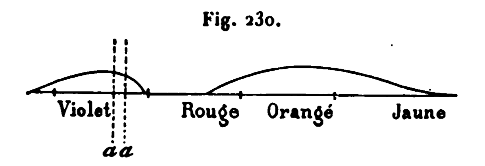
([2]) Thèse de doctorat (1878), *Journal de Physique*, 1re série, t. VII, p. 181.

([3]) Christiansen, *Annales de Poggendorff*, t. CXLI, p. 479; t. CXLIII, p. 250; t. CXLVI, p. 154; 1870-1872.

que le violet et le rouge se placent dans l'intervalle. Cette conséquence a été vérifiée directement par M. Christiansen en produisant le spectre de réfraction de la fuchsine. Comme les solutions de cette substance sont complètement opaques sous une assez faible épaisseur, on se borne à humecter l'arête d'un prisme creux avec quelques gouttes de dissolution. Ce prisme est formé de deux lames de glace faisant entre elles un angle de 1° environ.

Le spectre ainsi produit est extraordinairement étendu. La *fig.* 230 montre la disposition et l'intensité relative des couleurs; le vert manque absolument. Les deux traits verticaux dans le violet désignent l'étendue et la position du spectre complet obtenu avec le même prisme contenant de l'alcool pur. Les indices mesurés par M. Christiansen pour les principales raies sont donnés par le Tableau suivant :

Fig. 230.



	SOLUTION de fuchsine à 18 pour 100.	ALCOOL PUR.
B................	1,450	1,3628
C................	1,502	non mesuré
D................	1,561	1,3654
E................	"	1,3675
F................	1,312	1,3696
G................	1,258	1,3733
H................	1,312	1,3761

M. Soret(¹) a rendu relativement très facile l'observation de la dispersion anomale par une méthode d'observation qui élimine

(¹) SORET, *Archives des Sciences physiques et naturelles*, mars 1871.

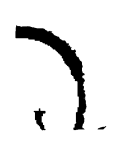
l'action du dissolvant; il suffit de placer le prisme, contenant une solution de la substance étudiée assez étendue pour être transparente, dans une cuve à faces parallèles pleine de dissolvant pur; on est alors dans les mêmes conditions que si l'on observait à travers une lame du dissolvant le spectre fourni par un prisme de la matière active, amenée à une très faible densité.

M. Kundt [1] a montré que le fait de la dispersion anomale est très général; il appartient à tous les corps dits *à couleurs superficielles*, c'est-à-dire dont la couleur par réflexion diffère de la couleur par réfraction ou par transparence. Ainsi la fuchsine solide paraît verte, mais une dissolution concentrée de la même substance évaporée en couche mince sur une lame de verre colore en rouge la lumière qui la traverse. Tous les corps de cette catégorie réfléchissent totalement certaines couleurs du spectre pour toutes les incidences : leurs solutions, même très étendues, absorbent énergiquement ces mêmes couleurs, qui font absolument défaut dans le spectre de la lumière transmise par une couche d'épaisseur notable. Parmi les corps étudiés par M. Kundt, nous citerons le bleu, le violet et le vert d'aniline, la solution d'indigo dans l'acide sulfurique fumant, le carmin d'indigo, la carthamine, la murexide dissoute dans la potasse, la cyanine, le permanganate de potasse et le carmin.

Fig. 231.

La plupart des observations ont été faites par la méthode des prismes croisés. Si deux prismes possèdent l'un et l'autre une dispersion régulière, le spectre qu'ils fournissent quand on les croise sera plus ou moins infléchi, mais continu; au contraire, si l'un des prismes présente la dispersion anomale, on observera un spectre irrégulier sillonné de bandes d'absorption et infléchi, tantôt dans un sens, tantôt en sens contraire, selon la variation anomale des indices. La *fig.* 231, relative à une solution de permanganate de potasse, montre cinq

(1) Kundt, *Ann. de Pogg.*, t. CXLII, p. 163; t. CXLIII, p. 149 et 259; t. CXLIV, p. 128; t. CXLV, p. 17 et 164; 1871-1872.



bandes d'absorption dans le vert; le spectre est infléchi en sens contraire à ses deux extrémités HG et DB.

Les principaux résultats des mesures de MM. Kundt et Christiansen ont été vérifiés par M. Hurion (¹); il a employé, pour la mesure des indices, soit la méthode de la réflexion totale, soit une méthode fondée sur l'observation des franges dites de Talbot (²).

ESSAIS DE THÉORIE DE LA DISPERSION ANOMALE. — Les recherches de M. Kundt établissent entre la dispersion et l'absorption des relations qui ne pouvaient échapper aux théoriciens. MM. O.-E. Meyer (³), Sellmeyer (⁴), Ketteler (⁵), Helmholtz (⁶) ont cherché à constituer une théorie commune aux deux ordres de phénomènes et à la mettre d'accord avec les faits observés. Les théories de M. Sellmeyer, de M. Ketteler et de M. Helmholtz ont une base commune. Nous ne parlerons que de cette dernière. M. Helmholtz suppose que, dans les milieux transparents, certaines molécules pondérables participent aux vibrations de l'éther qui les environne. Pour échapper aux difficultés qui résultent de la discontinuité des milieux, il admet, à l'exemple de Cauchy, que l'on peut considérer l'éther et la matière pondérable comme continus. De plus, pour expliquer le fait de l'absorption de la lumière, il admet qu'une partie des vibrations transmises aux molécules pondérables se transforme en vibrations irrégulières, c'est-à-dire en chaleur, ce que l'on peut exprimer en disant que le milieu pondérable oppose au mouvement des molécules covibrantes une résistance analogue au frottement.

Dès lors, chaque molécule d'éther est soumise : 1° à la réaction élastique de l'éther; 2° à une force provenant du milieu

---

(¹) *Loc. cit.*

(²) *Voir* la théorie de ces franges dans un article de M. Mascart, publié dans le *Journal de Physique*, 1ʳᵉ série, t. I, p. 382.

(³) O.-E. MEYER, *Ann. de Pogg.*, t. CXLV, p. 80; 1872.

(⁴) SELLMEYER, *Ann. de Pogg.*, t. CXLIII, p. 272; t. CXLV, p. 399 et 520; t. CXLVII, p. 386 et 525; 1871-1872.

(⁵) KETTELER, *Ann. de Pogg.*, Jubelband, p. 166; 1873.

(⁶) HELMHOLTZ, *Ann. de Pogg.*, t. CLIV, p. 582, analysé dans le *Journal de Physique*, 1ʳᵉ serie, t. IV, p. 216; 1875.

pondérable, laquelle est supposée proportionnelle au déplacement relatif d'une molécule d'éther par rapport à une molécule pondérable.

Chaque molécule matérielle est soumise : 1° à une force égale et directement opposée à la précédente; 2° à une force provenant des molécules pondérables immobiles, s'il y en a, et qui doit être proportionnelle au déplacement; 3° à une force retardatrice proportionnelle à la vitesse du déplacement et résultant, d'après M. Helmholtz, du frottement intérieur dans le milieu pondérable. En exprimant ces conditions, on trouve les équations différentielles du mouvement des deux espèces de particules.

Si l'on suppose le coefficient d'absorption assez petit pour qu'on puisse négliger les quantités de l'ordre de son carré, la formule de M. Helmholtz, relative au mouvement de l'éther, peut être ramenée à la forme

$$n^2 - 1 = P\lambda^2 + \frac{Q\lambda^4}{\lambda^2 - \lambda_1^2}$$

proposée par M. Wüllner (¹). Nous avons dit ci-dessus que cette formule convient à peu près aussi bien que celle de Briot pour représenter les résultats de l'observation relatifs aux corps transparents ou à dispersion normale. Dans le cas d'une absorption énergique, elle donne des résultats en accord avec les expériences de M. Kundt, etc.

La formule de M. Wüllner correspond au cas d'une seule bande sombre dans le spectre d'absorption. Pour introduire le cas où il y a n bandes, M. Helmholtz a été obligé d'admettre n systèmes de molécules pondérables covibrantes, et d'intégrer un système de n équations différentielles. Mais les résultats expérimentaux obtenus jusqu'ici ne sont pas assez précis pour qu'on ait cru pouvoir soumettre ces dernières formules au contrôle des vérifications numériques.

(¹) Wüllner, *Wied. Ann.*, t. XVII, p. 580; 1882.

CHAPITRE XV.

DE L'ENTRAINEMENT DE L'ÉTHER.

Entraînement de l'éther lumineux par les corps. — Expériences de M. Fizeau. — Théorème de M. Veltmann. — Déplacement des raies spectrales.

DE L'ENTRAINEMENT DE L'ÉTHER LUMINEUX PAR LES CORPS. — Pour expliquer le phénomène de l'aberration (¹), nous avons admis que, par suite du mouvement de la Terre dans l'espace, nous n'apercevons pas les astres dans leur direction réelle, mais dans une direction résultant de la combinaison de la vitesse de propagation de la lumière qu'ils nous envoient et de la vitesse du déplacement de la Terre. Nous avons admis, d'autre part, que l'éther lumineux, dont les vibrations constituent la lumière, pénètre les corps transparents, qu'il y possède une élasticité invariable et une densité proportionnelle au carré de la vitesse avec laquelle la lumière se propage dans ces corps et par conséquent au carré de leur indice de réfraction. Il y a lieu de se demander si l'éther est adhérent aux molécules matérielles et partage les mouvements qu'on imprime aux corps transparents, ou si, au contraire, il est libre et demeure immobile malgré le mouvement de ces corps. Considérons une source lumineuse et un observateur fixes dans l'espace, et supposons que le milieu interposé s'approche de l'observateur dans la direction du rayon lumineux avec une vitesse u; la vitesse de propagation V' de la lumière dans le milieu transparent interposé ne sera pas modifiée dans la deuxième hypothèse; dans la première, celle de l'entraînement de l'éther, la vitesse de translation du milieu s'ajoutera à la vitesse de la lumière, complètement si l'on suppose l'éther

(¹) *Voir* p. 289**.

absolument adhérent, partiellement si l'on admet qu'une partie seulement de l'éther est adhérente aux molécules du corps transparent. Cette dernière hypothèse a été adoptée par Fresnel ([1]). Nous allons voir qu'elle rend un compte exact de tous les phénomènes observés jusqu'ici.

En premier lieu, l'hypothèse de Fresnel n'est pas contradictoire avec l'existence du phénomène de l'aberration. Dans ce cas, l'observateur lui-même se déplace dans l'espace avec le tube de sa lunette ; supposons, pour plus de simplicité, que le déplacement s'effectue dans le vide ; la vitesse propre de l'observateur s'ajoute ou se retranche par rapport à celle de la propagation de la lumière, et par suite la direction de la vision doit être altérée comme nous l'avons expliqué. La présence de l'air interposé n'a, comme nous le verrons bientôt, aucune influence sur le phénomène, et les astronomes de Greenwich ont pu récemment constater que l'on peut remplir la lunette d'eau, sans que la grandeur de l'aberration se trouve modifiée.

Avant de passer aux expériences qui démontrent l'entraînement de l'éther par les corps transparents, il convient de préciser d'abord les hypothèses de Fresnel. Nous empruntons ce qui suit à une Note que M. Potier ([2]) a publiée sur cette question délicate.

« Supposons d'abord qu'un mouvement vibratoire de période T, de longueur d'onde λ, se propage dans l'éther libre ; à chaque instant et en chaque point la force élastique F, appliquée à l'unité de masse, doit être égale au produit de la densité ρ par l'accélération. Celle-ci est d'ailleurs, puisque le mouvement est périodique et pendulaire, égale à $\frac{4\pi^2}{T^2}u$, u étant le déplacement ; on a donc l'équation fondamentale

$$F = \frac{4\pi^2}{T^2}\rho u,$$

([1]) Fresnel, *Lettre à Arago sur l'influence du mouvement terrestre dans quelques phénomènes d'optique* (*Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. IX, p. 57 ; *Œuvres de Fresnel*, t. II, p. 627).

([2]) A. Potier, *De l'entraînement de l'éther par la matière pondérable en mouvement* (*Journal de Physique*, 1re série, t. V, p. 105 ; 1876).



que l'on peut encore écrire

$$\frac{F\lambda^2}{4\pi^2} = \rho V^2 u,$$

en introduisant la vitesse V de propagation au moyen de l'équation

$$\lambda = VT.$$

» Imaginons maintenant que, dans cet éther libre, soit disséminé avec une parfaite régularité un éther condensé de densité ρ', qui est entraîné par l'éther libre sans que les déplacements qu'il éprouve engendrent de forces élastiques, et étudions la propagation d'une onde de même amplitude et de même longueur. En chaque point et à chaque instant, u et F seront les mêmes que précédemment; mais nous devrons ajouter au second membre de l'équation fondamentale un terme $\frac{4\pi^2}{T'^2}\rho' u$ provenant de l'inertie de l'éther condensé; par suite, si T' désigne la période de ce mouvement, V' sa vitesse de propagation, nous aurons

$$F = \frac{4\pi^2}{T'^2}(\rho + \rho')u$$

et

$$\frac{F\lambda^2}{4\pi^2 u} = (\rho + \rho')V'^2;$$

d'où encore

$$(\rho + \rho')V'^2 = \rho V^2,$$

relation bien connue entre les vitesses de propagation et les densités.

» Étudions maintenant ce qui arriverait si l'éther condensé se mouvait avec une vitesse v, dans le sens de la propagation des ondes. Soit V_1 la vitesse de propagation d'un mouvement vibratoire de même amplitude et de même longueur d'onde : $V_1 - v$ sera la vitesse de propagation par rapport à l'éther condensé; la période sera donc $\frac{\lambda}{V_1}$ pour l'éther libre et $\frac{\lambda}{V_1 - v}$

pour l'éther condensé. En égalant encore la force F à la somme des forces d'inertie, nous aurons

$$F = \frac{4\pi^2}{\lambda^2}\rho V_1^2 u + \frac{4\pi^2}{\lambda^2}\rho'(V_1 - v)^2 u$$

ou

$$\frac{F\lambda^2}{4\pi^2 u} = \rho V_1^2 + \rho'(V_1 - v)^2;$$

d'où enfin

$$\rho V^2 = (\rho + \rho')V'^2 = V_1^2 + \rho'(V_1 - v)^2,$$

équations qui suffisent pour résoudre la question. Si nous appelons ε la vitesse d'entraînement des ondes lumineuses, c'est-à-dire l'excès $V_1 - V'$, on aura

$$(\rho + \rho')V'^2 = \rho(V' + \varepsilon)^2 + \rho'(V' + \varepsilon - v)^2$$

ou

$$2\rho\varepsilon + 2\rho'(\varepsilon - v) = 0,$$

en négligeant les termes qui contiennent les carrés de v ou de ε; d'où enfin

$$\varepsilon = \frac{v\rho'}{\rho + \rho'}.$$

» Comme on a d'ailleurs

$$\frac{\rho + \rho'}{n^2} = \frac{\rho}{1} = \frac{\rho'}{n^2 - 1},$$

on a encore

$$\varepsilon = \frac{n^2 - 1}{n^2} v. \text{ »}$$

Cette formule indique la manière dont la vitesse d'entraînement des ondes dépend de la vitesse de translation v du corps transparent. Fresnel avait été amené à la même formule par des considérations moins rigoureuses.

EXPÉRIENCES DE M. FIZEAU. — Voici maintenant les expériences par lesquelles M. Fizeau (1) est parvenu à démontrer la réalité de l'entraînement de l'éther par les corps lumineux.

---

(1) FIZEAU, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LVII, p. 385; 1859.

Un premier groupe d'expériences a consisté à faire interférer des rayons lumineux après leur passage à travers deux tubes parallèles remplis d'eau qui pouvaient être soit en repos, soit animés dans les deux tubes de vitesses de direction contraire. La longueur des tubes étant assez grande ($1^m,487$), on pouvait craindre que quelque différence de température ou de pression entre les deux tubes ne donnât naissance à un déplacement considérable des franges, lequel aurait pu masquer le déplacement dû au mouvement. Cette difficulté fut évitée en faisant revenir les deux rayons vers les tubes au moyen d'une lunette portant un miroir à son foyer. De cette manière, chaque rayon est obligé de traverser successivement les deux tubes, et les deux rayons ayant fait exactement le même trajet, mais en sens opposé, l'effet d'une différence de pression et de température est nécessairement compensé. Cette disposition avait d'ailleurs pour résultat de doubler l'effet que l'on pouvait attendre d'un appareil de longueur donnée, puisque l'épaisseur traversée par les rayons était ainsi deux fois plus grande.

Les deux tubes juxtaposés étaient fermés à chaque extrémité par une seule glace, fixée avec de la gomme laque dans une direction perpendiculaire à la direction des rayons lumineux. Près de chaque extrémité, un embranchement formant un coude arrondi établissait une communication avec un tube plus large, plongeant au fond d'un flacon : il y avait ainsi quatre flacons distincts.

L'un des flacons étant supposé plein d'eau, un tuyau de communication permettait d'y introduire de l'air comprimé. Sous l'influence de la pression, l'eau s'élevait dans le tube, le traversait dans toute sa longueur et se rendait dans le flacon opposé. On obtenait ainsi un courant d'eau dont la vitesse atteignait 7^m par seconde. La même disposition appliquée en sens inverse au troisième et au quatrième flacon fournissait dans le deuxième tube un courant de direction opposée.

Les franges sont déplacées soit vers la droite, soit vers la gauche de l'observateur suivant que, dans le tube placé à la droite de l'observateur, le mouvement de l'eau s'effectue vers la source ou vers l'observateur.

Dans le premier cas, la vitesse de propagation de la lumière

est diminuée dans le tube de droite; dans le second, elle est augmentée.

Dans une expérience, le déplacement fut trouvé égal à 1^{div}, du micromètre, soit d'un côté, soit de l'autre; quand on renversait le sens du courant d'eau, le déplacement total était donc de $2^{div},4$; mais une frange occupait 5^{div} du micromètre le déplacement était donc d'un peu moins d'une demi-frange pour une vitesse du courant d'eau égale à $7^{mm},059$ par seconde.

Le calcul effectué dans l'hypothèse de Fresnel donne, pour le déplacement soit vers la droite, soit vers la gauche, une valeur moyenne de $0^{div},2022$; l'expérience a donné pour la moyenne d'un très grand nombre d'observations $0^{div},23016$; l'accord est donc aussi satisfaisant que possible, eu égard à l'extrême difficulté des observations.

En remplaçant l'eau par de l'air, on n'a pu constater aucun déplacement, et en effet le calcul, fait d'après l'hypothèse de Fresnel, établit que ce déplacement est bien au-dessous des quantités appréciables à l'aide de l'appareil de M. Fizeau.

Théorème de M. Veltmann. — Dans le cas d'un corps solide, une expérience faite d'après une méthode analogue ne paraît pas susceptible d'être réalisée. D'autre part, les procédés d'étude que l'on peut tenter se trouvent excessivement restreints, car nous allons démontrer que le mouvement d'un système de corps est sans influence sur les phénomènes de réflexion, de réfraction ou d'interférences qui peuvent se produire dans le système, si la source et l'observateur partagent le même mouvement. Ce théorème a été établi d'abord par M. Veltmann (¹). La démonstration suivante, à la fois très élémentaire et très générale, est due à M. Potier (²).

Cherchons d'abord le temps que met la lumière à traverser l'épaisseur l d'un corps transparent qui se déplace avec la vitesse u dans le sens de la propagation de la lumière. Soient V la vitesse de la lumière dans le vide, $V' = \frac{V}{n}$ sa vitesse dans le

(¹) Veltmann, *Pogg. Ann.*, t. CL, p. 497; 1873.

(²) Potier, *Journal de Physique*, 1re série, t. III, p. 201; 1874.

corps transparent au repos. La vitesse de propagation des ondes dans l'espace situé en arrière du corps transparent est augmentée de $\frac{n^2-1}{n^2}u$; mais, par rapport au corps lui-même, dont la vitesse est u, la vitesse de propagation croît seulement de $\frac{n^2-1}{n^2}u-u$, c'est-à-dire d'une quantité négative $-\frac{u}{n^2}$. Soit l l'épaisseur du corps, le temps t que la lumière mettra à la traverser sera donc

$$t=\frac{l}{V'-\frac{u}{n^2}}.$$

Dans des conditions pratiques, la vitesse u qu'il est possible de communiquer à un corps transparent, même en profitant de la vitesse de translation de la Terre dans l'espace, est une quantité si petite, par rapport à la vitesse de la lumière, que les quantités de l'ordre de $\frac{u^2}{V'^2}$ sont absolument négligeables; on peut donc écrire la valeur de t

$$t=\frac{l}{V'}+\frac{lu}{n^2V'^2}=\frac{l}{V'}+\frac{lu}{V^2}.$$

Ce temps t augmente donc, par suite du mouvement, d'une quantité qui, au degré d'approximation que nous considérons, est $\frac{lu}{V^2}$ et ne dépend pas de n.

Nous savons, d'autre part, que pour se propager d'un point à un autre à travers une série de milieux transparents, la lumière suit le plus court chemin. Soit ABCDEFG (*fig.* 232) la trajectoire d'un rayon quand le système est au repos. Supposons maintenant qu'un mouvement continu de vitesse u soit imprimé au système : soient l, l', l'', ... les différentes portions du trajet, φ, φ', φ'', ... leurs angles avec la direction du déplace-

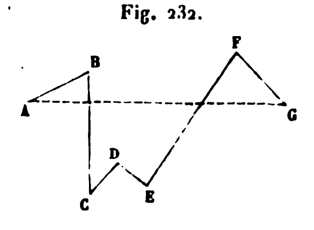


Fig. 232.

ment, la durée du trajet suivant ABCDEFG sera augmentée de $\frac{u}{V^2}(l \cos\varphi + l' \cos\varphi' + \ldots)$, c'est-à-dire, en désignant par L la projection de AG sur la direction du déplacement, de $\frac{Lu}{V^2}$. Tout autre trajet se trouverait augmenté d'une durée égale, et, par suite, le trajet qui correspond à la durée minimum au repos est encore le trajet de durée minimum pendant le mouvement. Les directions successives des rayons lumineux réfléchis ou réfractés ne peuvent donc être altérées par le déplacement.

M. Mascart (¹) a établi par une belle série d'expériences que les déviations des réseaux, les interférences de l'onde ordinaire et de l'onde extraordinaire du spath, la rotation du plan de polarisation par un quartz, sont des phénomènes parfaitement indépendants de la direction des rayons lumineux par rapport au mouvement de la Terre. C'est une démonstration expérimentale très délicate du théorème de M. Veltmann.

Arago a montré que la déviation imprimée par un prisme aux rayons venant d'une étoile est indépendante de la direction du mouvement de la Terre. Les astronomes de Greenwich ont démontré d'autre part que l'aberration est la même quand on l'observe à travers une lunette pleine d'air ou pleine d'eau. Dans ces divers cas, la source lumineuse ne participe pas, il est vrai, au mouvement de l'observateur; mais il faut remarquer qu'à la surface de la Terre nous ne pouvons observer que la direction apparente d'une étoile, et qu'il est parfaitement légitime de substituer à celle-ci un point lumineux situé dans cette direction apparente et entraîné par le mouvement de la Terre. La nature des corps interposés ne modifiera en rien les lois de la réflexion et de la réfraction.

DÉPLACEMENT DES RAIES SPECTRALES. — Mais, si l'on n'a pu réussir à manifester le mouvement de la Terre par d'autres expériences que celle de l'aberration, on peut reconnaître le mouvement propre des astres, puisque l'observateur ne par-

(¹) MASCART, *Annales de l'École Normale supérieure*, 2ᵉ série, t. I et III, et *Journal de Physique*, 1ʳᵉ série, t. IV, p. 129.

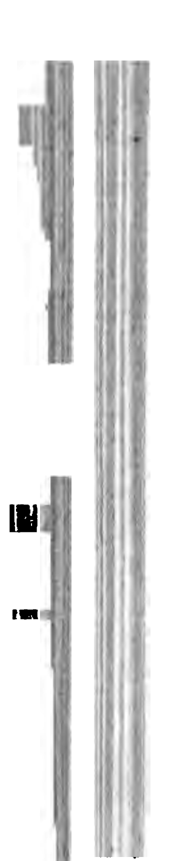
tage pas leur entraînement. Ainsi le Soleil tourne sur lui-même, et, par conséquent, le bord équatorial du Soleil qui se rapproche de nous et celui qui s'en éloigne nous envoient au même instant de la lumière dont la vitesse est différente. Si l'on produit un spectre en disposant la fente sur le bord équatorial E du Soleil qui se rapproche de nous, toutes les radiations mettent un temps moindre à nous parvenir que si la fente est disposée sur le bord opposé E'. L'indice de réfraction du prisme pour toutes les radiations émises par E se trouve donc augmenté; ce sera l'inverse pour l'autre bord du Soleil. Par une disposition convenable, on peut, comme l'a fait Thollon (1), projeter les deux spectres exactement au-dessus l'un de l'autre, et alors on constate un très léger défaut de coïncidence des raies. Remarquons, en effet, qu'une raie correspond à une radiation qui manque dans le spectre solaire; elle occupe, par rapport aux couleurs, une place fixe et se déplace avec elles.

Il est à remarquer que les raies dites *telluriques*, provenant de l'absorption de la lumière solaire par l'atmosphère de la Terre, correspondent *non à une lumière dont la place relative dans le spectre est donnée*, mais à une certaine longueur d'onde des rayons. Celle-ci se trouve modifiée par le mouvement de la source lumineuse, et les raies telluriques n'occupent pas une situation fixe dans le spectre; quand on étudie une portion du Soleil qui se rapproche de nous, la vitesse de la lumière est augmentée, par suite aussi sa longueur d'onde, puisque le nombre de vibrations demeure le même : toute raie tellurique doit donc se déplacer vers le bord le moins réfrangible du spectre. C'est ce que M. Cornu (2) a effectivement observé par la comparaison de raies telluriques et de raies spectrales extrêmement voisines.

---

(1) Thollon, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XXXVIII, p. 169; 1879.

(2) Cornu, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XCV, p. 801, 1882, et *Journal de Physique*, 2e série, t. II, p. 58.



L'ARC-EN-CIEL.

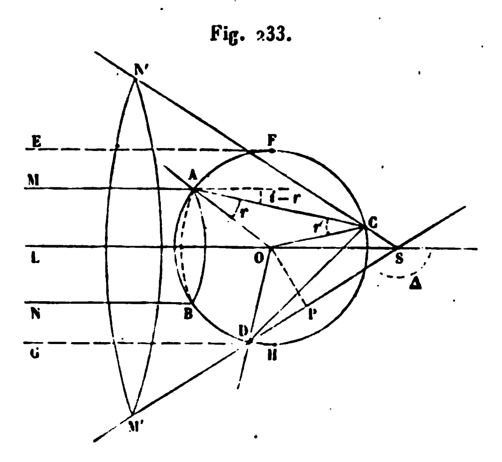
THÉORIE ÉLÉMENTAIRE. — MARCHE DE LA LUMIÈRE DA[NS LA GOUTTE] D'EAU. — Le principe de la théorie élémentaire de a été indiqué par De Dominis ([1]), évêque de S précisé par Descartes ([2]) et par Newton ([3]). Le de l'arc-en-ciel est évidemment produit par l'a gouttes de pluie exercent sur la lumière. Étudion fraction et la réflexion d'un rayon MA qui rencon incidence i une sphère transparente dont le ra l'indice n (*fig.* 233). A l'entrée, le faisceau épro mière déviation $i - r$; il se réfléchit partiellement à chaque fois il dévie de $\pi - 2r$ et à l'émergence comme à l'entrée de $i - r$. Si m est le nombre de la déviation totale Δ est

$$(1) \qquad \Delta = 2i - 2r + m(\pi - 2r) = m\pi + 2i - 2$$

Il suit de là que l'ensemble des rayons lumine nent la surface extérieure d'un cylindre MANB se

après un nombre quelconque de réflexions, en un cône M′SN′ dont l'angle d'ouverture est égal à $m\pi - \Delta$, et dont le sommet est à une distance $SO = R\,\frac{\sin i}{\sin \Delta}$. Cette distance est variable

Fig. 233.



avec i; mais, si l'on suppose que la goutte est très petite, on peut considérer le sommet S comme confondu avec le centre O.

Minimum de déviation. — Pour $i = 0$, $\Delta = m\pi$. L'incidence croissant, Δ diminue. Nous allons montrer qu'elle diminue jusqu'à un minimum pour croître ensuite. En effet, posons

$$d\Delta = 2di - 2(m+1)dr = 0, \qquad di = (m+1)dr.$$

On a, d'ailleurs,

$$\sin i = n \sin r, \qquad \cos i\, di = n \cos r\, dr,$$

$$(m+1)^2 \cos^2 i = n^2\left(1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}\right) = n^2 - 1 + \cos^2 i,$$

$$(m^2 + 2m) \cos^2 i = n^2 - 1,$$

$$\text{(2)} \qquad \cos i = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{m^2 + 2m}}.$$

L'angle i sera réel si n est plus grand que l'unité et plus

petit que $(m+1)$, c'est-à-dire plus petit que 2 pour une réflexion intérieure, que 3 pour deux, et ainsi de suite : i sera donc réel pour l'eau ; par conséquent, il y aura une valeur de i pour laquelle Δ sera maximum ou minimum. En prenant la dérivée seconde, on reconnaîtra facilement que c'est un minimum. Donc un cylindre plein de rayons incidents EFGH sera transformé en un cône plein de rayons réfractés dont on calculera l'angle d'ouverture $m\pi - \Delta$, en remplaçant dans l'équation (1) l'incidence i par sa valeur tirée de l'équation (2). Cette valeur change avec l'indice ; elle est différente pour le violet et pour le rouge. En remplaçant n par $n_1 = \frac{108}{81}$ et $n_7 = \frac{109}{81}$, et en supposant $m = 1, 2, 3, \ldots$, on a trouvé :

Valeurs minima de Δ.

m.	Δ_1.	Δ_7.
	°	°
1	$\pi - 42,10$	$\pi - 40,22$
2	$2\pi - 129,20$	$2\pi - 125,48$
3	$3\pi - 231,40$	$3\pi - 227,08$
4	$4\pi - 317,07$	$4\pi - 310,07$

RAYONS EFFICACES : 1° $m = 1$ (*fig.* 234). — Dans le cas d'une réflexion intérieure, les rayons violets sont renvoyés dans le cône plein VSV′, dont l'ouverture est de 40°22′ ; mais l'éclairement dans l'intérieur de ce cône n'est pas égal partout. Comme une fonction varie très peu dans le voisinage de son minimum, Δ conserve sensiblement la même valeur minimum pour des rayons qui pénètrent dans la goutte sous des incidences notablement différentes ; le nombre de ceux qui sont renvoyés sur la surface limite est donc plus considérable que dans toute autre direction, et l'on peut dire que la densité de la lumière y sera plus considérable qu'ailleurs. Les cônes limites des autres couleurs débordent VSV′ jusqu'en RSR′, et, sur chacune de ces surfaces ainsi emboîtées, la lumière correspondante, étant maximum, sera en excès sur toutes les autres couleurs et sera aperçue ; on dit qu'elle est efficace. Dans l'intérieur du cône VOV′ toutes les lumières seront renvoyées en égale proportion et reproduiront le blanc ; en VOV′ il y aura un excès

de violet mêlé à du blanc; en JOJ′ un excès de jaune sans mélange de violet, de bleu ni de vert, mais avec une notable

Fig. 234.



proportion d'orangé et de rouge; enfin, en ROR′, il n'y aura que du rouge pur, et au delà il n'y aura plus de lumière.

2° $m = 2$ (*fig.* 235). — Après deux réflexions intérieures et

Fig. 235.



pour $i = 0$, $\delta = 2\pi$; le rayon central continue sa route en ligne droite suivant SM. i augmentant, Δ décroît, à partir de 2π, de

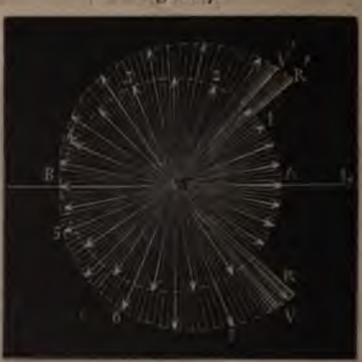
129°20′ pour le rouge et de 125°48′ pour le violet : le cône éclairé a un angle d'ouverture supérieur à 90°, la partie de l'espace RSR′ qui n'est pas illuminée est tournée vers le point lu-

Fig. 236.



mineux L : c'est un cône dont l'angle d'ouverture est 51° pour le rouge et 54°12′ pour le violet. Dans ce cas comme dans le précédent, les surfaces limites des cônes réfractés offrent une

Fig. 237.

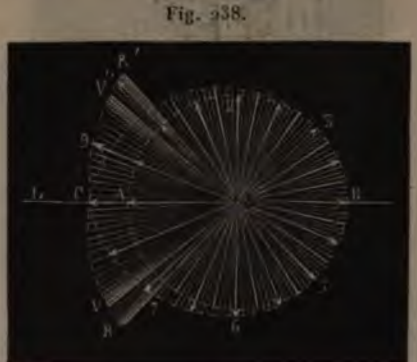


densité lumineuse plus grande que partout ailleurs, et par conséquent il y a extérieurement, en VSV′, une bordure violette mêlée de blanc, une bande jaune moyenne en excès accompagnée d'orangé et de rouge, et une limite intérieure RSR′ composée de rouge pur.

3° $m=3$ (*fig.* 236). — Cette fois, le rayon central revient sur ses pas suivant SA. A mesure que i augmente, les rayons réfractés prennent des directions différentes 1, 2, 3, ..., 8, 9, V, R; l'ouverture du cône est plus grande que 180°, et les surfaces limites RV, SR du cône éclairé sont tournées à l'opposé du point lumineux L.

4° Pour $m=4$ (*fig.* 237), l'épanouissement du faisceau dépasse 270°, et les limites extrêmes SR, SV se dirigent encore à l'opposé du point lumineux. Mais, quand $m=5$ (*fig.* 238),

Fig. 238.



l'ouverture du cône est plus grande que 360°, et les rayons limites SV, SR sont ramenés du côté du point lumineux, comme dans le cas où il n'y a qu'une réflexion intérieure.

VÉRIFICATIONS. — Pour vérifier expérimentalement ces conséquences, on introduit la lumière solaire dans la chambre obscure par une ouverture circulaire L (*fig.* 239), et on la reçoit sur une sphère de verre. On voit alors se dessiner sur un écran placé contre le volet le premier arc RR′VV′; le violet est en dedans à 40°, le rouge en dehors à 42°; il est pur et suivi d'un anneau obscur. A 52° se place le cercle rouge produit par deux réflexions intérieures, suivi d'un spectre de plus en plus lavé jusqu'au violet. Le troisième et le quatrième cône, qui se limitent du côté opposé, seraient vus sur un écran placé derrière la sphère; mais cet écran est tellement illuminé par les lumières réfléchies et par le deuxième cône, qu'ils sont

insensibles. Le cinquième se voit sur l'écran antérieur; Babinet (¹) a constaté l'existence et vérifié la place de cet arc et

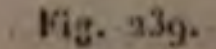


Fig. 239.



des suivants jusqu'au quatorzième. Il ne peut donc y avoir de doute sur la réalité de ces conséquences.

EXPLICATION DE L'ARC. — Il nous reste à en déduire l'explication de l'arc-en-ciel. Ce météore se montre à tout observateur placé entre un nuage qui se résout en pluie et le Soleil, pourvu que cet astre éclaire le nuage et que sa hauteur sur l'horizon ne dépasse pas 40°. Il se compose de deux arcs distincts : l'un, intérieur, sur un cône ayant pour axe le rayon solaire qui passerait par l'œil, et pour ouverture un angle qui varie de 40° à 42° depuis le violet jusqu'au rouge; le second, décrit autour du même axe, montre le rouge intérieurement à 52°, et le violet à l'extérieur à 54°; le rouge est très lumineux, le violet lavé de blanc.

Soient (*fig.* 240) O l'œil de l'observateur, OA la direction

---

(¹) BABINET, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. IV, p. 645; 1837.

des rayons solaires, AS une ligne quelconque menée dans le plan vertical qui passe par A. On peut admettre qu'à tout moment et en chacun des points de cette ligne AS il y a une goutte d'eau sphérique. Soit S une d'elles faisant avec OA un angle SOA moindre que 40°. Elle enverra au point O un mélange en proportions égales de toutes les couleurs simples qui auront subi une réflexion intérieure. Si l'on considère une goutte S_7, telle que S_7OA soit égale à 40°, elle dispersera les rayons solaires dans un cône dont S_7O sera une génératrice.

Fig. 240.



Suivant cette ligne, les rayons violets auront une intensité maximum et seront en excès sur toutes les autres lumières simples ; un arc violet se verra donc à 40° des rayons solaires. Par la même raison l'arc rouge se montrera à 42°, en S_1 ; mais une goutte P qui serait placée au-dessus de S_1 ne renverra en O aucun des rayons qui auront subi une réflexion dans son intérieur.

Si l'angle POA est inférieur à 50°, cette goutte P dispersera les rayons réfléchis deux fois dans une surface conique qui n'atteindra pas O ; il y aura donc de S_1 à P_1 une plage sombre. P_1 étant telle que P_1OA soit égal à 51°, elle enverra en O des rayons situés sur la génératrice du cône limite, qui seront effi-

caces et donneront l'arc extérieur rouge. En P_7, tel que P_7OA soit égal à 54°, se verra l'arc violet.

INSUFFISANCE DE LA THÉORIE ÉLÉMENTAIRE DE L'ARC-EN-CIEL. — La théorie élémentaire que nous venons d'exposer ne saurait rendre compte de certaines particularités que l'on remarque au voisinage immédiat du premier arc-en-ciel, et même des arcs-en-ciel d'ordre supérieur, quand ces derniers sont produits artificiellement. Ce sont des bandes colorées qui se montrent à l'intérieur du premier arc ou à l'extérieur du second, et qu'on désigne sous le nom d'*arcs supplémentaires*.

Young [1] proposa le premier une explication de ces arcs, fondée sur le phénomène des interférences. Il remarqua que les rayons réfléchis dont la déviation est minimum, dans une même direction, voisine de celle des rayons efficaces, résultent de la superposition de deux systèmes de rayons incidents dont l'incidence est différente et qui, par conséquent, présentent une différence de marche : là où ces rayons apportent des vitesses concordantes ou discordantes il y aura accumulation de lumière ou bien d'obscurité, d'où les arcs surnuméraires.

A cette explication sommaire, M. Airy [2] a substitué la théorie complète de l'arc-en-ciel, qu'il considère comme produit par un phénomène de diffraction. A une onde plane qui rencontre une goutte d'eau correspond une onde réfléchie dont la section par le plan d'incidence est une développante de la caustique par réflexion précédemment étudiée [3]. M. Airy calcule l'intensité lumineuse au voisinage des rayons efficaces, et parvient à des résultats dont l'accord avec l'expérience est aussi parfait que possible; nous renverrons le lecteur au Mémoire original ou aux Traités spéciaux d'Optique [4].

---

[1] YOUNG, *Experiments and calculations relative to physical Optics* (*Phil. Trans.*, p. 8, 1804).

[2] AIRY, *Intensity of light in the neighbourhood of a caustic* (*Trans. of the Society of the Cambridge*, t. VI, p. 379).

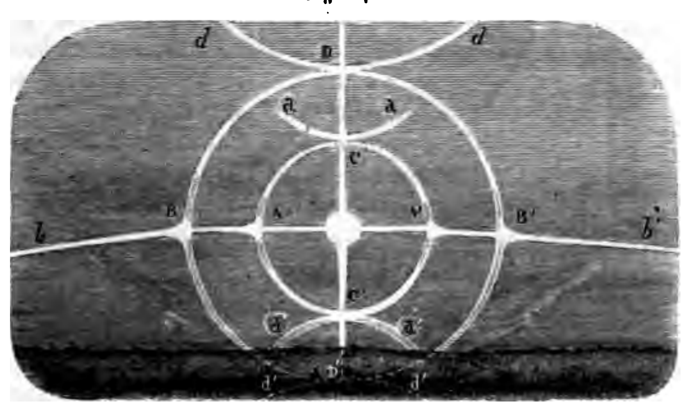
[3] Voir *Optique géométrique*, p. 49* et suiv.

[4] *Voir* VERDET, *Optique physique*, t. I, p. 414 et suiv.

HALOS.

DESCRIPTION. — On voit souvent dans les contrées du Nord, et quelquefois sous nos climats, une série régulière et compliquée de courbes lumineuses qui entourent le Soleil ou la Lune : ce sont des halos (*fig.* 241). On distingue habituellement : 1° un premier cercle AA′, rouge en dedans, violet en dehors, concentrique au Soleil et faisant avec lui un angle de 22° à 23° ; 2° un deuxième cercle BB′, semblable au précédent, placé

Fig. 241.



à 46° du Soleil ; 3° une portion diamétrale et horizontale BB′ d'un très grand cercle, le cercle parhélique, sur lequel se voit à l'opposé du Soleil un point brillant, l'anthélie ; 4° aux points de jonction de ce cercle avec les deux halos, en B, B′, A, A′, des redoublements d'intensité qu'on a pris pour des images du Soleil ; 5° en C, C′, D, D′ des arcs horizontaux, tangents aux halos circulaires : en C et C′ ils ont peu d'éclat ; aux points D et D′ ils sont très vifs et constituent la partie la plus brillante du phénomène ; 6° enfin une ligne verticale blanche DD′ faisant une croix avec BB′. Le plus souvent on ne voit qu'une portion plus ou moins étendue du phénomène total.

EXPLICATION. — Il semblerait que l'explication d'apparences aussi multipliées doive être complexe : elle est au contraire

extrêmement simple. Elle est due aux travaux d'un gran nombre de physiciens, parmi lesquels il faut citer Mariotte [1] Fraunhofer [2], Brewster, Galle [3], Babinet [4], et surtou Bravais [5]. Pendant les matinées froides du printemps ou d l'automne, l'air contient souvent de petits cristaux de glac qui ont la forme de prismes hexaèdres droits (*fig.* 242), et qu sont soutenus par les courants d'air ascendants. La lumière ne peut se réfracter d'une face A à la face A′, qui font entre elles u angle de 120°; mais elle passe de A à B, dont l'angle n'est que de 60°, ou bien de A à C qui sont inclinées de 90°; elle peut aussi se réfléchir sur les faces A, A′, B, ... ou sur les bases C, C′. Lorsqu'elle contient une quantité suffisante de ces cristaux, l'atmosphère peut donc être considérée comme étant remplie par deux sortes de prismes, les uns de 60° et les autres de 90°, et par des faces réfléchissantes occupant toutes les positions et offrant toutes les directions possibles.

Fig. 242.

L'indice de réfraction de la glace amorphe, mesuré par Bravais, varie de 1,307 à 1,317 du rouge au violet. A la vérité, les cristaux qui nous occupent sont biréfringents; mais la double réfraction est si faible, qu'on peut en négliger les effets et admettre cet indice moyen. En calculant la déviation d'un rayon lumineux à travers les deux espèces de prismes, on trouve que sa valeur minimum est égale à 21°50′ pour l'angle de 60° et à 45°45′ pour un prisme de glace dont l'angle réfringent est droit.

1° Considérons ce qui se passe dans un plan quelconque mené par l'œil O et le Soleil S (*fig.* 243). Menons OA à 21°50′

(1) MARIOTTE, *Traité des couleurs* (*Œuvres*, t. I, p. 272).
(2) *Schumacher's Astronomische Abh.*, t. III, p. 73.
(3) GALLE, *Ann. de Pogg.*, t. XLIX, p. 1 et 241; 1840.
(4) BABINET, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. IV, p. 638; 1837.
(5) BRAVAIS, *ibid.*, t. XXI, p. 154; t. XXII, p. 740; t. XXIV, p. 962; t. XXVIII, p. 605; t. XXXII, p. 952; 1845-1851.

de OS. Tout prisme de 60° dont l'axe sera perpendiculaire au plan SOA et qui tournera autour de cet axe de manière à prendre toutes les directions possibles déviera la lumière d'une quantité égale ou supérieure à 21°50'. Il éclairera l'espace SOA et laissera OA*a* dans l'obscurité; AO sera sur la surface limite de la déviation minima. Or, ici comme pour l'arc-en-ciel, la densité de la lumière déviée sera plus grande suivant AO que

Fig. 243.



suivant toute autre direction et les rayons seront efficaces. Tout autre point tel que M_1 extérieur à l'angle SOA enverra de la lumière en O, et les points intérieurs tels que M n'en enverront point. A mesure que l'indice de réfraction augmentera, la déviation minimum croîtra, et la direction des rayons efficaces changera de OR à OA et à OV, du rouge au jaune et au violet. Si l'on décrit un cône autour du Soleil avec la génératrice OA, les conditions resteront les mêmes sur toute sa surface. Ce sera le lieu occupé par les prismes de 60° qui émettra le maximum de lumière; le rouge sera à l'intérieur et le violet en dehors. Telle est l'explication du petit halo ACA'C'.

2° Le halo extérieur BDB'D' s'explique absolument de la

même manière, en considérant les prismes de 90° dont la section normale est dirigée dans les plans méridiens menés par l'œil et le Soleil, et, puisque la déviation minimum de ces prismes est égale à 46° au lieu de 22, il y aura un cercle lumineux à 46° du Soleil.

3° Les prismes de glace sont de deux sortes : des aiguilles allongées suivant leur axe, ou des lamelles minces parallèles aux bases du prisme hexagonal. En tombant dans l'air, les unes et les autres tendent à se mettre dans le sens de la moindre résistance, l'axe des aiguilles verticalement, celui des lames horizontalement, et, les cristaux orientés dans ces deux positions étant plus nombreux que les autres, leur effet particulier s'ajoutera à l'action générale. Considérons d'abord les aiguilles dont l'axe est vertical. Les rayons se réfléchiront sur les facettes prismatiques; il en résultera un cercle illuminé BB': c'est le cercle parhélique, passant par le Soleil, coupant les deux halos par un diamètre horizontal, faisant le tour de la voûte céleste et marquant à l'opposé du Soleil une image de cet astre, qui est l'anthélie.

4° Aux points de jonction A, A' du cercle parhélique avec le petit halo de 22°, il y a un redoublement de lumière, non seulement parce que les cercles se superposent, mais encore parce que le nombre des prismes qui déterminent la formation de ces points du halo CAC'A' est plus considérable que partout ailleurs.

5° Aux rencontres du même cercle parhélique avec le deuxième halo, il se forme, pour la même raison, deux nouvelles images B et B'.

6° Les prismes considérés étant verticaux, leurs bases sont horizontales, et c'est la réfraction qui se fait entre ces bases et les faces prismatiques qui produit en D et en D' les sommets du grand halo. Puisqu'elles sont plus nombreuses en ces points, il y aura un redoublement d'intensité en D et en D'. En outre, ces prismes verticaux de 90° réfractent la lumière non seulement dans leur section normale, mais encore dans des sections obliques, et l'obliquité produit le même effet qu'une augmentation de l'angle réfringent. De là résultent les courbes tangentes dDd, $d'D'd'$. En résumé, le cercle parhélique, l'ant-

hélie, les faux soleils horizontaux et les courbes tangentes au grand halo sont déterminés par les prismes verticaux.

Considérons maintenant les lamelles dont les faces prismatiques sont horizontales. La réflexion de la lumière sur ces faces donnera un parhélie vertical DCC′D′; la réfraction à travers deux d'entre elles, inclinées de 60°, déterminera les points C et C′ du petit halo à travers les sections normales, et les courbes tangentes horizontales *aa* et *a′a′* à travers les sections obliques. Ces courbes affectent des formes diverses qu'on peut calculer et qui varient quand la hauteur du Soleil change. La réflexion sur les bases qui sont verticales ajoutera d'ailleurs de la lumière au cercle parhélique horizontal et enfin, en se réfractant entre ces bases et les faces prismatiques dans des prismes de 90°, les rayons solaires donneront un redoublement d'éclat aux faux soleils B et B′.

Toutes ces explications ont été expérimentalement confirmées par Bravais, en faisant tourner rapidement autour d'un axe vertical des prismes dont les angles étaient de 60° ou de 90°, et en constatant l'existence d'un spectre efficace dévié à 22° ou à 46° de la direction des rayons solaires. Quant au cercle parhélique, on le voit en regardant le Soleil à travers des cristaux fibreux. Il est horizontal quand ces fibres sont verticales, et vertical dans le cas contraire.

CHAPITRE XVII.

VISION.

Conditions physiques de l'œil. — 1° Courbures des milieux de l'œil; 2° points nodaux; 3° aberrations de sphéricité; 4° mouvements de la pupille; 5° champ de vision; 6° achromatisme de l'œil; 7° distance de la vision distincte; 8° astigmatisme; 9° accommodation; 10° mécanisme de l'accommodation; 11° ophtalmoscope.

Conditions physiologiques de l'œil : 1° sensibilité de la rétine; 2° punctum cæcum; 3° persistance des impressions; 4° durée de la sensation; 5° applications; phénakisticope; 6° images accidentelles; 7° propriétés photographiques de la rétine; 8° théorie des couleurs physiologiques; 9° irradiation.

Les jugements de l'œil. — Stéréoscope.

CONDITIONS PHYSIQUES DE L'ŒIL. — L'organe de la vue est un globe arrondi, logé dans une cavité qu'on nomme *orbite* et

Fig. 244.



qui est formée par les parois rentrantes des os du front, des tempes, de la joue et du nez (*fig.* 244). Son enveloppe exté-

rieure DPD, on pourrait dire la boîte qui le contient, est une membrane très résistante, la sclérotique, opaque en tous ses points, excepté à la zone antérieure P, qui laisse entrer la lumière et qu'on nomme *cornée transparente*. L'intérieur est tapissé par la choroïde, membrane beaucoup plus mince, renfermant dans son tissu un pigment noir. Un gros nerf N, venu des lobes optiques du cerveau, perce la partie postérieure de ces enveloppes et s'épanouit au fond de l'œil en une troisième membrane, la rétine, sur laquelle se fait l'impression et qui transmet la sensation.

A sa partie antérieure, la choroïde soutient par une couronne de fibres plissées une lentille biconvexe C, plus bombée en arrière qu'en avant : c'est le cristallin. Sa dureté et sa densité augmentent de la surface au centre, ainsi que son indice de réfraction, qui varie de 1,337 à 1,399.

Le cristallin divise l'œil en deux cavités remplies toutes deux par des milieux différents : la chambre postérieure, par l'humeur vitrée, dont l'indice est 1,339; la chambre antérieure, par l'humeur aqueuse, qui est de l'eau presque pure et qui a pour indice 1,337. Un muscle circulaire, l'iris II, est tendu comme un voile en avant du cristallin; il est percé d'une fenêtre centrale, la pupille, qu'un double système de fibres rayonnantes et circulaires agrandissent ou resserrent suivant qu'il faut augmenter ou restreindre la lumière admise.

Ainsi construit, l'œil est une véritable chambre obscure. C'est Kepler qui le premier en a compris la fonction et qui a montré sur la rétine l'image renversée des objets. On voit, en effet, l'image d'une bougie se peindre comme sur un écran au fond de l'œil des lapins albinos, chez lesquels la choroïde est transparente; on la voit également avec un œil de bœuf, si l'on amincit les enveloppes jusqu'à les rendre translucides. Après cette découverte capitale, il restait encore beaucoup à apprendre sur les propriétés physiques de l'œil.

1° *Courbures des milieux de l'œil.* — Les courbures de nos instruments d'Optique sont sphériques. Il n'en est pas ainsi de l'œil. L'image d'une fenêtre réfléchie sur la cornée est la plus petite possible quand elle se fait au sommet de l'axe optique; elle augmente en s'éloignant de ce point, et cela prouve

que les rayons de courbure augmentent. Chossat (1) a fait voir que l'œil de l'homme est un ellipsoïde de révolution. Il a montré qu'il en est de même des courbures antérieures et postérieures du cristallin.

2° *Points nodaux.* — Toute lentille dont les deux faces ne plongent pas dans un même milieu présente deux points nodaux remplaçant le centre optique d'une lentille infiniment mince. Ces deux points ne sont pas rigoureusement fixes; ils s'éloignent de la rétine à mesure que l'on considère des rayons plus obliques à l'axe. Toutefois, ce déplacement étant peu considérable et les deux points très voisins, il suffit d'indiquer leur position moyenne qui se trouve à l'intérieur du cristallin, au voisinage de sa courbure postérieure (2).

3° *Aberrations de sphéricité.* — Il est certain que le cristallin a de grandes aberrations de sphéricité. On sait qu'on ne distingue plus les objets quand on les rapproche en deçà d'une distance limite : cela tient à ce que leur image ne se fait point sur la rétine, mais derrière. Or, si l'on interpose entre l'objet et l'œil une carte percée d'un trou d'épingle, de manière à ne laisser passer que les rayons centraux, la vue devient distincte : le centre de l'œil est donc plus convergent que les bords.

---

(1) Chossat, ancien *Journal de Physique*, t. LXXXVIII, p. 315.

(2) D'après M. Helmholtz (*Optique physiologique*, § X), on a, en moyenne :

Indices de réfraction de la cornée et des humeurs de l'œil..	1,3465
Indice du cristallin..	1,4545
Rayon de courbure de la cornée..........................	$7^{mm},8$
» antérieure du cristallin	$9^{mm},51$
» postérieure du cristallin..............	$5^{mm},87$
Distance de la surface antérieure de la cornée à la surface antérieure du cristallin..	$3^{mm},78$
Épaisseur du cristallin	4^{mm}

Il en résulte que les points nodaux de l'œil sont, le premier à $0^{mm},734$, le second à $0^{mm},337$ en avant de la courbure postérieure du cristallin ; leur distance est seulement de $0^{mm},397$.

Les points principaux de l'œil sont, le premier à $1^{mm},931$, le second à $2^{mm},328$ en arrière du sommet de la cornée, dans l'humeur aqueuse.

Le foyer intérieur de l'œil est à $14^{mm},431$ en arrière de la courbure postérieure du cristallin, le foyer extérieur à $12^{mm},836$ en avant de la cornée.



4° *Mouvements de la pupille.* — La pupille est le diaphragme de l'œil; elle est douée d'un mouvement réflexe qui l'agrandit dans l'obscurité et la resserre au grand jour. Ce mouvement est lent, ce qui explique comment on est ébloui par la lumière quand on sort de l'obscurité, et pourquoi l'on reste quelque temps avant de voir clair dans un lieu sombre, quand on vient du dehors. Chez les carnassiers, la pupille se resserre en une fente très mince au soleil et se dilate la nuit en une large ouverture; cela explique la facilité qu'ils ont de voir dans l'obscurité.

5° *Champ de vision.* — La pupille n'agit pas comme le diaphragme des instruments d'Optique composés; elle réduit le cône des rayons envoyés par chaque point, mais elle ne limite pas le champ de vision; elle fonctionne comme le diaphragme des doublets (*fig.* 109, p. 142*, *Optique géométrique*). Par conséquent, des rayons très obliques à l'axe sont admis et concentrés par le cristallin; des objets très éloignés de cet axe font leur image dans l'intérieur de l'œil, et, comme la rétine est concave, elle reçoit ces images à des distances sensiblement égales des points nodaux. Il résulte de cette disposition que l'œil est, de tous les instruments d'Optique, celui qui embrasse le champ le plus grand. La vue comprend, en effet, un angle de 120° dans le sens vertical et de 150° dans la direction horizontale. Mais, si le champ de vision est vaste, celui de la vision nette est très restreint; il ne dépasse pas 9° à 10°. Cette limitation tient-elle à ce que la sensibilité de la rétine diminue rapidement à partir de l'axe ou bien aux aberrations de sphéricité de l'appareil optique? C'est ce que l'on ignore.

6° *Achromatisme de l'œil.* — Au sujet de l'achromatisme de l'œil, il y a un problème qui n'est pas entièrement résolu. Il est certain que nous voyons sans coloration les objets extérieurs et que leurs bords ne paraissent point irisés comme dans les mauvaises lunettes. D'un autre côté, nous ne pouvons voir distinctement à la fois deux objets juxtaposés qui n'ont pas la même couleur. Wollaston (1), ayant préparé un spectre linéaire et regardant le rouge, voyait le violet très dilaté, parce

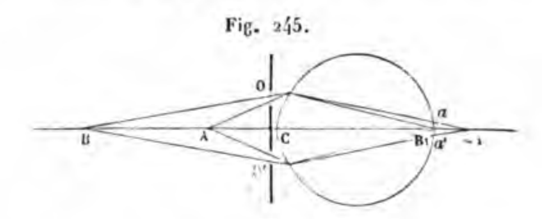
---

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. XXVII, p. 102.

que cette couleur faisait son foyer en avant de la rétine. Quand il fixait le violet, l'œil s'adaptait à cette couleur et la voyait nette; mais le rouge, à son tour, était dilaté, parce que son image se plaçait derrière la rétine. Fraunhofer ([1]) fit des observations analogues. Wheatstone remarqua de son côté qu'en fixant un tapis dont les fleurs étaient vertes et rouges il ne pouvait voir distinctement les unes et les autres, et que, l'œil oscillant des premières aux dernières, elles paraissaient danser devant lui. Enfin, Matthiessen ([2]) a constaté qu'en éclairant une gaze avec les diverses couleurs du spectre, il fallait la mettre à des distances inégales pour la voir distinctement. L'œil n'est donc point achromatique, en ce sens qu'il ne fait pas au même lieu les images des diverses couleurs, et qu'il a besoin d'une adaptation différente pour fixer chacune d'elles. On voit que sur ce point nous manquons de renseignements.

7° *Distance de la vision distincte.* — Quand on approche un objet tout près de l'œil, on ne le voit pas; si on l'éloigne peu à peu, il se dessine de mieux en mieux, et il est vu nettement à partir d'une certaine limite d'éloignement qu'on nomme *distance de la vue distincte*. Il est évident que les rayons partis du point examiné A (*fig.* 245) se concentraient en A_1 situé

Fig. 245.



d'abord derrière la rétine; mais l'objet s'éloignant jusqu'en B, le foyer s'est rapproché jusqu'à se placer sur la rétine en B_1. On peut mesurer la distance BC de la vision distincte par l'expérience de Scheiner ([3]).

([1]) Fraunhofer, *Gilbert's Annalen*, t. LVI.
([2]) Matthiessen, *Ann. de Pogg.*, t. LXXI, 578; 1884.
([3]) Scheiner, *Oculus*, London, 1652.



On regarde le point A à travers deux trous d'épingle O, O' percés dans une carte et séparés par un intervalle moindre que le diamètre de la pupille. Les rayons AO, AO' qui se réunissent en A_1 rencontrent la rétine en deux points *a*, *a'*, et l'on voit deux images. Si l'on éloigne A jusqu'en B, A_1 se rapproche jusqu'en B_1; les deux images *a* et *a'* se confondent en une seule; la distance BC est celle de la vision distincte, et on la mesure. Il résulte de là qu'en regardant à travers les deux trous O, O' une ligne AB tracée sur un carton perpendiculairement à OO', le point B ne donne qu'une image, tandis que ceux qui sont plus près ou plus loin que lui paraissent doubles. On croit voir deux lignes distinctes qui se coupent en un point B dont la distance est celle que l'on veut mesurer.

On peut encore employer l'optomètre de Th. Young (1). C'est un tube noirci, fermé à ses deux extrémités par des plaques, l'une percée des deux trous O, O' et l'autre d'une fente mince portée sur un tuyau de tirage et mobile par une crémaillère. On la regarde par O, O', et, quand elle paraît simple, la distance de vue distincte est égale à la longueur du tuyau.

Les mesures effectuées par ces diverses méthodes montrent que, pour un œil normal et moyen, cette distance est comprise entre $0^{m},15$ et $0^{m},20$; elle est en général plus courte pour une vue *myope*, plus grande pour une vue *presbyte* (2).

8° *Astigmatisme* (3). — Nous avons supposé, dans ce qui précède, que les surfaces réfringentes de l'œil sont de révolution autour d'un même axe : c'est le cas idéal. Mais il est évident qu'un œil réel doit toujours dévier plus ou moins de ces conditions théoriques et qu'il en résulte, quand elles s'éloignent sensiblement d'être remplies, un défaut spécial provenant du manque de symétrie de l'organe de la vision. On le produit artificiellement sur un œil parfait en appuyant modérément avec le doigt en un point de la surface du globe ocu-

---

(1) Th. Young, *Phil. Transact.*, t. XCI, p. 34.

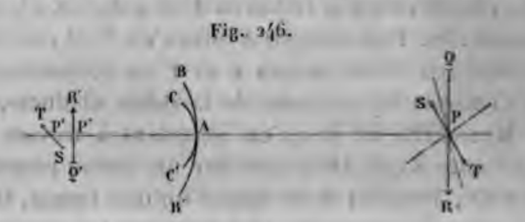
(2) *Voir* ci-dessus, pour la définition des diverses sortes de vue, et la manière de corriger la myopie et la presbytie, *Optique géométrique*, p. 131*.

(3) Consulter une Note de M. Javal, sur l'astigmatisme, publiée dans le *Journal de Physique*, 1re série, t. VI, p. 265; 1877.

laire. Le défaut de la vue ainsi défini s'appelle, d'après Whewell, *astigmatisme*.

Soient AP (*fig.* 246) l'axe de l'œil; ABB', ACC' les arcs des

Fig. 246.



courbures principales d'une surface réfringente unique, équivalente à l'ensemble des milieux de l'œil, au point de vue de la production des images. Enfin considérons dans un plan P deux droites QPR, SPT, comprises dans les plans des courbures principales. La courbure BB' fournit en P'Q'R' l'image réelle et renversée de QPR, tandis que la courbure CC', plus faible par exemple, fournit en S'P'T' l'image de SPT. Donc, si l'œil est accommodé pour voir nettement QPR, il ne le sera pas pour SPT, et réciproquement.

On déterminera les directions des courbures principales au moyen d'une étoile à plusieurs rayons que l'on placera à la distance moyenne de la vision distincte, en observant les directions dans lesquelles la vision se fait avec une netteté maximum ou minimum. On corrige l'astigmatisme à l'aide de verres cylindriques, dont on place les génératrices parallèlement à la plus grande courbure, de manière à ramener en un foyer unique P'' les images du point P formées dans les divers azimuts.

9° *Accommodation.* — Ce qu'il faut bien remarquer, c'est que la distance de vue distincte n'est qu'une distance limite, celle à partir de laquelle nous commençons à voir nettement; mais la vue continue d'être distincte pour toutes les distances plus grandes : nous ne pouvons pas lire de plus près, mais nous pouvons lire de plus loin. Reprenons l'expérience de Scheiner (*fig.* 245) : elle nous montre deux images de A; mais, à partir de B, nous voyons tous les objets simples et distincts, quel que soit leur éloignement. A la vérité, quand cet éloigne-



ment augmente progressivement, nous cessons de distinguer d'abord les petits détails, ensuite les objets eux-mêmes par ordre croissant de grandeur. Cela tient à un fait physiologique qu'il faut d'abord mettre en lumière. A la distance où nous voyons le mieux, nous ne distinguons que les objets qui ont une suffisante étendue. Aussitôt que leur image sur la rétine est inférieure à une grandeur donnée, nous cessons de les voir, à moins de grossir cette image par un microscope ou des lunettes. Or, à mesure qu'un objet s'éloigne, sa surface apparente diminue et finit par devenir inférieure à la limite de visibilité. Voilà pourquoi, en se reculant, les détails s'effacent dans l'ordre successif de leur grandeur; cela est indépendant du pouvoir convergent de l'œil. Ce qui est certain, c'est que nous ne voyons qu'une image dans l'optomètre de Scheiner, et que par conséquent le foyer d'un point lumineux se fait rigoureusement sur la rétine et non en avant d'elle, quelle que soit la distance de ce point.

10° *Mécanisme de l'accommodation.* — Nous venons de constater l'une des propriétés fondamentales de l'œil, celle qu'on a le plus difficilement expliquée : la faculté qu'il possède de s'adapter comme les lunettes à toutes les distances. Cela exige impérieusement qu'il se modifie dans sa forme et qu'il y ait dans cet organe des mouvements analogues au tirage de lunettes.

La pupille remplit une portion de ce rôle : elle se contracte, en effet, pour regarder très près; elle réduit l'œil à ses parties centrales, qui sont les plus convergentes; elle agit comme le trou d'épingle dans une carte et permet de voir nettement à des distances encore plus petites que celle de la vision distincte ordinaire. Comme les procès ciliaires agissent lentement sur l'iris, ce n'est qu'au bout de quelques secondes que les yeux s'adaptent à ces petites distances; quand ensuite on les reporte vers des points éloignés, on voit trouble, et il faut attendre que la pupille ait repris sa grandeur.

L'adaptation de l'œil aux grandes distances résulte des changements de forme du cristallin. Cet organe est un véritable muscle, dont la structure interne est invisible, parce que toutes les parties contiguës ont un même indice de réfraction, ce qui

fait que leur ensemble est transparent. Il est sillonné par des artères et des veines, car les injections pénètrent dans son intérieur; il se renouvelle par la circulation, comme le font tous les organes, car il se cicatrise après avoir été incisé. Enfin, quand on le fait macérer dans l'acide azotique chaud, il se sépare en une infinité de fibres semblables à de la soie écrue, dont la texture est symétrique par rapport à l'axe de figure, qui sont révélées, non produites, par la macération, fibres qui, se contractant ou se relâchant pendant la vie, modifient la forme de la lentille cristalline, de manière à l'adapter à tous les cas.

C'est Cramer (1) et M. Helmholtz (2) qui ont mis en évidence ces changements de forme. On fixe dans un support immuable l'œil et la tête d'une personne soumise à l'expérience, et, pendant qu'elle regarde un point éloigné, on explore avec une lunette la réflexion d'une bougie dans son œil. On distingue trois images : la première sur la cornée, la seconde sur la face antérieure du cristallin; toutes deux, données par un miroir convexe, sont droites, très petites et virtuelles; une troisième est formée par la réflexion sur la partie postérieure du cristallin; elle est renversée et réelle. Les choses étant ainsi disposées, on rapproche le point de vue. Aussitôt la deuxième image devient plus petite et plus brillante et se porte en avant. Cela prouve que la face antérieure du cristallin devient plus convexe et la lentille plus convergente. Il n'est donc point étonnant que l'œil puisse voir à toute distance, puisque son pouvoir convergent change avec cette distance, par le jeu automatique des muscles.

11° *Ophtalmoscope* (3). — On désigne sous le nom d'*ophtalmoscope* un appareil imaginé par M. Helmholtz pour examiner le fond de l'œil. Il se compose essentiellement (*fig.* 247) d'un miroir plan ou concave, incliné à 45° et percé d'un trou en son centre; il est destiné à renvoyer dans l'œil O que l'on exa-

---

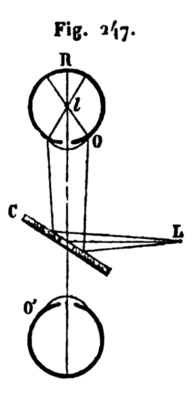
(1) Cramer, *Ueber das Accomodationsvermögen Leer*, 1855.

(2) Helmholtz, *Optique physiologique*, §§ XI et XII.

(3) Sur l'usage de l'ophtalmoscope, on peut consulter le *Manuel d'Ophtalmoscopie*, publié par M. E. Landolt (Paris, 1878).

mine la lumière émanée d'une source L; celle-ci est placée à une distance assez faible pour que son image se forme en *l*, en avant de la rétine R, qui sera ainsi éclairée dans une certaine étendue. L'œil examinateur O', recevant à travers l'orifice C une partie des rayons émis par la rétine, la verra distinctement, pourvu que l'image de la rétine R, fournie par les milieux de l'œil O, se trouve à la distance de la vision distincte pour l'œil O'. Mais, d'après le principe des foyers conjugués, les rayons émanés de R fourniraient une image réelle située en avant de O, à la distance de la vision distincte pour l'œil O; si celui-ci est infiniment presbyte, les rayons qui vont former cette image sont parallèles, et l'œil O', supposé aussi infiniment presbyte, aperçoit directement le fond de l'œil O.

Fig. 247.



Si l'œil O est myope, l'image réelle se forme à une certaine distance D en avant de O, et, pour ramener le problème aux conditions précédentes, il faudra interposer entre le miroir C et l'œil O une lentille divergente qui rende O infiniment presbyte; si O était hypermétrope, il faudrait employer une lentille divergente. Les mêmes observations s'appliquent à l'œil O'. Ainsi les deux yeux se trouvent dans les conditions les plus favorables à l'observation, quand tous deux ont été corrigés séparément de manière à voir distinctement à l'infini.

CONDITIONS PHYSIOLOGIQUES DE L'ŒIL. — Après avoir fait l'étude physique de l'œil, considéré comme appareil réfringent, il faut analyser les conditions d'impression du nerf optique quand il est frappé par la lumière.

1° *Sensibilité de la rétine.* — La sensibilité de la rétine dépend de l'état où elle a été amenée. En sortant d'un espace très éclairé pour entrer dans un lieu sombre, nous ne distinguons rien. Peu à peu la sensibilité, émoussée par une action antérieure, se rétablit; elle s'exagère par un séjour prolongé dans l'obscurité. On admet, peut-être gratuitement, que l'œil commence à percevoir les objets quand leur éclat est

égal à $\frac{1}{90000}$ de celui de la Lune. La sensibilité est maximum au point de la vision nette; on sait qu'elle décroît rapidement aux alentours de ce lieu.

2° *Punctum cæcum.* — Il y a un point de la rétine qui n'est pas impressionnable. On le prouve par une célèbre expérience qui est due à Mariotte (1). On marque sur une muraille, à la hauteur des yeux, une série de points équidistants, 1, 2, 3,..., allant de gauche à droite; on regarde fixement le premier avec l'œil droit, et en général, à cause de l'étendue du champ de vision, on voit en même temps tous les autres, quoique confusément. Quand on s'éloigne peu à peu, le n° 2 s'efface; puis il reparaît. Le n° 3 devient ensuite invisible, et chacun à son tour, lorsque la distance de l'œil à la muraille est trois fois égale à celle qui sépare le point qui disparaît du point n° 1; or, c'est justement lorsque l'image que fait ce point au fond de l'œil est à l'endroit où le nerf optique s'épanouit pour constituer la rétine, endroit que l'on nomme *punctum cæcum*.

3° *Persistance des impressions.* — L'action de la lumière peut être très courte; l'impression qu'elle produit sur la rétine dure. Ce fait capital résulte d'expériences journalières; nous n'en citerons qu'une. Si l'on a peint avec des couleurs différentes une série de secteurs sur un disque circulaire et qu'on les fasse tourner rapidement, chacun d'eux, s'il est seul, produit la sensation que ferait naître un cercle uniformément couvert de la même teinte; leur ensemble donne la superposition de chaque sensation, c'est-à-dire le mélange de diverses couleurs. La durée de la sensation dépasse donc celle des impressions, et, bien que successives, celles-ci se combinent comme si elles étaient simultanées.

4° *Durée de la sensation.* — Pour mesurer la durée de la sensation, Aimé (2) faisait tourner autour du même axe, avec une vitesse égale mais contraire, deux cartons circulaires contigus, l'un percé sur son contour de fenêtres égales et équi-

---

(1) MARIOTTE, *Œuvres*, p. 496.

(2) *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. LVI, p. 108.

distantes, l'autre n'offrant qu'une seule fente, laquelle se mettait, à des intervalles égaux, en coïncidence avec celles du premier disque. On regardait le ciel à travers ce système : quand il tournait lentement, on voyait successivement le jour à travers la fente, quand elle coïncidait avec les fenêtres ; lorsque le mouvement était assez rapide pour que la sensation produite par une première coïncidence durât encore au moment d'une deuxième ou d'une troisième, on voyait à la fois 2, 3,... fentes éclairées. La durée limite était mesurée par le temps que mettait à se produire la somme des coïncidences vues simultanément.

En employant ce procédé, Plateau (¹) a constaté des propriétés remarquables de la rétine : 1° que la sensation n'est complète que si l'impression lumineuse a duré un certain temps ; 2° que cette sensation persiste pendant quelques millièmes de seconde avec un éclat maximum, pour s'effacer ensuite progressivement ; 3° que sa durée totale est égale à 0s,84 en moyenne, mais qu'elle augmente avec l'éclat de la lumière incidente. Comme les corps phosphorescents, ou comme les substances impressionnables, la rétine paraît absorber d'abord une somme donnée de lumière et l'utiliser ensuite peu à peu. Lorsqu'on fixe une surface éclatante, la sensibilité s'émousse et la persistance de l'impression est diminuée.

5° *Applications; phénakisticope.* — Cette propriété de la rétine conduit à des applications très variées. Qu'on fasse tourner en sens contraires, avec une extrême vitesse, autour d'un même axe, deux bâtons blancs vis-à-vis d'un fond noir. Chacun d'eux étant vu partout à la fois, ils éclaireront d'un éclat $2e$ le cercle qu'ils parcourent. Mais ils se mettront en coïncidence : 1° dans un plan que je suppose vertical ; 2° dans le plan horizontal ; et dans ces directions il n'y aura que l'éclairement e produit par le bâton antérieur : comme ces coïncidences se reproduiront à chaque tour, on verra, sur un fond éclairé, deux bâtons sombres en croix et immobiles. Par

---

(¹) *Ann. de Pogg.*, t. XX, p. 304, t. XLVIII, p. 611 ; t. LXXVIII, p. 563 ; t. LXXIX, p. 269 ; t. LXXX, p. 150, 287 ; 1830-1850.

les mêmes raisons, deux roues à n rais égaux et blancs, tou nant en sens contraires et avec des vitesses égales contre u fond noir, offriront l'apparence d'une seule roue immobil ayant $2n$ rais sombres. Si la vitesse de l'une est un peu plu grande que celle de l'autre, les lieux des coïncidences changer peu à peu, et les rais de la roue résultante semblent se dépla cer continûment, avec une vitesse égale à la différence d celles des roues composantes.

Si l'on perce une série de trous équidistants sur les bord d'un disque de carton, qu'on le fasse tourner autour de so centre et qu'on regarde par les trous, on aura des vues suc cessives très rapprochées et très courtes des objets exté rieurs; on les verra dans la situation qu'ils occupaient a moment où on les a aperçus. S'ils sont immobiles, chaqu impression sera identique à la précédente, on les verra san déplacement et sans interruption, leur éclat seul aura dimi nué. S'ils sont en mouvement, on les apercevra à des place successives, comme s'ils avaient sauté de l'une à l'autre. De là deux applications.

La première à un jeu d'enfant qu'on nomme le *phénakisti-cope* (¹). On fixe derrière le carton tournant une feuille peinte divisée en autant de secteurs qu'il y a de trous. Supposons qu'il y en ait six : on les regarde par ces trous dans une glace placée vis-à-vis. Par le trou n° 1 regardons le secteur n° 1; quand viendra le trou n° 2, le secteur n° 2 aura remplacé le précédent, et ainsi de suite. Dans chacun de ces secteurs, on a représenté, par exemple, un forgeron dont le corps est partout identique; mais son bras qui tient un marteau est abaissé au n° 1, il s'élève un peu au n° 2, davantage au n° 3, etc.; il est au plus haut possible dans le n° 6. On repasse ensuite brusquement au n° 1, et il en résulte que l'œil, qui reçoit successivement ces impressions, croit voir le marteau s'élever peu à peu et retomber brusquement.

La deuxième application de ce procédé a consisté à observer la forme des gouttes qui composent la veine liquide. A chaque trou qui passe, on les voit immobiles à l'endroit qu'elles oc-

(¹) Plateau, *Ann. de Pogg.*, t. XXXII, p. 647; 1834.

cupent en ce moment, et si les périodes de passage des trous devant l'œil et des gouttes au même point de la veine sont les mêmes, celles-ci semblent immobilisées, et il est facile d'en apprécier la forme. C'est, à quelques détails près, la méthode suivie par Savart (¹).

6° *Images accidentelles.* — Lorsqu'on a fixé un objet très lumineux, comme le Soleil, la rétine se fatigue, l'impression persiste, et quand on ferme les yeux on voit pendant quelques secondes des taches sombres. Le même phénomène se produit quand on a regardé pendant longtemps une surface colorée. Ces apparences persistantes se nomment *images accidentelles* (²). Nous allons les analyser.

On regarde une feuille de papier blanc posée sur un fond noir. Après quelques secondes, on ferme les yeux et on les couvre d'une étoffe sombre : on continue de voir le papier, mais il est devenu noir; bientôt il repasse au blanc, puis au noir, et ces alternatives se reproduisent plusieurs fois en s'affaiblissant.

Le fond noir, au contraire, paraît blanc; puis il redevient noir, et les alternatives de blanc et de noir se continuent, comme précédemment. Cette expérience se fait en regardant de l'intérieur d'un appartement une fenêtre dont les carreaux sont blancs et le châssis noir.

Contemplons de la même manière une surface colorée, par exemple le spectre solaire projeté sur un carton, en ayant bien soin de fixer toujours le même point. Aussitôt qu'on ferme les yeux, on voit un spectre complémentaire très inégalement lumineux. Il est rouge violet, mais très sombre à l'endroit du jaune, très lumineux, au contraire, à l'endroit du violet et du rouge, qui étaient les points les moins éclairés du spectre qui a produit l'impression.

On peut dire, en général, que l'image accidentelle est complémentaire de la couleur de l'objet, qu'elle est d'autant plus lumineuse qu'il était plus sombre, et qu'elle s'éteint par des alternatives successives.

(¹) SAVART, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 2ᵉ série, t. LIII, p. 337.

(²) PLATEAU, *Ann. de Pogg.*, t. XXXII, p. 543; t. XXXVIII, p. 626; 1834-36.

Les couleurs accidentelles, résultant d'impressions anté rieures, se combinent avec la teinte des objets que l'on re garde. Si, par exemple, on contemple du vert et qu'ensuite o dirige la vue sur un papier blanc, on le verra rouge. Si c papier était jaune, on le verrait orangé.

On peut démontrer que deux couleurs complémentaires s composent comme les couleurs réelles. On regarde alternat vement trente ou quarante fois de suite les centres A et B d deux disques voisins colorés en rouge et en vert. Pendan qu'on regarde A, on voit aussi B, et deux images a et b se for sur la rétine. De même, en fixant B, on voit aussi A, et deu autres images b' et a' se forment ; mais a et b' sont super posées, puisque l'on a dirigé la vue sur A et sur B. Quand on ferme les yeux, on voit trois images accidentelles ; les extrême sont b et a', elles sont complémentaires de B et de A ; celle du milieu est sombre, elle n'a pas de teinte, c'est l'image acci dentelle que donnerait le blanc, qui est la superposition des couleurs des disques A et B.

Vouloir expliquer ces phénomènes complètement paraît une tâche bien difficile. On peut les résumer, avec Plateau, en disant que la rétine semble résister à l'impression qu'elle reçoit par une réaction opposée qui persiste après que l'impression a cessé. C'est ainsi qu'elle voit du noir après l'impression du blanc, du blanc après celle du noir, du vert après le rouge, etc., et qu'ensuite elle revient au repos par des réactions secondaires qui produisent les alternatives dont nous avons parlé.

7° *Propriétés photographiques de la rétine.* — De tous ces faits il résulte que la rétine est le siège de phénomènes plus persistants que les impressions qui les déterminent. Plusieurs savants pensent qu'elle est le siège de véritables actions chimiques passagères, qui, produites sous l'influence de la lumière, ou même d'une couleur spéciale, se limitent pour une intensité donnée de la radiation excitatrice et sont rapidement compensées, quand l'excitation cesse, par des réactions chimiques inverses.

Quoi qu'il en soit, on pouvait s'attendre à révéler d'une manière durable la trace des modifications produites sur la

rétine par l'impression lumineuse. M. Boll ([1]) a découvert que la rétine d'un animal est d'un rouge pourpre quand il est maintenu pendant quelque temps dans l'obscurité, et qu'elle se décolore par l'exposition à la lumière. M. Kühne ([2]), profitant de l'observation de M. Boll, a fait l'expérience suivante : un lapin, maintenu dans l'obscurité pour exagérer la sensibilité de sa rétine, a été exposé pendant un instant la tête tournée vers la fenêtre d'un laboratoire éclairé par une ouverture unique, puis sacrifié. La rétine, mise à nu et immergée quelque temps dans un bain d'alun à $\frac{5}{100}$, présente une image blanche sur un fond d'un beau rouge et dans laquelle les barreaux de la fenêtre se dessinent nettement. Cette épreuve réussit encore mieux peu après la mort d'un animal conservé quelque temps et sacrifié dans l'obscurité, puis exposé à la lumière.

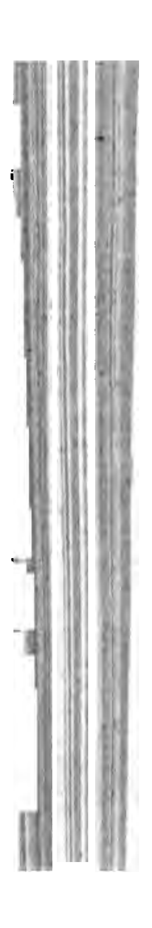
8° *Théorie des couleurs physiologiques.* — La sensibilité de la rétine est-elle en harmonie directe avec la réfrangibilité des couleurs qui viennent l'impressionner? Il ne semble pas qu'il en soit ainsi, et nous avons établi précédemment que la sensation éveillée par une couleur ne suffit pas à en déterminer la vraie nature. Divers mélanges sont aptes à produire une sensation identique, et le blanc, notamment, peut résulter d'une infinité de manières de la superposition de deux couleurs simples.

D'après cela, plusieurs savants ont été conduits, à la suite de M. Helmholtz, à admettre que les éléments physiques de la couleur n'en sont pas les éléments physiologiques. La détermination de ces derniers a pu être réalisée approximativement par l'analyse de certains cas pathologiques de confusion des couleurs, dont le *daltonisme* est l'exemple le plus fréquent et le mieux connu. Il nous suffira de citer les deux observations suivantes, dues à M. Weinhold ([3]).

([1]) Boll, *Sitzungsberichte der Kaiserl. Akad. der Wissensch. in Berlin*, 12 novembre 1876.

([2]) Kühne, *Centralblatt für die medicinischen Wissenschaften*, p. 33 et 49 (1877), analysé dans le *Journal de Physique*, 1re série, t. VI, p. 99.

([3]) Weinhold, *Wied. Ann.*, t. II, p. 631, analysé dans le *Journal de Physique*, 1re série, t. VII, p. 135; 1878.



la teinte est un pourpre vif), lui paraît du blanc vert de Schweinfurth est pris pour du gris, et chrome rappelle très bien la couleur générale de l Toutes les couleurs possibles résultent, pour ce s lange du bleu et du rouge.

Un autre individu trouve le rouge et l'orang particulièrement pâles et incolores, désigne la p réfrangible du spectre sous le nom de *bleu*, et pı blanc le bleu verdâtre obtenu par le mélange d violet. Il confond le cinabre avec le vert de Schw un mot, il est aveugle pour le rouge (daltonisme)

Ces observations, et d'autres analogues, parai que les éléments physiologiques de la sensatioı sont au nombre de trois et sont particulièrement par le rouge, le jaune verdâtre et le bleu violet d faut entendre par là, au point de vue subjectif, q la rétine trois sortes d'éléments nerveux sensil dont l'excitation inégale produite par une lumière conque nous fait éprouver la sensation de la cou ment A sera excité à partir de la limite la moins ré spectre jusqu'à une radiation de longueur d'ond le maximum de son excitation tombe dans la par spectre; l'élément C a son maximum d'excitation let spectral, l'élément B dans le jaune verdâtre; évidemment impossible de préciser la sensatioı

lacé, les tons verts et indigo ; enfin le rouge et le bleu, les tons pourpres, lesquels n'existent pas dans le spectre solaire.

Les couleurs binaires sont dites *saturées ;* mais les couleurs ternaires sont plus ou moins lavées de blanc, car les trois couleurs fondamentales réunies en proportion convenable donnent le blanc pur. On peut décomposer toute couleur ternaire en une certaine quantité de blanc, et un excès binaire qui détermine le *ton :* la proportion du *ton* saturé par rapport au blanc détermine le *degré de saturation* de la couleur.

Tout mélange binaire peut être ramené au blanc par un mélange complémentaire également binaire. Le complément des couleurs spectrales est binaire et appartient aussi au spectre, à l'exception des régions moyennes, pour lesquelles le ton complémentaire est pourpre.

Il resterait à déterminer d'une manière précise les longueurs d'onde des couleurs fondamentales, ce qui n'a pas été réalisé jusqu'ici (1).

9° *Irradiation.* — Un disque blanc sur fond noir paraît plus grand qu'un autre disque parfaitement égal, s'il est noir et placé sur un fond blanc, comme si l'image d'un objet lumineux était entourée d'une auréole de même couleur qui augmente sa dimension apparente. Cet effet se montre avec une évidence surprenante, quand on regarde la Lune pendant le premier quartier. Il semble que la partie éclairée appartienne à une sphère plus grosse, coiffant celle qui est dans l'ombre. Ce phénomène est celui de l'irradiation. Nous avons vu (p. 357**) que c'est probablement un phénomène de diffraction.

Outre cette première auréole qui déborde l'image lumineuse, il y en a une seconde qui s'étend à une plus grande distance et qui est complémentaire : noire si l'objet est blanc, blanche s'il est noir et rouge s'il est vert. De là d'importants phénomènes de contraste. Que l'on trace sur un fond blanc de larges lignes noires parallèles, elles paraîtront plus foncées sur leurs bords et plus grises en leur milieu. Inversement, les

---

(1) *Voir* VON BEZOLD, *Ann. de Pogg.*, t. CL, p. 93 et 121 ; t. CLVIII, p. 165 et 606. Ces Mémoires sont analysés dans le *Journal de Physique*, 1re série, t. III p. 155, et t. V, p. 351 ; 1874-76.

bandes blanches auront plus d'éclat à leur contact avec le noires et paraîtront ternes en leur partie moyenne.

Un cercle rouge étant placé sur une feuille blanche fera paraître celle-ci verte, et un cercle blanc sur une feuille de papier vert semblera rouge, d'où il suit qu'un cercle rouge et un fond vert agiront mutuellement pour aviver leurs teintes, et en général, il en sera de même de toutes les couleurs complémentaires voisines. Au contraire, deux objets dont la couleur est la même, à des nuances près, tendent à jeter chacun sur l'autre des ombres complémentaires et à s'éteindre. Un vert éclatant répandra du rouge sur un vert pâle, qui paraîtra sale. Il y a donc des couleurs qui se nuisent, comme il y en a qui sont favorisées par leur rapprochement. Il faut connaître ces lois et s'y soumettre dans tous les arts décoratifs.

LES JUGEMENTS DE L'ŒIL. — Il y a deux manières d'envisager la question de savoir comment nous pouvons apprécier la forme, la grandeur, la distance, la place des objets extérieurs. La première, qui consiste à demander comment l'impression physique sur la rétine se transforme en une sensation : c'est le problème philosophique. La deuxième, qui est d'analyser les conditions physiques et physiologiques des impressions, et de rechercher les relations qui existent entre les images de l'œil et les qualités des objets extérieurs : c'est à cette analyse que nous devons nous borner.

1° L'image est la perspective exacte des objets ; sa grandeur est déterminée par leur diamètre apparent ; son contour est semblable à leur forme ; sa couleur est la même que la leur ; la distribution des ombres et des lumières est identique de part et d'autre, elle est déterminée par la forme. Il y a donc un rapport nécessaire entre les conditions de l'objet et les conditions de l'impression, et, sans connaître l'opération interne qui transforme l'impression en sensation, on voit que celle-ci est liée, par un intermédiaire, aux qualités de l'objet et qu'elle peut les révéler. Cela est démontré par ce fait général que, si l'on supprime les objets eux-mêmes et qu'on les remplace soit par un tableau, soit par des images optiques qui

produisent le même effet sur la rétine, l'œil juge comme si les objets existaient.

2° Mais, pour que l'œil puisse révéler à l'individu les conditions des objets, il faut que cet individu ait reconnu les relations qui existent entre les impressions et la sensation, et cela ne peut se faire que par une éducation comparative des organes : éducation dont nous suivons les progrès chez les enfants, qui n'arrivent à saisir les objets qu'après avoir constaté par expérience les rapports de la vue et du toucher; éducation qui s'est faite tardivement et dont on a constaté les effets chez les aveugles-nés. Le Dr Wardrop rendit la vue, en 1826, à un homme de quarante-six ans, dont les pupilles étaient demeurées closes depuis l'âge de six mois. Ce sujet avait des yeux excellents qui, à peine ouverts, reçurent l'impression physique. Les sensations qui en résultèrent n'eurent d'abord aucune signification, mais le malade apprit bientôt leur valeur par le toucher, et à partir de ce moment l'éducation de ses yeux fut faite.

3° L'homme voit avec ses deux yeux et reçoit deux impressions qui se superposent en une seule sensation. Si, par exemple, on couvre l'œil gauche avec un verre violet, le droit avec un verre jaune, complémentaire du premier, et qu'on regarde un objet blanc, on le verra jaune ou violet avec l'un ou l'autre des deux yeux, et incolore avec tous les deux. Comment se fait cette superposition des sensations? pourquoi ne voit-on pas les objets doubles? Il paraît difficile d'attribuer ce résultat à l'éducation, comme on l'a prétendu.

Un objet ne paraît simple que si l'on fixe les deux yeux dans sa direction; par conséquent, que si les deux images se font en des points correspondants des deux rétines. Si l'on vient à presser le globe de l'un des yeux avec le doigt, de façon à déranger sa direction, on voit aussitôt deux images de chaque objet; elles restent séparées lors même qu'on prolonge indéfiniment l'opération. Il n'en est pas de même quand on regarde une bougie et qu'on place devant l'un des yeux un prisme d'un petit angle. La déviation occasionnée par ce prisme dérange l'image correspondante, et l'on voit deux bougies; mais peu à peu elles se rapprochent et se confondent; la différence entre

les deux cas vient de ce que dans la première expérience l'axe optique de l'un des yeux est mécaniquement dérangé d'une manière permanente, tandis que dans la seconde les muscles de l'œil dévié agissent pour amener les deux images sur les points correspondants des deux rétines. Quand cela est, il suffit d'enlever le prisme pour que l'on voie deux images; elles persistent jusqu'à ce que l'œil qui s'était déplacé ait repris sa situation normale.

5° Il y aurait donc, dans les deux rétines, des parties conjuguées qui donneraient une même sensation. Wollaston (¹) a proposé l'explication suivante, fondée sur un fait d'observation incontestable. Il arrive quelquefois que des douleurs très vives au côté droit du cerveau paralysent momentanément la partie droite des deux rétines, et alors on ne voit plus que la moitié gauche des objets que l'on regarde : c'est l'hémiopsie, maladie souvent passagère, rarement grave, et précieuse à cause de son enseignement. Elle prouve que les deux moitiés droites ou gauches de chaque rétine correspondent à la droite ou à la gauche du cerveau.

On sait que les deux bandelettes optiques partant des deux côtés du cerveau se réunissent et forment le chiasma, d'où partent les nerfs optiques proprement dits. L'Anatomie reconnaît dans le chiasma des fibres nerveuses qui, venant de la bandelette optique droite, se dirigent soit vers le nerf optique droit, soit vers le nerf optique gauche; il est possible que des filets venant de la bandelette optique droite constituent en majeure partie la portion droite des deux rétines, et que des filets partis de la bandelette gauche aillent de leur côté former les rétines gauches. Wollaston admettait même que chaque élément nerveux bifurque pour aboutir aux points correspondants des deux rétines. Cette dernière assertion paraît contraire à ce que l'on sait de plus général sur la constitution des éléments nerveux qu'on n'a jamais vus se bifurquer.

6° Quand les deux yeux se disposent de façon à ne voir qu'une image d'un point, on dit qu'ils sont fixés ou que leurs axes optiques sont dirigés sur ce point. Ces axes forment les

(¹) Wollaston, *Ann. of Philosophy*, april, p. 305; 1824.

deux côtés d'un triangle dont la base serait la distance des deux yeux, et leur angle diminue à mesure que la distance des objets que l'on regarde augmente; dès lors, c'est la grandeur de cet angle qui nous fait apprécier cette distance.

On sait, en effet, que les borgnes, qui n'ont point cet élément d'appréciation, jugent imparfaitement des distances, et pour s'en assurer il suffit de se placer dans le cas où ils sont, de fermer un œil, de s'approcher peu à peu d'un objet éloigné et de porter vivement la main dessus, de haut en bas. Cinq fois sur dix on le manquera, comme le font les enfants.

7° Mais, aussitôt que les objets s'éloignent jusqu'à une centaine de mètres, l'angle visuel devient nul et le jugement de la distance se fait avec moins de précision; ce sont d'autres éléments qui interviennent : d'abord la diminution du diamètre apparent des objets connus, ensuite la disparition des petits détails, et enfin, dans le lointain, l'espèce de brouillard constitué par l'air éclairé qui s'interpose entre les objets et l'observateur. Lorsque ce voile manque, comme cela arrive dans les montagnes, nous jugeons qu'elles sont plus rapprochées de nous; leur surface apparente ne nous étonne plus : les croyant près, nous les jugeons plus petites. Par une raison inverse, les brouillards nous font croire que tout est plus loin, et par suite que tout est plus gros.

STÉRÉOSCOPE. — Quand les objets que l'on regarde ont un relief et ne sont pas très éloignés, les vues qu'en ont les deux yeux O, O′ (*fig.* 248) ne sont pas les mêmes. Considérons, par exemple, une flèche AB dirigée vers le milieu du front : l'œil gauche O la voit en AOB, tournant sa pointe à droite; pour O′, elle est dans l'angle AO′B, dirigée vers la gauche. La superposition de ces deux impressions diverses nous montre la flèche dans sa situation réelle, et il est probable que cette superposition est nécessaire pour produire la sensation du relief.

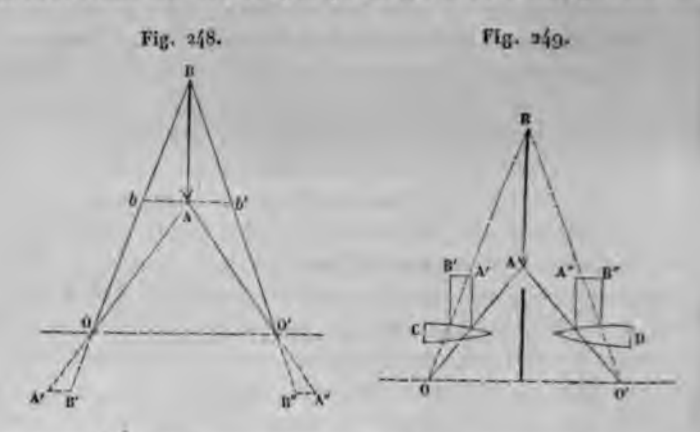
C'est Wheatstone (¹) qui le premier a fait cette remarque et qui l'a justifiée par l'expérience. Prenons, des points O et

---

(¹) *Transactions philosophiques*, t. II, p. 371 : 1838.

O′ (*fig.* 248), deux images photographiques de AB; elles seront A′B′ et A″B″. Plaçons-les sur un carton, en face des deux yeux (*fig.* 249), en les séparant par une cloison; puis regardons-les à travers deux prismes C et D, de manière à les dévier. Nous les verrons, la première avec l'œil gauche dans

Fig. 248. Fig. 249.



l'angle AOB, la deuxième de l'œil droit suivant AO′B, absolument comme nous voyons l'objet réel AB (*fig.* 249). Par conséquent, nous devons avoir la même sensation. C'est, en effet, ce qui arrive dans le stéréoscope, et tout le monde sait jusqu'où va l'illusion que produit cet instrument. Si l'on changeait de place les images A′B′, A″B″, la flèche changerait de sens; les saillies se verraient en creux et le stéréoscope deviendrait le pseudoscope.

FIN DU TROISIÈME FASCICULE DU TOME TROISIÈME.

TABLE DES MATIÈRES

DU TROISIÈME FASCICULE DU TOME TROISIÈME.

ÉTUDE DES RADIATIONS.

CHAPITRE PREMIER.

Extension des lois géométriques de la réflexion et de la réfraction aux radiations calorifiques et chimiques.

CHAPITRE II.

Mesure des indices de réfraction.

CHAPITRE III.

Mesure de l'intensité des radiations.

CHAPITRE IV.

Spectre solaire — Limites du spectre.

CHAPITRE V.

Transmission des radiations.

CHAPITRE VI.

Absorption exercée par les corps transparents. Spectres d'absorption.

CHAPITRE VII.

Absorption par les corps opaques. — Diffusion. Mélange des couleurs.

Pages
**

CHAPITRE IX.

Émission.

CHAPITRE X.

Analyse spectrale.

CHAPITRE XI.

Phosphorescence et fluorescence.

CHAPITRE XII.

De la photochimie.

OPTIQUE PHYSIQUE.

CHAPITRE PREMIER.

Vitesse de la lumière.

CHAPITRE II.

Des interférences.



CHAPITRE III.

Diffraction.

CHAPITRE IV.

De la polarisation et de la direction des vibrations.

CHAPITRE V.

Double réfraction dans les cristaux à un axe.

CHAPITRE VI.

Double réfraction dans les cristaux à deux axes.



CHAPITRE VII.

Couleurs des lames minces cristallisées.

CHAPITRE VIII.

Étude des vibrations circulaires et elliptiques.

CHAPITRE IX.

Polarisation rotatoire. — Phénomènes du quartz.

CHAPITRE X.

Polarisation rotatoire. — Cas général.

CHAPITRE XI.

Théorie mécanique de la réflexion et de la réfraction à la surface du verre.



CHAPITRE XII.

Anneaux colorés.

CHAPITRE XIII.

Réflexion sur les métaux.

CHAPITRE XIV.

Dispersion.

CHAPITRE XV.

De l'entrainement de l'éther.

CHAPITRE XVI.

Des météores lumineux.

CHAPITRE XVII.

Vision.



TABLE DES MATIÈRES,

PAR ORDRE ALPHABÉTIQUE,

DU TROISIÈME FASCICULE DU TOME TROISIÈME.



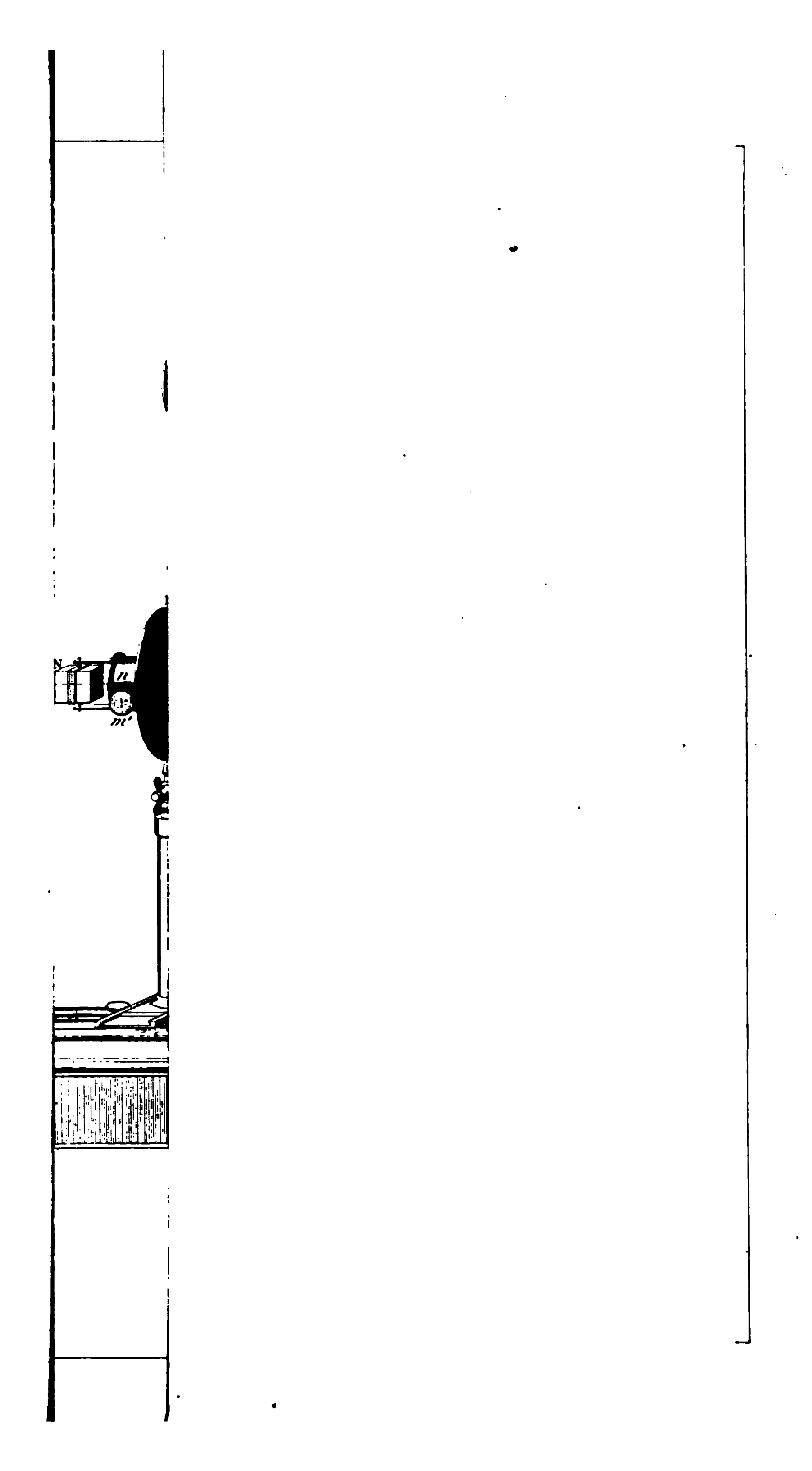


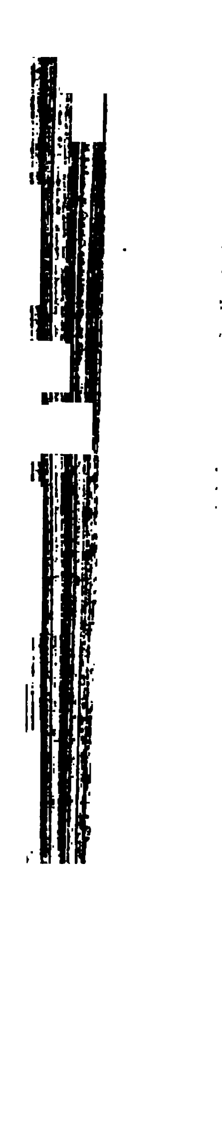
TABLE PAR NOMS D'AUTEURS

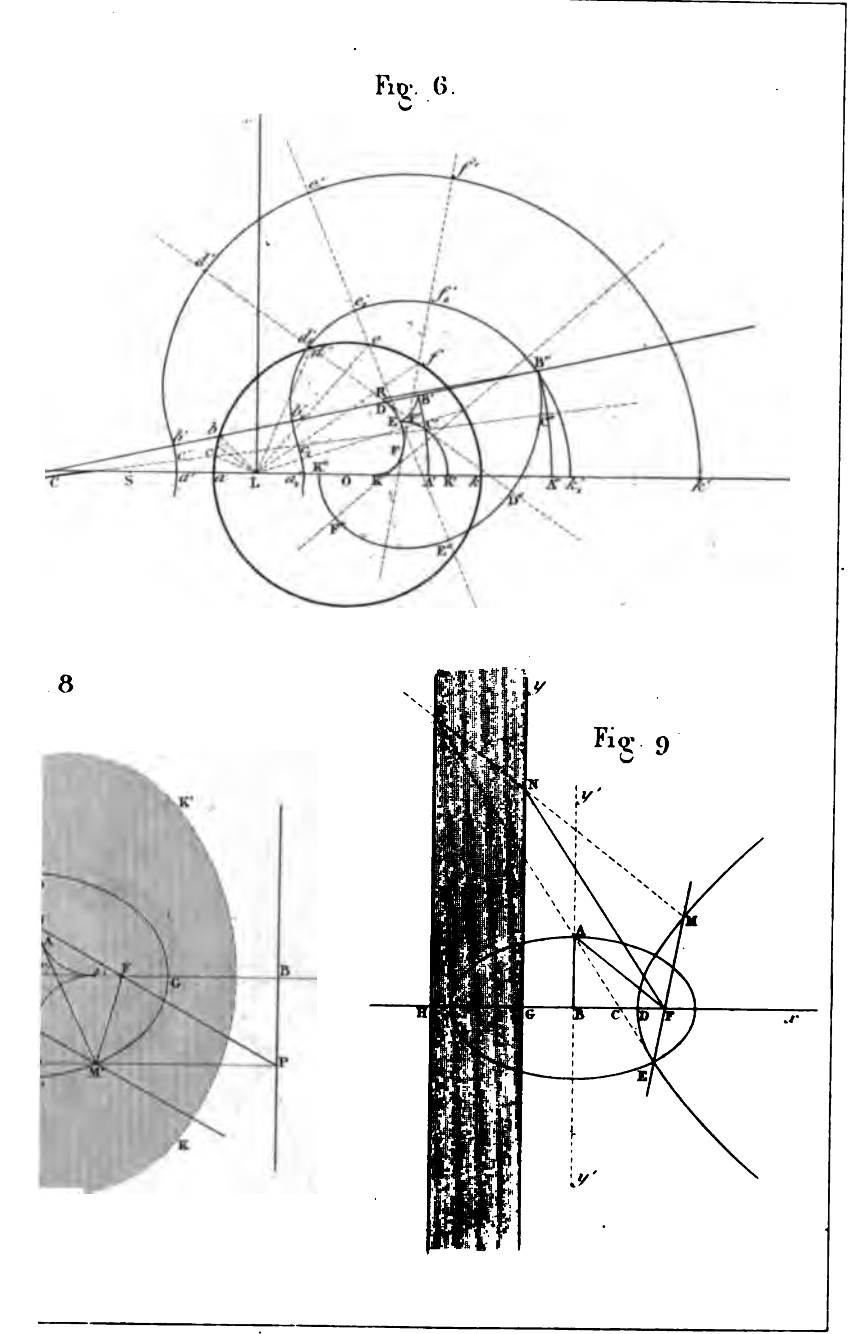
DU TROISIÈME FASCICULE DU TOME TROISIÈME.

FIN DES TABLES DU TROISIÈME FASCICULE DU TOME TROISIÈME.

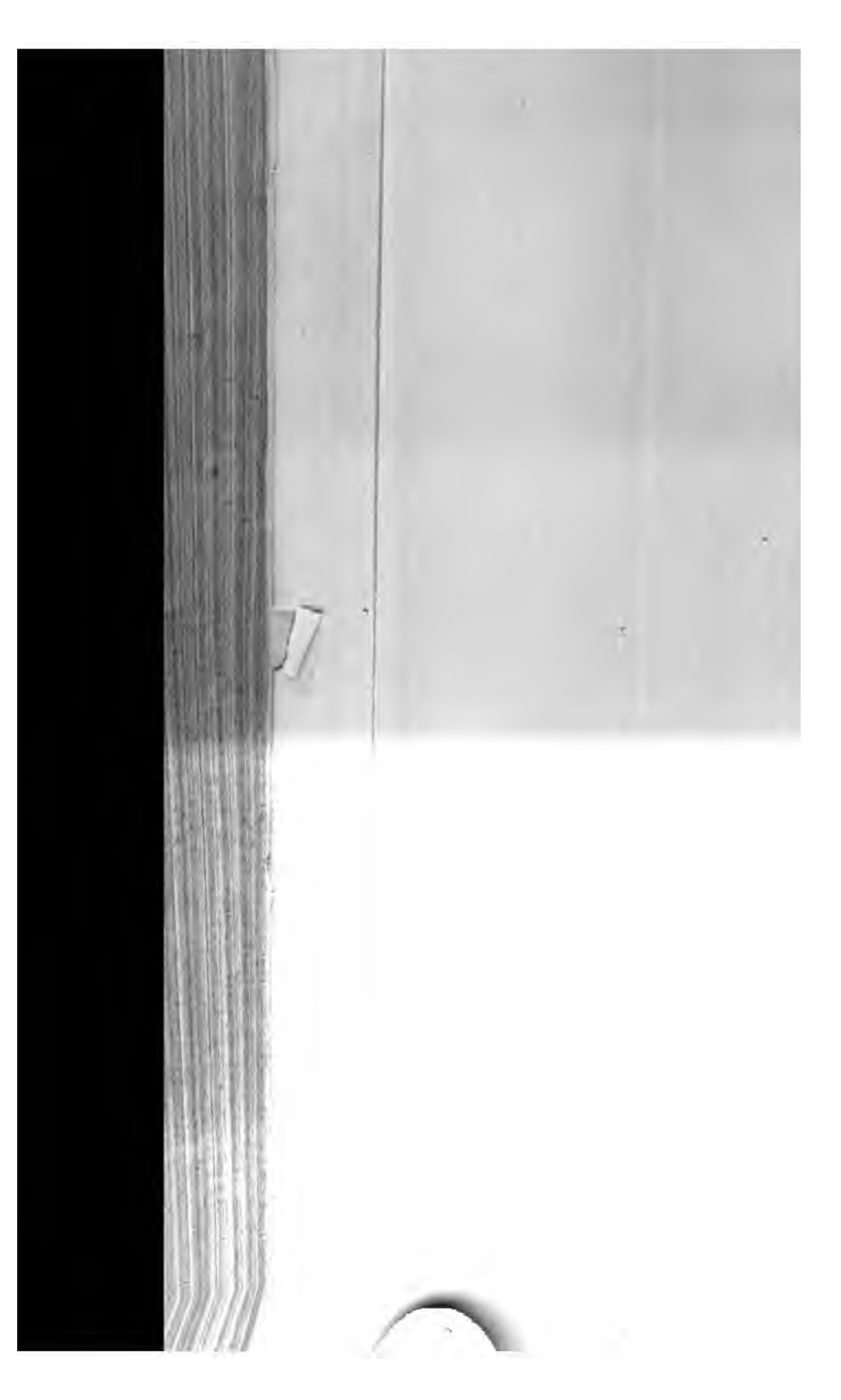
12558 Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.

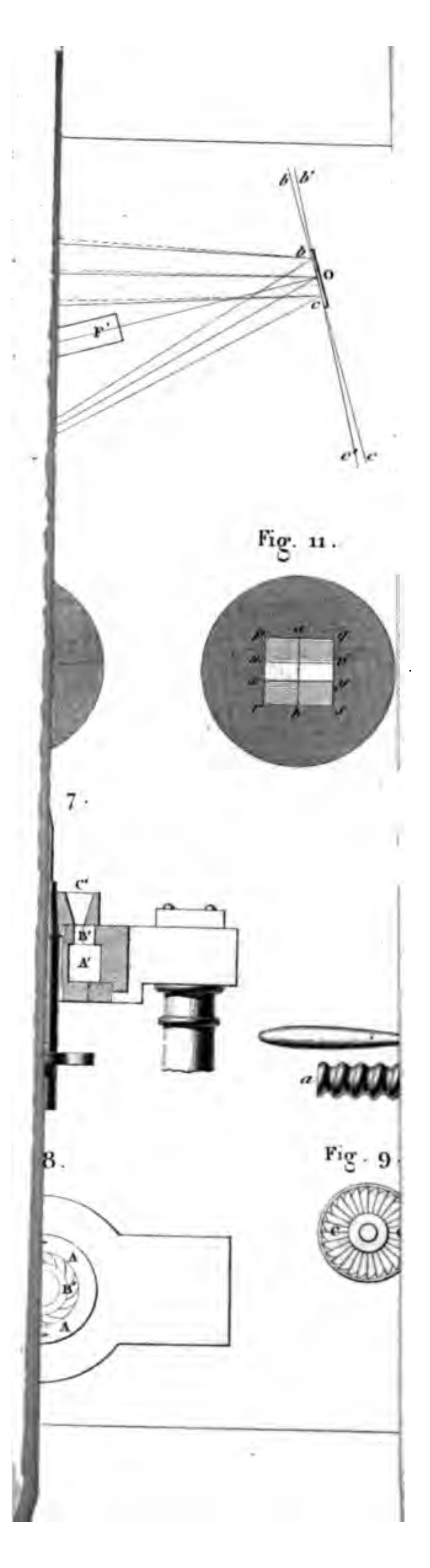






Dulos sc.





. V.

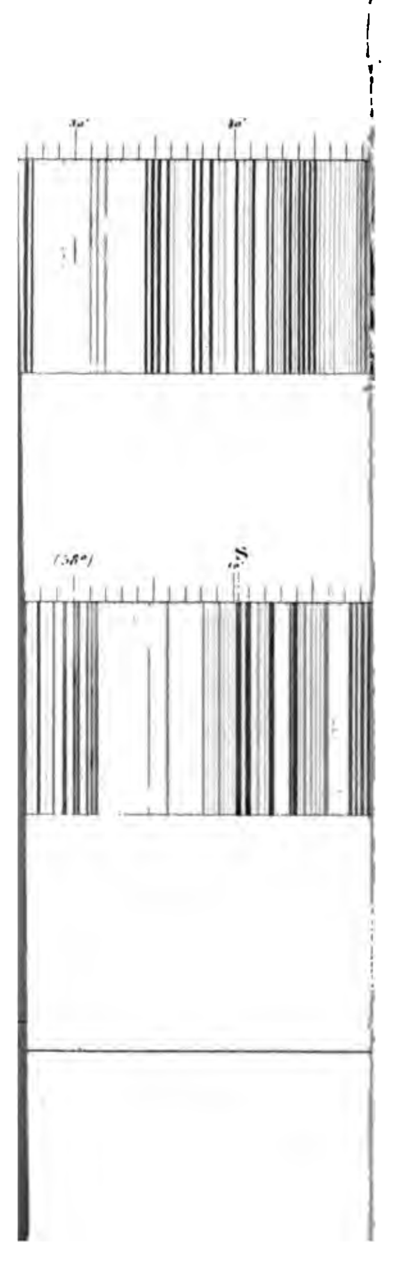
V.

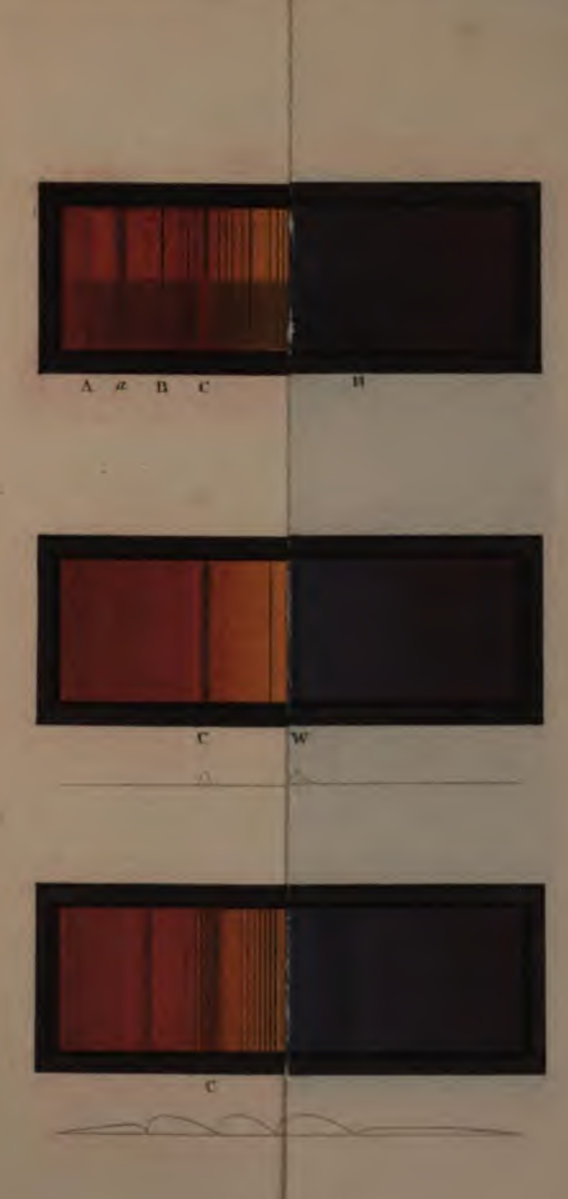
?il

36

37

V.




A a B C
H
C
W
C